Matematica Discreta - Ammissione all'orale: Appello 4
(Prof. F. Brenti)

Domanda 1 Siano A, B, C insiemi. Allora l'identità

$$(A \setminus B) \cap C = (A \cap C) \setminus B$$

(a) è sempre vera
(b) è sempre falsa
(c) è vera se e solo se $B \subseteq C$
(d) è vera se e solo se $B \cap C = \emptyset$
(e) Nessuna di queste

Domanda 2 Siano $f, g : [5] \to [5]$ le funzioni definite ponendo

$$f(1) = 3, f(2) = 4, f(3) = 5, f(4) = 1, f(5) = 3$$

e

$$g(1) = 1, g(2) = 2, g(3) = 5, g(4) = 3, g(5) = 4.$$

Allora:

(a) $f \circ g$ è iniettiva, $g \circ f$ è suriettiva, e $g \circ f$ è iniettiva
(b) $f \circ g$ è iniettiva, $g \circ f$ non è suriettiva, e $g \circ f$ non è iniettiva
(c) $f \circ g$ non è iniettiva, $g \circ f$ è suriettiva, e $g \circ f$ è iniettiva
(d) $f \circ g$ non è iniettiva, $g \circ f$ non è suriettiva, e $g \circ f$ non è iniettiva
(e) Nessuna di queste

Domanda 3 Consideriamo l'affermazione:

"Tutti i laureati in Informatica trovano lavoro"

Allora una affermazione logicamente equivalente alla sua negazione logica è:

(a) Tutti i laureati in Informatica non trovano lavoro

(b) Tutte le persone che trovano lavoro non sono laureate in Informatica

(c) Esiste un laureato in Informatica che non trova lavoro

(d) Esiste una persona non laureata in Informatica che trova lavoro

(e) Nessuna di queste

Domanda 4 Consideriamo l'affermazione:

Presi comunque $n, k \in \mathbb{Z}$, se n e k sono coprimi allora $n^{\Phi(k)} \equiv 1 \pmod{n}$

Consideriamo i predicati

$$C(x, y) := x \text{ e } y \text{ sono coprimi}$$

e

$$E(x, y) := \ x^{\Phi(y)} \text{ è congruo ad 1 modulo } x$$

(dove x e y sono nell'universo degli interi). Allora un predicato logicamente equivalente a questa affermazione è:

(a) $\forall n.\forall k.((\neg C(n, k)) \vee (\neg E(n, k)))$

(b) $\forall n.\forall k.((C(n, k)) \vee (\neg E(n, k)))$

(c) $\forall n.\forall k.(C(n, k) \vee E(n, k))$

(d) $\forall n.\forall k.((\neg C(n, k)) \vee E(n, k))$

(e) Nessuna di queste

Domanda 5 Sia $n \in \mathbb{P}$ e sia $n = a_k a_{k-1} \cdots a_0$ la sua espressione in base 7 (quindi, $n = a_k 7^k + a_{k-1} 7^{k-1} + \cdots + a_1 7 + a_0$ con $0 \leq a_k, \ldots, a_0 \leq 6$). Allora è sempre vero che:

(a) $3|n$ se e solo se $3|a_0$

(b) $3|n$ se e solo se $3|(a_k + \cdots + a_0)$

(c) $3|n$ se e solo se $3|(a_0 - a_1 + a_2 - a_3 + \cdots + (-1)^k a_k)$

(d) $3|n$ se e solo se $3|a_k$

(e) Nessuna di queste

Domanda 6 Consideriamo l'equazione Diofantea lineare a due incognite:

$$124\,x + 362\,y = 12. \tag{1}$$

Allora:

(a) L'equazione non ha soluzioni

(b) L'equazione ha soluzioni e se $x, y \in \mathbb{Z}$ sono soluzioni di (1) allora è sempre vero che $x \equiv 0 \pmod 3$ e $y \equiv 0 \pmod 2$

(c) L'equazione ha soluzioni e se $x, y \in \mathbb{Z}$ sono soluzioni di (1) allora è sempre vero che $x \equiv 1 \pmod 3$ e $y \equiv 0 \pmod 2$

(d) L'equazione ha soluzioni e se $x, y \in \mathbb{Z}$ sono soluzioni di (1) allora è sempre vero che $x \equiv 2 \pmod 3$ e $y \equiv 1 \pmod 2$

(e) Nessuna di queste

Domanda 7 Quanti codici PIN di 5 cifre ci sono che usano solo le cifre $0, 3, 4, 7$?

