TCM - Lista de Exercícios 1

Revisão de Cálculo

Exercício 1. Encontre a derivada de $f(x)$ nos seguintes casos:

(i) $f(x) = \left(x - \frac{1}{x^2}\right)^{7/2}$

(ii) $f(x) = e^{x^3 \sin x}$.

(iii) $f(x) = \sin(x^{-4})$

(iv) $f(x) = (\sin x)^{-4}$

Exercício 2. Calcule $(\sin 0,15)$ e $(\sin 0,3)$, com o ângulo em radianos, utilizando série de Taylor em torno de 0, com uma aproximação de (i) primeira ordem e (ii) uma aproximação de terceira ordem. (iii) Compare com os resultados aproximados com o resultado exato.

Exercício 3. Sejam dois vetores $\vec{A} = 4\hat{\imath} - 13\hat{k}$ e $\vec{B} = -5\hat{\imath} + 2\hat{\jmath} - 1\hat{k}$. Calcule (i) o produto escalar e (ii) o produto vetorial entre esses vetores.

Exercício 4. Seja um campo vetorial $\vec{G}$ dado por

$$\vec{G} = 2xz^3\hat{\imath} - \frac{1}{2}x^2 \sin y\hat{\jmath} - (xz^3 + 2z\cos y)\hat{k} \ .$$

Calcule o divergente e o rotacional desse campo.

Exercício 5. Calcule o divergente dos seguintes campos vetoriais:

(i) $\vec{V}(x,y,z) = 2x^2\hat{\imath} + xz^2\hat{\jmath} - \ln z\hat{k}$.

(ii) $\vec{V}(x,y,z) = xy^2\hat{\imath} + 2xz\hat{\jmath} + 3yz\hat{k}$.

Exercício 6. Encontre o laplaciano dos seguintes campos escalares.

(i) $T(x,y,z) = x^4 + 2x^2y^2 - 3z + 2$.

(ii) $T(x,y,z) = \sin x \sin y \sin z$.

Introdução

Exercício 7. O que é um fluido? O que diferencia um fluido de um sólido? O correto é fluido ou fluído?

Exercício 8. Determine o número de Reynolds do escoamento em uma torneira de sua casa. O escoamento é laminar ou turbulento?

Exercício 9. A fórmula de Stokes-Oseen para a força de arrasto F sobre uma esfera de diâmetro D em uma corrente de fluido de baixa velocidade V, densidade ρ e viscosidade μ é

$$F = 3\pi\mu DV + \frac{9\pi}{16}\rho V^2 D^2 \ .$$

Essa fórmula é dimensionalmente homogênea?

Exercício 10. Quais são os 3 mecanismos de transferência de calor? Comente sobre as principais diferenças entre eles.

Exercício 11. Um aquecedor de $2\,kW$ permaneceu ligado, em uma sala, durante 50 minutos. Calcule a energia transferida para a sala.

Exercício 12. As duas superfícies de uma placa de $1,3\,cm$ de espessura são mantidas a $4\,^oC$ e $44\,^oC$, respectivamente. Se for avaliado que o calor é transferido por meio da placa a uma taxa de $450\,W/m^2$, determine sua condutividade térmica. Resposta: $0,146\,W/(m.^oC)$.

Exercício 13. Uma pessoa, cuja temperatura externa está a $32\,^oC$, está trocando calor por convecção com o ar que a envolve, que está a $22\,^oC$, a uma taxa de $30\,W$. Determine o coeficiente de troca de calor por convecção nessa situação, sabendo a área superficial exposta dessa pessoa é de $1,5\,m^2$. Resposta: $2\,W/(m^2.^oC)$.

Introdução à Mecânica dos Fluidos

Exercício 14. Por que a viscosidade de um líquido diminui com a temperatura e a de um gás aumenta?

Exercício 15. Qual é a diferença entre Sistema e Volume de Controle?

Exercício 16. Uma chapa plana fina de dimensões $20\,cm \times 20\,cm$ é puxada horizontalmente com velocidade de $1\,m/s$, estando submersa em uma camada de óleo de $3,6\,mm$ de espessura (figura 1). A parede acima da chapa está fixa, a uma distância de $1\,mm$ e a parede inferior está se movendo na direção contrária àquela da chapa, a uma velocidade de $0,3\,m/s$. Sabendo que a viscosidade do óleo é de $0,054\,Pa.s$ e considerando que a velocidade varia linearmente, (a) trace o perfil de velocidade, determinando os pontos em que a velocidade é nula, e (b) determine a força F que precisa ser aplicada sobre a chapa para manter o movimento. Resposta: (b) $F = 3,24\,N$.

