Tecnológico de Monterrey

TC1003B Modelación de la ingeniería con matemática computacional

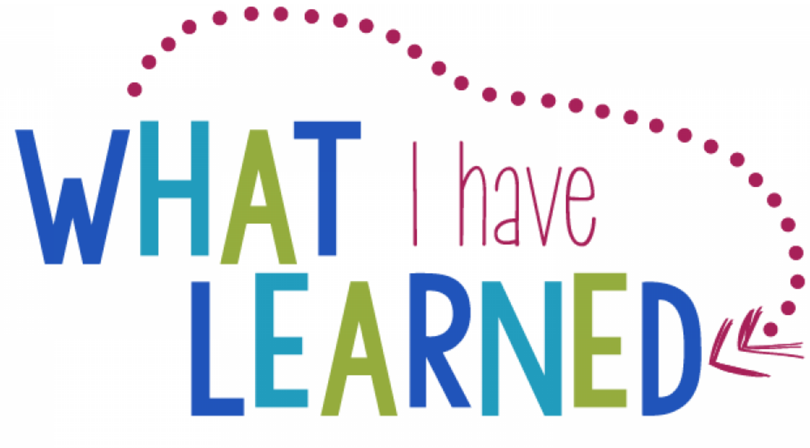
MÓDULO 2. CONJUNTOS, RELACIONES Y FUNCIONES

Profesor
Ing. Germán Domínguez

MODELO EDUCATIVO TEC 21

¿Qué aprendí la clase pasada?

- Compuertas lógicas
- Aplicación de lógica propocisional
- Aplicación de conjuntos



¿Qué voy a aprender?

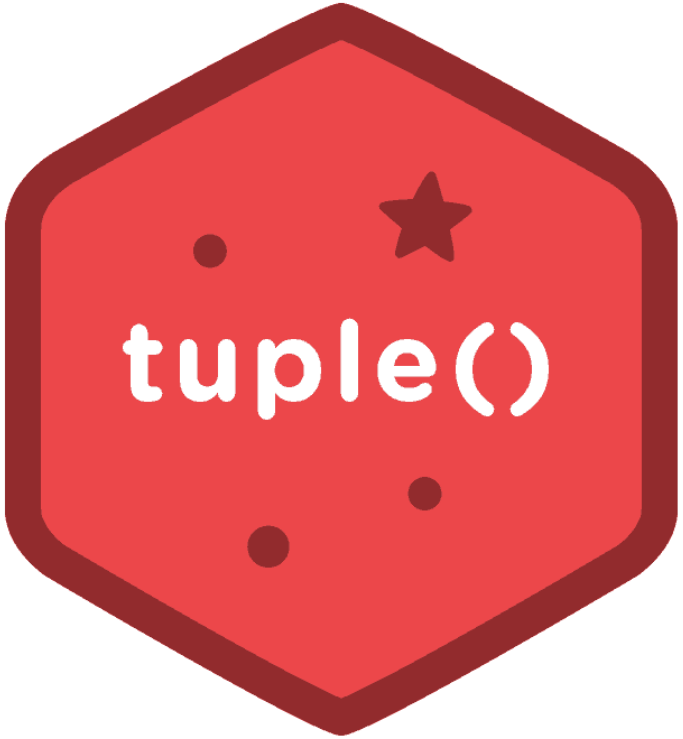
- Tupla
- Producto cartesiano
- Relación binaria
- Diagramas de flechas
- Relación reflexiva
- Relación simétrica
- Relación Antisimétrica
- Relacion Transitiva
- Relación de equivalencia
- Relación de orden parcial
- Relación de cerradura transitiva
- Partición de un conjunto

