

Informes de prácticas

Adrián Rivero Fernández, 49748426R

arivero176@alumno.uned.es

682832933

Técnicas Experimentales 2

Centro asociado UNED Denia-Benidorm

Prácticas realizadas en el centro asociado de Madrid

Tutor: David Paul del Valle

28 de agosto de 2022

Índice

Oscilaciones de torsión. Teorema de Steiner	2
Conservación de la energía mecánica	14
Cuerda vibrante	25
Distribución de campo magnético de una bobina plana	37
Circuitos lineales RC y RL: comportamiento transitorio	48
Circuitos lineales RC y RL: comportamiento sinusoidal permanente	55
El diodo	62
El transistor bipolar	78

Oscilaciones de torsión. Teorema de Steiner

Resumen

En esta práctica pretendemos determinar la constante de restauración angular de un muelle torsional, determinar los momentos de inercia de diferentes cuerpos a partir de sus periodos de oscilación y el momento de inercia de un disco en función de la distancia entre el eje de giro y su centro de gravedad.

1. Introducción

La ley de Hook para un muelle establece la relación:

$$F = -kx$$

donde F es la fuerza, k es la constante de restauración del muelle, y x es la elongación de este. Existe una expresión equivalente para el muelle torsional:

$$T_z = -k_T \varphi$$

siendo T_z es el momento de fuerza o torque, que produce el giro φ .

El torque se relaciona con el momento angular \vec{L} de la forma:

$$\vec{T} = \frac{d}{dt} \vec{L}$$

y este momento angular, en caso de que su velocidad angular ω tenga el sentido de un eje principal del sólido:

$$L_z = I_z \omega$$

donde I_z es el momento de inercia. De estas expresiones podemos deducir que

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I_z}{k_T}}$$

Por último, el teorema de Steiner nos ayudará a calcular el momento de inercia respecto a un eje cualquiera:

$$I'_z = I_z + ma^2$$

y conociendo esto podemos llegar a la expresión de T en función de la distancia a :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I_z + ma^2}{k_T}}$$

2. Material y Métodos

Nuestro modelo experimental consiste en una soporte para un muelle en espiral, adaptado para conectarse en su extremo a distintos objetos. Concretamente una barra con masas móviles, un cilindro hueco, uno macizo, una esfera y un disco con perforaciones diametrales. Disponemos de un dinamómetro para medir la fuerza, un contador digital conectado a una barrera fotoeléctrica para determinar con precisión el paso de cierta parte de cada objeto por determinado ángulo, y una regla graduada para medir distancias.

Se puede ver en la Figura 1 una imagen del montaje del soporte, la barrera fotoeléctrica, con la esfera.



Figura 1

3. Resultados

3.1. Constante de restauración angular

Podemos obtener la constante k_T usando la expresión

$$T_z = -k_T \varphi$$

Medimos el torque ejercido según el ángulo girado, con la barra sin masas, para después ajustar por mínimos cuadrados.

Teniendo en cuenta que hemos medido las fuerzas a una distancia de $27 \pm 0,1(\text{cm})$ del centro de la barra:

Ángulo (radianes)	Fuerza (N)	Torque (N·m)
$\pi/2$	$0,1 \pm 0,01$	$0,027 \pm 0,003$
π	$0,24 \pm 0,01$	$0,065 \pm 0,003$
$3\pi/2$	$0,42 \pm 0,01$	$0,113 \pm 0,003$
2π	$0,6 \pm 0,01$	$0,162 \pm 0,003$
$5\pi/2$	$0,65 \pm 0,01$	$0,176 \pm 0,003$
$3\pi/2$	$0,9 \pm 0,01$	$0,243 \pm 0,004$

Tabla 1

3.2. Momentos de inercia

Queremos obtener el momento de inercia de cada sólido usando

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I_z}{k_T}}$$

Medimos los tiempos que tarda cada sólido en completar un semiperiodo, con un ángulo de $\pi/2$.

Disco

- Peso: 266 ± 1 g
- Diámetro: $0,212 \pm 0,001$ m

Semiperiodo (s)	Periodo (s)
$0,794 \pm 0,001$	$1,588 \pm 0,002$
$0,794 \pm 0,001$	$1,588 \pm 0,002$
$0,78 \pm 0,001$	$1,56 \pm 0,002$
$0,785 \pm 0,001$	$1,57 \pm 0,002$
$0,783 \pm 0,001$	$1,566 \pm 0,002$
Media	$1,574 \pm 0,006$

Tabla 2: Disco

Semiperiodo (s)	Periodo (s)
$1,32 \pm 0,001$	$2,64 \pm 0,002$
$1,311 \pm 0,001$	$2,622 \pm 0,002$
$1,315 \pm 0,001$	$2,63 \pm 0,002$
$1,316 \pm 0,001$	$2,632 \pm 0,002$
$1,316 \pm 0,001$	$2,632 \pm 0,002$
Media	$2,631 \pm 0,003$

Barra

- Peso: 133 ± 1 g
- Longitud: $0,6 \pm 0,001$ m

Tabla 3: Barra

Semiperiodo (s)	Periodo (s)
$0,795 \pm 0,001$	$1,59 \pm 0,002$
$0,793 \pm 0,001$	$1,586 \pm 0,002$
$0,792 \pm 0,001$	$1,584 \pm 0,002$
$0,799 \pm 0,001$	$1,598 \pm 0,002$
$0,803 \pm 0,001$	$1,606 \pm 0,002$
Media	$1,593 \pm 0,004$

Esfera

- Peso: 881 ± 1 g
- Diámetro: $0,133 \pm 0,001$ m

Tabla 4: Esfera

Semiperiodo (s)	Periodo (s)
$0,454 \pm 0,001$	$0,908 \pm 0,002$
$0,454 \pm 0,001$	$0,908 \pm 0,002$
$0,455 \pm 0,001$	$0,91 \pm 0,002$
$0,454 \pm 0,001$	$0,908 \pm 0,002$
$0,455 \pm 0,001$	$0,91 \pm 0,002$
Media	$0,9088 \pm 0,0005$

Cilindro macizo

- Peso: 369 ± 1 g
- Diámetro exterior: $0,1 \pm 0,001$ m

Tabla 5: Cilindro macizo

Semiperiodo (s)	Periodo (s)
$0,573 \pm 0,001$	$1,146 \pm 0,002$
$0,573 \pm 0,001$	$1,146 \pm 0,002$
$0,573 \pm 0,001$	$1,146 \pm 0,002$
$0,574 \pm 0,001$	$1,148 \pm 0,002$
$0,573 \pm 0,001$	$1,146 \pm 0,002$
Media	$1,1464 \pm 0,0004$

Cilindro hueco

- Peso: 356 ± 1 g
- Diámetro exterior: $0,1 \pm 0,001$ m
- Diámetro interior: $0,097 \pm 0,001$ m

Tabla 6: Cilindro hueco

3.3. Momento de inercia para las dos masas

Estudiando la relación entre los periodos de oscilación y la distancia, queremos obtener el valor de la masa de dos objetos.

Tenemos una barra de

- Longitud: 0,6 m
- Peso: 133 ± 1 g

Y las masas pesan 210 g cada una

Distancia (cm)	$2 \pm 0,1$
Semiperiodo (s)	Periodo (s)
$1,337 \pm 0,001$	$2,674 \pm 0,002$
$1,337 \pm 0,001$	$2,674 \pm 0,002$
$1,337 \pm 0,001$	$2,674 \pm 0,002$
$1,338 \pm 0,001$	$2,676 \pm 0,002$
$1,337 \pm 0,001$	$2,674 \pm 0,002$
Media	$2,6744 \pm 0,0004$
Distancia (cm)	$12 \pm 0,1$
Semiperiodo (s)	Periodo (s)
$2,023 \pm 0,001$	$4,046 \pm 0,002$
$2,022 \pm 0,001$	$4,044 \pm 0,002$
$2,023 \pm 0,001$	$4,046 \pm 0,002$
$2,023 \pm 0,001$	$4,046 \pm 0,002$
$2,023 \pm 0,001$	$4,046 \pm 0,002$
Media	$4,0456 \pm 0,0004$
Distancia (cm)	$15 \pm 0,1$
Semiperiodo (s)	Periodo (s)
$2,343 \pm 0,001$	$4,686 \pm 0,002$
$2,344 \pm 0,001$	$4,688 \pm 0,002$
$2,342 \pm 0,001$	$4,684 \pm 0,002$
$2,341 \pm 0,001$	$4,682 \pm 0,002$
$2,342 \pm 0,001$	$4,684 \pm 0,002$
Media	$4,6848 \pm 0,0010$

Distancia (cm)	$20 \pm 0,1$
Semiperiodo (s)	Periodo (s)
$2,912 \pm 0,001$	$5,824 \pm 0,002$
$2,91 \pm 0,001$	$5,82 \pm 0,002$
$2,913 \pm 0,001$	$5,826 \pm 0,002$
$2,91 \pm 0,001$	$5,82 \pm 0,002$
$2,909 \pm 0,001$	$5,818 \pm 0,002$
Media	$5,8216 \pm 0,0015$
Distancia (cm)	$28 \pm 0,1$
Semiperiodo (s)	Periodo (s)
$3,888 \pm 0,001$	$7,776 \pm 0,002$
$3,885 \pm 0,001$	$7,77 \pm 0,002$
$3,885 \pm 0,001$	$7,77 \pm 0,002$
$3,883 \pm 0,001$	$7,766 \pm 0,002$
$3,885 \pm 0,001$	$7,77 \pm 0,002$
Media	$7,7704 \pm 0,0016$

Tabla 7: Semiperiodo de las masas según distancias

3.4. Teorema de Steiner

Ahora, para comprobar la ecuación

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I_z + ma^2}{k_T}}$$

mediremos las oscilaciones del disco descentrado sobre el muelle torsional, recogidas en la Tabla 8 para cuatro valores distintos de separación con el centro.

Separación (cm)	0 ±0, 1	Separación (cm)	6 ±0, 1
Semiperiodo (s)	Periodo (s)	Semiperiodo (s)	Periodo (s)
1,417 ±0, 001	2,834 ±0, 002	1,567 ±0, 001	3,134 ±0, 002
1,418 ±0, 001	2,836 ±0, 002	1,569 ±0, 001	3,138 ±0, 002
1,419 ±0, 001	2,838 ±0, 002	1,568 ±0, 001	3,136 ±0, 002
1,419 ±0, 001	2,838 ±0, 002	1,567 ±0, 001	3,134 ±0, 002
1,417 ±0, 001	2,834 ±0, 002	1,566 ±0, 001	3,132 ±0, 002
Media	2,8360 ±0, 0008	Media	3,1348 ±0, 0010
Separación (cm)	3 ±0, 1	Separación (cm)	12 ±0, 1
Semiperiodo (s)	Periodo (s)	Semiperiodo (s)	Periodo (s)
1,46 ±0, 001	2,92 ±0, 002	2,013 ±0, 001	4,026 ±0, 002
1,459 ±0, 001	2,918 ±0, 002	2,014 ±0, 001	4,028 ±0, 002
1,462 ±0, 001	2,924 ±0, 002	2,014 ±0, 001	4,028 ±0, 002
1,485 ±0, 001	2,97 ±0, 002	2,013 ±0, 001	4,026 ±0, 002
1,452 ±0, 001	2,904 ±0, 002	2,013 ±0, 001	4,026 ±0, 002
Media	2,927 ±0, 011	Media	4,0268 ±0, 0005

Tabla 8: periodos según la separación

4. Discusión

4.1. Constante de restauración del muelle

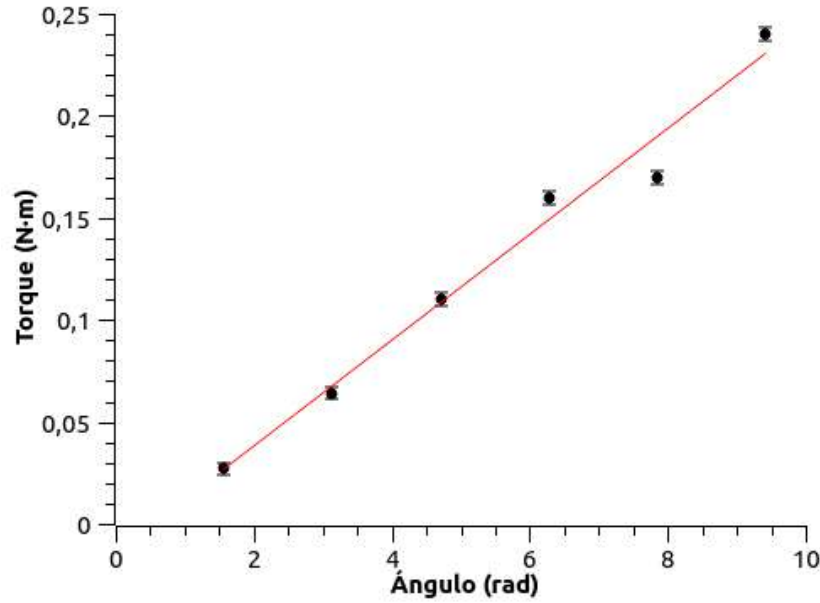


Figura 2: Torque frente al ángulo

En la Figura 2 podemos ver el torque frente al ángulo, con la recta de ajuste en rojo.

La recta de ajuste corresponde a

$$y = 0,026x - 0,014$$

Con las expresiones para el error en m y en b :

$$\Delta m = \sqrt{\frac{1}{N-2} \frac{\sum_i (y_i - mx_i - b)^2}{\sum_i (x_i - X_c)^2}}$$

$$\Delta b = \sqrt{\frac{\sum_i x_i^2}{N(N-2)} \frac{\sum_i (y_i - mx_i - b)^2}{\sum_i (x_i - X_c)^2}}$$

Podemos calcular finalmente

$$k_T = m = (0,026 \pm 0,002) \text{N} \cdot \text{m/rad}$$

$$b = (-0,015 \pm 0,011) \text{N} \cdot \text{m}$$

La constante buscada k_T corresponde al valor de la pendiente m .

4.2. Momento de inercia

Despejando el momento de inercia de la expresión

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I_z}{k_T}} \rightarrow I_z = k_T \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2$$

Utilizando propagación de errores vemos que

$$\begin{aligned} \Delta I_z &= \frac{\partial I_z}{\partial k_T} \Delta k_T + \frac{\partial I_z}{\partial T} \Delta T \rightarrow \\ &\rightarrow \Delta I_z = \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 \Delta k_T + \frac{2T}{4\pi^2} k_T \Delta T \end{aligned}$$

siendo Δk_T el error asociado a k_T calculado en el apartado anterior, y ΔT el error asociado a la media de los periodos, que podemos calcular mediante

$$\Delta T = \sqrt{\frac{\sum(\bar{T} - T_i)}{N(N-1)}}$$

Los valores obtenidos para cada sólido se recogen en la Tabla 9. La columna Inercia 1 recoge los valores calculados para la inercia a partir de las expresiones anteriores, la columna Inercia 2 recoge los valores calculados mediante las expresiones para la inercia del apéndice II.

Figura	Inercia 1 (kg · m ²)	Inercia 2 (kg · m ²)
Barra	0,0046 ± 0,0003	0,00534 ± 0,00005
Disco	0,0016 ± 0,00011	0,0014 ± 0,00008
Esfera	0,0017 ± 0,00010	0,0015 ± 0,00010
Cilindro macizo	0,00054 ± 0,00003	0,00046 ± 0,00004
Cilindro hueco	0,00087 ± 0,00005	0,00086 ± 0,00007

Tabla 9: Inercias

4.3. Momento de inercia para las dos masas

La Tabla 10 recoge los resultados para la inercia del sistema formado por las dos masas y la barra.

Distancia(m)	$I(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$
0,02	$0,00471 \pm 0,00018$
0,12	$0,0108 \pm 0,0004$
0,15	$0,0145 \pm 0,0006$
0,20	$0,0223 \pm 0,0009$
0,28	$0,0398 \pm 0,0015$

Tabla 10: Inercias de las masas

En la Figura 3 representamos la Inercia de la masa en función de la distancia al cuadrado

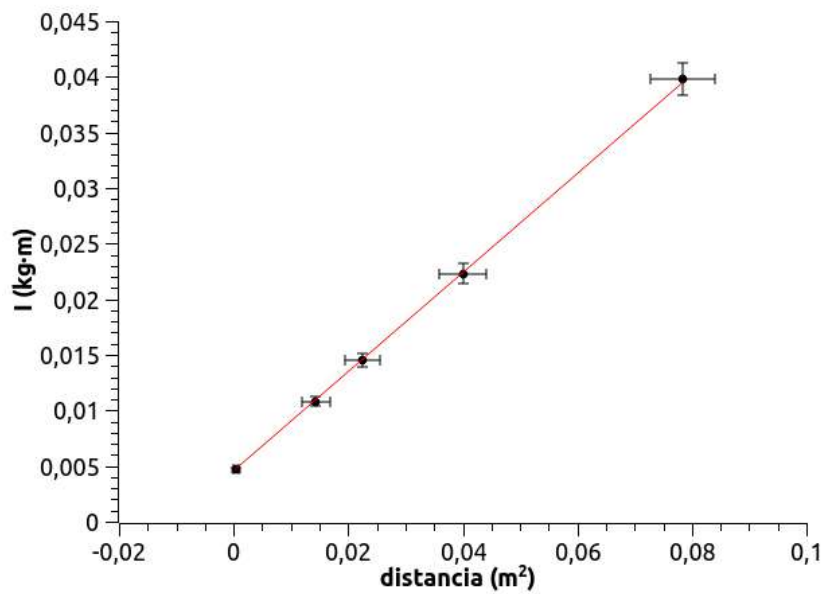


Figura 3

El ajuste lineal nos da la recta

$$y = 0,2249x + 0,000235$$

Igual que en el apartado anterior, calculamos los errores para m y b :

$$m = 0,4453 \pm 0,0011(\text{kg})$$

$$b = 0,00451 \pm 0,00005(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$$

De modo que el valor de m correspondería a las masas colocadas sobre la barra. Hemos pesado esas masas en una balanza, obteniendo para cada una

$$m = (0,210 \pm 0,001)\text{kg}$$

$$2m = (0,42 \pm 0,002)\text{kg}$$

Vemos que el valor obtenido es similar, aunque rebasa el error.