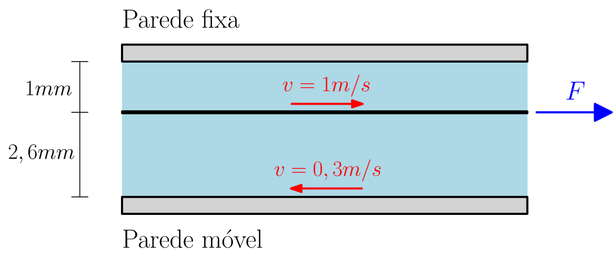


Figura 1: Fluido entre placas.

Pressão e Estática dos Fluidos

Exercício 17. Um gás está contido em um dispositivo vertical pistão-cilindro (figura 2) e sem atrito. O pistão tem massa de $4\,kg$ e uma seção transversal de $35\,cm^2$. Uma mola comprimida acima do pistão exerce uma força de $60\,N$ sobre ele. Se a pressão atmosférica for de $95\,kPa$ determine a pressão dentro do cilindro. Resposta: $123,4\,kPa$.

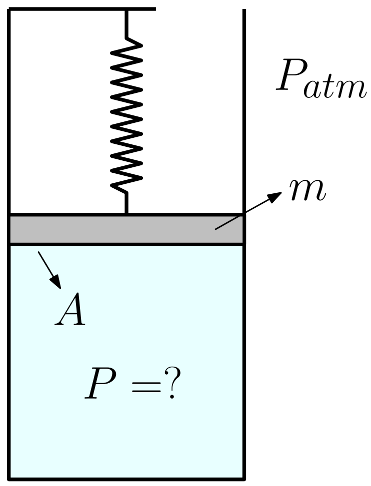


Figura 2: Cilindro.

Exercício 18. A carga de $500\,kg$ do macaco hidráulico mostrado na figura 3 deve ser elevada despejando-se óleo ($\rho = 720\,kg/m^3$) dentro de um tubo fino. Determine quão alto h deve ser e o volume de óleo necessário para começar a levantar o peso. O diâmetro do cilindro maior é $1,2\,m$ e o diâmetro do cilindro menor é $1\,cm$. Resposta: $h = 0,614\,m$.

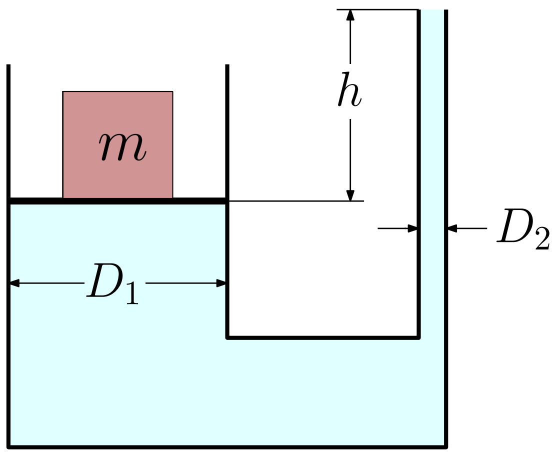


Figura 3: Peso.

Exercício 19. A $20°C$, o manômetro A, na figura 4 registra $350\,kPa$ de pressão absoluta. A pressão absoluta do ar é $180\,kPa$ e $h_1 = 80\,cm$. (a) Qual é a altura h da água, em cm? (b) Qual deve ser a leitura do manômetro B em kPa (pressão absoluta)? Considere as densidades da água e do mercúrio como $1000\,kg/m^3$ e $13600 kg/m^3$, respectivamente. Resposta: (a) $h = 6,45\,m$; (b) $p_B = 251\,kPa$.