WHAT'S IN IT FOR ME

MODELO EDUCATIVO TEC21

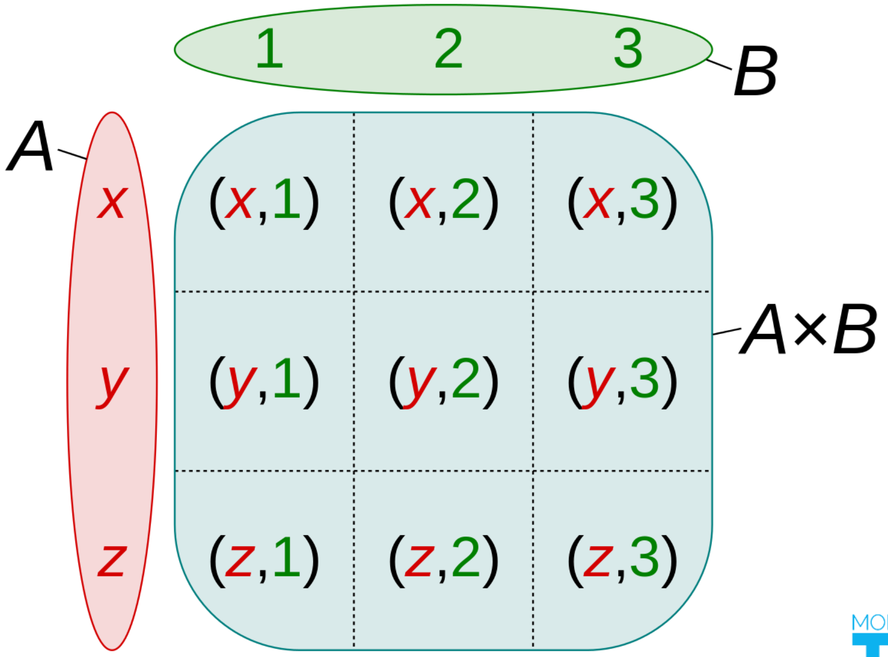
Tupla

- Una tupla es una estructura matemática de tamaño definido y donde el orden y la repetición importan.
- Ejemplo:
- (1, 2),(2, 3),(3, 5)



Producto cartesiano

- El **producto Cartesiano** es el conjunto de todos los posibles valores que se pueden formar a partir de la combinación de dos conjuntos, de la siguiente manera:
- $A \times B = \{(a, b) : a \in A, b \in B\}$



Relación Binaria

Una relación entre dos conjuntos A y B es cualquier conjunto R de tal manera que $R \subseteq A \times B$.

Si $(x, y) \in R$, x está relacionado con y por R.

Notacion Infija:

Muy frecuentemente usaremos

x **R** y

para indicar que

$(x, y) \in R$

Ejemplo:

El conjunto de alumnos presentes en el salón como A

El conjunto de sillas disponibles en el salón como B

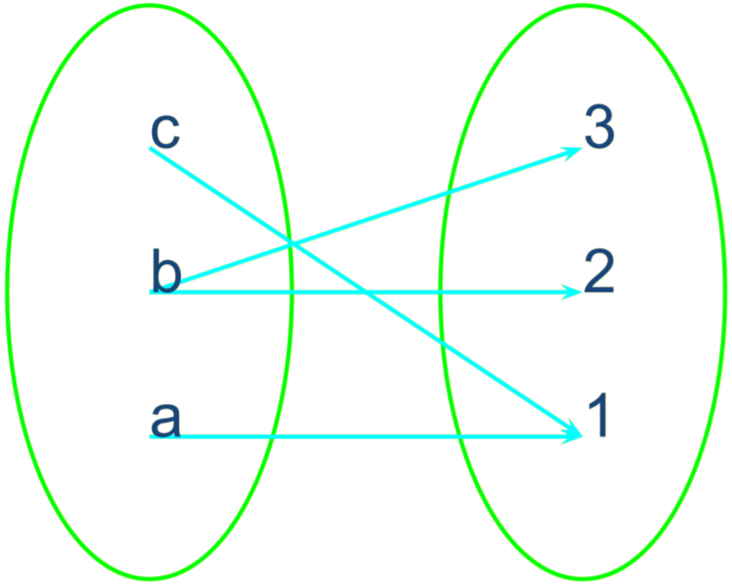
MODELO EDUCATIVO TEC 21

Ejemplo Relación Binaria

- Sean $A = \{ 1, 2 \}$ y $B = \{ 1, 2, 3 \}$.
- Definamos:
- $R = \{ (x, y) \in A \times B \mid (x - y) \text{ es impar} \}$
- Determine todos los elementos de R:
- $\mathbf{A \times B} = \{ (1,1),(1,2),(1,3),(2,1),(2,2)(2,3) \}$
- $\mathbf{R} = \{ (1,2),(2,1),(2,3) \}$

