

**Matematica Discreta - Ammissione all'orale: Appello 3**  
(Prof. F. Brenti)

**Domanda 1** Sia  $R$  la relazione su  $[5]$  definita ponendo

$$R = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (5, 5), (1, 2), (1, 3), (2, 4), (4, 5), (2, 5), (4, 1)\}.$$

Allora:

- (a)  $R$  è una relazione di equivalenza
- (b)  $R$  è riflessiva,  $R$  non è simmetrica, e  $R$  è transitiva
- (c)  $R$  non è riflessiva,  $R$  è simmetrica, e  $R$  è transitiva
- (d)  $R$  non è riflessiva,  $R$  è simmetrica, e  $R$  non è transitiva
- (e) Nessuna di queste

**Domanda 2** Sia  $f \in S_9$  definita ponendo

$$f = 3\ 2\ 1\ 9\ 8\ 7\ 6\ 5\ 4.$$

Allora l'inversa di  $f$  è:

- (a) 456789123
- (b) 789123456
- (c) 654321987
- (d) 321987654
- (e) Nessuna di queste

**Domanda 3** Sia  $P(x)$  un predicato. Consideriamo il predicato:

$$\forall x.(\neg P(x))$$

Allora un predicato logicamente equivalente alla sua negazione logica è:

- (a)  $\exists x.(P(x))$
- (b)  $\neg(\forall x.(P(x)))$

- (c)  $\exists x.(\neg P(x))$
- (d)  $\forall x.(P(x))$
- (e) Nessuna di queste

**Domanda 4** Siano  $p, q$  proposizioni. Consideriamo la proposizione composta:

$$\neg(p \rightarrow (\neg q))$$

Allora una proposizione composta logicamente equivalente è:

- (a)  $p \wedge q$
- (b)  $p \wedge (\neg q)$
- (c)  $(\neg p) \wedge q$
- (d)  $(\neg p) \wedge (\neg q)$
- (e) Nessuna di queste

**Domanda 5** L'inversa moltiplicativa di

$$[135]_{472}$$

- (a) non esiste
- (b) esiste ma non è unica
- (c) è della forma  $[a]_{472}$  dove  $a \equiv 1 \pmod{5}$
- (d) è della forma  $[a]_{472}$  dove  $a \equiv 4 \pmod{5}$
- (e) Nessuna di queste

**Domanda 6** State comunicando con il codice RSA. Avete due interlocutori:  $A$  e  $B$ . Le chiavi pubbliche sono  $n = 2257$  ed  $e = 149$  ( $A$ ), e  $n = 1691$  ed  $e = 97$  ( $B$ ). Le vostre chiavi sono:  $n = 4399$ ,  $e = 207$  (pubbliche) e  $d = 103$  (privata). Volete spedire il messaggio 82 ad  $A$ . Per codificarlo dovete calcolare:

- (a)  $[82^{149}]_{4399}$
- (b)  $[82^{207}]_{4399}$
- (c)  $[82^{103}]_{2257}$
- (d)  $[82^{207}]_{2257}$
- (e) Nessuna di queste

**Domanda 7** Il numero di sottoinsiemi  $S \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$  tali che  $2 \in S$  oppure  $5 \in S$  oppure  $6 \notin S$  è:

- (a) 160
- (b) 56
- (c) 96
- (d) 128
- (e) Nessuna di queste

**Domanda 8** Quanti multisinsiemi di cardinalità 23 su  $[5]$  ci sono?

- (a) 45893
- (b) 8642
- (c) 17550
- (d) 124432
- (e) Nessuna di queste

**Domanda 9** La somma

$$\sum_{k=1}^n (3k^2 - 2k)$$

è asintoticamente equivalente a:

- (a)  $n^3 - 1$
- (b)  $\frac{1}{3}n^3$
- (c)  $3^n - 1$
- (d)  $\ln(n^3)$
- (e) Nessuna di queste