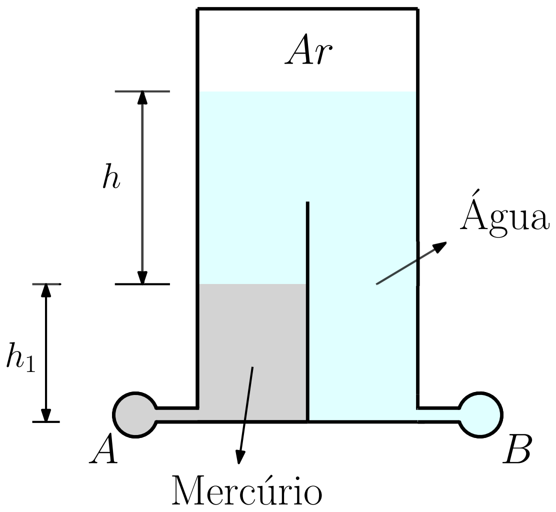


Figura 4: Manômetro

Exercício 20. O tubo em U da figura 5 tem diâmetro interno de $1,2\,cm$ e contém mercúrio. Se colocarmos $55\,ml$ de água no ramo direito do tubo, qual será a altura da superfície livre em cada ramo após o equilíbrio? Considere as densidades da água e do mercúrio como $1000\,kg/m^3$ e $13600 kg/m^3$, respectivamente. (Dica: lembre-se da conservação de massa também.) Resposta: lado esquerdo $= 0,118\,m$; lado direito $= 0,568\,m$.

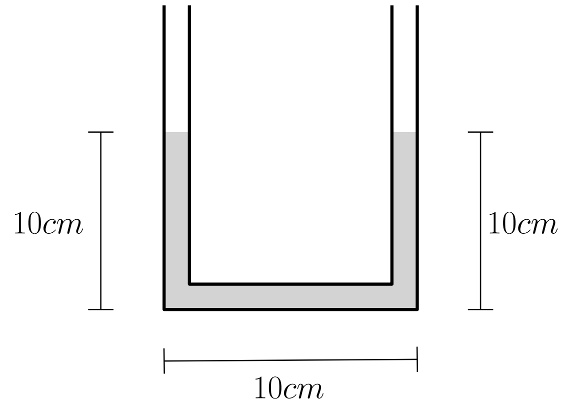


Figura 5: Tubo.

Exercício 21. A água de um tanque é pressurizada a ar (ver figura 6), e a pressão é medida por um manômetro de vários fluidos, como mostra a figura. Determine a pressão manométrica do ar no tanque se $h_1 = 0,3\,m$, $h_2 = 0,7\,m$ e $h_3 = 0,6\,m$. Considere as densidades da água, do óleo e do mercúrio como $998\,kg/m^3$, $850\,kg/m^3$ e $13600 kg/m^3$, respectivamente. Resposta: $p = 71,3\,kPa$.

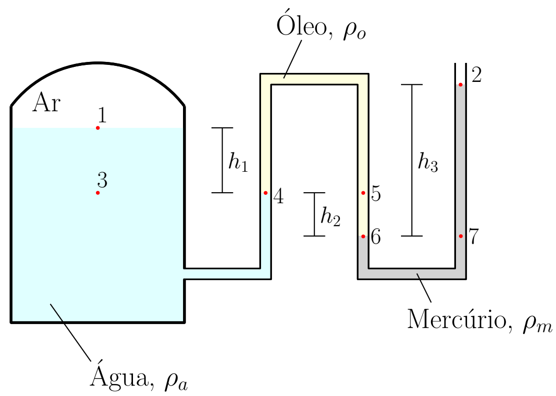


Figura 6: Tanque.

Exercício 22. Os dois tanques da figura 7 de água estão conectados entre si através de um manômetro de mercúrio com tubos inclinados, como mostra a figura. Se a diferença de pressão entre os dois tanques for de $30\,kPa$, calcule a e θ. Considere as densidades da água e do mercúrio como $1000\,kg/m^3$ e $13600 kg/m^3$, respectivamente. Resposta: $a = 0,112\,m$ e $\theta = 57^o$.

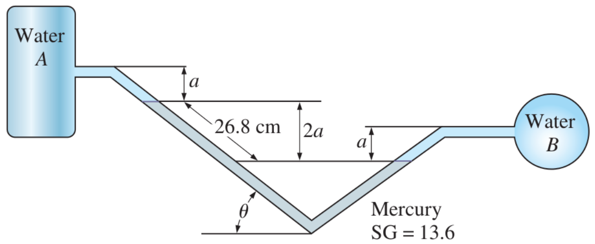
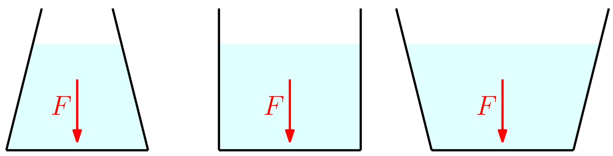


Figura 7: Tanques.

Exercício 23. Os três reservatórios abaixo possuem uma base circular com mesma área. Eles são preenchidos com água até uma mesma altura. Em qual dos três a força no fundo do reservatório é maior?