Diagrama de flechas

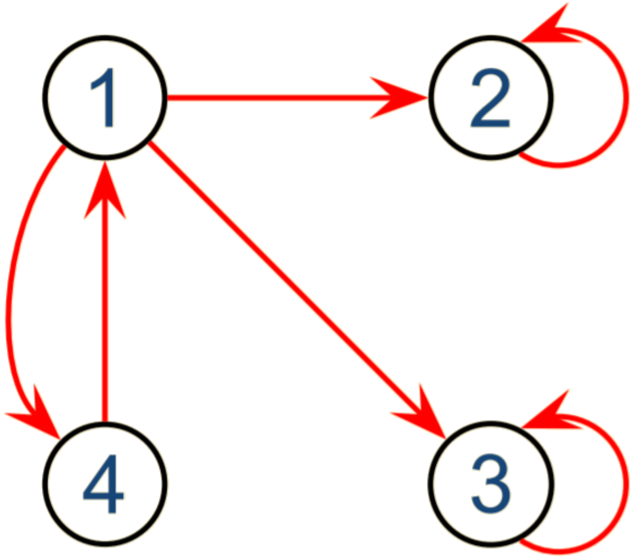
- Sean A = {a, b, c }, B = { 1, 2, 3 } y R la relación de A en B:
- R = { (a, 1),(b, 2),(b, 3),(c, 1) }



MODELO EDUCATIVO TEC21

Diagrama de flechas

- Si A = { 1, 2, 3, 4 } y R = {(1, 2),(1, 3),(1, 4),(2, 2),(3, 3),(4, 1) }
- El diagrama de flechas de las relaciones:



Cuantificadores

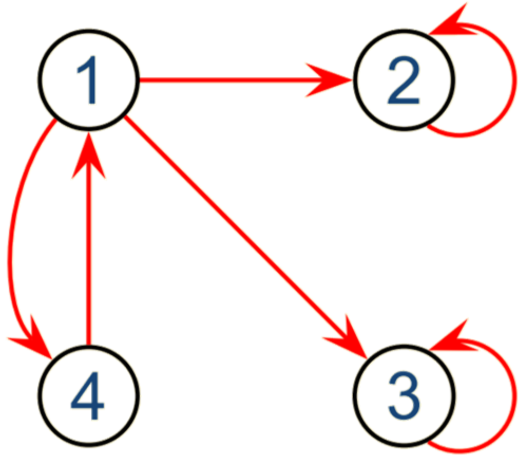
- ∀ que significa para todos
- ∃ que significa existe
- ∃! que significa existe un único

- Puedes agregarle negación frente a cada uno para cambiar el significado a lo contrario.
- ¿Qué significa la negación de cada uno de ellos?

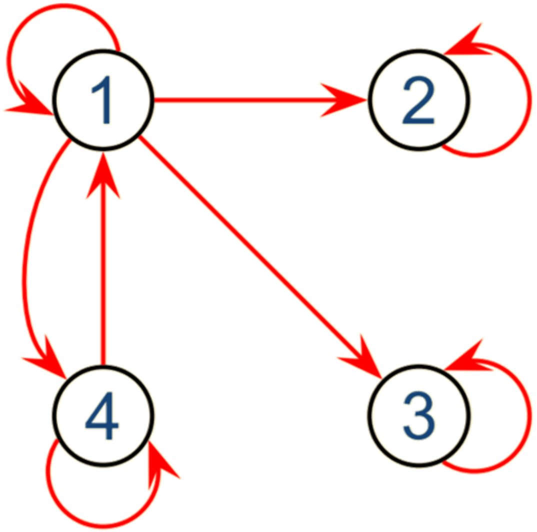
Relación Reflexiva

- Sean A un conjunto y R una relación. Se dice que:
- R es reflexiva si :
- $\forall x, (x \in A \rightarrow (x, x) \in R)$