4.4. Teorema de Steiner

Representamos en la Figura 4 los valores del cuadrado de los periodos medios frente a la distancia correspondiente al cuadrado.

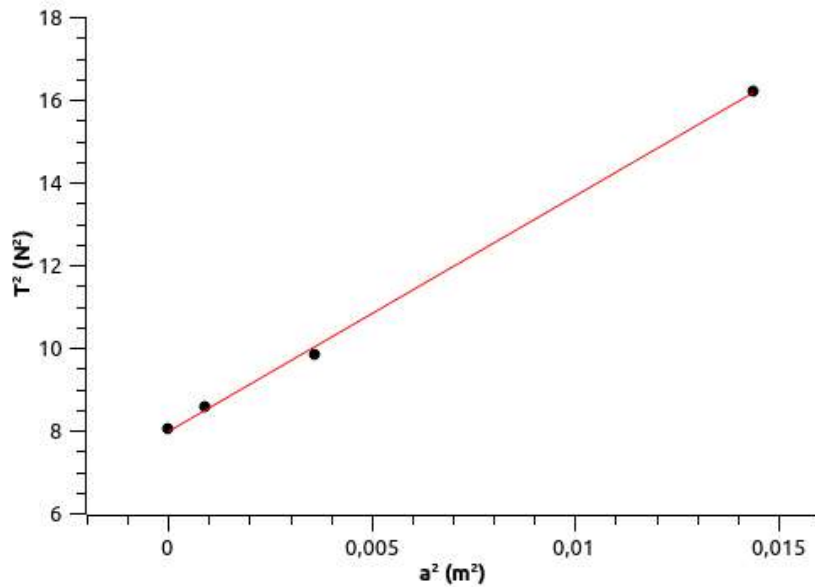


Figura 4

Obtenemos la recta de ajuste:

$$y = Ax + B$$

$$A = 570 \pm 13(\text{N}^2/\text{m}^2)$$

$$B = 8,0 \pm 0,10(\text{N}^2)$$

Ahora podemos despejar la masa m y el momento de inercia I_z a partir de las expresiones, y utilizando la $k_T = 0,0261$ calculada en un apartado anterior

$$A = \frac{4\pi^2 m}{k_T} \rightarrow m = \frac{Ak_T}{4\pi^2}$$

$$B = \frac{4\pi^2 I_z}{k_T} \rightarrow I_z = \frac{B k_T}{4\pi^2}$$

$$m = 0,38 \pm 0,03(\text{kg})$$

$$I_z = 0,0053 \pm 0,0004(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$$

Podemos ver que la inercia I_z obtenida nos da aproximadamente igual a la que podemos calcular de la manera en la que la calculabamos en los anteriores apartados, para el caso de $a = 0$.

5. Cuestiones

Al comparar los valores obtenidos experimentalmente de los momentos de inercia de cada sólido con los calculados mediante las fórmulas del apéndice II, ¿aparecerán errores demasiado grandes? En caso afirmativo, ¿por qué?

Si, al compararlos en muchos casos la diferencia es notable. Esto es debido a que para obtenerlo experimentalmente hacemos más mediciones y cálculos intermedios, y por tanto nos exponemos más a errores en la toma de medidas, que se propagan y acaban dando una diferencia con respecto al cálculo mediante la fórmula.

En el apartado 4.4 se ha obtenido, de manera indirecta, la masa del disco con agujeros. Compare este valor con la medida directa al pesar el disco. Comente los resultados, teniendo en cuenta los errores en ambos casos.

El valor obtenido con la medida directa es

$$m_{directa} = (0,266 \pm 0,001)\text{kg}$$

mientras que el valor obtenido de manera indirecta es

$$m_{indirecta} = (0,38 \pm 0,03)\text{kg}$$

Aún teniendo en cuenta los errores, no coinciden, una vez más por la propagación de los errores en la toma de medidas.

¿Cuál es el motivo de que en algunos casos en las gráficas que se piden, las magnitudes a representar sean al cuadrado como, por ejemplo, T^2 frente a a^2 , en lugar de simplemente T frente a a ?

El motivo de esto es que en estas ocasiones las magnitudes se relacionan mediante esas potencias en las expresiones, de modo que la relación lineal se

establece de esta forma. Si los representasemos sin tener en cuenta esto, no nos bastaría con calcular una regresión lineal.

En el apartado 4.3 comparamos dos medidas: una directa y otra indirecta, ¿hay una gran diferencia de una a otra? Si es así explique los posibles motivos y añada posibles soluciones.

Los valores de estas dos medidas presentan una diferencia que sobrepasa el error establecido. Esto es debido, una vez más, a la propagación de errores en las medidas tomadas. Una manera de mitigar el error sería utilizar más medidas de periodos para el cálculo de la media.

Referencias

- [1] (varios) Guiones de prácticas- Técnicas Experimentales II. Grado en Física. Versión 2.1 UNED, 2022 <https://2022.cursosvirtuales.uned.es/o/3754218>
- [2] (varios) Técnicas Experimentales I. Versión 3.5. UNED, 2021 <https://2021.cursosvirtuales.uned.es/o/42035617>

Conservación de la energía mecánica

Resumen

Pretendemos estudiar la conservación de la energía mecánica de un sólido con rotación y desplazamiento, y la determinación del momento de inercia de la rueda de Maxwell.

1. Introducción

La conservación de la energía mecánica viene dada por la expresión

$$E = T + U$$

que representa que la energía mecánica equivale a la suma de la cinética (T) mas la potencial (U), siendo estas

$$T = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$$

$$U = -mgh$$

siendo las alturas negativas y $g = (9,8 \pm 0,1)\text{m/s}$

Para un sólido que se desplaza verticalmente, con velocidad angular horizontal, tendremos que $\omega = \frac{v}{r}$, siendo r el radio de giro. De modo que tenemos

$$E = -mgh + \frac{1}{2}v^2\left(m + \frac{I}{r^2}\right)$$

Teniendo en cuenta que $v = \frac{dh}{dt}$, podemos obtener la ecuación diferencial

$$0 = -mgv + \frac{1}{2}\left(m + \frac{I}{r^2}\right)v\frac{dv}{dt}$$

de la que obtenemos

$$v = \frac{mg}{m + \frac{I}{r^2}}t$$

$$h = \frac{1}{2}\left(\frac{mg}{m + \frac{I}{r^2}}\right)t^2$$

2. Material y Métodos

Para realizar el experimento disponemos de una estructura formada por el pie en forma de A y una varilla horizontal, de la que cuelga la rueda de Maxwell. Enrollaremos la cuerda sobre la rueda y la dejaremos caer, de modo que la tensión de la cuerda produzca un torque sobre la rueda, y adquiriendo esta aceleración angular.

Disponemos de un sistema para soltar la rueda que activa un contador digital, y más abajo de un sensor fotoeléctrico que detecta el eje de la rueda al caer, y para el contador. Hay que tener precaución de que el sensor fotovoltáico mida siempre la misma parte del eje, ya que tiene otra parte de mayor grosor, y esto podría darnos incoherencias en la toma de medidas.

Mediremos el tiempo de caída para distintas alturas, y su velocidad, y podremos estudiar la validez de las expresiones para la conservación de la energía.

Hay que tener precaución, además, con que al soltar la rueda no hayan movimientos de vaivén en el disco, y que al enrollar el hilo este quede uniforme a ambos lados de la rueda, sin superposiciones, ya que de lo contrario habrá desniveles y desequilibrios que llevarán a anomalías en la toma de medidas.

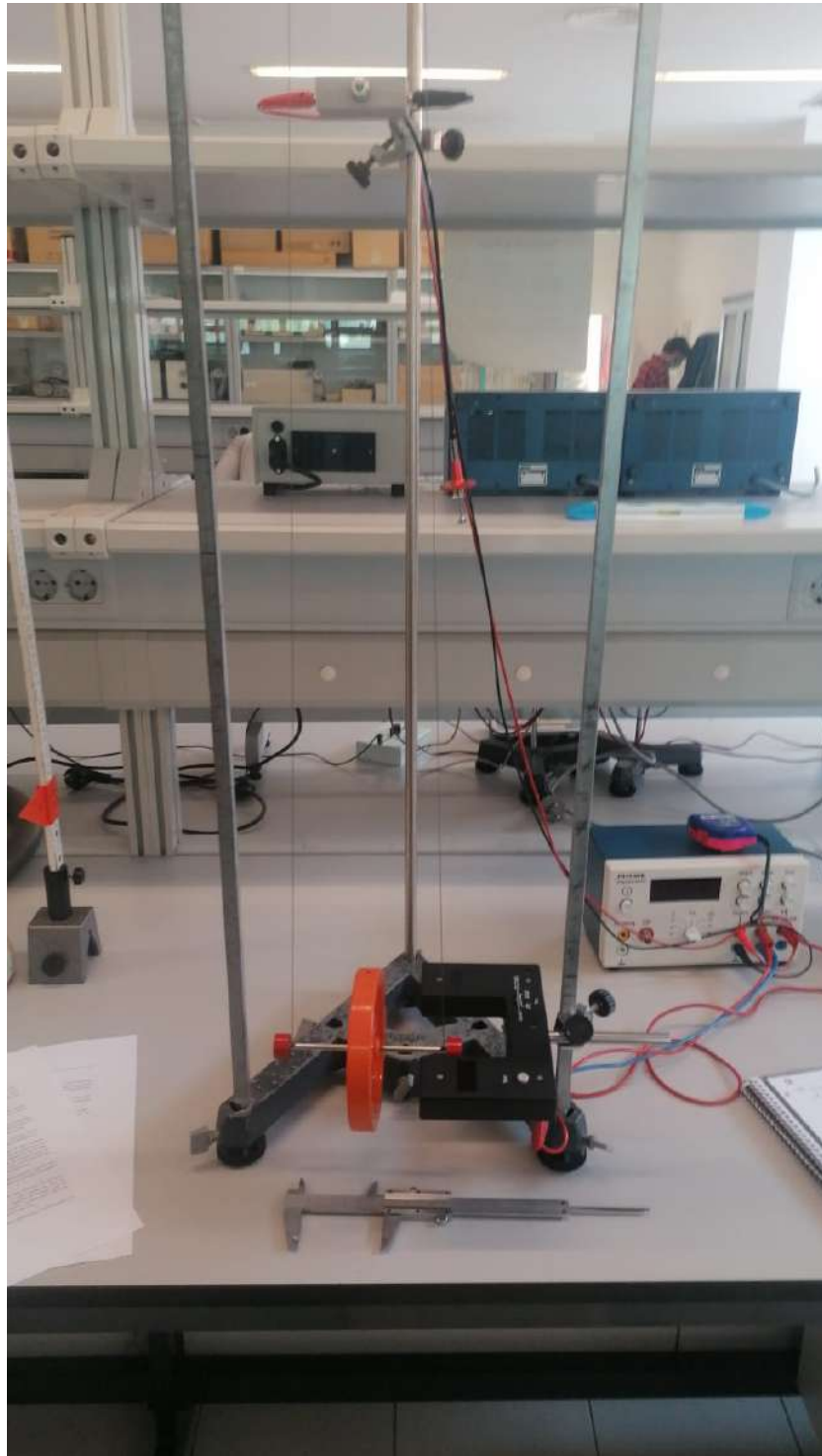


Figura 1: Dispositivo experimental

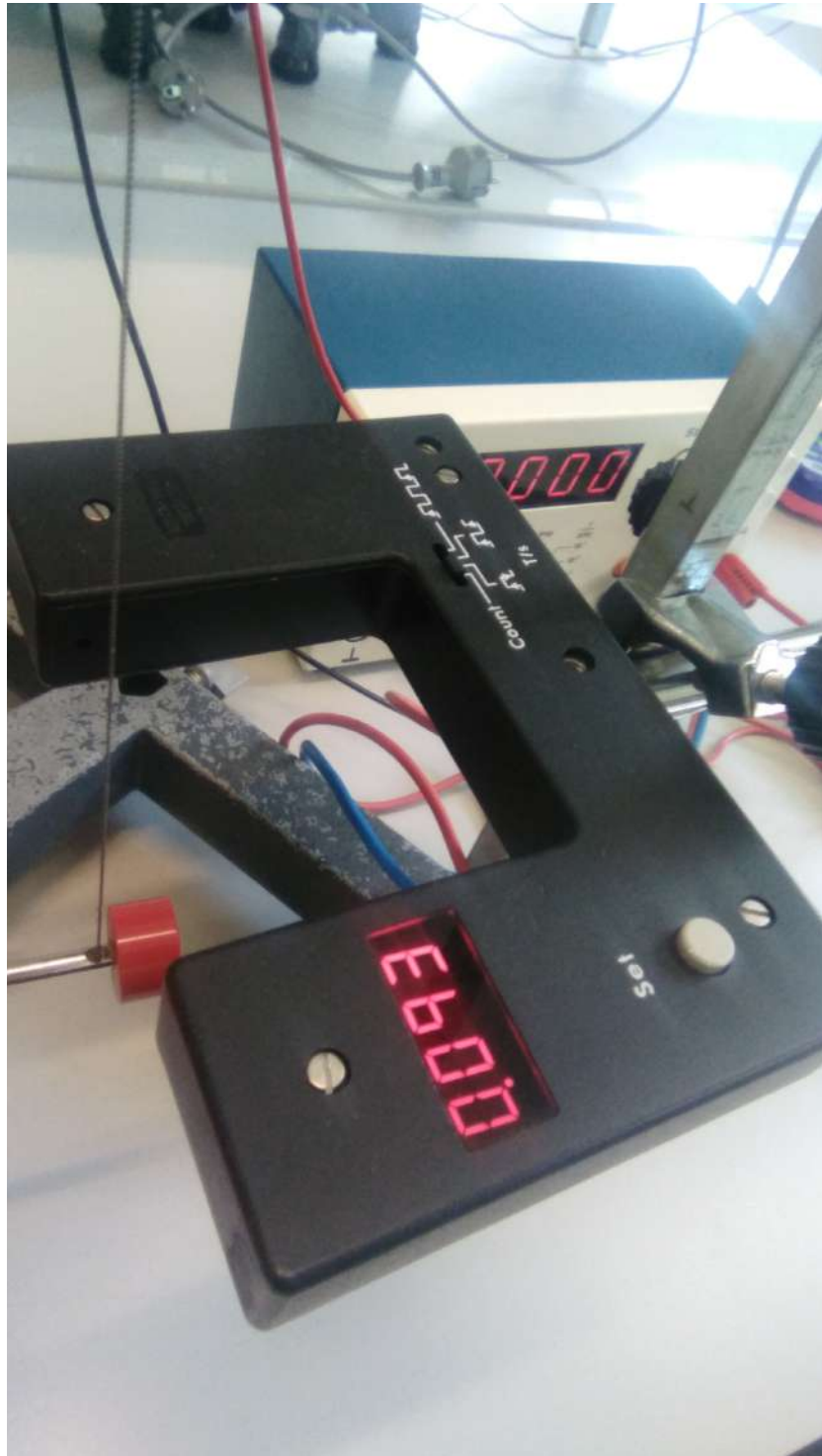


Figura 2: medidor digital con el eje que debe detectar

3. Resultados

- Diámetro: $0,054 \pm 0,001$ m
- Radio: $0,0270 \pm 0,0005$ m
- Masa: $0,365 \pm 0,001$ Kg
- g: $9,81 \pm 0,01$ m/s

Hemos tomado 10 alturas, repitiendo la toma de datos 3 veces para cada una y calculando la media. El error en la media podemos obtenerlo mediante

$$\Delta T = \sqrt{\frac{\sum(\bar{t} - t_i)}{N(N-1)}}$$

- Error en la altura: $0,001$ m
- Error en el tiempo: $0,001$ s

Los datos obtenidos están recogidos en la Tabla 1.