Força Hidrostática e Movimento de Corpo Rígido

Exercício 24. Calcule os momentos de inércia de um retângulo e de um círculo a partir da definição.

Exercício 25. Encontre a altura H na figura 8 para a qual a força sobre o painel retangular é a mesma que a força sobre o painel semicircular. Resposta: $H \approx 1,92R$.

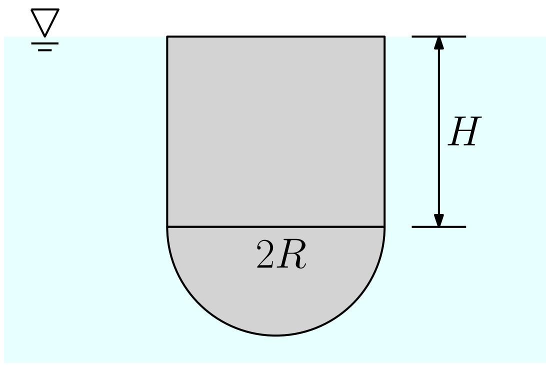


Figura 8: Painel.

Exercício 26. A comporta circular ABC na figura 9 tem um raio de $1\,m$ e é articulada em B. Calcule a força P exatamente suficiente para impedir que a comporta se abra quando $h = 9\,m$. Resposta: $P = 7,7\,kN$.

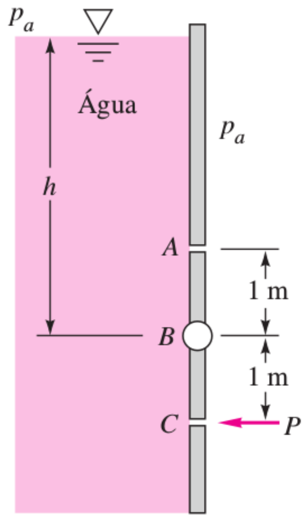


Figura 9: Comporta circular.

Exercício 27. O tanque mostrado na figura 10 possui $6\,m$ de largura (dimensão que entra na página) e é preenchido com um óleo com densidade $\rho = 880\,kg/m^3$. (a) Determine a intensidade e a localização da força resultante que age sobre a superfície AB. (b) Determine a força resultante que age sobre a superfície BD. (c) A força resultante que age sobre BD é igual ao peso do óleo no tanque? Explique. Resposta: (a) $F_{AB} = 615\,kN$ e

$y_{cp} = 4,86\,m$; (b) $F_{BD} = 2,52\,MN$; (c) Não.

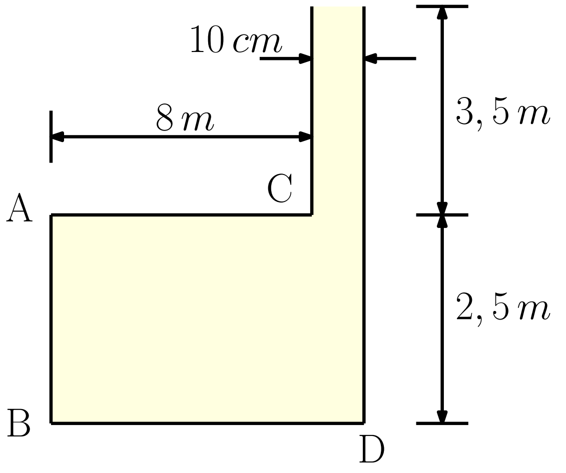


Figura 10: Tanque.

Exercício 28. A lata cilíndrica de base circular, mostrada na figura 11, flutua na posição indicada. Sabendo que o diâmetro é $D = 9\,cm$ e $L_1 = 3\,cm$ e $L_2 = 8\,cm$, determine o seu peso. Resposta: $5\,N$.

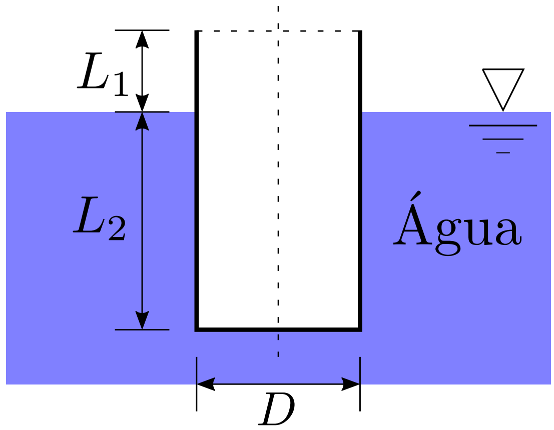


Figura 11: Lata cilíndrica.