Ejemplo de relación Reflexiva



Relación no Reflexiva



Relación Reflexiva

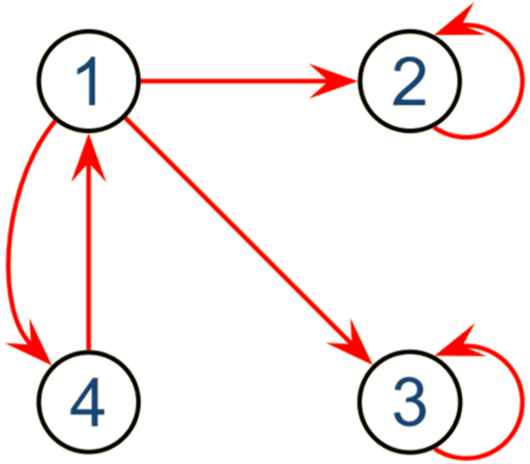
Cada nodo debe tener un cíclo.

MODELO EDUCATIVO TEC21

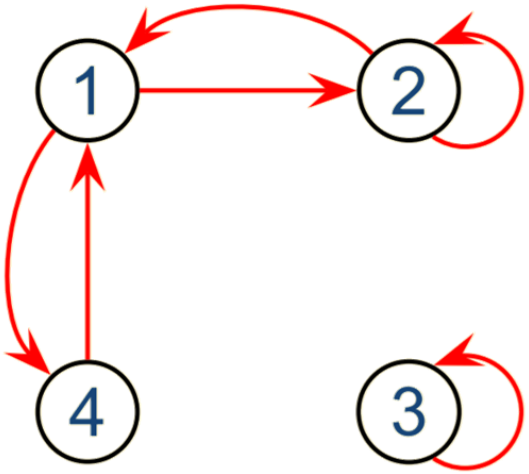
Relación simétrica

- Sean A un conjunto y R una relación. Se dice que:
- R es simétrica si:
- $\forall x, y, ((x, y) \in R \rightarrow (y, x) \in R)$
- Que no nos engañe la implicación: no dice que tengamos flechas de x a y para todo x y y: Dice que en caso de haber una flecha de x a y debemos de tener una de y a x en las relaciones simétricas.

Ejemplo de Relación simétrica



Relación no simétrica



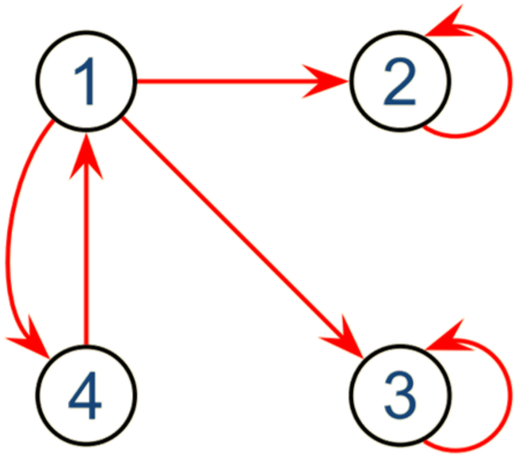
Relación Simétrica

Relación antisimétrica

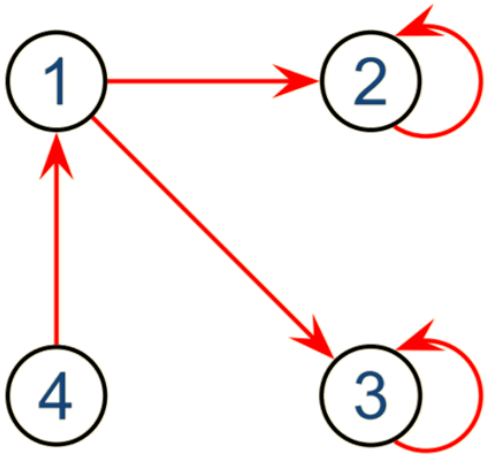
- Sean A un conjunto y R una relación. Se dice que:
- R es antisimétrica si:
- $\forall x, y, ((x, y) \in R \wedge (y, x) \in R \rightarrow x = y)$
- Cuando están las parejas (x, y) y (y, x) en la relación, es porque las parejas son (x, x).