Altura (m)	0,6
Tiempo 1 (s)	6,563
Tiempo 2 (s)	6,56
Tiempo 3 (s)	6,547
Tiempo medio (s)	6,557
Error de la media	0,005
Altura (m)	0,55
Tiempo 1 (s)	6,275
Tiempo 2 (s)	6,184
Tiempo 3 (s)	6,275
Tiempo medio (s)	6,24
Error de la media	0,03
Altura (m)	0,5
Tiempo 1 (s)	5,986
Tiempo 2 (s)	5,923
Tiempo 3 (s)	5,946
Tiempo medio (s)	5,95
Error de la media	0,02
Altura (m)	0,45
Tiempo 1 (s)	5,663
Tiempo 2 (s)	5,674
Tiempo 3 (s)	5,668
Tiempo medio (s)	5,668
Error de la media	0,003
Altura (m)	0,4
Tiempo 1 (s)	5,363
Tiempo 2 (s)	5,358
Tiempo 3 (s)	5,265
Tiempo medio (s)	5,33
Error de la media	0,03

Altura (m)	0,35
Tiempo 1 (s)	5,039
Tiempo 2 (s)	5,017
Tiempo 3 (s)	5,021
Tiempo medio (s)	5,026
Error de la media	0,007
Altura (m)	0,3
Tiempo 1 (s)	4,664
Tiempo 2 (s)	4,592
Tiempo 3 (s)	4,677
Tiempo medio (s)	4,64
Error de la media	0,03
Altura (m)	0,25
Tiempo 1 (s)	4,213
Tiempo 2 (s)	4,24
Tiempo 3 (s)	4,233
Tiempo medio (s)	4,229
Error de la media	0,008
Altura (m)	0,2
Tiempo 1 (s)	3,773
Tiempo 2 (s)	3,879
Tiempo 3 (s)	3,873
Tiempo medio (s)	3,84
Error de la media	0,03
Altura (m)	0,15
Tiempo 1 (s)	3,343
Tiempo 2 (s)	3,205
Tiempo 3 (s)	3,258
Tiempo medio (s)	3,27
Error de la media	0,04

Tabla 1: Semiperiodo de las masas según distancias

4. Discusión

Aplicando la expresión

$$E = -mgh + \frac{1}{2}v^2(m + \frac{I}{r^2})$$

entre el punto más alto y el más bajo, podemos despejar la inercia de modo que

$$-mgh = \frac{1}{2}v^2(m + \frac{I}{r^2})$$

Teniendo en cuenta que

$$v = \frac{mg}{m + \frac{I}{r^2}}t$$

tenemos que

$$I = \frac{r^2(\frac{1}{2}m^2g^2t^2 + m^2gh)}{mgh}$$

Los resultados quedan recogidos en la Tabla 2. Vemos que el resultado de la inercia media nos da

$$I_1 = (0,000936 \pm 0,000004)\text{kg} \cdot \text{m}^2$$

Altura (m)	Inercia (kg · m ²)
0,6	0,000932
0,55	0,000923
0,5	0,000922
0,45	0,000929
0,4	0,000929
0,35	0,000945
0,3	0,000941
0,25	0,000936
0,2	0,000966
0,15	0,000932
Media	0,000936
Error en la media	0,000004

Tabla 2: Inercia

La Figura 3 representa h frente a t^2 . La recta de ajuste es

$$y = Ax + B$$

$$A = 0,0142 \pm 0,00010(\text{m/s}^2)$$

$$B = -0,004 \pm 0,003(\text{m})$$

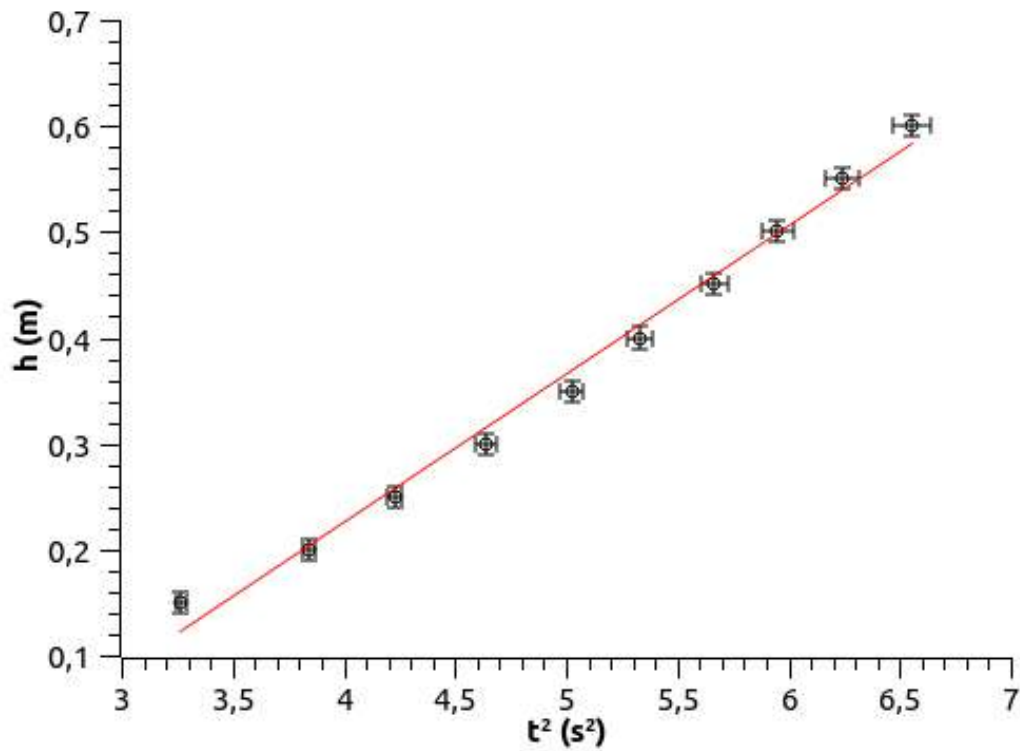


Figura 3: h frente a t^2

siguiendo la expresión de h en función de t^2 , podemos entender que la pendiente A del ajuste, ya que $h = At^2$ es

$$A = \frac{1}{2} \left(\frac{mg}{m + \frac{I}{r^2}} \right)$$

Por lo que la inercia la despejamos como

$$I = \left(\frac{mg}{2A} - m \right) r^2$$

y propagando el error:

$$\Delta I = \left(\frac{-mgr^2}{2A^2} \right) \Delta A$$

siendo

$$I_2 = 0,000916 \pm 0,000006 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Ahora, representamos en la Figura 4 v , calculada mediante $v = \frac{h}{t}$, frente a t

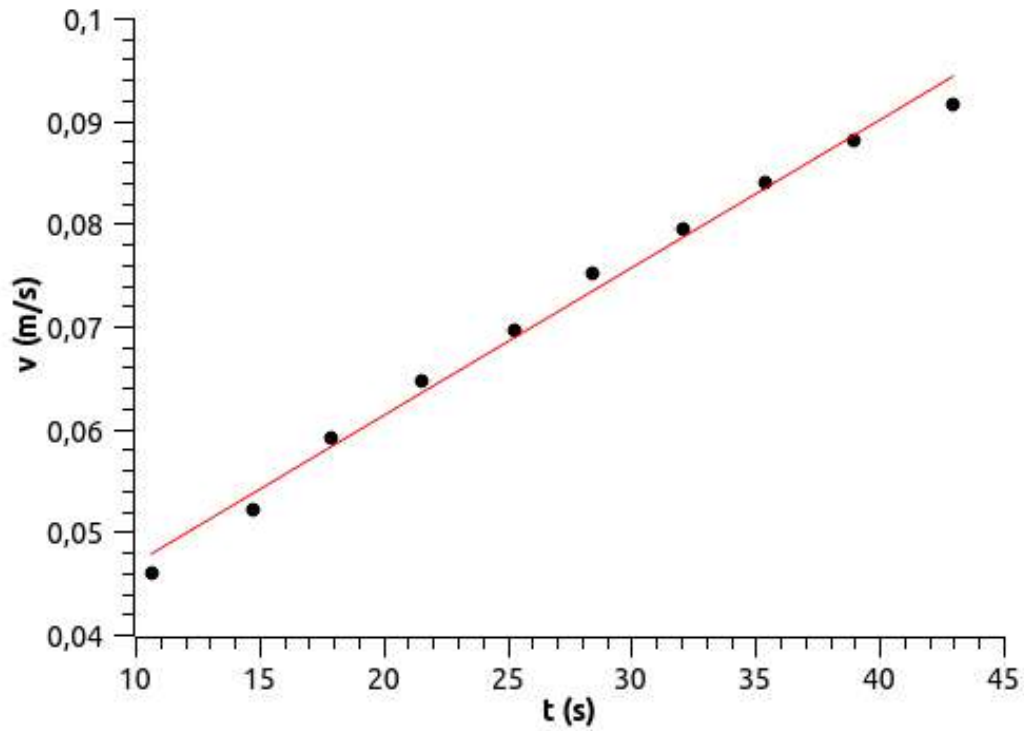


Figura 4: v frente a t

Igual que antes, ajustamos por mínimos cuadrados y obtenemos

$$y = Ax + B$$

$$A = 0,0143 \pm 0,0002(\text{m/s}^2)$$

$$B = -0,002 \pm 0,0011(\text{m/s})$$

Esta vez tenemos que

$$A = \frac{mg}{m + \frac{I}{r^2}}$$

de modo que

$$I = \left(\frac{mg}{A} - m \right) r^2$$

$$\Delta I = \left| \frac{-mgr^2}{A^2} \right| \Delta A$$

$$I_3 = 0,00182 \pm 0,00003 \text{kg} \cdot \text{m}^2$$

5. Cuestiones

¿Existe una gran diferencia entre los momentos de inercia calculados de diferente manera? Si hay diferencias, comente su significado y adjunte una posible causa.

Los valores de las dos primeras inercias son suficientemente similares, aunque se salen de sus respectivos márgenes de error, esto debe ser debido a las diferencias en los métodos empleados para su cálculo. En cuanto al tercero, es aproximadamente el doble que los anteriores, y si observamos las expresiones, tiene sentido que sea debido a usarse la expresión $v = h/t$.

Estime los errores asociados a los valores de I calculados con el ajuste por mínimos cuadrados.

Estos errores ya han sido calculados en el apartado anterior:

$$\Delta I_1 = (0,000004) \text{kg} \cdot \text{m}^2$$

$$\Delta I_2 = (0,000006) \text{kg} \cdot \text{m}^2$$

$$\Delta I_3 = (0,00003) \text{kg} \cdot \text{m}^2$$

A la hora de representar gráficas se han pedido varias de ellas frente a valores al cuadrado, ¿por qué se piden estas gráficas en esta extraña representación y no frente a sus valores sin elevar al cuadrado?

Esto es debido a que en las expresiones utilizadas para despejar I, estas magnitudes vienen en estas potencias concretas, y por tanto la relación lineal se da de esta forma.

¿Por qué se consideran alturas negativas en la ecuación (3.3) de la energía potencial?

Es un tanto arbitrario, podríamos haber puesto un signo más a la expresión de U y tomar alturas positivas. En este caso, tomamos alturas negativas considerando la coordenada 0 la posición superior, la que inicia la cuenta del tiempo cuando cae la masa.

Referencias

- [1] (varios) Guiones de prácticas- Técnicas Experimentales II. Grado en Física. Versión 2.1 UNED, 2022 <https://2022.cursosvirtuales.uned.es/o/3754218>
- [2] (varios) Técnicas Experimentales I. Versión 3.5. UNED, 2021 <https://2021.cursosvirtuales.uned.es/o/42035617>

Cuerda vibrante

Resumen

En esta práctica usaremos un osciloscopio para estudiar ondas. Discriminaremos el primer armónico de una cuerda vibrante, estudiaremos la dependencia de la frecuencia con la longitud de la cuerda y su tensión, y la dependencia de la frecuencia de la cuerda con la densidad del material del que está formada.

1. Introducción

Como en la vibración de una cuerda se producen ondas transversales, y las oscilaciones serán pequeñas, podemos considerar la tensión uniforme a lo largo del hilo, y la fuerza neta en dirección longitudinal nula. Con ello llegamos a que las fuerzas son:

$$F_x = T \cos(\theta + \Delta\theta) - T \cos \theta \approx 0$$

$$F_y = T \sin(\theta + \Delta\theta) - T \sin \theta \approx T \Delta\theta$$

De este modo, para un pequeño trozo de hilo Δx de densidad μ , tenemos

$$T \Delta\theta = (\mu \Delta x) a_y$$

y puesto que $\tan \theta = \frac{\partial y}{\partial x}$,

$$\Delta\theta = \cos^2 \theta \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \Delta x \approx \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \Delta x$$

y de estas dos podemos deducir que

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{\mu}{T} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

que se trata de la función de onda, donde la velocidad de propagación es

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \sqrt{\frac{T}{s\rho}}$$

en este último caso hemos relacionado con la densidad volumetrica ρ y la sección s .

Al tratarse de un hilo con los extremos fijos, da lugar a ondas estacionarias. La frecuencia será:

$$f = \frac{nv}{2L} = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{T}{s\rho}}$$

2. Material y Métodos

Nuestro dispositivo experimental se compone de un sistema formado por un par de triangulos colocados de forma equidistante a los extremos sobre una regla graduada, de modo que sobre ellos repose un hilo enganchado a un tensador, con un dinamómetro para medir la tensión. A la altura del hilo tenemos una bombilla de 6V, alimentada por una fuente de alimentación, y en frente una fotocélula con diafragma lineal, de modo que pueda percibir cambios en la luz recibida de la bombilla debido a la oscilación del cable. Esta fotocélula está conectada a un osciloscopio que nos permitirá visualizarlo.

Disponemos de cables de distinta sección y materiales.

Tendremos que tener precaución con el voltaje para la bombilla, y tener cuidado con no sobrepasar los 30N de tensión para los hilos, ya que no aguantarán y se partirán. Golpearemos el hilo de forma suave, y esperaremos un poco para que la oscilación producida se estabilice.

El experimento se separa en cuatro partes.

- Dependencia de la frecuencia con la longitud del hilo: con un mismo cable, iremos variando la distancia entre los triangulos de apoyo
- Dependencia de la frecuencia con la tensión: con un mismo cable, y a una misma separación de los apoyos, iremos variando la tensión del hilo y midiendo los cambios en la frecuencia
- Dependencia de la frecuencia con la densidad: utilizaremos hilos de diferentes materiales y misma sección
- Dependencia de la frecuencia con la sección: utilizaremos hilos del mismo material, misma longitud, y misma tensión, pero diferente sección.

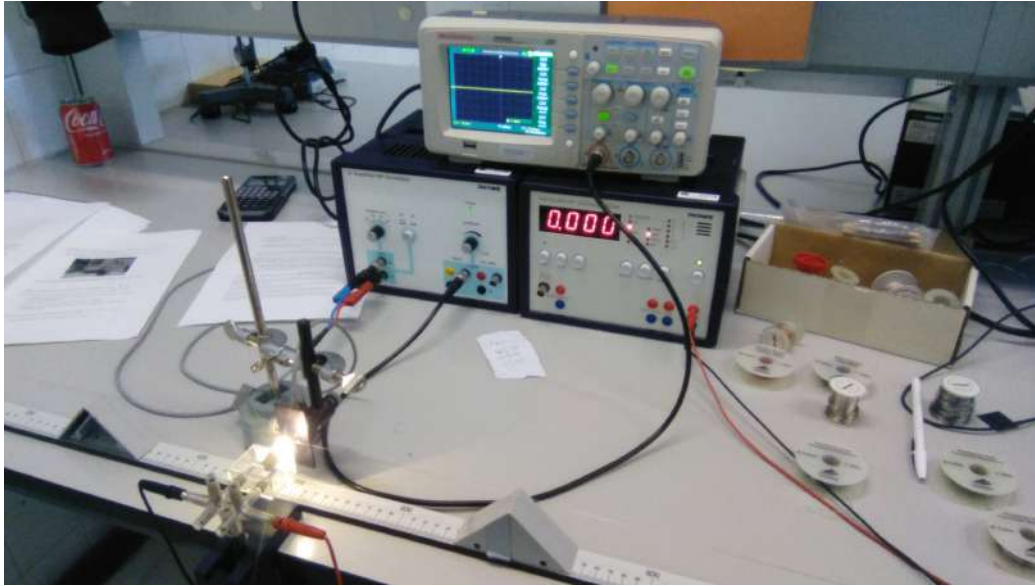


Figura 1: Dispositivo experimental

3. Resultados

3.1. Dependencia con la longitud

- Hilo: Constatan
- Sección: 0,3 mm
- Tensión: $20 \pm 1\text{N}$

Frecuencias recogidas en la Tabla 1

Separación (cm)	20±0,1	Separación (cm)	60±0,1
Medida 1	387,6 ±0,01	Medida 1	182,87 ±0,01
Medida 2	323,62 ±0,01	Medida 2	131,93 ±0,01
Medida 3	319,49 ±0,01	Medida 3	132,98 ±0,01
Media (Hz)	340 ±20	Media (Hz)	130 ±20
Separación (cm)	30±0,1	Separación (cm)	70±0,1
Medida 1	229,36 ±0,01	Medida 1	111,23 ±0,01
Medida 2	228,31 ±0,01	Medida 2	111,36 ±0,01
Medida 3	229,89 ±0,01	Medida 3	112,108 ±0,01
Media (Hz)	229,2 ±0,5	Media (Hz)	111,6 ±0,3
Separación (cm)	40±0,1	Separación (cm)	80±0,1
Medida 1	180,83 ±0,01	Medida 1	102,04 ±0,01
Medida 2	181,49 ±0,01	Medida 2	101,11 ±0,01
Medida 3	180,83 ±0,01	Medida 3	102,67 ±0,01
Media (Hz)	181,2 ±0,2	Media (Hz)	101,9 ±0,5
Separación (cm)	50±0,1		
Medida 1	150,83 ±0,01		
Medida 2	151,06 ±0,01		
Medida 3	150,83 ±0,01		
Media (Hz)	150,83 ±0,08		

