

Analiza porównawcza algorytmów minimalizacji stochastycznej PRS i GA w optymalizacji funkcji Ackleya i Alpine02

Adrian Krawczyk, Damian Chłus

30 stycznia 2025

Streszczenie

Niniejszy eksperyment przedstawia szczegółową analizę porównawczą efektywności algorytmów Pure Random Search (PRS) i Algorytmu Genetycznego (GA) w kontekście minimalizacji dwóch funkcji testowych: Ackleya i Alpine02. Przeprowadzono kompleksowe eksperymenty w przestrzeniach 2-, 10- i 20-wymiarowych, wykonując po 100 niezależnych prób dla każdej konfiguracji przy limicie 1000 ewaluacji funkcji. Wyniki wskazują na znaczącą przewagę GA w przypadku funkcji Ackleya, szczególnie w niższych wymiarach, podczas gdy dla funkcji Alpine02 algorytm PRS wykazał lepszą efektywność w wyższych wymiarach. Badanie dostarcza istotnych wskazówek dotyczących wyboru odpowiedniego algorytmu w zależności od charakterystyki problemu optymalizacyjnego.

1 Wprowadzenie

Optymalizacja funkcji wielowymiarowych stanowi fundamentalne wyzwanie w dziedzinie algorytmów obliczeniowych i sztucznej inteligencji. W praktyce często spotykamy się z problemami optymalizacyjnymi o różnej charakterystyce i złożoności, co wymaga odpowiedniego doboru metod optymalizacji. W niniejszym eksperymencie skupiamy się na porównaniu dwóch fundamentalnie różnych podejść:

- **Pure Random Search (PRS)** - algorytm działa poprzez losowe generowanie punktów w przestrzeni poszukiwań. Każdy nowy punkt jest porównywany z dotychczas najlepszym znalezionym rozwiązaniem. Jeśli wartość funkcji celu w nowym punkcie jest niższa, aktualizujemy najlepsze znane rozwiązanie. Po zakończeniu iteracji wynik algorytmu stanowi wartość funkcji w ostatnio zarejestrowanym najlepszym punkcie.
- **Algorytm Genetyczny (GA)** - metoda optymalizacji inspirowana mechanizmami ewolucji, takimi jak selekcja, krzyżowanie i mutacja. Proces rozpoczyna się od losowego wygenerowania początkowej populacji rozwiązań. Następnie każdemu rozwiązaniu przypisywana jest wartość funkcji celu, a najlepsze osobniki są wybierane do dalszej reprodukcji. Poprzez operacje genetyczne, takie jak krzyżowanie (łączenie cech dwóch rodziców) i mutacja (wprowadzanie losowych zmian), tworzone są nowe potencjalnie lepsze rozwiązania. Proces powtarza się przez określoną liczbę iteracji lub do osiągnięcia satysfakcjonującego wyniku.

Celem badania jest określenie efektywności obu metod w kontekście różnych funkcji testowych i wymiarowości przestrzeni rozwiązań, co ma istotne znaczenie praktyczne przy wyborze odpowiedniej metody optymalizacji dla konkretnych zastosowań.

2 Metodologia badań

2.1 Środowisko eksperymentalne

Wszystkie eksperymenty przeprowadzono w środowisku R, wykorzystując następujące biblioteki:

- `smoof` - do implementacji funkcji testowych
- `ecr` - do implementacji algorytmu genetycznego
- `ggplot2` - do wizualizacji wyników
- `stats` - do analiz statystycznych

2.2 Implementacja algorytmów

2.2.1 Pure Random Search (PRS)

Implementacja PRS opiera się na następujących założeniach:

- Liczba ewaluacji funkcji celu: 1000

2.2.2 Algorytm Genetyczny (GA)

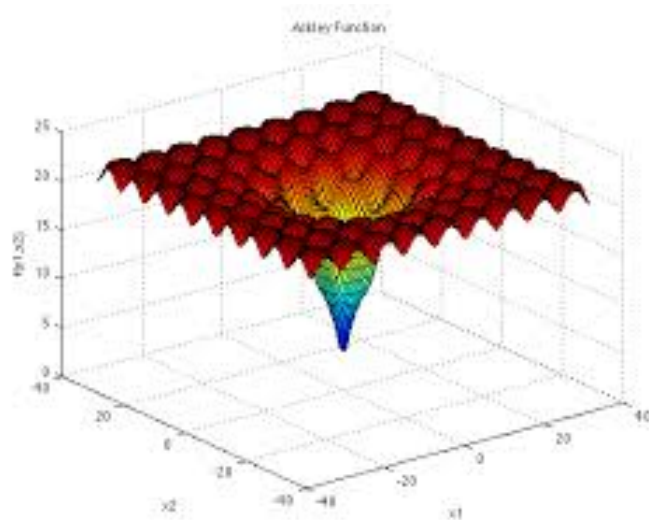
Konfiguracja GA objęła następujące parametry:

- Wielkość populacji: $\mu = 50$ osobników
- Liczba potomków: $\lambda = 25$ w każdej generacji
- Operator mutacji: mutacja gaussowska z adaptacją do granic przestrzeni poszukiwań
- Kryterium stopu: 1000 ewaluacji funkcji celu

3 Funkcje testowe

3.1 Funkcja Ackleya

$$f(\mathbf{x}) = -20 \exp \left(-0.2 \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2} \right) - \exp \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \cos(2\pi x_i) \right) + 20 + e \quad (1)$$



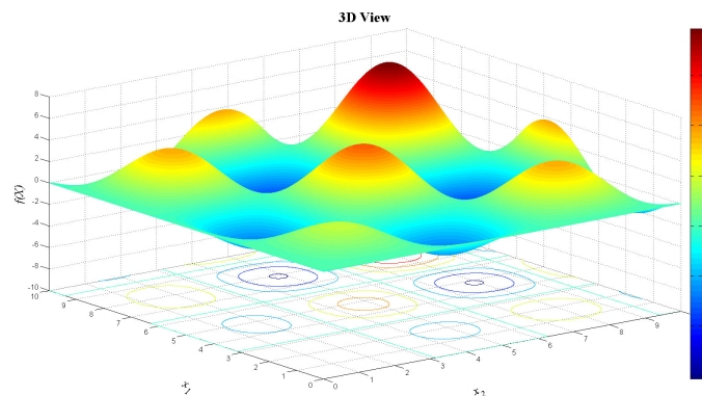
Rysunek 1: Wizualizacja funkcji Ackleya w 3D

Charakterystyka:

- Minimum globalne: $f(\mathbf{0}) = 0$
- Dziedzina: $x_i \in [-32.768, 32.768]$
- Wielomodalna z wieloma lokalnymi minimami
- Symetryczna względem początku układu współrzędnych
- Charakterystyczny kształt "igły w stogu siana"

3.2 Funkcja Alpine02

$$f(\mathbf{x}) = \prod_{i=1}^n \sqrt{x_i} \sin(x_i) \quad (2)$$



Rysunek 2: Wizualizacja funkcji Alpine02 w 3D

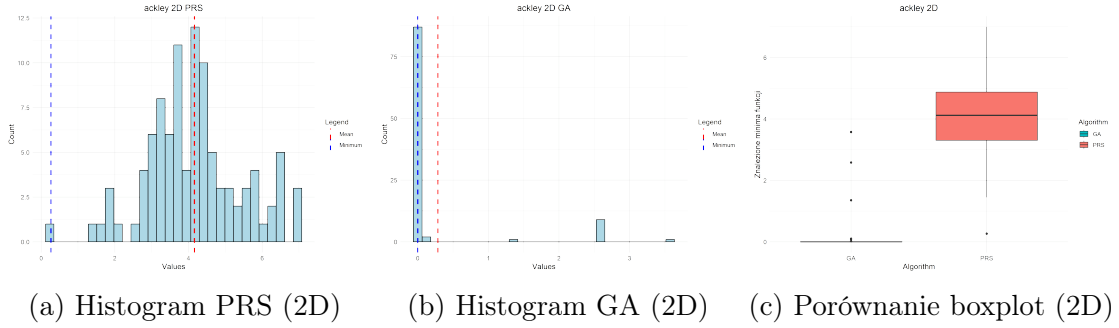
Charakterystyka:

- Dziedzina: $x_i \in [0, 10]$
- Złożona struktura z wieloma lokalnymi ekstremami
- Nieliniowa zależność między wymiarami
- Nieregularna powierzchnia