MODELO EDUCATIVO TEC21

Ejemplo de relación antisimétrica



Relación no Antisimétrica

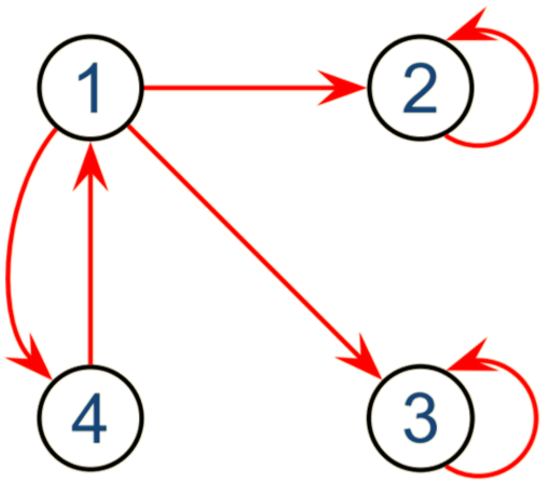


Relación Antisimétrica

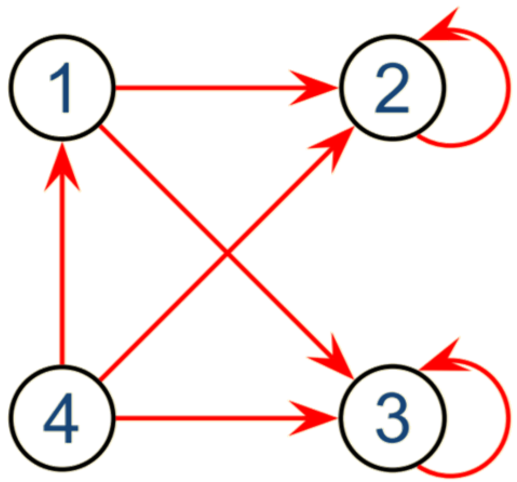
Relación Transitiva

- Sean A un conjunto y R una relación. Se dice que:
- R es transitiva si:
- $\forall x, y, z, ((x, y) \in R \wedge (y, z) \in R \rightarrow (x, z) \in R)$