Exercício 29. Diz-se que Arquimedes descobriu as leis do empuxo quando questionado pelo rei Hierão de Siracusa para determinar se sua nova coroa era de ouro puro. Arquimedes pesou a coroa no ar e achou $11,8\,N$ e determinou seu peso na água e achou $10,8\,N$. A coroa era de ouro puro?

Exercício 30. O tanque da figura 12 acelera para a direita com o líquido em movimento de corpo rígido. (a) Calcule a_x. (b) Determine a pressão manométrica no ponto A se o fluido possui densidade $\rho = 1260\,kg/m^3$. Respostas: (a) $1,28 m/s^2$ e (b) $3460\,Pa$.

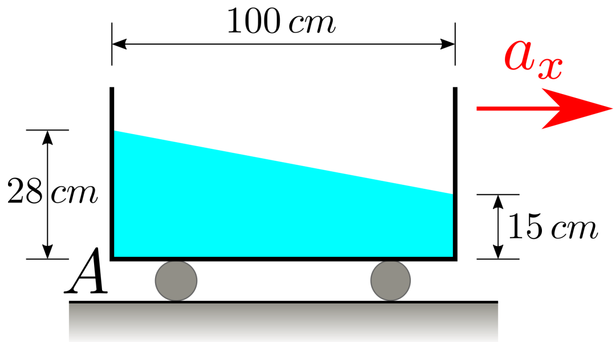


Figura 12: Tanque.

Exercício 31. O tanque de água ($\rho = 1000\,kg/m^3$) na figura 13 tem $12\,cm$ de largura normal ao papel. Considere $h = 9\,cm$ e $L = 24\,cm$. Se ele é acelerado para a direita em movimento de corpo rígido a $5,0\,m/s^2$, calcule (a) a profundidade da água no lado AB e (b) a força causada pela pressão da água sobre o painel AB. Considere que não há derramamento. Resposta: (a) $0,151\,m$; (b) $13,4\,N$.

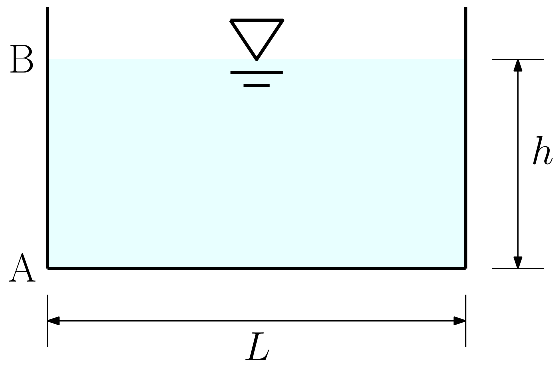


Figura 13: Tanque.

Teorema do Transporte de Reynolds

Exercício 32. Por que precisamos do Teorema de Transporte de Reynolds?

Exercício 33. *Equação da Continuidade.* Considere o TTR:

$$\frac{dB_{sist}}{dt} = \frac{\partial}{\partial t}\int_{VC} (\rho\, b)\; d(\mathcal{V}) + \int_{SC} \rho b\,(\vec{V}\cdot\hat{n})\, dA\ .$$

A lei da conservação de massa nos diz que $dm_{sist}/dt = 0$. Faça $B = m$ no TTR ($b = 1$ nesse caso), utilize o *Teorema da Divergência* e (a) mostre que

$$\int_{VC}\left[\frac{\partial\rho}{\partial t} + \vec{\nabla}\cdot(\rho\vec{V})\right] d\mathcal{V} = 0\ .$$

O *Teorema da Localização* nos diz que se a integral de uma função contínua é sempre nula, então essa função é nula. Com isso, podemos concluir que

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \vec{\nabla}\cdot(\rho\vec{V}) = 0\ .$$

Essa é a *Equação da Continuidade*, que nos dá a conservação de massa para pequenas partículas de fluido. (b) Mostre que a equação (1) pode ser reescrita como

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho\left(\vec{\nabla}\cdot\vec{V}\right) = 0\ ,$$

em que

$$\frac{D\rho}{Dt} = \frac{\partial\rho}{\partial t} + \vec{V}\cdot\vec{\nabla}\rho\ .$$