Tabla 1: Frecuencia según separación

3.2. Dependencia con la tensión

- Hilo: Constatan
- Diámetro: 0,3 mm
- Separación: 50±0,1 cm

Frecuencias recogidas en la Tabla 2

Tension (N)	10±1
Medida 1	106,65 ±0,01
Medida 2	106,65±0,01
Medida 3	106,65 ±0,01
Media (Hz)	106,65 ±0,01
Tension (N)	11±1
Medida 1	111,54 ±0,01
Medida 2	111,54 ±0,01
Medida 3	108,61 ±0,01
Media (Hz)	110 ±1,0
Tension (N)	12±1
Medida 1	121,33 ±0,01
Medida 2	117,41 ±0,01
Medida 3	116,43 ±0,01
Media (Hz)	118,4 ±1,5
Tension (N)	13±1
Medida 1	125,24 ±0,01
Medida 2	121,33 ±0,01
Medida 3	121,33 ±0,01
Media (Hz)	122,6 ±1,3
Tension (N)	14±1
Medida 1	127,20 ±0,01
Medida 2	127,20 ±0,01
Medida 3	127,20 ±0,01
Media (Hz)	127,20 ±0,01
Tension (N)	15±1
Medida 1	133,72 ±0,01
Medida 2	132,93 ±0,01
Medida 3	132,93 ±0,01
Media (Hz)	133,2 ±0,3

Tension (N)	16±1
Medida 1	136,01±0,01
Medida 2	136,01 ±0,01
Medida 3	135,03 ±0,01
Media (Hz)	135,7 ±0,3
Tension (N)	17±1
Medida 1	139,92 ±0,01
Medida 2	139,92 ±0,01
Medida 3	138,94 ±0,01
Media (Hz)	139,6 ±0,3
Tension (N)	18±1
Medida 1	145,79 ±0,01
Medida 2	146,77 ±0,01
Medida 3	145,79 ±0,01
Media (Hz)	146,12 ±0,3
Tension (N)	19±1
Medida 1	147,71 ±0,01
Medida 2	147,71 ±0,01
Medida 3	147,71 ±0,01
Media (Hz)	147,71 ±0,01
Tension (N)	20±1
Medida 1	152,64 ±0,01
Medida 2	151,66 ±0,01
Medida 3	151,66 ±0,01
Media (Hz)	152,0 ±0,3

Tabla 2: Frecuencia según tensión

3.3. Dependencia con la densidad

- Diámetro: 0,3 mm
- Separación: 50±0,1 cm
- Tensión: 12±1N

Frecuencias recogidas en la Tabla 3

Material	Constatan
Medida 1	121,36 $\pm 0,01$
Medida 2	117,37 $\pm 0,01$
Medida 3	116,41 $\pm 0,01$
Media (Hz)	118,4 $\pm 1,5$
Material	Cobre
Medida 1	114,55 $\pm 0,01$
Medida 2	113,51 $\pm 0,01$
Medida 3	113,51 $\pm 0,01$
Media (Hz)	113,9 $\pm 0,3$
Material	Kantal
Medida 1	126,26 $\pm 0,01$
Medida 2	126,26 $\pm 0,01$
Medida 3	126,26 $\pm 0,01$
Media (Hz)	126,26 $\pm 0,01$

Material	Hierro
Medida 1	120,34 $\pm 0,01$
Medida 2	119,33 $\pm 0,01$
Medida 3	119,33 $\pm 0,01$
Media (Hz)	119,7 $\pm 0,3$
Material	Niquel
Medida 1	122,25 $\pm 0,01$
Medida 2	118,34 $\pm 0,01$
Medida 3	119,33 $\pm 0,01$
Media (Hz)	120,0 $\pm 1,2$

Tabla 3: Frecuencia según el material

3.4. Dependencia con el diámetro

- Material: Constatán
- Separación: 50 $\pm 0,1$ cm
- Tensión: 12 ± 1 N

Frecuencias recogidas en las Tabla 4

Diámetro (mm)	0,2
Medida 1	171,23 $\pm 0,01$
Medida 2	171,23 $\pm 0,01$
Medida 3	171,23 $\pm 0,01$
Media (Hz)	171,23 $\pm 0,01$
Diámetro (mm)	0,3
Medida 2	121,36 $\pm 0,01$
Medida 3	117,37 $\pm 0,01$
Medida 4	116,41 $\pm 0,01$
Media (Hz)	118,4 $\pm 1,5$
Diámetro (mm)	0,4
Medida 3	86,21 $\pm 0,01$
Medida 4	86,96 $\pm 0,01$
Medida 5	86,95 $\pm 0,01$
Media (Hz)	86,7 $\pm 0,2$
Diámetro (mm)	0,5
Medida 4	70,42 $\pm 0,01$
Medida 5	70,42 $\pm 0,01$
Medida 6	70,42 $\pm 0,01$
Media (Hz)	70,42 $\pm 0,01$

Tabla 4: Frecuencia según el diámetro

4. Discusión

- En la Tabla 5 y la Figura 2 se representa la frecuencia en función de la distancia. Hemos ajustado mediante regresión lineal

Distancia (m)	Frecuencia (Hz)	Δf
0,2	340	20
0,3	229,2	0,5
0,4	181,2	0,2
0,5	150,83	0,08
0,6	130	20
0,7	111,6	0,3
0,8	101,9	0,5

Tabla 5: Frecuencia según distancia

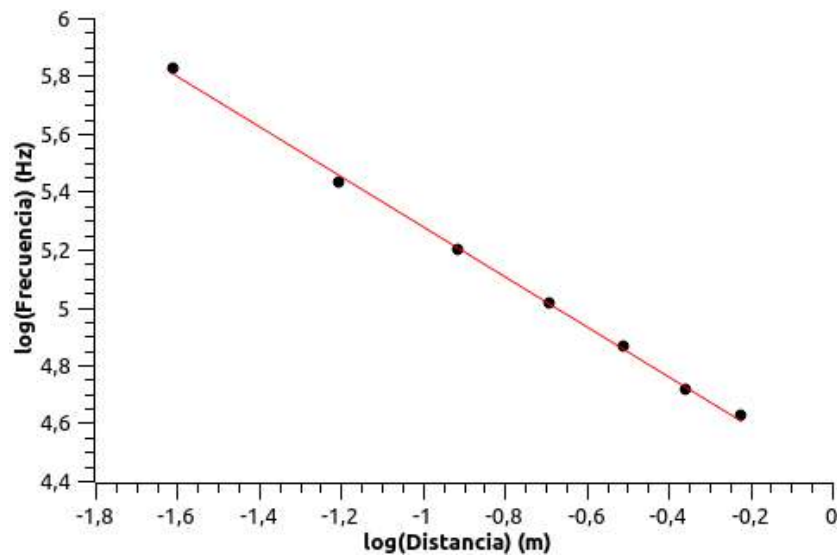


Figura 2: Frecuencia según la distancia

El ajuste nos queda:

$$y = Ax + B$$

$$A = -0,86(\text{Hz/m})$$

$$B = 4,42(\text{Hz})$$

- En la Tabla 6 y Figura 3, se representa el logaritmo de la frecuencia frente al logaritmo de tensión, y la recta de ajuste

Tensión (N)	Frecuencia (Hz)	log(T)	log(F)
10	106,65 \pm 0,01	1	2,03
11	110 \pm 1	1,04	2,04
12	118,4 \pm 1,5	1,08	2,07
13	122,6 \pm 1,3	1,11	2,09
14	127 \pm 0,01	1,15	2,10
15	133,2 \pm 0,3	1,18	2,12
16	135,7 \pm 0,3	1,20	2,13
17	139,6 \pm 0,3	1,23	2,15
18	146,12 \pm 0,3	1,26	2,16
19	147,71 \pm 0,01	1,28	2,17
20	152,0 \pm 0,3	1,30	2,18

Tabla 6: frecuencia según tensión

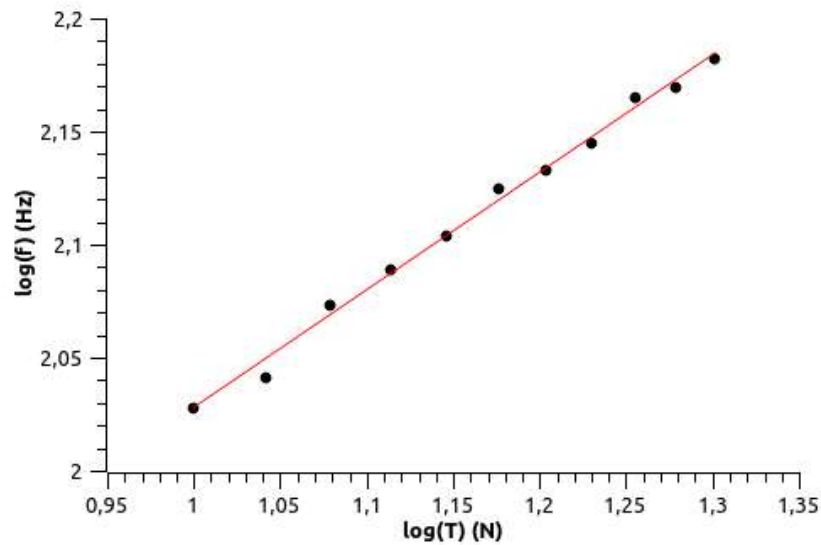


Figura 3: logaritmos de la frecuencia frente a la tensión

Con el ajuste

$$y = Ax + B$$

$$A = 0,52(\text{Hz/N})$$

$$B = 1,51(\text{Hz})$$

- En la Figura 4 hemos representado los logaritmos de frecuencia según los logaritmos de densidad de cada material, especificadas en la Tabla 7.

Material	Densidad (kg/m ³)	Frecuencia (Hz)
constatan	8966	118 ± 2
Cobre	8960	113, 8 ± 0, 3
kantal	7100	126, 26 ± 0, 01
hierro	7874	119, 7 ± 0, 3
niquel	8900	120 ± 1

Tabla 7: Densidad de los materiales

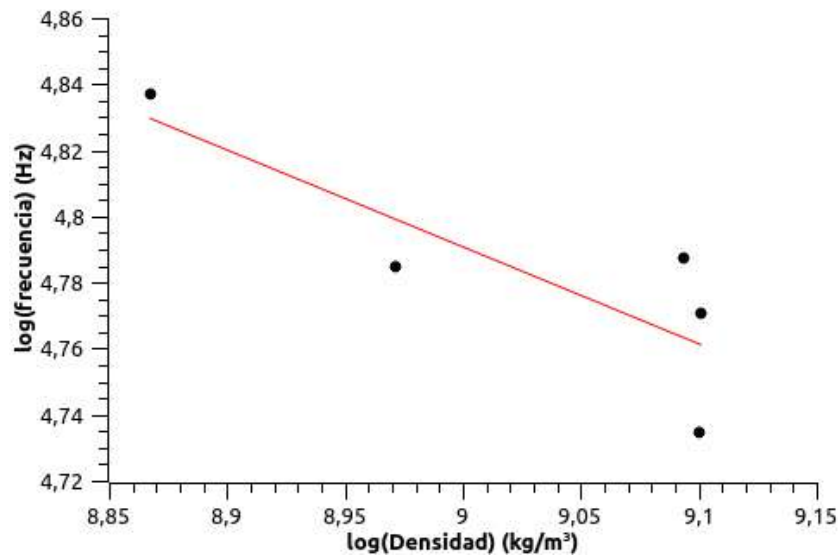


Figura 4: frecuencia según densidad

$$y = Ax + B$$

$$A = -0,29(\text{Hz} \cdot \text{m}^3/\text{kg})$$

$$B = 7,43(\text{Hz})$$

Vemos que no se ajusta muy bien, posiblemente debido a que algunos materiales presentan diferencias en otras propiedades que afecten a la frecuencia de vibración, a parte de las que hemos estudiado.

- En la Figura 5 está representado en escala logarítmica la frecuencia en función del radio del hilo. Podíamos deducir que la frecuencia aumentará a menor radio, ya que implica menor sección, y $f = \frac{nv}{2L} = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{T}{\rho}}$

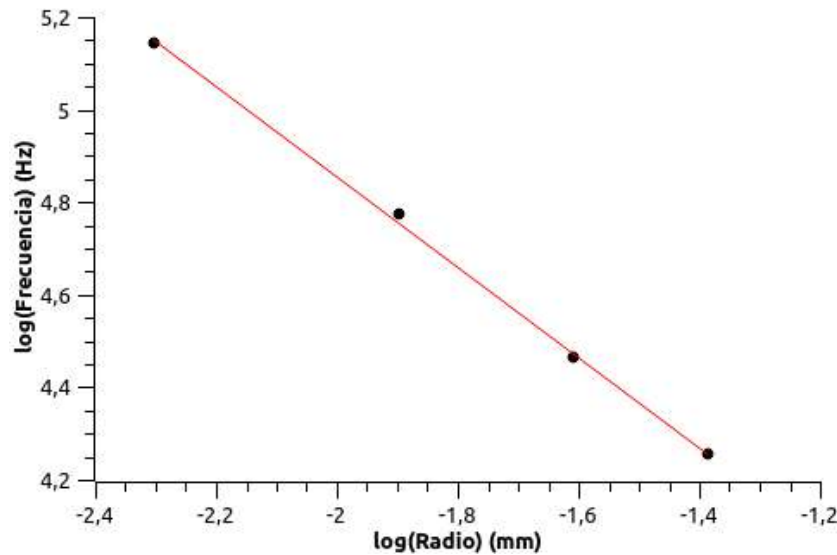


Figura 5: Frecuencia frente al radio

$$y = Ax + B$$

$$A = -0,98(\text{Hz}/\text{mm})$$

$$B = 2,90(\text{Hz})$$

5. Cuestiones

Mediante regresión lineal, encuentre el valor de β y su error estándar que ajuste a:

$$f = \alpha \cdot L^\beta$$

Del ajuste obtenemos que $\beta = (-0,86 \pm 0,014)\text{Hz}/\text{m}$

De igual manera, encuentre el exponente β y su error para la relación de la frecuencia con la tensión:

$$f = \alpha \cdot T^\beta$$

Del ajuste obtenemos $\beta = (0,52 \pm 0,013)\text{Hz/N}$

¿Por qué las ondas producidas en el cobre parecen distintas de las que aparecen en el níquel, de igual espesor, si su densidad es casi igual ($\rho = 8,9 \text{ g/cm}^3$)?

Esto es debido a las diferencias en otras propiedades físicas entre estos dos materiales, a parte del espesor o la densidad.

Encontrar la relación entre la frecuencia y la sección del hilo, teniendo presente que los datos del espesor que aparecen en las bobinas se refieren al diámetro. ¿Qué relación existe entre la frecuencia y el radio?

La expresión vista en la introducción,

$$f = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{T}{s\rho}}$$

relaciona la sección s con la frecuencia f .

Dado que $s = \pi r^2$, podemos deducir que la relación entre la frecuencia y el radio vendrá dada por:

$$f = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{T}{\pi r^2 \rho}} = \frac{1}{2Lr} \sqrt{\frac{T}{\pi \rho}}$$

Al igual que con la sección, la frecuencia se reduce cuanto mayor sea el radio.

Si la 6a cuerda de una guitarra da como fundamental la nota "MI" ($f = 329,63 \text{ Hz}$) y, a igual tensión, la 5a cuerda proporciona la nota "LA" ($f = 440 \text{ Hz}$), ¿qué relación hay entre sus diámetros, suponiéndolas del mismo material?

Aplicamos la anterior expresión, teniendo en cuenta que comparten L , ρ y T :

$$\begin{aligned} 329,63 &= \frac{1}{2Lr_{MI}} \sqrt{\frac{T}{\pi \rho}} \rightarrow 329,63r_{MI} = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{T}{\pi \rho}} \\ 440 &= \frac{1}{2Lr_{LA}} \sqrt{\frac{T}{\pi \rho}} \rightarrow 440r_{LA} = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{T}{\pi \rho}} \end{aligned}$$

De modo que:

$$440r_{LA} = 329,63r_{MI}$$

Y como los diámetros son el doble, la relación será la misma:

$$\frac{r_{LA}}{r_{MI}} = \frac{329,63}{440} = \frac{d_{LA}}{d_{MI}}$$

Referencias

- [1] (varios) Guiones de prácticas- Técnicas Experimentales II. Grado en Física. Versión 2.1 UNED, 2022 <https://2022.cursosvirtuales.uned.es/o/3754218>
- [2] (varios) Técnicas Experimentales I. Versión 3.5. UNED, 2021 <https://2021.cursosvirtuales.uned.es/o/42035617>
- [3] Densidad de materiales <https://www.stemm.com/index.php/es/densidades-de-materiales>

Distribución de campo magnético de una bobina plana

Resumen

En esta práctica mediremos los campos magnéticos creados por bobinas.

Estudiaremos el campo creado por una bobina casi plana y el correspondiente a dos bobinas iguales dispuestas coaxialmente. Verificaremos si se cumple la condición de Helmholtz de las bobinas: que la mínima variación del campo sobre la zona central del eje entre bobinas se produce cuando la distancia entre estas es igual a su radio.

1. Introducción

El campo magnético creado por una espira circular de radio a a lo largo del eje se obtiene mediante la ley de Biot y Savart:

$$B = \frac{\mu_0 i a^2}{2(a^2 + z^2)^{3/2}} u_z$$

siendo i la corriente que circula por la espira.

Para N espiras alrededor de una circunferencia de radio a , la expresión sería:

$$B = N \frac{\mu_0 i a^2}{2(a^2 + z^2)^{3/2}} u_z$$

Para $z = 0$, en el centro de la espira, tenemos

$$B = \frac{\mu_0 N i}{2a} u_z$$

Para un campo creado por una corriente continua, podemos detectar el campo con una sonda basada en el efecto Hall. Para un campo creado por corriente alterna, se detecta con una pequeña bobina de prueba (20 mH), de

modo que perturbe lo mínimo la distribución de campo, y su radio sea unas 20 veces menor al de la bobina que genera el campo.