Ejemplo de relación Transitiva



Relación no Transitiva

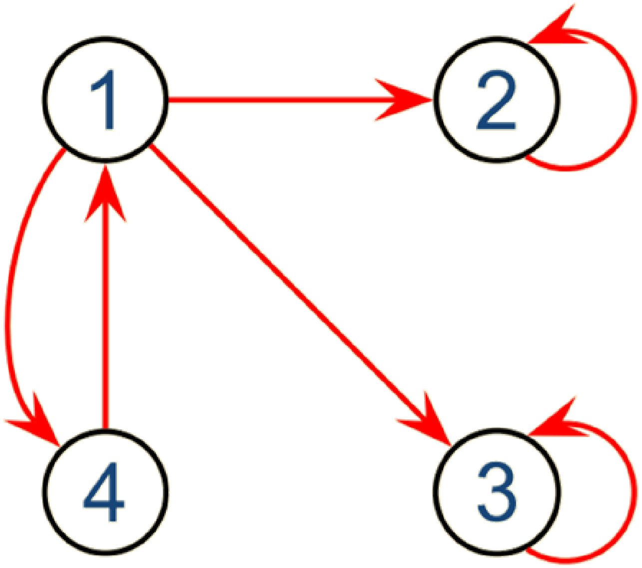


Relación Transitiva

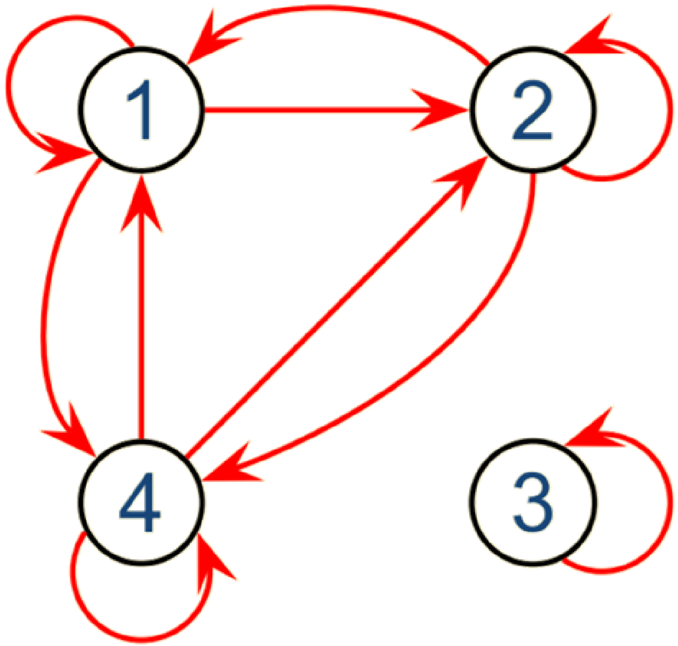
Relación de Equivalencia

- Sean A un conjunto y R una relación. Se dice que:
- R es una relación de equivalencia si:
- R es **reflexiva**, **simétrica y transitiva.**

Ejemplo relación de Equivalencia



Relación no de Equivalencia

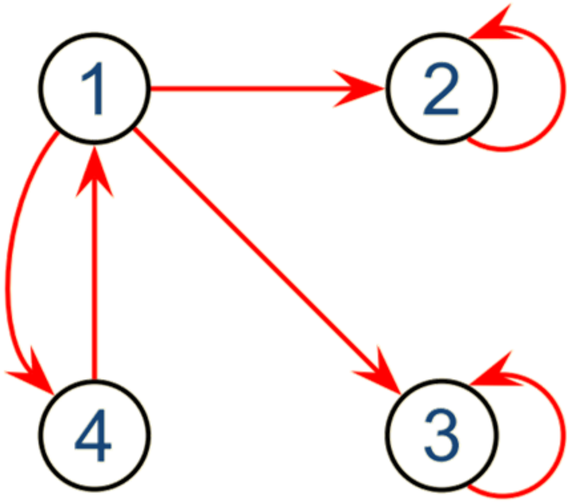


Relación de Equivalencia

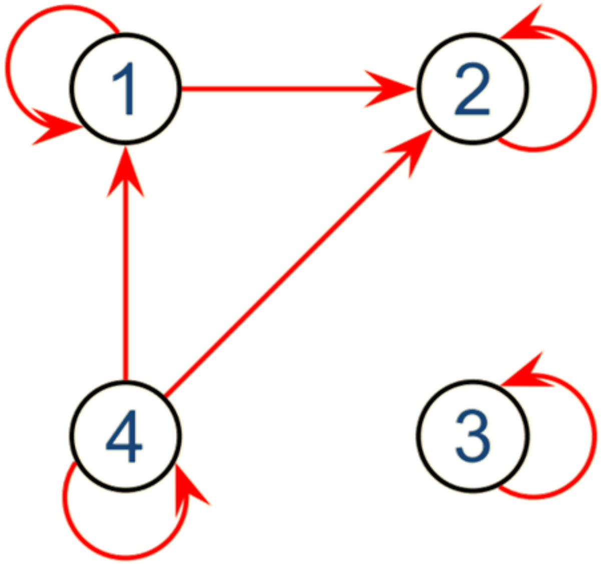
Relación de Orden Parcial

- Sean A un conjunto y R una relación. Se dice que:
- R es una relación de orden parcial si:
- R es **reflexiva, antisimétrica y transitiva**