Conservação de Massa

Exercício 34. Considere o escoamento de água (incompressível) através de um bocal convergente, como mostrado na figura 14. O diâmetro do tubo em 1 é $D_1 = 13\,cm$ e em 2 é $D_2 = 5\,cm$. Sabendo que a velocidade em 1 é $V_1 = 1,5\,m/s$, calcule a velocidade V_2 na seção 2, a vazão em massa $\dot{m}$ e a vazão em volume $\dot{\mathcal{V}}$. Densidade da água $\rho = 998\,kg/m^3$. $\dot{m} = 19,9\,kg/s$

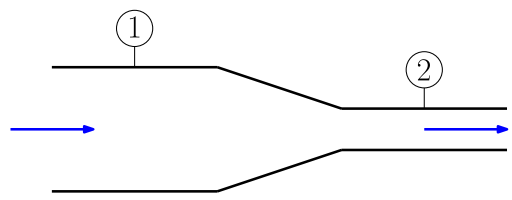


Figura 14: Bocal.

Exercício 35. O tanque cilíndrico aberto da figura 15 contém água ($\rho = 1000\,kg/m^3$) e está sendo preenchido pelas seções 1 e 3, e esvaziado pela seção 2. Assuma escoamento incompressível. (a) Obtenha uma expressão analítica para a taxa de variação do nível de água dh/dt em função das vazões volumétricas $\dot{\mathcal{V}}_1$, $\dot{\mathcal{V}}_2$ e $\dot{\mathcal{V}}_3$ e do diâmetro do tanque d. (b) Considerando que o nível de água é constante, calcule a velocidade média de saída V_2 para $V_1 = 3,5\,m/s$, $\dot{\mathcal{V}}_3 = 0,06\,m^3/s$, $D_1 = 5\,cm$ e $D_2 = 7\,cm$. Resposta: $V_2 = 17,4\,m/s$.

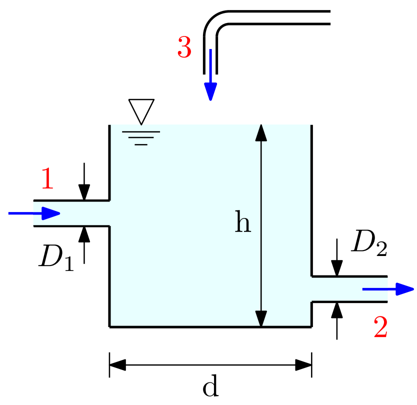


Figura 15: Tanque.

Exercício 36. Ar entra em um bocal,

em regime permanente, com densidade de $2,1\,kg/m^3$ e velocidade de $30\,m/s$ e sai com $0,8\,kg/m^3$ e $160\,m/s$. Se a área de entrada do bocal é de $70\,cm^2$, determine (a) a vazão em massa através do bocal e (b) a área de saída do bocal. Resposta: $A = 3,45 \times 10^{-3}\,m^2$.

Exercício 37. Um acumulador hidráulico, como o da figura 16, é projetado para reduzir as pulsações de pressão do sistema hidráulico de uma máquina operatriz. Para o instante mostrado, determine a taxa à qual o acumulador ganha ou perde óleo hidráulico, em massa ($\rho = 800\,kg/m^3$). Dados: vazão de entrada $\dot{V} = 100\,L/min$; velocidade de saída $V = 3\,m/s$; diâmetro da saída $3\,cm$. Resposta: $dm/dt = -0,36\,kg/s$.

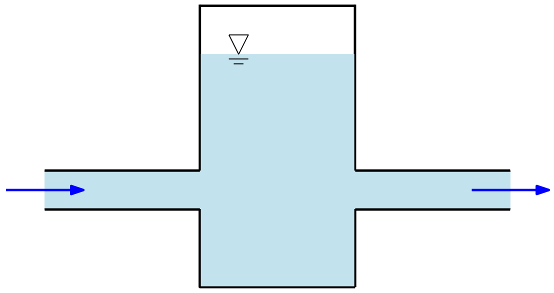


Figura 16: Acumulador hidráulico.

Exercício 38. Um tanque de $0,05\,m^3$ contém ar a $800\,kPa$ (pressão absoluta) e $15\,^oC$. Em $t = 0$, o ar escapa do tanque através de uma válvula com área de $65\,mm^2$. O ar que passa pela válvula tem uma velocidade de $311\,m/s$ e uma densidade de $6,13\,kg/m^3$. Determine a taxa instantânea de variação da densidade do ar no tanque, em $t = 0$. Resposta: $\partial\rho/\partial t = -2,48\,kg \cdot m^{-3} \cdot s^{-1}$.