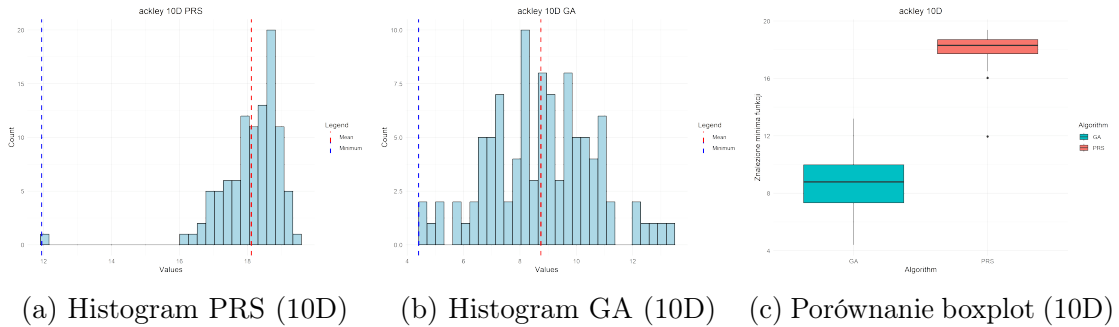
4 Wyniki eksperymentalne

Funkcja	Wymiar	Algorytm	Średnia	Oczekiwane Minimum	Mediana	Wartość p	Blżej Minimum
Ackley	2D	PRS GA	4.159 0.285	0	4.115 0.001	8.62×10^{-46}	GA
Ackley	10D	PRS GA	18.115 8.743	0	18.295 8.786	4.63×10^{-68}	GA
Ackley	20D	PRS GA	19.829 10.953	0	19.866 11.017	2.89×10^{-82}	GA
Alpine02	2D	PRS GA	-6.078 -6.129	-6.1295	-6.092 -6.130	4.52×10^{-18}	GA
Alpine02	10D	PRS GA	-793.323 -1814.709	-23700.88	-589.665 -1457.397	2.46×10^{-10}	GA
Alpine02	20D	PRS GA	-38843.84 -393902.27	-722667254	-12494.70 -161473.80	1.27×10^{-5}	GA