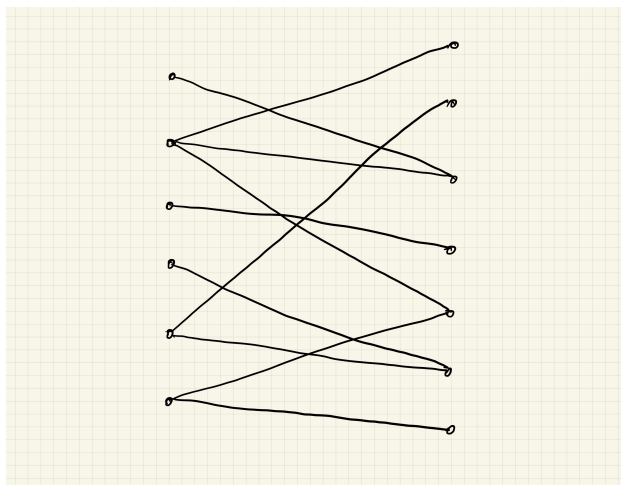
**Domanda 10** Consideriamo le seguenti righe di codice Python:

```
for i in range(1,n+1):
    for j in range(i,n**2+1):
        (...)
```

Sia  $f(n)$  il numero di volte che viene ripetuto il codice (...). Allora  $f(n)$  è asintoticamente equivalente a:

- (a)  $\frac{1}{3}n^3$
- (b)  $\frac{n^3-1}{n-1}$
- (c)  $3^n$
- (d)  $n^3$
- (e) Nessuna di queste

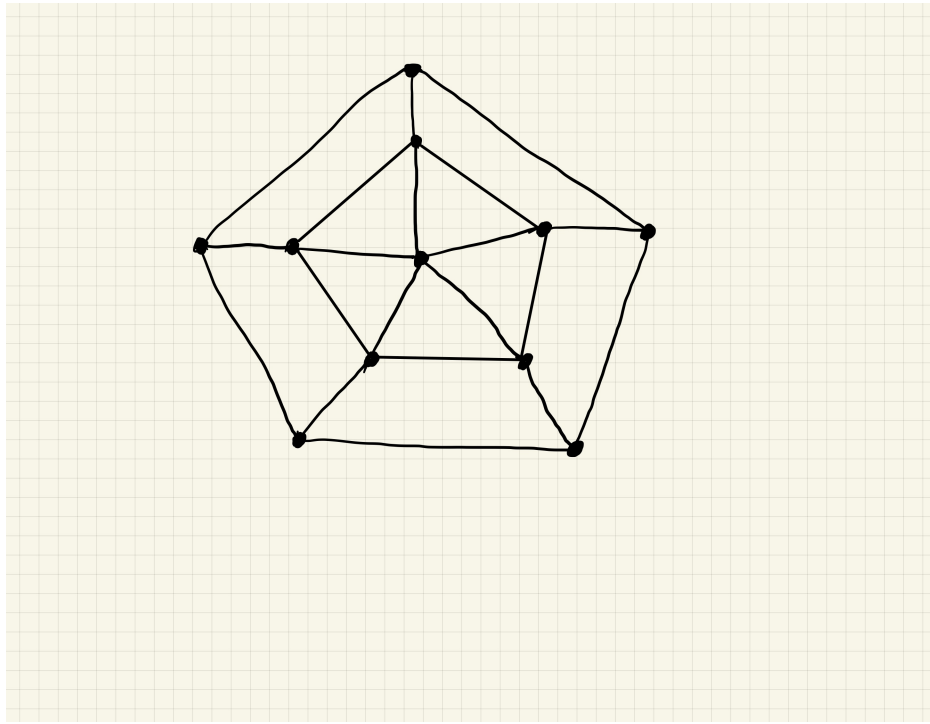
**Domanda 11** Sia  $G$  il grafo rappresentato graficamente qui di sotto:



Sia  $A$  l'insieme dei vertici a sinistra e  $B$  l'insieme dei vertici a destra. Allora:

- (a)  $G$  non è bipartito
- (b)  $G$  è bipartito, esiste un accoppiamento da  $A$  in  $B$ , e non esiste un accoppiamento da  $B$  in  $A$
- (c)  $G$  è bipartito, esiste un accoppiamento da  $B$  in  $A$ , e non esiste un accoppiamento da  $A$  in  $B$
- (d)  $G$  è bipartito, non esiste un accoppiamento da  $A$  in  $B$ , e non esiste un accoppiamento da  $B$  in  $A$
- (e) Nessuno di questi

**Domanda 12** Sia  $G$  il grafo rappresentato graficamente qui sopra. Allora il numero cromatico di  $G$  è:



- (a) 2
- (b) 3
- (c) 4
- (d) 5
- (e)  $\geq 6$