(a) $5!$

(b) 4^5

(c) 5^4

(d) $\binom{14}{3,4,7}$

(e) Nessuna di queste

Domanda 8 La cardinalità di

$$\{i \in [10000] : 6|i \text{ oppure } 7|i\}$$

è:

(a) 1892

(b) 2856

(c) 3624

(d) 2486

(e) Nessuna di queste

Domanda 9 Siano $f, g, h : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ le funzioni definite ponendo:

$$f(n) := \frac{2 + cos(n)}{n^2} \qquad g(n) := \frac{1}{n^2} \qquad h(n) := 5$$

per ogni $n \in \mathbb{N}$ (quindi, h è una funzione costante). Allora:

(a) $g \approx f$, e $h = \Omega(f)$

(b) $g = o(f)$, e $h = O(f)$

(c) $g = o(f)$, e $h = \Omega(f)$

(d) $g \not\approx f$, e $h = O(f)$

(e) Nessuna di queste

Domanda 10 La somma

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{8k^3 + 1}{2k^4 + k}$$

è asintoticamente equivalente a:

(a) $4\ln(n)$

(b) $\ln(n)$

(c) n

(d) $\frac{4}{n}$

(e) Nessuna di queste

Domanda 11 Sia R la rete di comunicazione rappresentata graficamente nella pagina seguente, dove $\{i_1, i_2, i_3\}$ sono i nodi di input, $\{o_1, o_2, o_3\}$ sono i nodi di output, e tutti i lati sono bidirezionali (quindi, possono essere traversati in entrambe le direzioni). Allora la congestione del problema di smistamento $\pi = 321$ è:

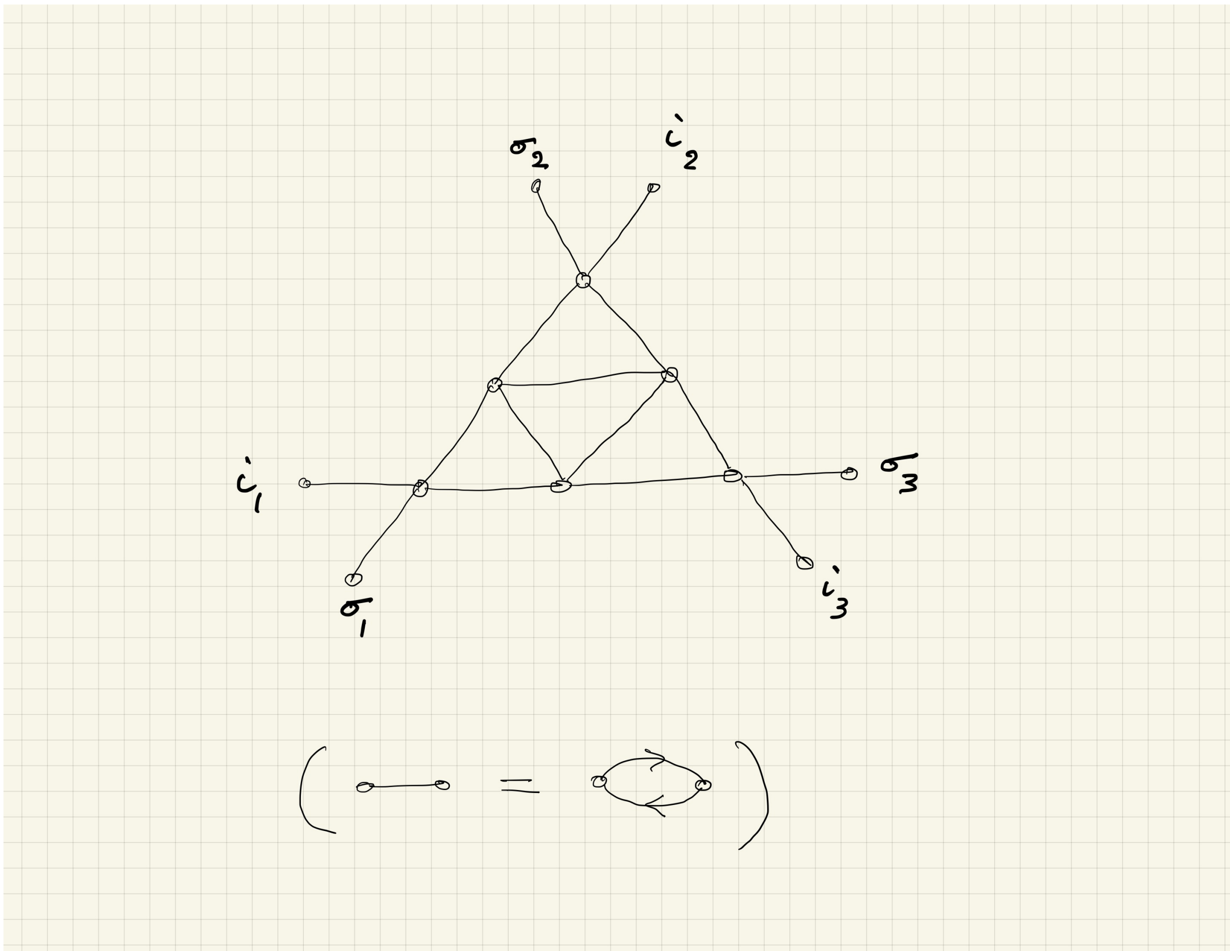
(a) 0

(b) 1

(c) 2

(d) 3

(e) ≥ 4



Domanda 12 Siano G, H, e K i grafi rappresentati graficamente nella pagina seguente. Allora:

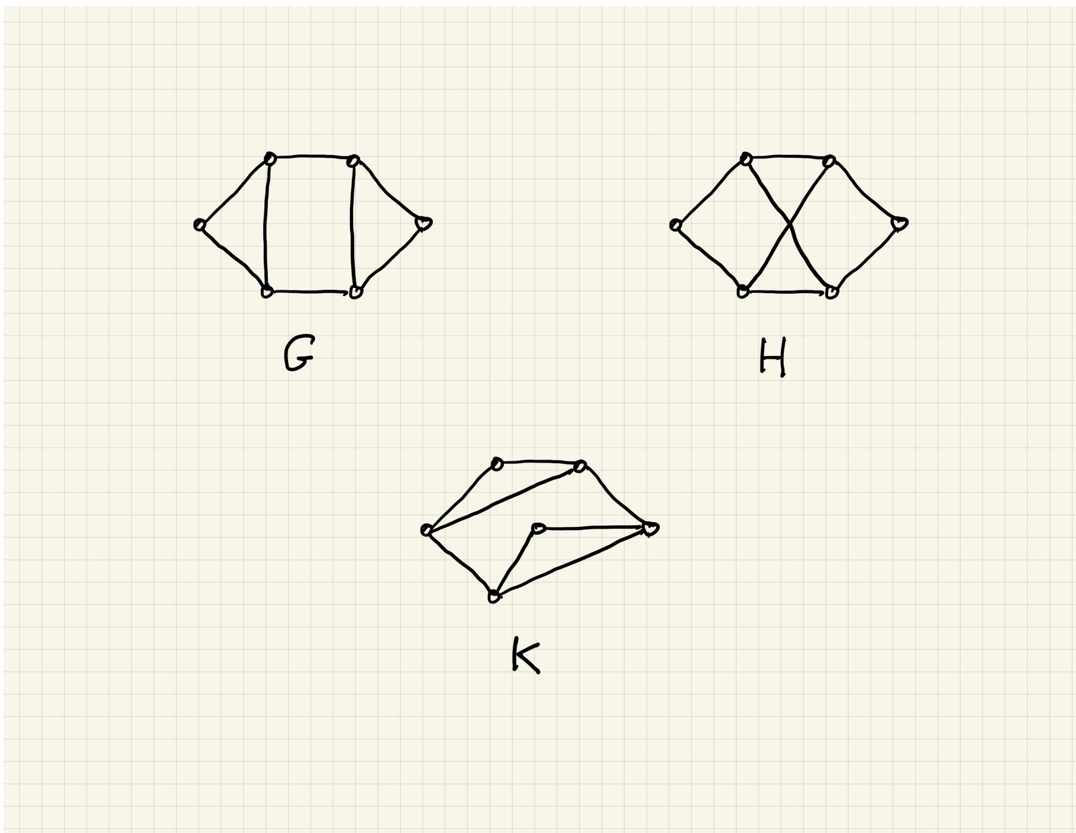
(a) G e H sono isomorfi, e H e K non sono isomorfi

(b) G e H sono isomorfi, e H e K sono isomorfi

(c) G e H non sono isomorfi, e H e K non sono isomorfi

(d) G e H non sono isomorfi, e G e K sono isomorfi

(e) Nessuna di queste


G
H
K