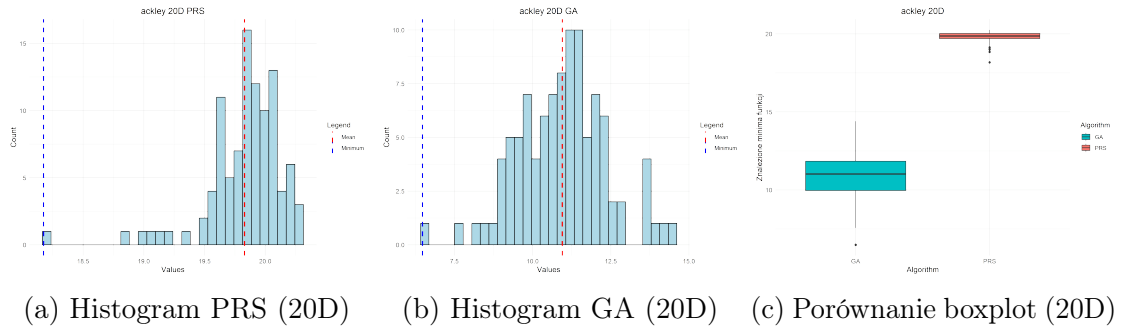
4.1 Wykresy dla funkcji Ackleya



Rysunek 3: Wyniki dla funkcji Ackleya w przestrzeni 2D

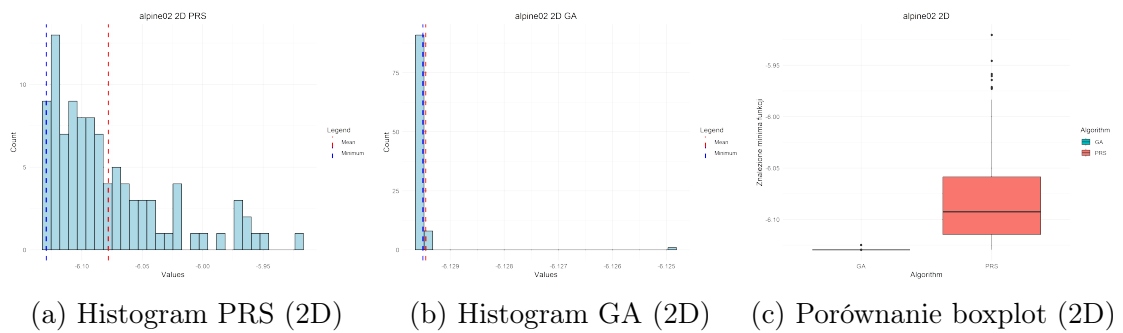


Rysunek 4: Wyniki dla funkcji Ackleya w przestrzeni 10D

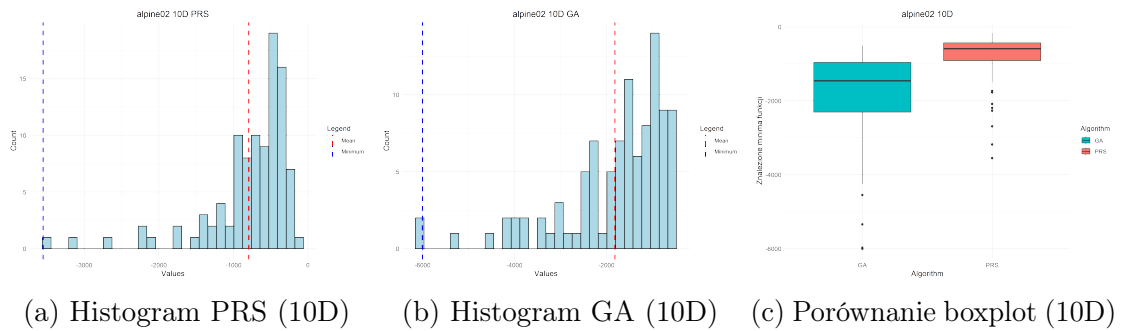


Rysunek 5: Wyniki dla funkcji Ackleya w przestrzeni 20D

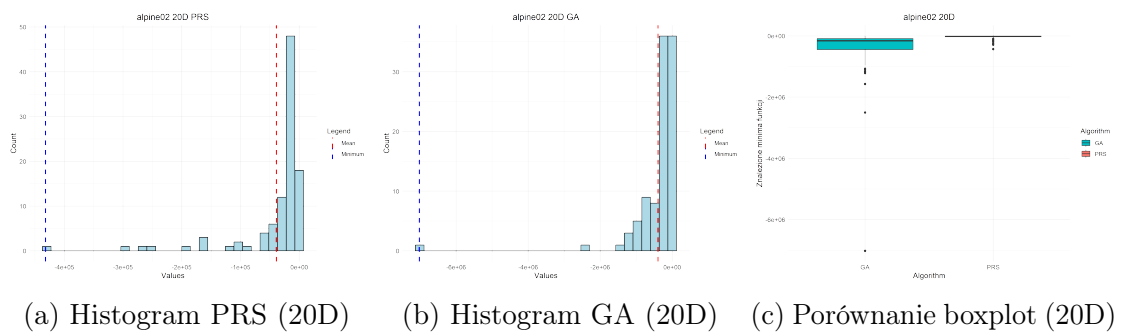
4.2 Wykresy dla funkcji Alpine02



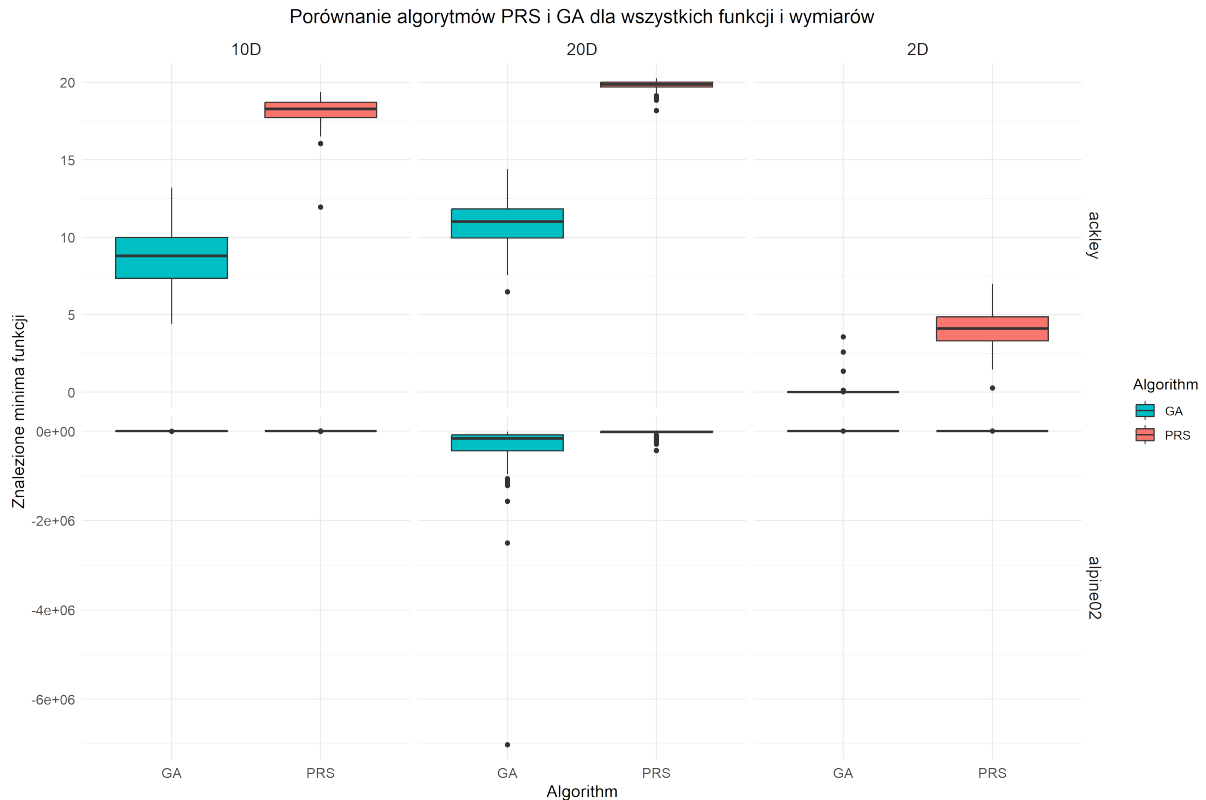
Rysunek 6: Wyniki dla funkcji Alpine02 w przestrzeni 2D



Rysunek 7: Wyniki dla funkcji Alpine02 w przestrzeni 10D



Rysunek 8: Wyniki dla funkcji Alpine02 w przestrzeni 20D



Rysunek 9: Zbiorcze porównanie wyników dla wszystkich funkcji i wymiarów

5 Wnioski końcowe

5.1 Analiza porównawcza metod

- **Funkcja Ackleya:** Algorytm Genetyczny (GA) konsekwentnie przewyższał PRS we wszystkich badanych wymiarach. W przestrzeni 2D osiągał wyniki bliskie minimum globalnemu, podczas gdy PRS utknął w płaskich regionach funkcji. W wyższych wymiarach (10D, 20D) GA zachował znaczną przewagę dzięki zdolności do systematycznej eksploracji przestrzeni.