La fuerza electromotriz inducida en la bobina de prueba, siendo $B = B_0 \cos \omega t$, es:

$$\mathcal{E} = -\frac{d\phi}{dt} = \omega B_0 K \sin \omega t$$

siendo $\omega = 2\pi f$, K la constante de la bobina y B_0 la amplitud de campo magnético creado por la bobina circular al aplicar la corriente $i = I_0 \cos(\omega t)$. Suponiendo que la dirección y sentido de B_0 es el mismo del vector normal a la sección de la bobina de prueba. En caso contrario, se manifestará el coseno del ángulo entre ellos en la expresión para el campo B.

En el centro de la espira tenemos entonces:

$$\mathcal{E} = K \cdot \frac{\mu_0 N I_0}{2a} \omega \sin \omega t$$

A partir de esta expresión puede ser representada por una recta de pendiente

$$C = K \frac{\mu_0 \omega N}{2a}$$

de la que podemos calcular la constante K de la bobina de prueba, y a partir de ahí determinar la amplitud del campo magnético, B_0

2. Material y Métodos

Nuestro dispositivo experimental consta de dos bobinas de unos 16cm de radio a y $N = 400$ espiras, colocados sobre un soporte de metacrilato, de modo que se encuentren enfrentadas, y a una distancia medible con una regla sobre la mesa, y ajustable.

Disponemos de una bobina de prueba de unos 20mH y 0,5cm de radio.

Tenemos un osciloscopio, un oscilador de baja frecuencia para que suministre el voltaje a las bobinas, una resistencia patrón de 150 Ω .

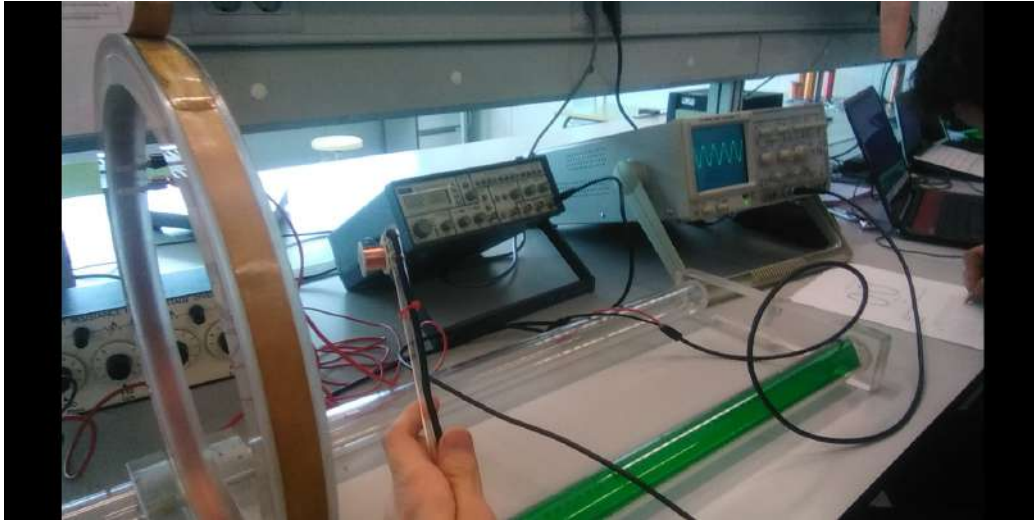


Figura 1

Realizaremos tres pruebas diferentes:

2.1. Calibración de la bobina de prueba

Situaremos una bobina casi plana sobre su soporte, y conectaremos la fuente de alimentación y la resistencia patrón.

Mediremos la tensión en bornes de la resistencia patrón en el canal 1 del osciloscopio, determinando la corriente que circula por la bobina.

Luego mediremos la tensión inducida en la bobina de prueba, conectada al canal 2 del osciloscopio. Comprobamos que la tensión inducida es máxima cuando el campo es perpendicular a la sección de la bobina de prueba. Realizamos esto con tres frecuencias distintas: 1kHz, 5kHz y 7,5kHz.

A partir de estos datos, representamos gráficamente el voltaje en función de la corriente suministrada, para cada frecuencia, obteniendo la pendiente C :

$$C = K \frac{\mu_0 \omega N}{2a}$$

Obtenemos la constante K , con lo que podemos calcular la amplitud del campo magnético creado.

2.2. Distribución del campo creado por una bobina

Mediremos la intensidad magnética en función de las tres coordenadas cilíndricas r , φ y z .

Sobre la bobina casi plana, con la bobina de prueba paralela al plano de la otra bobina, fijamos un valor de φ y tomamos medidas en distintos valores de r . De forma similar, fijamos un r y tomamos medidas para distintos angulos φ . Por último, para un mismo r y φ , medimos a distintas distancias z .

Estos valores del campo los representamos gráficamente en función de las coordenadas cilíndricas.

2.3. Distribución del campo creado por dos bobinas dispuestas coaxialmente. Bobinas de Helmholtz

Colocamos en el soporte ambas bobinas planas idénticas, y las conectamos al generador de modo que los campos generados tengan la misma dirección y sentido. Ambas bobinas deben estar alineadas, de modo que tengan el mismo eje central.

Mediremos la distribución del campo sobre el eje para tres distancias diferentes de las bobinas: menor a su radio, igual y mayor. De este modo podremos comprobar si se verifica la condición de Helmholtz.

3. Resultados y discusión

3.1. Calibración de la bobina de prueba

Hemos tomado los datos en la Tabla 1, y representado el voltaje inducido en función de la intensidad en las Figuras 2, 3 y 4. En la Tabla 2 recogemos los valores calculados para C y K.

f (Hz) = 1000				
Pos. amplitud	$V_{fuente}(V)$	$V_R(V)$	$V_{ind}(V)$	$I_R(A)$
1	6	0,52 ±0,02	0,07±0,02	0,0035±0,0001
2	7	0,62 ±0,02	0,085±0,05	0,0042 ±0,0001
3	8	0,72 ±0,02	0,095±0,05	0,0048±0,0001
4	9	0,8 ±0,05	0,1075±0,05	0,0053±0,0001
f (Hz) = 5000				
Pos. amplitud	$V_{fuente}(V)$	$V_R(V)$	$V_{ind}(V)$	$I_R(A)$
1	6	0,11±0,01	0,0675±0,05	0,00073±0,00007
2	7	0,125±0,01	0,085±0,05	0,00083±0,00007
3	8	0,145±0,01	0,095±0,05	0,00096±0,00007
4	9	0,165±0,01	0,105±0,05	0,00110±0,00007
f (Hz) = 7500				
Pos. amplitud	$V_{fuente}(V)$	$V_R(V)$	$V_{ind}(V)$	$I_R(A)$
1	6	0,065±0,01	0,08±0,05	0,00043±0,00007
2	7	0,08±0,01	0,095±0,05	0,00053±0,00007
3	8	0,09±0,01	0,11±0,05	0,0006±0,00007
4	9	0,1±0,01	0,1225±0,05	0,00067±0,00007

Tabla 1

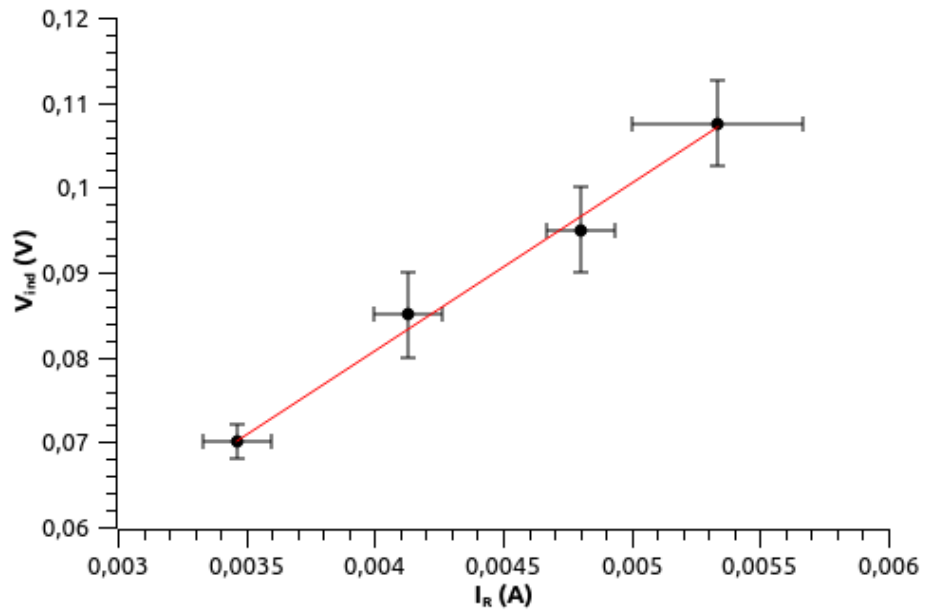


Figura 2: $f = 1000$ Hz

Ajuste: $y = 19,7873x + 0,0015$

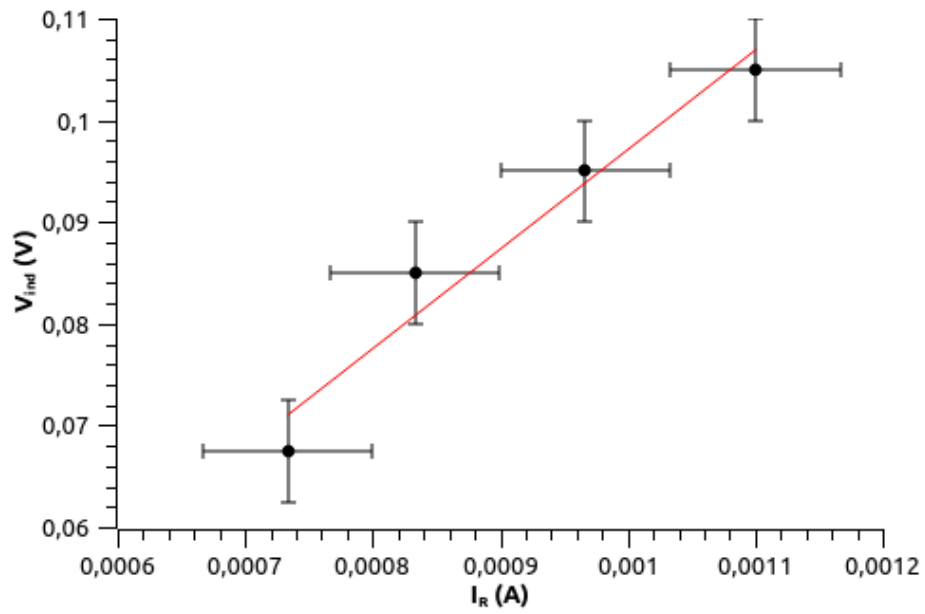


Figura 3: $f = 5000$ Hz

Ajuste: $y = 97,909x - 0,0008$

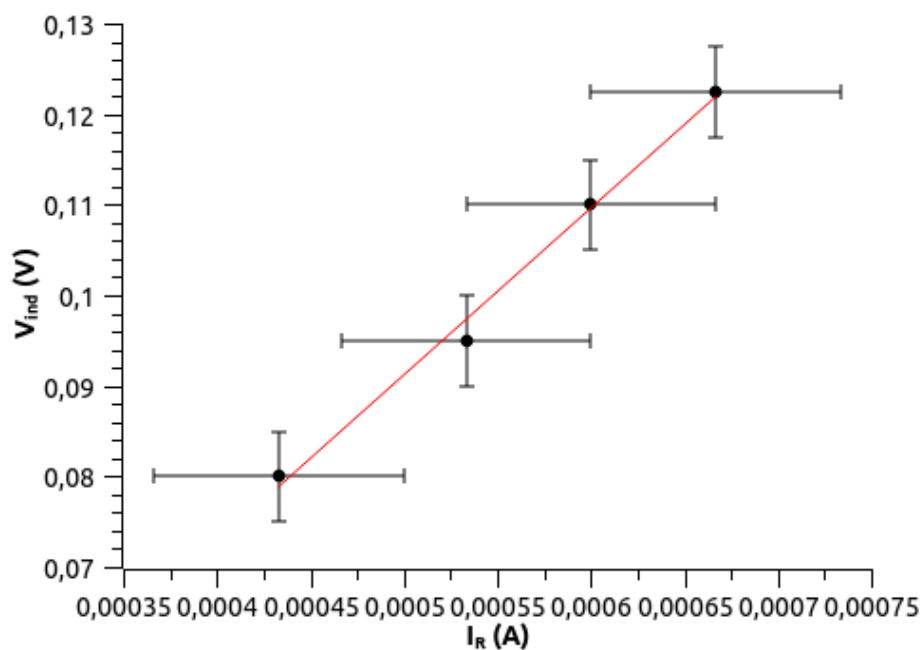


Figura 4: $f = 7500$ Hz

Ajuste: $y = 184,346x - 0,00105$

f (Hz)	C (F)	K
1000	19,79	1,98
5000	97,91	1,98
7500	184,37	2,49
$\bar{K}_{media} = 2,15$		

Tabla 2: Valores de C y K obtenidos

3.2. Distribución del campo creado por una bobina

Los resultados están representados en las Tablas 3, 4 y 5, medidos con una amplitud de 8V y una frecuencia de 5000 Hz. Respectivamente, las Figuras 5, 6 y 7 representan gráficamente el campo frente a las coordenadas. Podemos ver que el campo solo depende de la distancia z .

$r(\text{m}) \pm 0,001$	$V_{ind}(\text{V}) \pm 0,05$	$B_o \text{ (T)}$
0,02	0,095	0,0001
0,04	0,1	1,34E-05
0,06	0,105	3,97E-06
0,08	0,1125	1,68E-06
0,1	0,13	8,58E-07
0,12	0,16	4,96E-07
0,14	0,215	3,13E-07

Tabla 3: Campo en función del radio

$\phi \text{ (}^\circ\text{)} \pm 0,1$	$V_{ind}(\text{V}) \pm 0,05$	$B_o \text{ (T)}$
45	0,285	2,094E-07
90	0,285	2,094E-07
135	0,28	2,094E-07
180	0,28	2,094E-07
225	0,285	2,094E-07
270	0,28	2,094E-07
315	0,29	2,094E-07
360	0,29	2,094E-07

Tabla 4: Campo en función del angulo

$z \text{ (m)} \pm 0,001$	$V_{ind}(\text{V}) \pm 0,05$	$B_o \text{ (T)}$
0,05	0,19	2,37E-07
0,1	0,16	1,18E-07
0,15	0,12	7,90E-08
0,2	0,07	5,92E-08
0,25	0,05	4,74E-08
0,3	0,035	3,95E-08
0,35	0,012	3,38E-08
0,4	0,008	2,96E-08

