

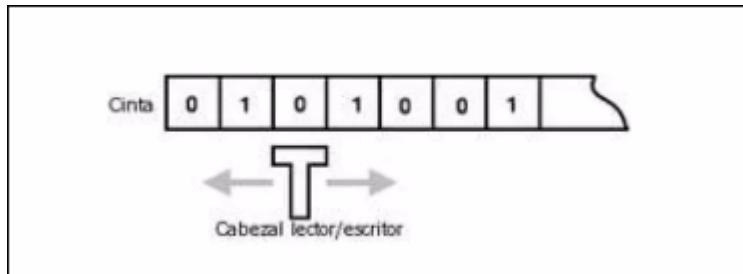
## 6. Máquinas de Turing

Copyright (c) 2025 Adrián Quiroga Linares Lectura y referencia permitidas; reutilización y plagio prohibidos

### 6.1 Concepto Fundamental

Una **Máquina de Turing (MT)** es un modelo matemático de computación que consisten en un autómata con una capacidad de memoria ilimitada en forma de una cinta infinita.

A diferencia de los autómatas finitos o de pila, la MT puede mover su cabezal de lectura/escritura tanto a la izquierda como a la derecha, y puede modificar los símbolos de la cinta.



### 6.2 Definición

Una MT se define formalmente como  $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, B, F)$ .

- **$Q$  (Conjunto de estados):** Los estados finitos internos de la máquina.
- **$\Sigma$  (Alfabeto de entrada):** Los símbolos que forman la cadena inicial. Es un subconjunto de  $\Gamma$  y **no** incluye el blanco ( $B$ ).
- **$\Gamma$  (Alfabeto de la cinta):** Todos los símbolos que pueden aparecer en la cinta. Incluye a  $\Sigma$  y al símbolo blanco.
- **$\delta$  (Función de transición):** El "cerebro" de la máquina. Define qué hacer en cada paso.
- **$q_0$  (Estado inicial):** Donde comienza el cómputo ( $q_0 \in Q$ ).
- **$B$  (Símbolo Blanco):** Representa una celda vacía en la cinta infinita. Pertenece a  $\Gamma$  pero no a  $\Sigma$ .
- **$F$  (Estados finales):** Conjunto de estados de aceptación.

### 6.3 Funcionamiento y Transiciones

La función de transición se define como  $\delta : Q \times \Gamma \rightarrow Q \times \Gamma \times \{I, D\}$ . Esto significa que, dado un estado actual y un símbolo leído en la cinta, la máquina realiza tres acciones simultáneas:

1. **Escribe** un nuevo símbolo en la celda actual.
2. **Cambia** a un nuevo estado.
3. **Mueve** la cabeza una posición a la Izquierda (*I/L*) o a la Derecha (*D/R*).

**Ejemplo de lectura:** Si  $\delta(q_1, a) = (q_5, b, R)$ , significa: "Si estoy en el estado  $q_1$  y leo una 'a', escribo una 'b', paso al estado  $q_5$  y me muevo a la derecha".

## 6.4 Aceptación y Parada

Una MT opera paso a paso hasta que ocurre una de estas situaciones:

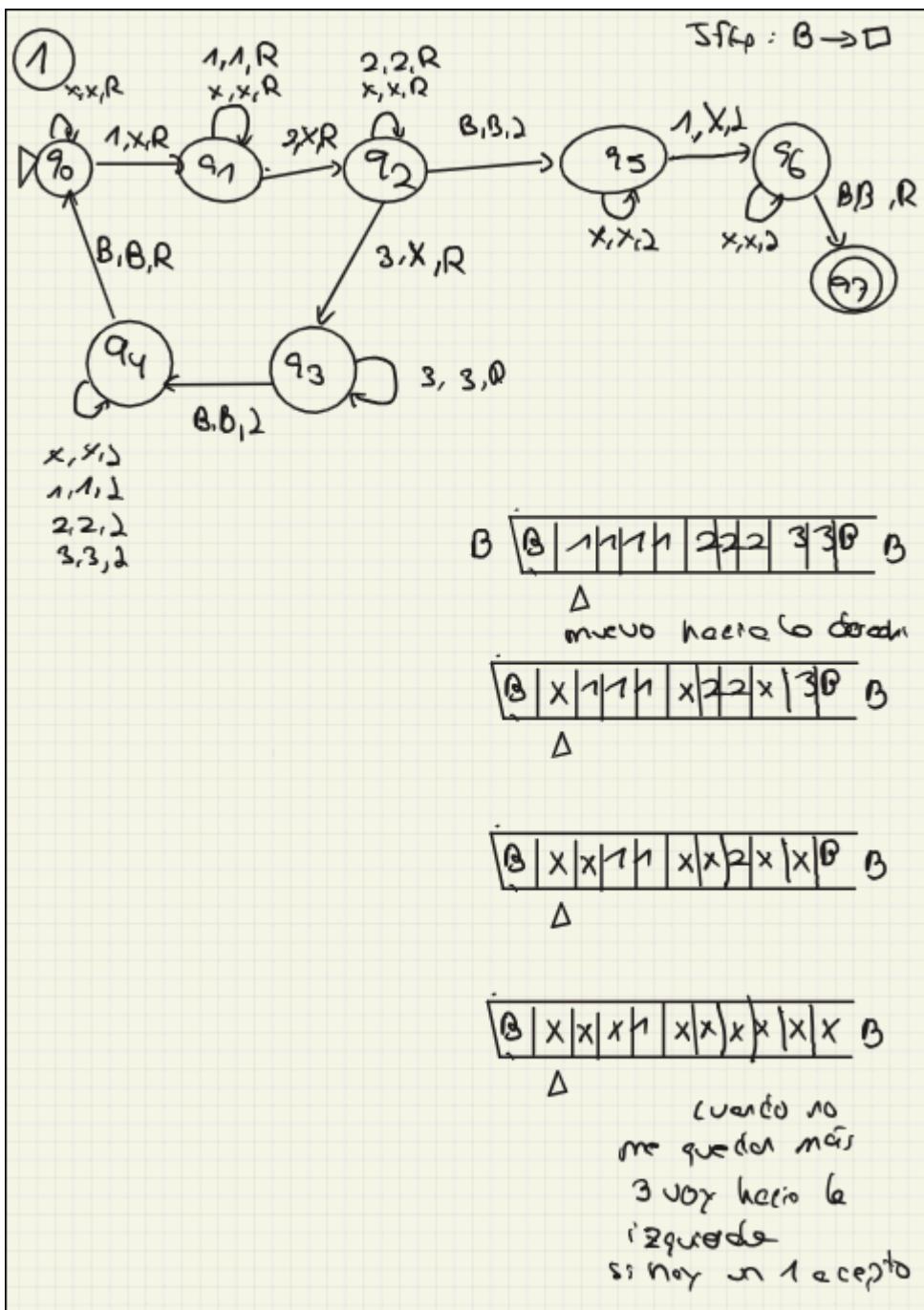
### Criterio de Aceptación:

- La MT acepta una cadena  $w$  si, partiendo de la configuración inicial, llega a un **estado final**  $q_f \in F$ .
- **Importante:** A diferencia de los autómatas finitos, **no es necesario leer toda la entrada** para aceptar; basta con alcanzar un estado final.
- Se asume que la máquina se detiene al llegar a un estado final (no hay transiciones definidas desde ahí).

### Rechazo y Bucles:

Si la cadena no pertenece al lenguaje ( $w \notin L(M)$ ), pueden pasar dos cosas:

1. La máquina se para en un estado **no final** (porque no hay transición definida).
2. La máquina entra en un **bucle infinito** y nunca se para.



## 6.5 Protips

Normalmente te recomiendo que dibujes la situación inicial y vayas pensando que necesita hacer tu máquina para llegar al final y después esa idea o razonamiento lo transcribas en forma de autómata.

- El "Ping-Pong" (Zig-Zag):** Casi todos los ejercicios se resuelven yendo a buscar algo a la derecha, marcándolo, y volviendo a la izquierda a buscar el siguiente. No intentes hacerlo todo en una pasada.
- Tachar, no borrar:** No "elimines" símbolos (dejando huecos en blanco  $B$ ) a menos que quieras mover toda la cadena. Lo normal es TACHAR (usar el símbolo auxiliar  $x$  de tu alfabeto  $\Gamma'$ ).
  - Ejemplo:** Para contar un '1', cámbialo por una 'x'. Así sabes que ya lo has contado.

- **La Cinta es tu Memoria:** No tienes variables como int contador = 0. Tu contador es lo que hay escrito en la cinta. Si quieras saber si el número es par o impar, tienes que recorrerlo y comprobarlo físicamente.
- **Los Blancos (*B*) son Muros:** Úsalos para saber dónde empieza y termina tu dato. Si te sales del *B*, estás en el vacío.

## 6.6 Variaciones de la Máquina de Turing

Existen modificaciones al modelo estándar. Es fundamental saber que **ninguna de estas variaciones aumenta la potencia computacional** de la MT; todas son equivalentes a la MT estándar.

1. **Opción de no-movimiento:** La cabeza puede quedarse quieta (*E*) en lugar de moverse.
2. **Cinta semiinfinita:** La cinta tiene un comienzo por la izquierda pero es infinita a la derecha.
3. **MT Multicinta:** Tiene varias cintas independientes con sus propios cabezales. Útil para algoritmos complejos, pero simulable por una MT de una sola cinta.
4. **MT No Determinista:** La función de transición puede tener múltiples opciones para una misma entrada ( $\delta$  devuelve un conjunto de posibles movimientos). Se puede simular con una MT determinista

## 6.7 Máquina de Turing Universal

Una MTU es una máquina "reprogramable".

- Toma como entrada la **codificación de otra máquina *M*** y una cadena *w*.
- Es capaz de simular el comportamiento de *M* sobre *w*.
- Es el modelo teórico de los ordenadores de propósito general actuales: el hardware (MTU) ejecuta software (descripción de *M*).

## 6.8 Tesis de Church-Turing

Esta tesis establece una equivalencia entre "algoritmo" y "Máquina de Turing".

- Afirma que cualquier problema que pueda ser resuelto por un algoritmo (computable) puede ser resuelto por una MT.
- No se ha encontrado ningún modelo de computación más potente que la MT.