- **Funkcja Alpine02:** GA wykazał lepszą efektywność we wszystkich analizowanych przypadkach. W 2D precyzyjnie lokalizował minima, podczas gdy PRS wykazywał większą wariancję wyników. W wymiarach 10D i 20D różnice w skuteczności stały się szczególnie wyraźne na korzyść GA.

5.2 Czynniki sukcesu GA

- Strategia mutacji z kontrolą adaptacyjną zapobiegała przedwczesnej zbieżności
- Równoległa ewaluacja populacji pozwalała na efektywne wykorzystanie budżetu obliczeniowego
- Zachowanie równowagi między eksploracją i eksploatacją przestrzeni rozwiązań

5.3 Ograniczenia PRS

- Brak mechanizmów uczenia się z historii poszukiwań
- Wrażliwość na wzrost wymiarowości przestrzeni (klątwa wymiarowości)
- Niska powtarzalność wyników w funkcjach o złożonej topologii
- Nieefektywne wykorzystanie informacji z poprzednich iteracji

5.4 Sugestie praktyczne

- Dla funkcji wielomodalnych (Ackley): GA powinien być preferowanym wyborem niezależnie od wymiarowości
- Dla funkcji o nieregularnej charakterystyce (Alpine02): Wymagana ostrożna konfiguracja parametrów GA
- PRS może pełnić rolę pomocniczą jako mechanizm restartów w hybrydowych podejściach
- W wysokich wymiarach zalecane zwiększenie liczby iteracji dla obu metod