Tabla 5: Campo en función de la distancia a la bobina

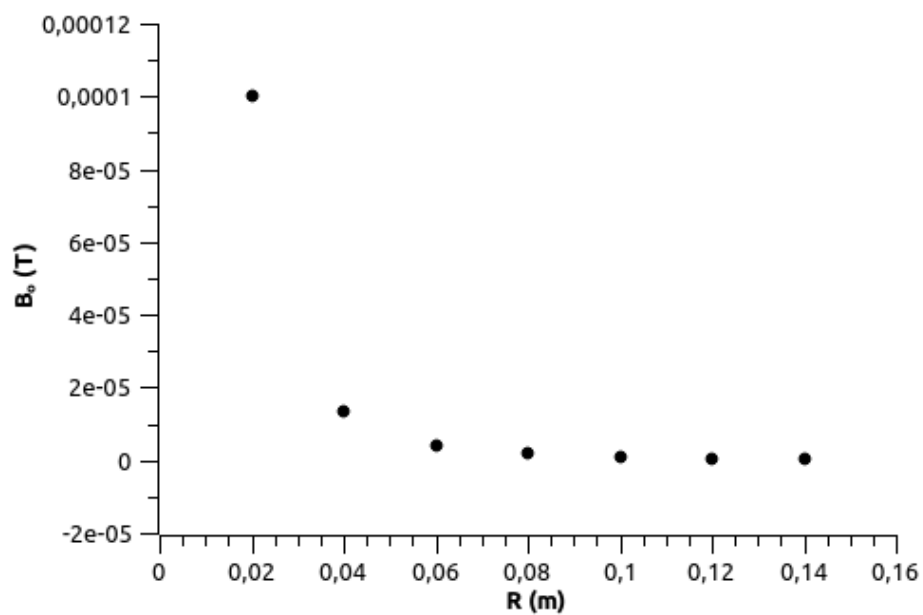


Figura 5: Campo en función del radio

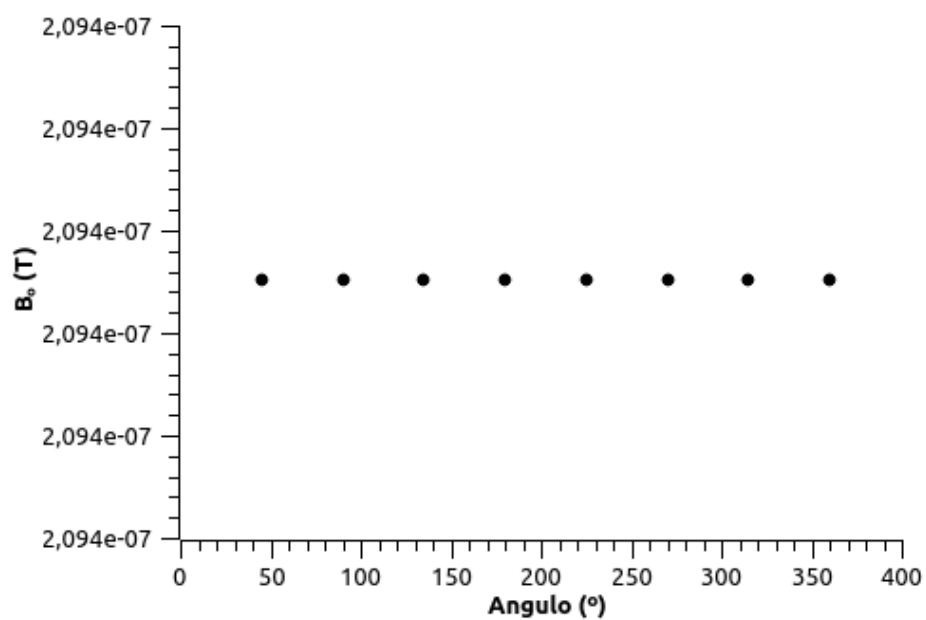


Figura 6: Campo en función del angulo

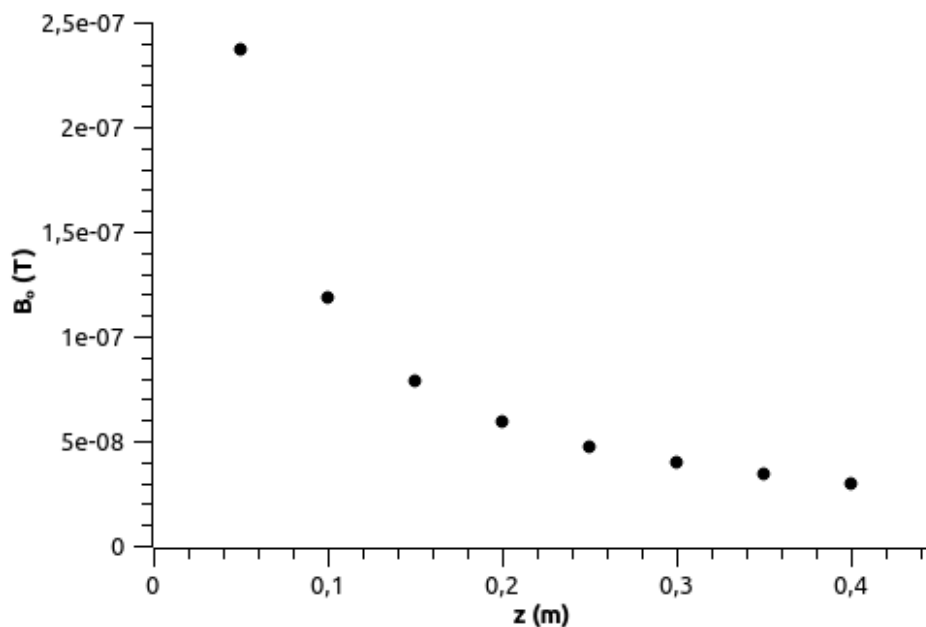


Figura 7: Campo en función de la distancia a la bobina

3.3. Distribución del campo creado por dos bobinas dispuestas coaxialmente. Bobinas de Helmholtz

En la Tabla 6 vemos, para cuatro separaciones distintas de las bobinas, el voltaje inducido a lo largo de la distancia que las separa.

d = 10 ±0,1 cm		d = 16 ±0,1 cm		d = 30 ±0,1 cm		d = 40 ±0,1 cm	
z (cm)	V _{ind} (V)	z (cm)	V _{ind} (V)	z(cm)	V _{ind} (V)	z (cm)	V _{ind} (V)
1±0,1	0,064	3±0,1	0,059	5±0,1	0,044	7±0,1	0,038
3±0,1	0,066	6±0,1	0,059	10±0,1	0,036	14±0,1	0,027
5±0,1	0,066	9±0,1	0,059	15±0,1	0,034	21±0,1	0,022
7±0,1	0,066	12±0,1	0,059	20±0,1	0,036	28±0,1	0,027
9±0,1	0,065	15±0,1	0,059	25±0,1	0,044	35±0,1	0,041

Tabla 6: Tensión inducida entre dos bobinas según la distancia a una de ellas

Referencias

- [1] (varios) Guiones de prácticas- Técnicas Experimentales II. Grado en Física. Versión 2.1 UNED, 2022 <https://2022.cursosvirtuales.uned.>

[es/o/3754218](#)

Circuitos lineales RC y RL: comportamiento transitorio

Resumen

Estudiaremos el comportamiento transitorio de circuitos RC y RL. Determinaremos sus constantes de tiempo e inferiremos los valores de capacidad o autoinducción utilizados.

1. Introducción

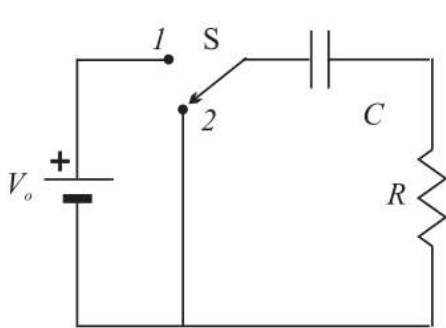


Figura 1: Circuito RC

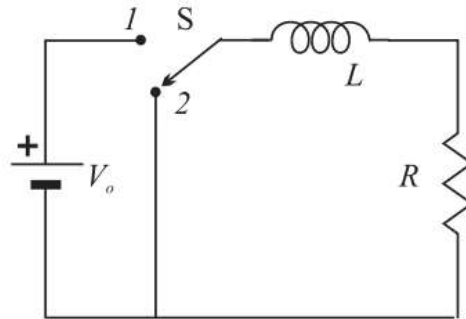


Figura 2: Circuito RL

El comportamiento transitorio en un circuito RC o RL se produce al ser sometido el circuito a voltaje en forma de escalón.

La ecuación diferencial para la aplicación de este tipo de voltaje se obtiene a partir de la ley de Kirchhoff:

- Circuito RC:

$$V_o = R \cdot i + \frac{q}{C} = R \cdot i + \frac{1}{C} \int i dt$$

- Circuito RL:

$$V_o = R \cdot i + L \frac{di}{dt}$$

En caso de cortocircuito, se pondrá $V_o = 0$. Y obtendremos la corriente que circula resolviendo las ecuaciones con $i = \frac{dq}{dt}$.

Circuito RC (conexión)

Las condiciones iniciales son $t = 0$, $q = 0$, $i = V_o/R$, la carga máxima es la carga para $t = \infty$: $Q_o = C \cdot V_o$:

$$q = Q_o \left(1 - \exp \left(-\frac{t}{RC} \right) \right)$$

$$i = \frac{V_o}{R} \exp \left(-\frac{t}{RC} \right)$$

Vemos que la intensidad que circula por el circuito durante la carga decae a $1/e$ para un tiempo $t = RC = \tau$.

Este tiempo se llama constante de tiempo o tiempo de relajación, y nos da idea de la rapidez con la que se carga el condensador.

Circuito RL (conexión)

Condiciones iniciales $t = 0$, $i = 0$:

$$i = \frac{V_o}{R} \left[1 - \exp \left(-\frac{R}{L} t \right) \right]$$

Circuito RC (cortocircuito)

Condiciones iniciales: $t = 0$, $q = Q_o = CV_o$, de modo que:

$$q = Q_o \exp \left(-\frac{t}{RC} \right)$$

$$i = -\frac{V_o}{R} \exp \left(-\frac{t}{RC} \right)$$

Circuito RL (cortocircuito)

Condiciones iniciales: $t = 0$, $i = I_o = V_o/R$

$$i = \frac{V_o}{R} \exp\left(-\frac{R}{L}t\right)$$

La constante de tiempo es $\tau = L/R$

2. Material y Métodos

Utilizaremos un osciloscopio de doble canal, un generador de funciones, con opción de onda cuadrada, un potenciómetro de $10k\Omega$, dos condensadores de $0,5\mu F$ y $0,3\mu F$ y dos autoinducciones de $0,3H$ y $0,15H$.

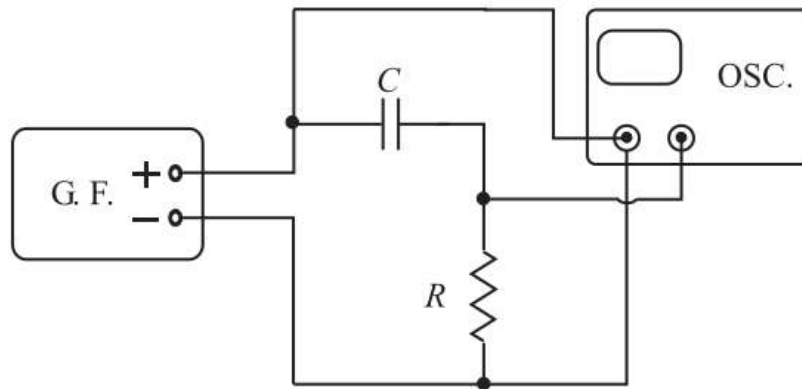


Figura 3: Montaje del circuito

Circuito RC

Disponemos los aparatos como indica la figura 3, aplicamos el generador de funciones como fuente de voltaje en forma de onda rectangular o cuadrada, de modo que su periodo sea mucho mayor que la constante de tiempo del circuito, calculándola previamente.

Ajustamos el osciloscopio para visualizar el voltaje en bornes de R y medimos el intervalo de tiempos τ .

Repetiremos esto para distintos valores de R , teniendo cuidado de que mantengamos la forma exponencial de la curva, ya que con resistencias elevadas no se visualiza bien la carga y descarga del condensador.

Realizaremos las mediciones con ambos condensadores.

Circuito RL

Repetiremos lo anterior cambiando el condensador por una autoinducción L. Mediremos para distintos valores de L.

3. Resultados y discusión

Circuito RC

Los resultados obtenidos para τ están representados, para el primer condensador, en la Tabla 1 y la Figura 4, y para el segundo condensador en la Tabla 2 y Figura 5.

Condensador 1: $C = 0,5 \pm 0,1 \mu\text{F}$			
R (Ω)	$\tau_{teorico}$ (s)	V_o (V)	$\tau_{exp.}$ (s)
2000 \pm 100	0,001 \pm 0,0003	2,7 \pm 0,1	0,001 \pm 0,0001
2500 \pm 100	0,0013 \pm 0,0003	2,7 \pm 0,1	0,0014 \pm 0,0001
3000 \pm 100	0,0015 \pm 0,0004	2,7 \pm 0,1	0,0016 \pm 0,0001
3500 \pm 100	0,0018 \pm 0,0004	2,7 \pm 0,1	0,0018 \pm 0,0001
Pendiente: $m = 0,52 \cdot 10^{-6}$			

Tabla 1: resultados para condensador 1

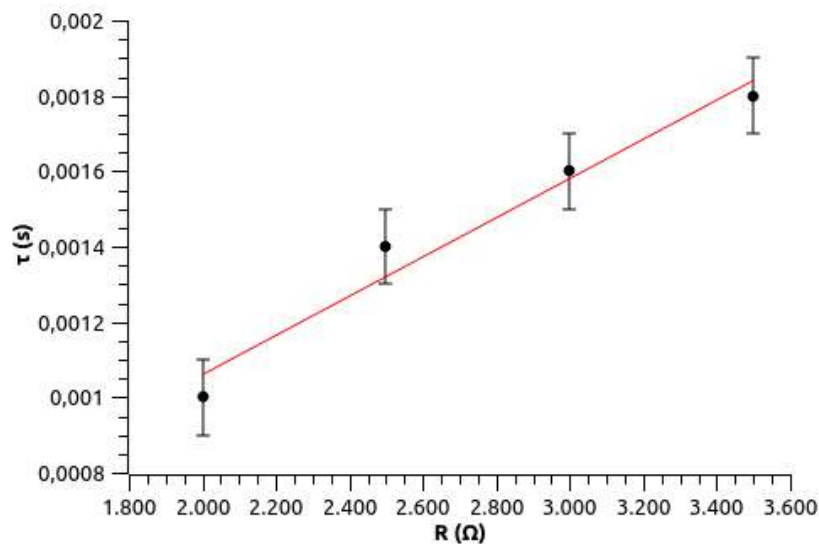


Figura 4: Tiempo en función de R para el condensador 1

Condensador 2: $C = 0,3 \pm 0,1 \mu\text{F}$			
$R \ (\Omega)$	$\tau_{teorico} \ (\text{s})$	$V_o \ (\text{V})$	$\tau_{exp.} \ (\text{s})$
1000 ± 100	$0,0003 \pm 0,0001$	$2,7 \pm 0,1$	$0,0004 \pm 0,0001$
2000 ± 100	$0,0006 \pm 0,0002$	$2,7 \pm 0,1$	$0,0008 \pm 0,0001$
3000 ± 100	$0,0009 \pm 0,0003$	$2,7 \pm 0,1$	$0,0012 \pm 0,0001$
4000 ± 100	$0,0012 \pm 0,0004$	$2,7 \pm 0,1$	$0,0014 \pm 0,0001$
Pendiente: $m = 0,34 \cdot 10^{-6}$			

Tabla 2: resultados para condensador 2

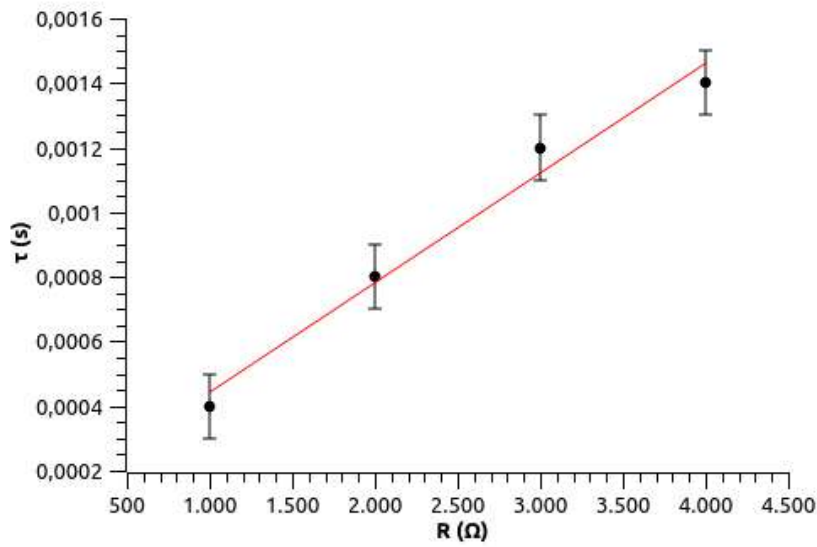


Figura 5: Tiempo en función de R para el condensador 2

Circuito RL

De igual forma, se presentan los resultados en la Tabla 3 y Figura 6 para la bobina 1, y en la Tabla 4 y Figura 7 para la bobina 2.

Bobina 1: $L = 0,3 \pm 0,01$ H			
R (Ω)	$\tau_{teorico}$ (s)	V_o (V)	$\tau_{exp.}$ (s)
400 ± 100	$0,0008 \pm 0,0002$	$3 \pm 0,1$	$0,0008 \pm 0,0001$
500 ± 100	$0,0006 \pm 0,00014$	$3,2 \pm 0,1$	$0,0005 \pm 0,0001$
1000 ± 100	$0,0003 \pm 0,00004$	$3,3 \pm 0,1$	$0,0002 \pm 0,0001$
1500 ± 100	$0,0002 \pm 0,00002$	$3,8 \pm 0,1$	$0,0001 \pm 0,0001$
Pendiente $m = 0,36$			

Tabla 3: resultados para la bobina 1

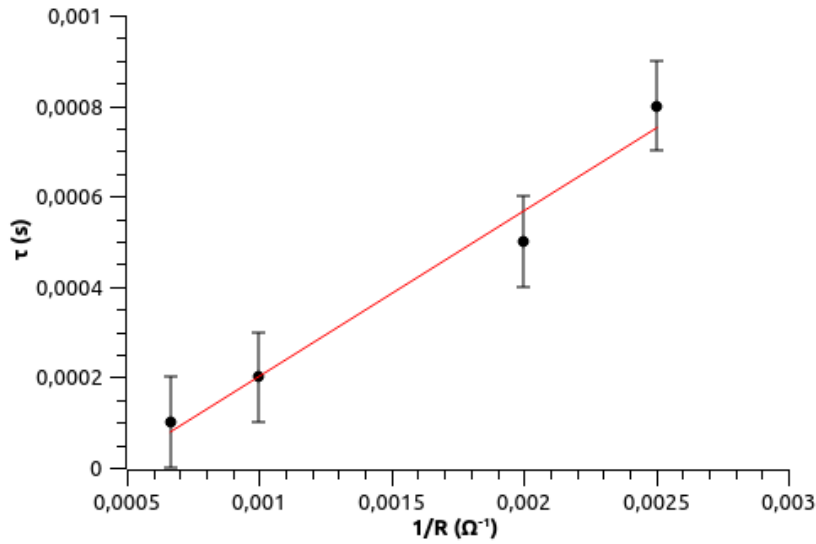


Figura 6: Tiempo en función de $1/R$ para la bobina 1

Bobina 1: $L = 0,15 \pm 0,01$ H			
R (Ω)	$\tau_{teorico}$ (s)	V_o (V)	$\tau_{exp.}$ (s)
300 ± 100	$0,0005 \pm 0,0002$	$2,7 \pm 0,1$	$0,0005 \pm 0,0001$
400 ± 100	$0,00038 \pm 0,00012$	$3 \pm 0,1$	$0,0004 \pm 0,0001$
500 ± 100	$0,0003 \pm 0,00008$	$3,4 \pm 0,1$	$0,0003 \pm 0,0001$
600 ± 100	$0,00025 \pm 0,00006$	$3,5 \pm 0,1$	$0,0002 \pm 0,0001$
Pendiente $m = 0,17$			

Tabla 4: resultados para la bobina 2

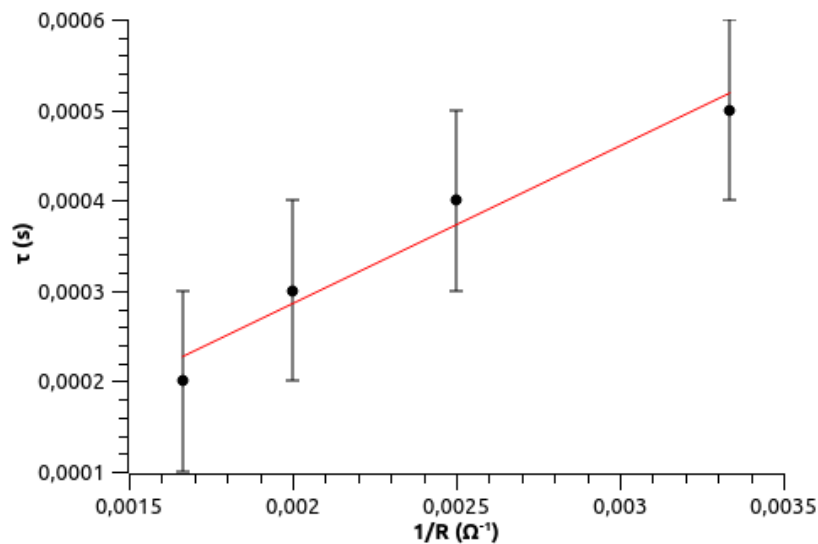


Figura 7: Tiempo en función de $1/R$ para la bobina 2

Conclusión

Hemos visto como los tiempos mantienen una relación con la resistencia en los circuitos RC y con la inversa de la resistencia en los RL. Se comprueba que la pendiente de la recta que ajusta esa relación coincide con el valor del condensador o la bobina empleada.

