

## Matematica Discreta - Esame Scritto: Appello 3

**Domanda 1** Sia  $A$  l'insieme delle funzioni  $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}_{>0}$ . Poniamo una relazione  $R$  su  $A$  ponendo

$$f R g \iff f = \Omega(g)$$

per ogni  $f, g \in A$ . Allora:

- (a)  $R$  è riflessiva,  $R$  è simmetrica, e  $R$  è transitiva
- (b)  $R$  è riflessiva,  $R$  non è simmetrica, e  $R$  è transitiva
- (c)  $R$  non è riflessiva,  $R$  è simmetrica, e  $R$  è transitiva
- (d)  $R$  non è riflessiva,  $R$  è simmetrica, e  $R$  non è transitiva
- (e) Nessuna di queste

**Domanda 2** Siano  $f, g : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$  le funzioni definite ponendo

$$f(i) := \begin{cases} i^3, & \text{se } i \geq 0, \\ -i, & \text{se } i < 0, \end{cases}$$

e

$$g(i) := \begin{cases} i/2, & \text{se } i \equiv 0 \pmod{2}, \\ 3i + 1, & \text{se } i \equiv 1 \pmod{2}, \end{cases}$$

per tutti gli  $i \in \mathbb{Z}$ . Allora:

- (a)  $f \circ g$  è iniettiva,  $g \circ f$  è suriettiva, e  $g \circ f$  è iniettiva
- (b)  $f \circ g$  è iniettiva,  $g \circ f$  non è suriettiva, e  $g \circ f$  non è iniettiva
- (c)  $f \circ g$  non è iniettiva,  $g \circ f$  è suriettiva, e  $g \circ f$  è iniettiva
- (d)  $f \circ g$  non è iniettiva,  $g \circ f$  non è suriettiva, e  $g \circ f$  non è iniettiva
- (e) Nessuna di queste

**Domanda 3** Siano  $p, q, r$  proposizioni. Quale delle seguenti proposizioni composte è sempre vera? (C'è una sola risposta corretta)

- (a)  $\neg(p \vee (\neg q)) \leftrightarrow ((\neg p) \wedge q)$
- (b)  $\neg(p \vee (\neg q)) \leftrightarrow ((\neg p) \vee q)$

- (c)  $\neg(p \wedge (\neg q)) \leftrightarrow ((\neg p) \wedge q)$
- (d)  $r \wedge (p \vee (\neg q)) \leftrightarrow r \vee ((\neg p) \wedge q)$
- (e) Nessuna di queste

**Domanda 4** Il premio Nobel per la fisica Niels Bohr disse una volta che:

“Chiunque non sia scioccato dalla Meccanica Quantistica non l’ha capita”

Consideriamo i predicati

$S(x) := x$  è scioccato dalla Meccanica Quantistica

e

$C(x) := x$  ha capito la Meccanica Quantistica

(dove  $x$  è nell’universo delle persone). Allora un predicato logicamente equivalente all’affermazione di Bohr è:

- (a)  $\forall x.((\neg C(x)) \rightarrow (\neg S(x)))$
- (b)  $\forall x.((\neg C(x)) \vee S(x))$
- (c)  $\forall x.(C(x) \vee (\neg S(x)))$
- (d)  $\neg(\exists x.(C(x) \wedge S(x)))$
- (e) Nessuna di queste

**Domanda 5** L’inversa moltiplicativa di

$[123]_{444}$

- (a) non esiste
- (b) esiste ma non è unica
- (c) è  $[123]_{444}$
- (d) è  $[315]_{444}$
- (e) Nessuna di queste

**Domanda 6** State comunicando con il codice RSA. Avete due interlocutori:  $A$  e  $B$ . Le chiavi pubbliche sono  $n = 943$  ed  $e = 89$  ( $A$ ), e  $n = 1241$  ed  $e = 31$  ( $B$ ). Le vostre chiavi sono:  $n = 1649$ ,  $e = 53$  (pubbliche) e  $d = 29$  (privata). Ricevete il messaggio 129 da  $A$ . Per decodificarlo dovete calcolare:

- (a)  $[129^{89}]_{943}$
- (b)  $[129^{29}]_{943}$
- (c)  $[129^{53}]_{943}$
- (d)  $[129^{53}]_{1649}$
- (e) Nessuna di queste

**Domanda 7** Il numero di permutazioni  $\sigma \in S_{11}$  tali che  $\sigma(2) \neq 3$  e  $\sigma(8) \neq 8$  è:

- (a) 33022080
- (b) 7257600
- (c) 512
- (d) 39916800
- (e) Nessuna di queste

**Domanda 8** Quante composizioni deboli di 21 in 7 parti ci sono?

- (a) 116280
- (b) 296010
- (c) 1184040
- (d) 376740
- (e) Nessuna di queste

**Domanda 9** Consideriamo le seguenti righe di codice Python:

```
for i in range(1,n+1):
    for j in range(1,i**2+1):
        (...)
```

Quante volte viene ripetuto il codice (...) ?

- (a)  $n^3$  volte
- (b)  $\frac{n^3}{3}$  volte
- (c)  $\binom{n^3}{3}$  volte
- (d)  $\frac{2n^3+3n^2+n}{6}$  volte

(e) Nessuna di queste

**Domanda 10** Sia  $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$  la soluzione della ricorsione lineare a coefficienti costanti:

$$f(n+3) = 3f(n+1) + 2f(n)$$

per ogni  $n \in \mathbb{N}$ , con le condizioni iniziali  $f(0) = f(1) = 1$  e  $f(2) = 0$ . Allora  $f$  è asintoticamente equivalente a:

- (a)  $n2^n$
- (b)  $2^n$
- (c)  $\frac{n2^n}{3}$
- (d)  $\frac{2^n}{3}$
- (e) Nessuna di queste

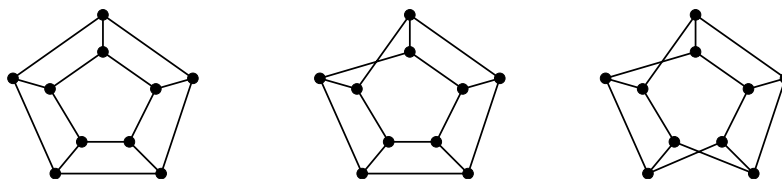
**Domanda 11** Sia  $G = (V, E)$  un grafo bipartito (quindi  $V = V_1 \uplus V_2$  con  $V_1$  e  $V_2$  indipendenti). Allora

$$\sum_{x \in V_1} d(x)$$

(dove  $d(x)$  è il grado di  $x$ ) è uguale a:

- (a)  $|E|$
- (b)  $2|E|$
- (c)  $|V|$
- (d)  $2|V|$
- (e) Nessuna di queste

**Domanda 12** Siano  $G$ ,  $H$ , e  $K$  i grafi rappresentati graficamente qui di sotto da sinistra a destra, rispettivamente:



Allora:

- (a)  $G$  e  $H$  sono isomorfi, e  $H$  e  $K$  non sono isomorfi
- (b)  $G$  e  $H$  sono isomorfi, e  $H$  e  $K$  sono isomorfi
- (c)  $G$  e  $H$  non sono isomorfi, e  $H$  e  $K$  non sono isomorfi
- (d)  $G$  e  $H$  non sono isomorfi, e  $H$  e  $K$  sono isomorfi
- (e) Nessuna di queste

Risposte corrette per MD27.pdf (in ordine da 1 a 12):  
b, d, a, b, a, e, a, b, d, d, a, c.