

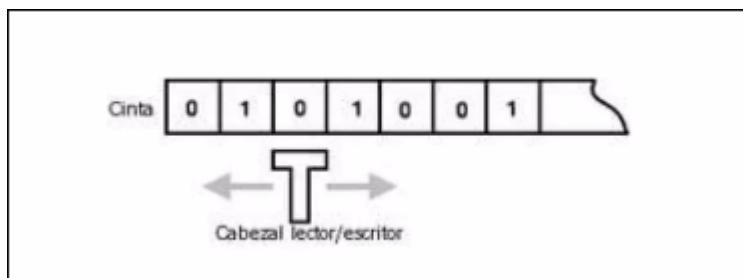
6. Máquinas de Turing

Copyright (c) 2025 Adrián Quiroga Linares Lectura y referencia permitidas; reutilización y plagio prohibidos

6.1 Concepto Fundamental

Una **Máquina de Turing (MT)** es un modelo matemático de computación que consisten en un autómata con una capacidad de memoria ilimitada en forma de una cinta infinita.

A diferencia de los autómatas finitos o de pila, la MT puede mover su cabezal de lectura/escritura tanto a la izquierda como a la derecha, y puede modificar los símbolos de la cinta.



6.2 Definición

Una MT se define formalmente como $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, B, F)$.

- **Q (Conjunto de estados):** Los estados finitos internos de la máquina.
- **Σ (Alfabeto de entrada):** Los símbolos que forman la cadena inicial. Es un subconjunto de Γ y **no** incluye el blanco (B).
- **Γ (Alfabeto de la cinta):** Todos los símbolos que pueden aparecer en la cinta. Incluye a Σ y al símbolo blanco.
- **δ (Función de transición):** El "cerebro" de la máquina. Define qué hacer en cada paso.
- **q_0 (Estado inicial):** Donde comienza el cómputo ($q_0 \in Q$).
- **B (Símbolo Blanco):** Representa una celda vacía en la cinta infinita. Pertenece a Γ pero no a Σ .
- **F (Estados finales):** Conjunto de estados de aceptación.

6.3 Funcionamiento y Transiciones

La función de transición se define como $\delta : Q \times \Gamma \rightarrow Q \times \Gamma \times \{I, D\}$. Esto significa que, dado un estado actual y un símbolo leído en la cinta, la máquina realiza tres acciones simultáneas:

1. **Escribe** un nuevo símbolo en la celda actual.
2. **Cambia** a un nuevo estado.
3. **Mueve** la cabeza una posición a la Izquierda (*I/L*) o a la Derecha (*D/R*).

Ejemplo de lectura: Si $\delta(q_1, a) = (q_5, b, R)$, significa: "Si estoy en el estado q_1 y leo una 'a', escribo una 'b', paso al estado q_5 y me muevo a la derecha".

6.4 Aceptación y Parada

Una MT opera paso a paso hasta que ocurre una de estas situaciones:

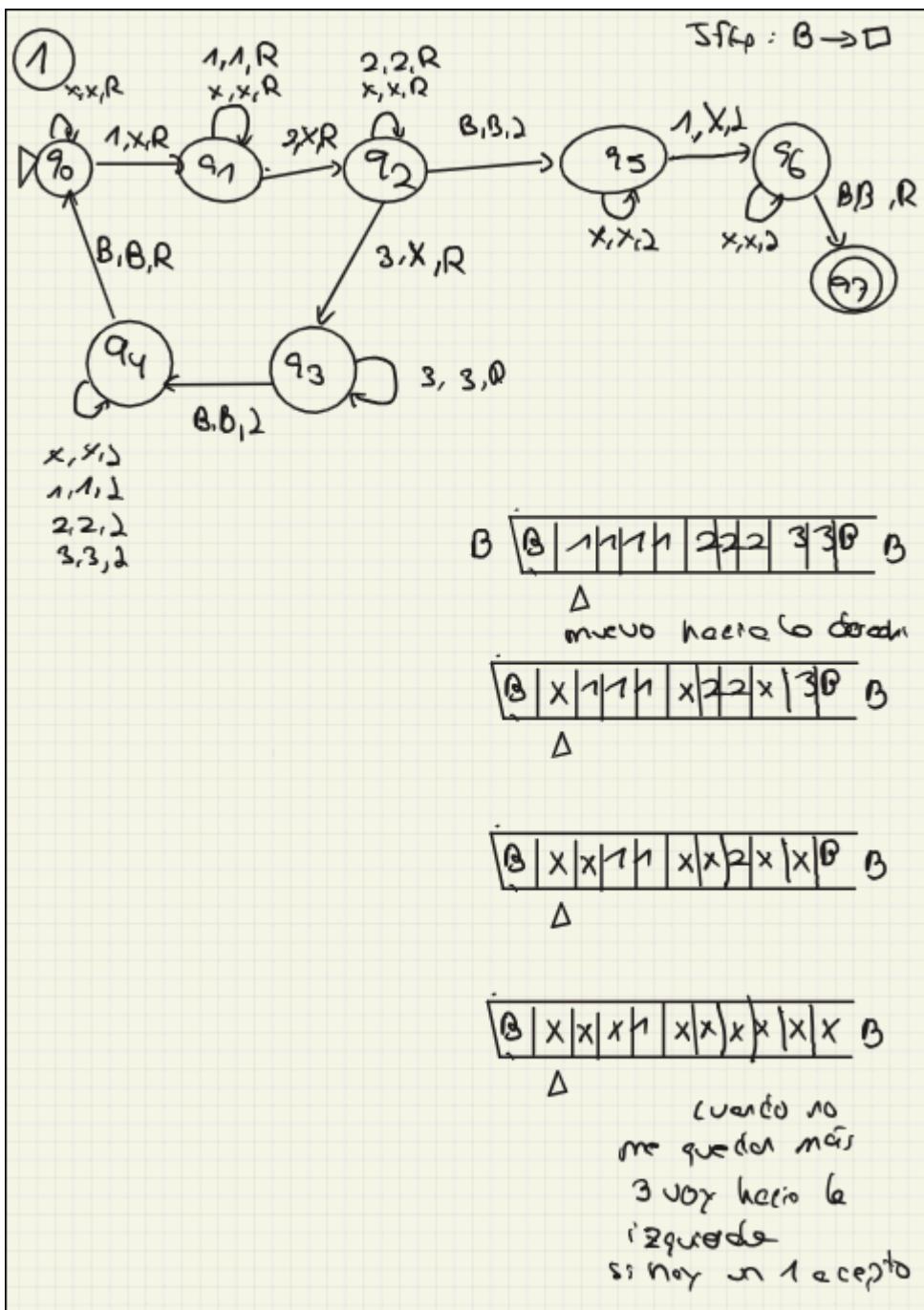
Criterio de Aceptación:

- La MT acepta una cadena w si, partiendo de la configuración inicial, llega a un **estado final** $q_f \in F$.
- **Importante:** A diferencia de los autómatas finitos, **no es necesario leer toda la entrada** para aceptar; basta con alcanzar un estado final.
- Se asume que la máquina se detiene al llegar a un estado final (no hay transiciones definidas desde ahí).

Rechazo y Bucles:

Si la cadena no pertenece al lenguaje ($w \notin L(M)$), pueden pasar dos cosas:

1. La máquina se para en un estado **no final** (porque no hay transición definida).
2. La máquina entra en un **bucle infinito** y nunca se para.



6.5 Protips

Normalmente te recomiendo que dibujes la situación inicial y vayas pensando que necesita hacer tu máquina para llegar al final y después esa idea o razonamiento lo transcribas en forma de autómata.

1. **El "Ping-Pong" (Zig-Zag):** Casi todos los ejercicios se resuelven yendo a buscar algo a la derecha, marcándolo, y volviendo a la izquierda a buscar el siguiente. No intentes hacerlo todo en una pasada.
- **Tachar, no borrar:** No "elimines" símbolos (dejando huecos en blanco B) a menos que quieras mover toda la cadena. Lo normal es TACHAR (usar el símbolo auxiliar x de tu alfabeto Γ).
 - **Ejemplo:** Para contar un '1', cámbialo por una 'x'. Así sabes que ya lo has contado.

- **La Cinta es tu Memoria:** No tienes variables como int contador = 0. Tu contador es lo que hay escrito en la cinta. Si quieras saber si el número es par o impar, tienes que recorrerlo y comprobarlo físicamente.
- **Los Blancos (*B*) son Muros:** Úsalos para saber dónde empieza y termina tu dato. Si te sales del *B*, estás en el vacío.

6.6 Variaciones de la Máquina de Turing

Existen modificaciones al modelo estándar. Es fundamental saber que **ninguna de estas variaciones aumenta la potencia computacional** de la MT; todas son equivalentes a la MT estándar.

1. **Opción de no-movimiento:** La cabeza puede quedarse quieta (*E*) en lugar de moverse.
2. **Cinta semiinfinita:** La cinta tiene un comienzo por la izquierda pero es infinita a la derecha.
3. **MT Multicinta:** Tiene varias cintas independientes con sus propios cabezales. Útil para algoritmos complejos, pero simulable por una MT de una sola cinta.
4. **MT No Determinista:** La función de transición puede tener múltiples opciones para una misma entrada (δ devuelve un conjunto de posibles movimientos). Se puede simular con una MT determinista

6.7 Máquina de Turing Universal

Una MTU es una máquina "reprogramable".

- Toma como entrada la **codificación de otra máquina *M*** y una cadena *w*.
- Es capaz de simular el comportamiento de *M* sobre *w*.
- Es el modelo teórico de los ordenadores de propósito general actuales: el hardware (MTU) ejecuta software (descripción de *M*).

6.8 Tesis de Church-Turing

Esta tesis establece una equivalencia entre "algoritmo" y "Máquina de Turing".

- Afirma que cualquier problema que pueda ser resuelto por un algoritmo (computable) puede ser resuelto por una MT.
- No se ha encontrado ningún modelo de computación más potente que la MT.