Referencias

- [1] (varios) Guiones de prácticas- Técnicas Experimentales II. Grado en Física. Versión 2.1 UNED, 2022 <https://2022.cursosvirtuales.uned.es/o/3754218>

Circuitos lineales RC y RL: comportamiento sinusoidal permanente

Resumen

En esta práctica estudiaremos las relaciones entre el voltaje y la corriente que circula por un circuito alimentado con una señal sinusoidal.

Mediremos los voltajes en bornes de distintos componentes y sus desfases, para representar el diagrama vectorial de los distintos voltajes.

También trataremos de observar la influencia de la frecuencia en el módulo y en la fase de los voltajes medidos.

1. Introducción

Circuito RC:

Utilizamos la solución particular de la ecuación no homogénea

$$V_o \cos \omega t = R_i + \frac{q}{C}$$

hemos prescindido de lo que ocurre al principio de la conexión, los fenómenos transitorios.

Las soluciones particulares de carga y corriente son

$$q = \frac{V_o C}{\sqrt{(\omega C R)^2 + 1}} \sin(\omega t + \varphi)$$

$$i = \frac{\omega V_o C}{\sqrt{(\omega C R)^2 + 1}} \cos(\omega t + \varphi)$$

siendo

$$\varphi = \arctan \left(\frac{1}{\omega C R} \right)$$

Circuito RL:

La solución particular de la ecuación

$$V_o \cos \omega t = R i + L \frac{di}{dt}$$

es

$$i = \frac{V_o}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} \cos(\omega t + \varphi')$$

siendo

$$\varphi' = \arctan\left(\frac{\omega L}{R}\right)$$

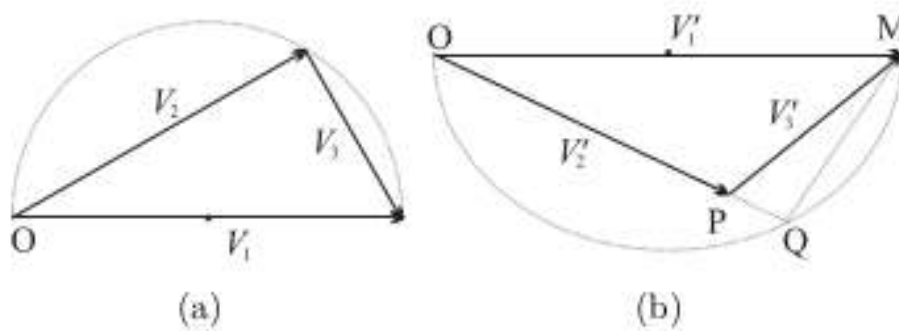


Figura 1: diagramas vectoriales del circuito RC (a) y el RL (b)

2. Material y métodos

Utilizaremos un osciloscopio de doble canal, un generador de funciones, un potenciómetro de $10\text{k}\Omega$, dos condensadores de $0,01\ \mu\text{F}$ y $0,1\ \mu\text{F}$ y dos autoinducciones de $0,3\text{H}$ y $0,15\text{H}$.

Circuito RC:

Montamos el circuito de la Figura 2. Utilizamos el osciloscopio en modo X-Y para visualizar la figura de Lissajous. Con eso tomaremos nota del valor de la resistencia y la frecuencia.

Visualizamos en el canal 1 del osciloscopio la caída de tensión, V_1 y en el canal 2 visualizamos la caída en la resistencia V_2 . Medimos también el desfase entre los voltajes.

Después invertimos la señal, con el control de posición vertical del canal 2, y cambiamos el selector de operación de canales a SUMA. Obtenemos $V_3 = V_1 - V_2$.

Repetimos el procedimiento para distintas frecuencias del del generador.

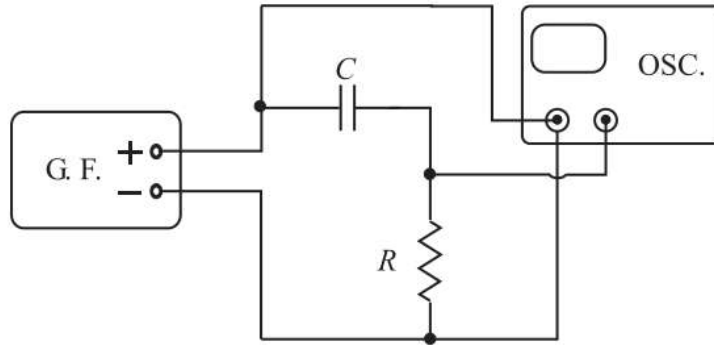


Figura 2: montaje

Circuito RL:

Repetimos el mismo procedimiento cambiando el condensador por una autoinducción L en el circuito.

3. Resultados y discusión

Circuito RC:

Los resultados para el condensador 1 y el condensador 2 están anotados, respectivamente, en las Tablas 1 y 2. Las representaciones de los diagramas están en las Figuras 3 y 4.

Para el φ_{teo} hemos utilizado:

$$\varphi_{teo} = \arctan \left(\frac{1}{2\pi fCR} \right)$$

$C = 0,01\mu\text{F}$			$R = 11030\Omega$		
f (kHz)	φ_{teo} (rad)	φ_{exp} (rad)	V_1 (V)	V_2 (V)	V_3 (V)
0,1	1,50	1,57	2	0,125	2,004
0,5	1,24	1,13	2,1	0,7	1,910
1	0,96	0,94	2,1	1,2	1,700
5	0,28	0,29	2,1	2	0,600
10	0,14	0,14	2,1	2,05	0,301
15	0,10	0,10	2,1	2,1	0,200

Tabla 1: Resultados para el condensador 1

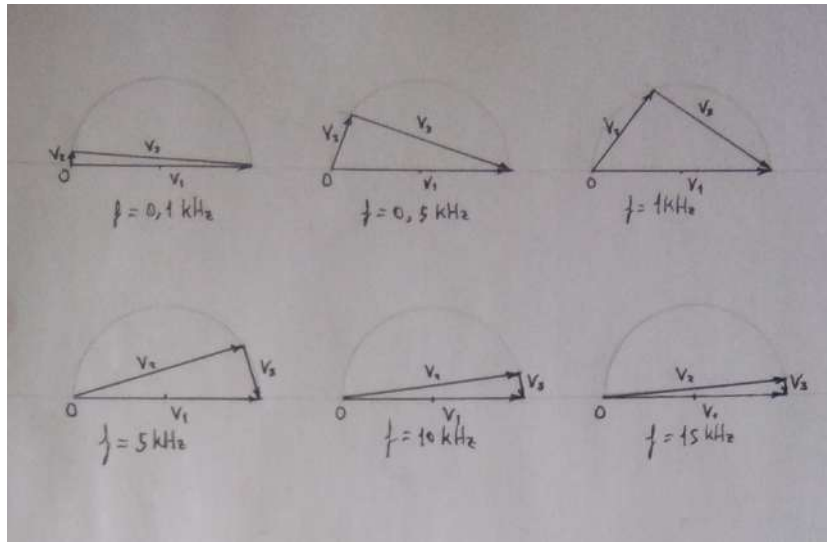


Figura 3: Diagramas para el condensador 1

$C = 0,1\mu\text{F}$			$R = 1016\Omega$		
f (kHz)	φ_{teo} (rad)	φ_{exp} (rad)	V_1 (V)	V_2 (V)	V_3 (V)
0,1	1,51	1,57	2,1	0,2	2,109
0,5	1,26	1,13	2,1	0,7	1,910
1	1,00	0,94	2,1	1	1,716
5	0,30	0,34	2,1	1,9	0,705
10	0,16	0,17	2,1	2	0,357
15	0,10	0,10	2,05	2,05	0,200

Tabla 2: Resultados para el condensador 2

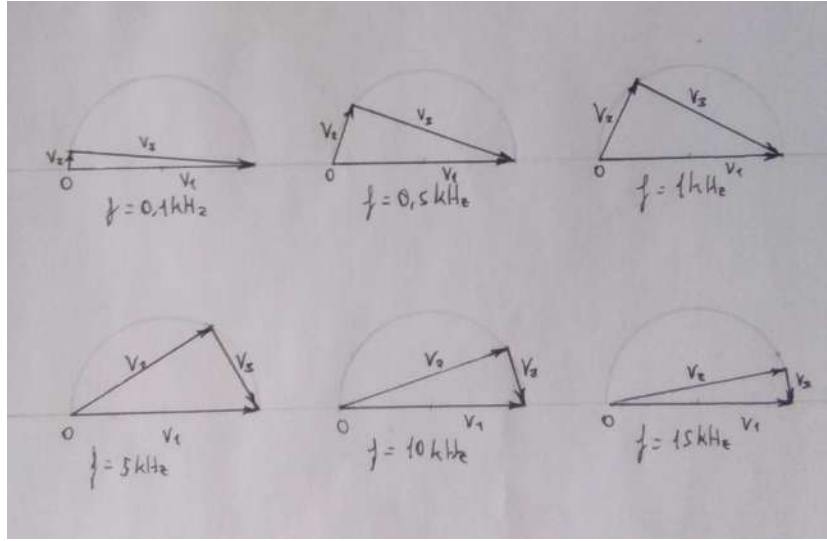


Figura 4: Diagramas para el condensador 2

Circuito RL:

Los resultados para la bobina 1 y la bobina 2 están anotados, respectivamente, en las Tablas 3 y 4. Las representaciones de los diagramas están en las Figuras 5 y 6.

Para el φ_{teo} hemos utilizado:

$$\varphi_{teo} = \arctan \left(\frac{2\pi f L}{R} \right)$$

L = 0,3 H			R = 11030Ω		
f (kHz)	φ_{teo} (rad)	φ_{exp} (rad)	V ₁ (V)	V ₂ (V)	V ₃ (V)
0,1	0,02	0,10	2,1	2,1	0,200
0,5	0,09	0,12	2,1	2,1	0,250
1	0,17	0,17	2,1	2,1	0,351
5	0,71	0,73	2,1	1,6	1,400
10	1,04	1,03	2,1	0,9	1,809
15	1,20	1,57	2,1	0,7	2,214

Tabla 3: Resultados para la bobina 1

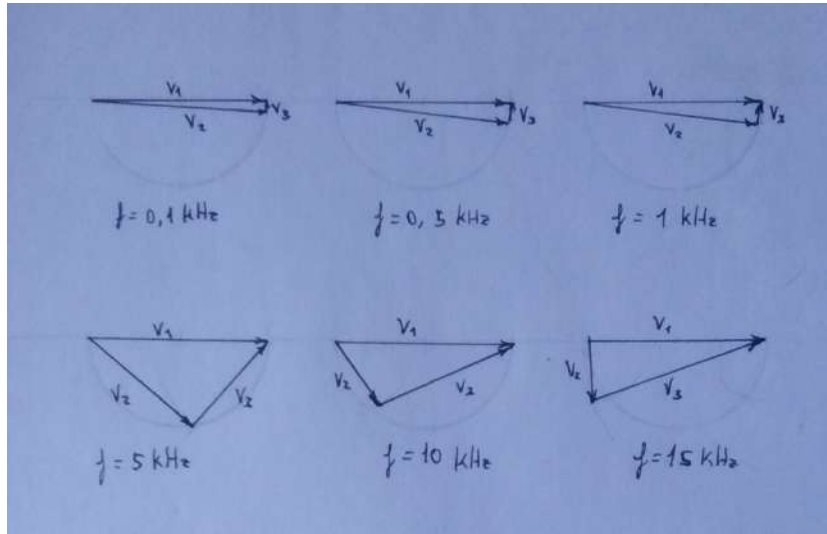


Figura 5: Diagramas para la bobina 1

L= 0,15 H			R = 1016 Ω		
f (kHz)	φ_{teo} (rad)	φ_{exp} (rad)	V_1 (V)	V_2 (V)	V_3 (V)
0,1	0,09	0,12	2,1	1,9	0,311
0,5	0,43	0,31	2,1	1,8	0,679
1	0,75	0,52	2,1	1,6	1,073
5	1,36	1,13	2,1	0,7	1,910
10	1,46	1,35	2,05	0,3	2,006
15	1,50	1,57	2,05	0,2	2,060

Tabla 4: Resultados para la bobina 2

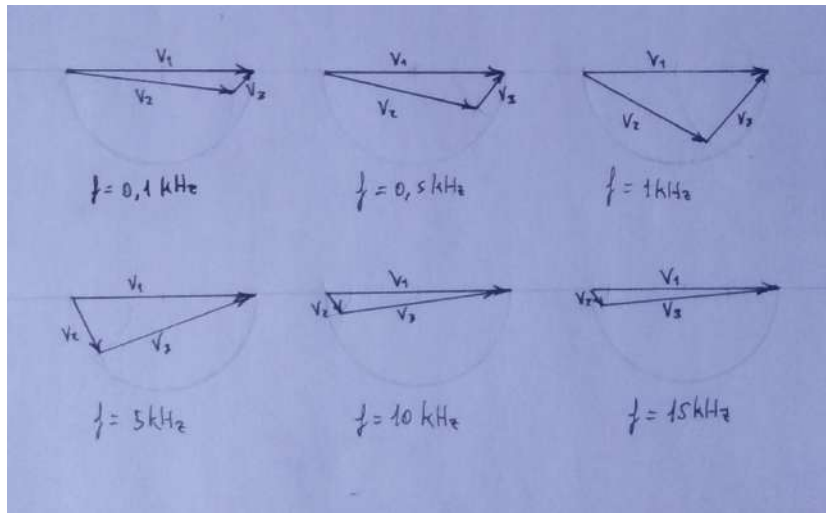


Figura 6: Diagramas para la bobina 2

Referencias

- [1] (varios) Guiones de prácticas- Técnicas Experimentales II. Grado en Física. Versión 2.1 UNED, 2022 <https://2022.cursosvirtuales.uned.es/o/3754218>

El diodo

Resumen

En esta práctica analizaremos un diodo y un diodo Zener. En el caso del diodo, dibujaremos la curva característica y construiremos un circuito limitador. Para el Zener, determinaremos sus características y su capacidad de regulación.

1. Material y métodos

Utilizaremos un generador de funciones, un polímetro, un osciloscopio de doble canal, una placa de prototipo (*protoboard*) donde montaremos el circuito, distintas resistencias comerciales de distintos valores, diodos de pequeña señal D1N4148 o D1N4007, un diodo zener BZX85 C4V7 de 1,3 W, y una fuente de alimentación variable de corriente continua.

La práctica se divide en dos partes.

1.1. Diodo en pequeña señal

En la primera analizaremos las características del diodo de pequeña señal, utilizando el circuito de la Figura 1.

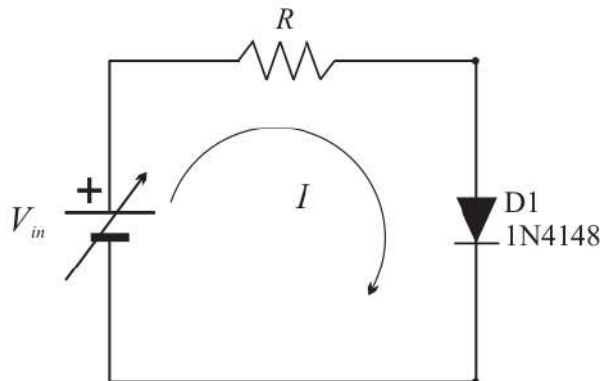


Figura 1: Circuito de prueba del diodo

Curva característica

Mediante la hoja de características determinaremos el valor mínimo de R para el caso más desfavorable de tensión, y montaremos el circuito con una resistencia de más del doble de ese valor.

Luego realizaremos un barrido en continua desde -10 V hasta $+10\text{ V}$. Mediremos el voltaje de entrada en los bornes del diodo, V_D , y la caída de tensión en la resistencia de protección, V_R .

Calcularemos la corriente y representaremos gráficamente la corriente de la resistencia en función de V_D para ambas polarizaciones.