Ejemplo relación de Orden Parcial



Relación que no es Orden Parcial

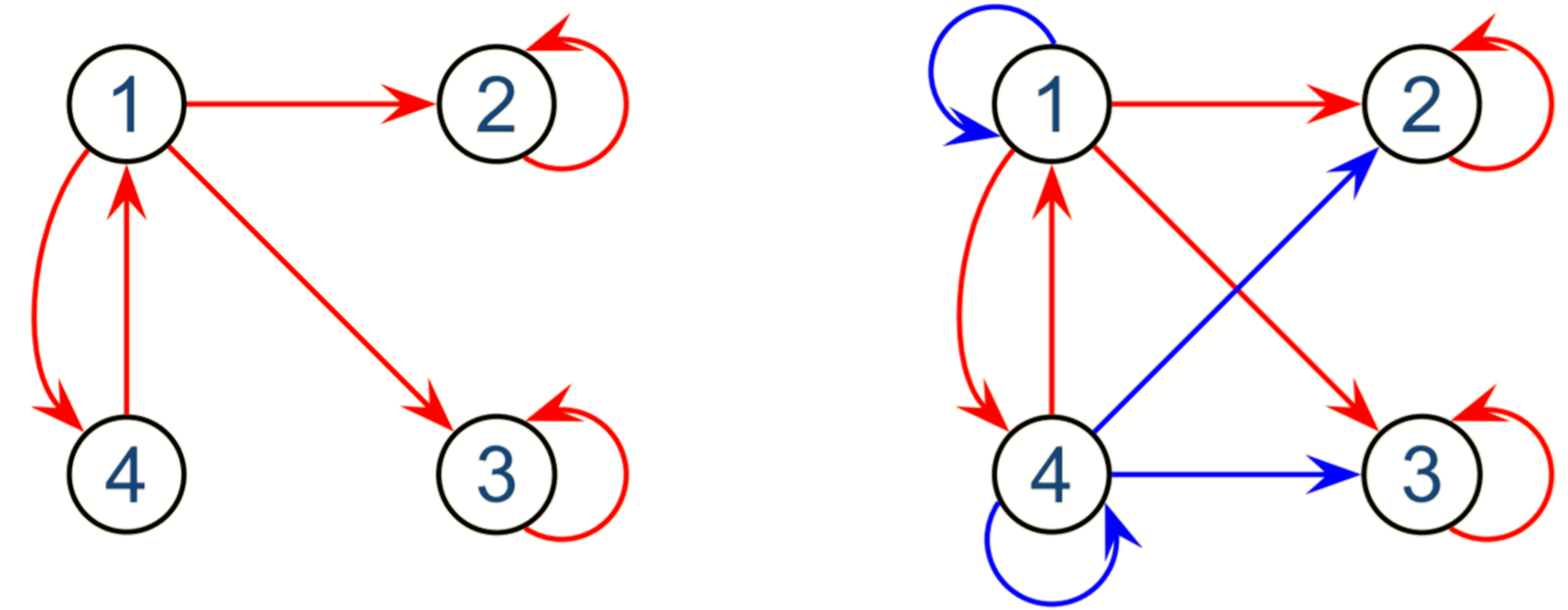


Relación de Orden Parcial

Relación de cerradura Transitiva

- La cerradura (closure en inglés) de A bajo la relación R (denotada por R[A]) es un conjunto del tamaño mínimo necesario para cumplir con la aplicación de R a cada elemento de A, y tal que $A \subseteq R[A]$ . . .
- ¿Cuál es la cerradura transitiva de
- A = {(2, 3),(3, 4),(1, 2),(3, 1),(1, 7),(7, 8)}?
- R[A] = {(2, 3),(3, 4),(1, 2),(3, 1),(1, 7),(7, 8), (2, 4),(2, 1),(1, 3),(1, 4),(1, 1),(3, 7), (3, 3),(1, 8),(2, 7),(2, 8),(3, 8),(3, 2),(2, 2)}

Ejemplo Cerradura Transitiva



Relación

Cerradura Transitiva

Partición de un Conjunto

- Una partición de A es cualquier conjunto Bi∈*I* de subconjuntos de A que:
- No están vacíos
- Son disjuntos entre sí
- La unión generalizada de ellos cubre totalmente a A
- Ejemplo:
- Una ***repartición*** de dulces a un conjunto de bolsas es justamente una partición del conjunto de dulces.

MODELO EDUCATIVO TEC21

Ejemplo Partición de un Conjunto

- Indica cuáles de las siguientes son particiones del conjunto:
- **{ 1, 3, { 5, 2 }, 4 }**
- 1. {Ø, { 1, 3, { 5, 2 }, 4}}
- 2. {{ 1 }, { 3, { 5, 2 }, 4}}
- 3. {{{ 1, 3 }}, { 5, 2 }, { 4 }}
- 4. {{ 1 }, { 3 }, {{ 5, 2 }}, { 4 }}

- Método rápido: Quitar llaves y comparar

MODELO EDUCATIVO TEC 21

Actividades

- Ejercicio 2.2 Relaciones de conjuntos

TIME TO WORK

Modelación de la ingeniería con matemática computacional

Profesor

Ing. Germán Domínguez