Circuito limitador

El circuito limitador permite eliminar tensiones no deseadas en la carga.

Usaremos el circuito de la Figura 2, aplicando una señal sinusoidal de amplitud 10 V y con una frecuencia de 1 kHz .

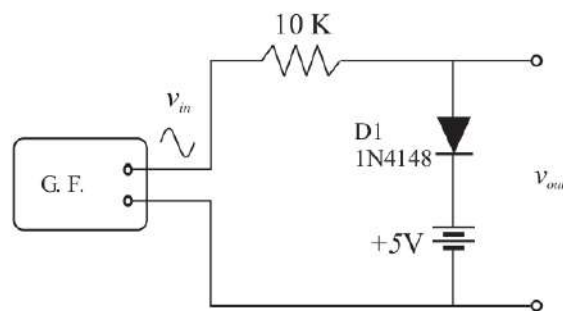


Figura 2: Circuito limitador

1.2. Diodo zener

Características

Montaremos el circuito de prueba para el diodo zener de la Figura 3, con una resistencia de protección de alrededor de 100Ω

Realizaremos un barrido en continua desde 0V hasta V_{max} . Mediremos la caída de tensión en los bornes de la resistencia de protección y en los bornes del diodo zener, V_R y V_z .

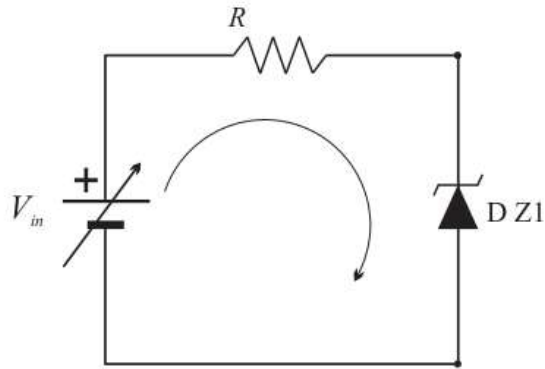


Figura 3: circuito de prueba del diodo zener

Capacidad de regulación

Montamos el circuito de la Figura 4 con $V_{in} = 10V$ y siendo R_L la caja de resistencias. Haremos un barrido sobre R_L desde 9kW hasta 100W.

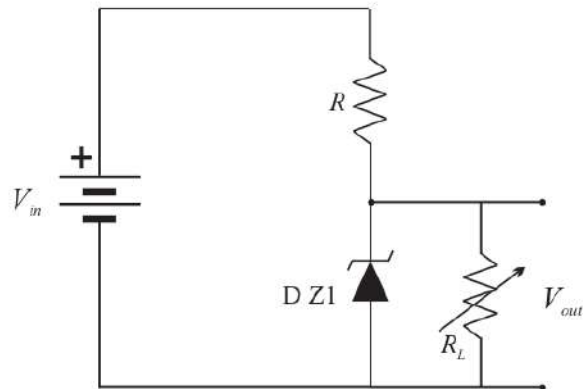


Figura 4: Circuito de prueba de carga

2. Resultados y discusión

2.1. Diodo en pequeña señal

Curva característica

La tensión más desfavorable es 10V, la intensidad máxima es 1A, y el voltaje correspondiente 1,1V. De modo que

$$10 - 1,1 = 8,9V$$

De aquí determinamos que la intensidad mínima es

$$R_{min} = 8,2\Omega$$

Nosotros instalaremos una resistencia de 510Ω , por comodidad para la toma de medidas.

Sin embargo, para la polarización inversa tomaremos una resistencia del orden de los $M\Omega$, por comodidad para apreciar las medidas.

En la Tabla 1 tenemos el barrido realizado.

V_{in} (V)	V_D (V)	V_R (V)	I (A)
-20	20 ± 1	$0,0005 \pm 0,0001$	$(9,80 \pm 2)E-07$
-15	15 ± 1	$0,00028 \pm 0,0001$	$(5,50 \pm 2)E-07$
-10	10 ± 1	$0,00013 \pm 0,0001$	$(2,55 \pm 2)E-07$
-8	8 ± 1	$(8 \pm 1)E-05$	$(1,57 \pm 2)E-07$
-6	6 ± 1	$(3 \pm 1)E-05$	$(5,88 \pm 2)E-08$
-4	4 ± 1	$(1 \pm 1)E-05$	$(1,96 \pm 2)E-08$
-2	2 ± 1	$(1 \pm 1)E-05$	$(1,96 \pm 2)E-08$
0,3	$0,287 \pm 0,001$	$0,0002 \pm 0,0001$	$3,92E-07 \pm 2E-07$
0,6	$0,512 \pm 0,001$	$0,1222 \pm 0,0001$	$0,00024 \pm 7E-07$
1	$0,571 \pm 0,001$	$0,470 \pm 0,001$	$0,00092 \pm 4E-06$
2	$0,619 \pm 0,001$	$1,414 \pm 0,001$	$0,0028 \pm 7E-06$
3	$0,643 \pm 0,001$	$2,388 \pm 0,001$	$0,0047 \pm 1E-05$
4	$0,659 \pm 0,001$	$3,348 \pm 0,001$	$0,006 \pm 2E-05$
5	$0,670 \pm 0,001$	$4,32 \pm 0,01$	$0,0085 \pm 4E-05$
6	$0,679 \pm 0,001$	$5,25 \pm 0,01$	$0,010 \pm 4E-05$
7	$0,686 \pm 0,001$	$6,27 \pm 0,01$	$0,012 \pm 4E-05$
8	$0,693 \pm 0,001$	$7,25 \pm 0,01$	$0,014 \pm 5E-05$
9	$0,699 \pm 0,001$	$8,27 \pm 0,01$	$0,016 \pm 5E-05$
10	$0,703 \pm 0,001$	$9,28 \pm 0,01$	$0,018 \pm 6E-05$

Tabla 1: Medidas del diodo en pequeña señal

En la Figura 5 tenemos representada la corriente de la resistencia en función del voltaje V_D para polarización directa, con el ajuste de la curva, y en la Figura 6 para polarización inversa.

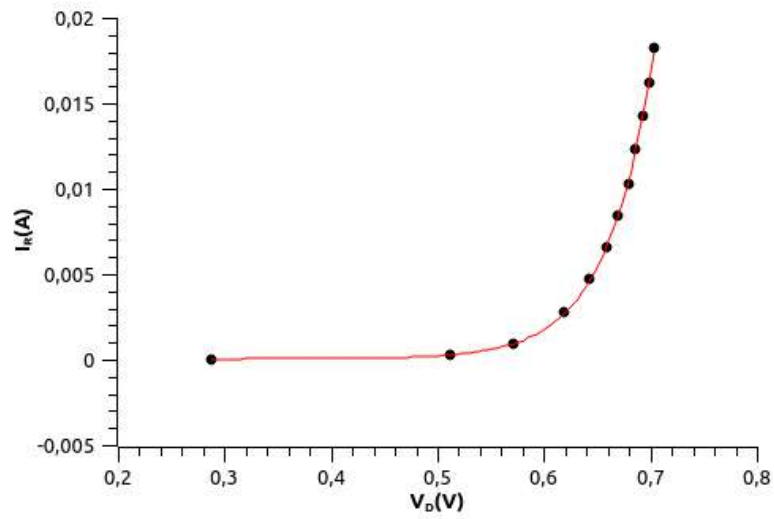


Figura 5: Corriente por la resistencia en función del V_D para polarización directa

Siendo el ajuste exponencial:

$$4,347 + 1,885e^{\frac{-x}{-0,044}}$$

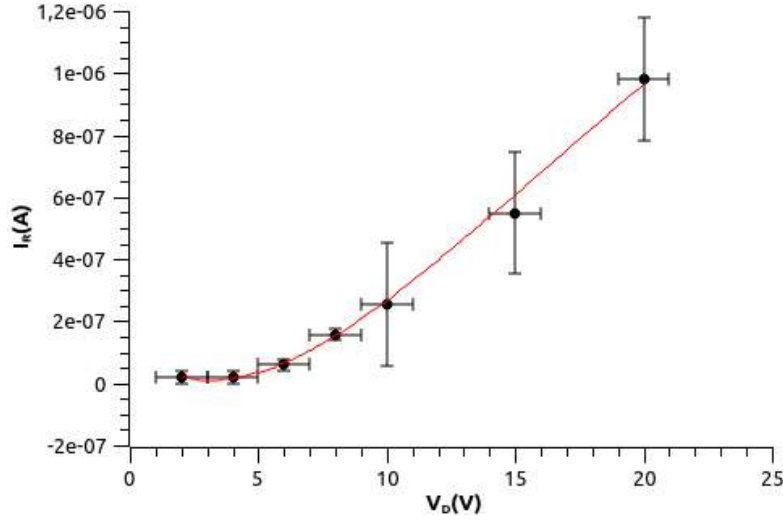


Figura 6: Corriente por la resistencia en función del V_D para polarización inversa

Siendo el ajuste exponencial:

$$0,091e^{\frac{-x}{35,04}} - 0,091e^{\frac{-x}{35,05}+1,025}$$

Para un valor típico de $V_R = -7V$, vemos con la gráfica que

$$I_{Rmax} = 1,2E-07A$$

Utilizando la curva ajustada en la Figura 5, vemos que para 1 mA la tensión de codo es

$$V_g = 0,6V$$

Suponiendo $\eta = 1$, la resistencia dinámica es ($r_d = \frac{25\eta}{I(\text{mA})}$)

$$r_d(1,5\text{mA}) = 16,67\Omega$$

$$r_d(10\text{mA}) = 2,5\Omega$$

Circuito limitador

Suponiendo que el diodo es ideal, la forma del voltaje de salida $v_{out} = v_{out}(t)$ y la curva de transferencia $v_{out} = v_{out}(v_{in})$ tienen las formas presentadas en las Figuras 7 y 8 respectivamente. Vemos que el circuito corta el voltaje en 5V.

En las Figuras 9 y 10 tenemos el voltaje de salida y la curva de transferencia de nuestro montaje experimental.

Vemos que presentan una ligera diferencia, en los bordes presentan unas pequeñas desviaciones, ampliadas en las Figuras 11 y 12. Estas imperfecciones se manifiestan debido a que, dado que el diodo no es ideal, actúa ligeramente como capacitor en esos puntos.

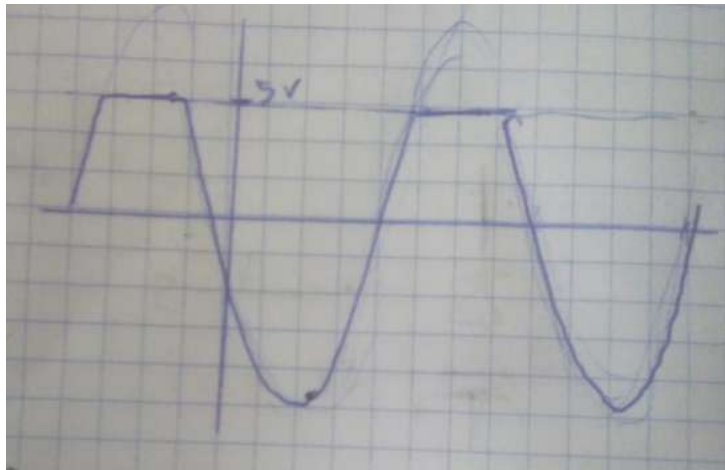


Figura 7: voltaje de salida en el circuito limitador de +5V

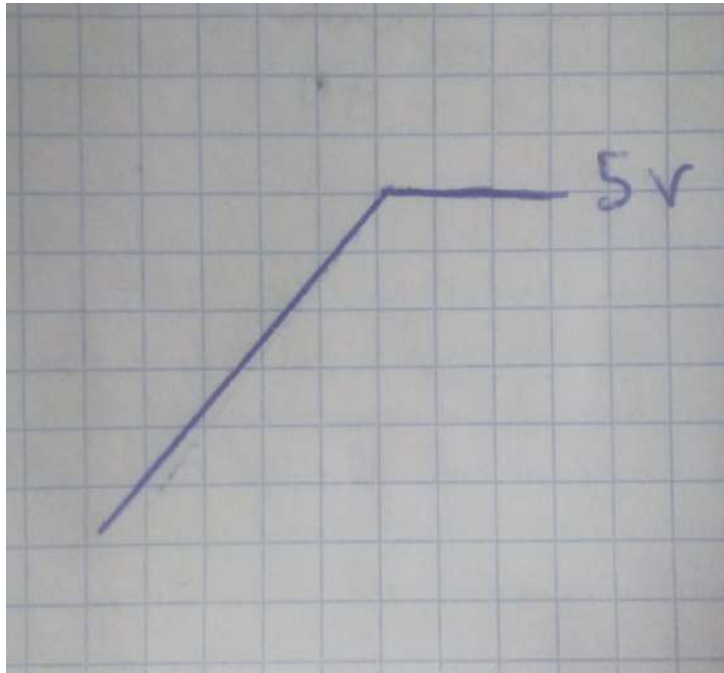


Figura 8: curva de transferencia del circuito limitador de +5V

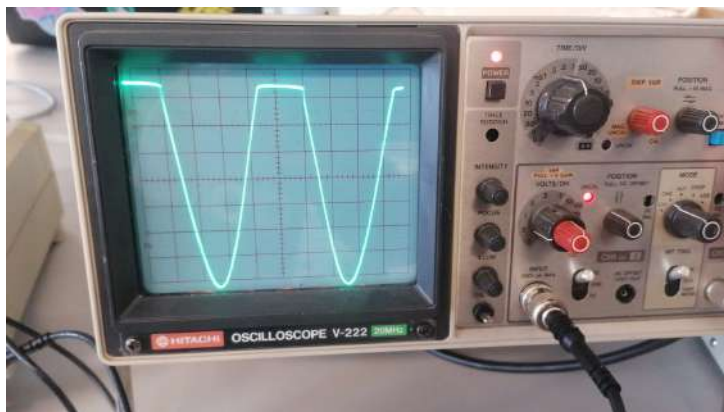


Figura 9: Voltaje del montaje experimental del limitador de +5V

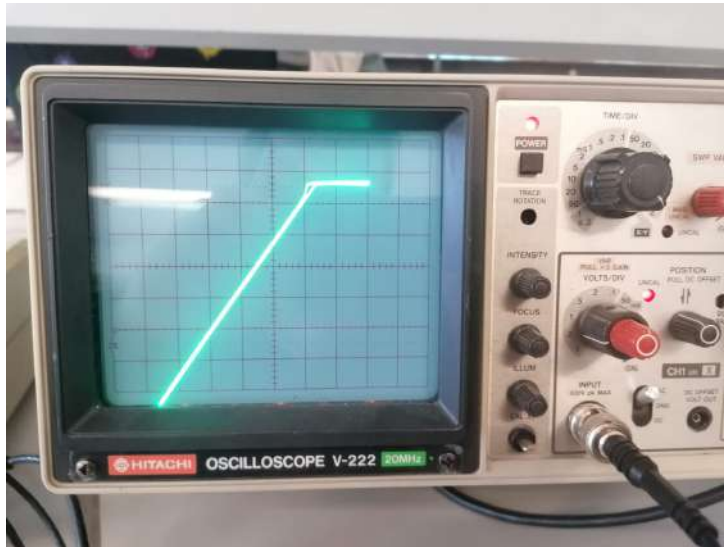


Figura 10: Curva de transferencia del montaje experimental del limitador de +5V

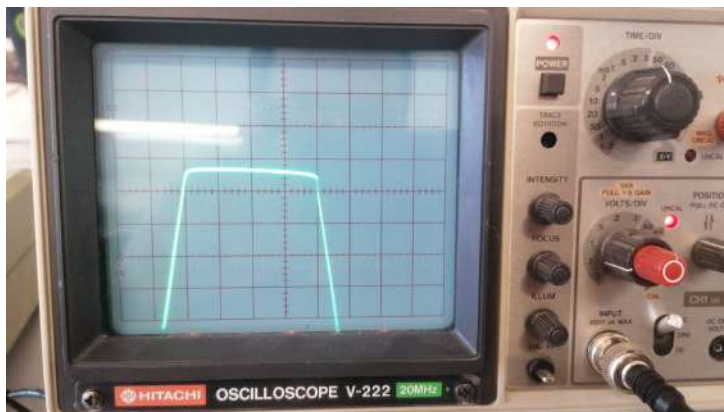


Figura 11: Imperfecciones en la curva del voltaje de salida

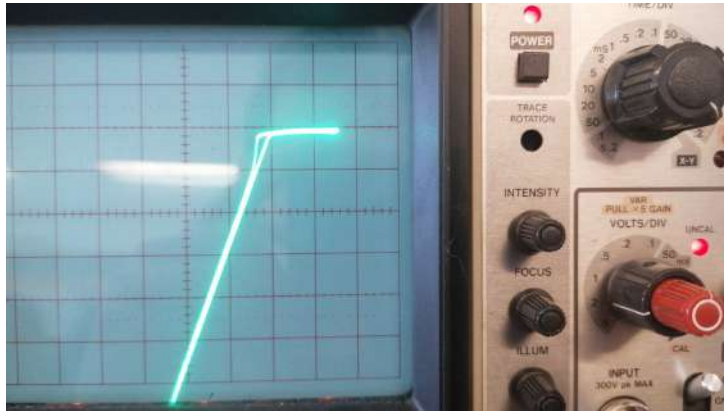


Figura 12: Imperfecciones en la curva de transferencia

En caso de querer construir un circuito limitador para voltajes negativos, debemos cambiar el sentido del diodo de modo que el montaje quede como el de la Figura 13.

Podemos ver en las Figuras 14 y 15 el voltaje y la curva de transferencia.

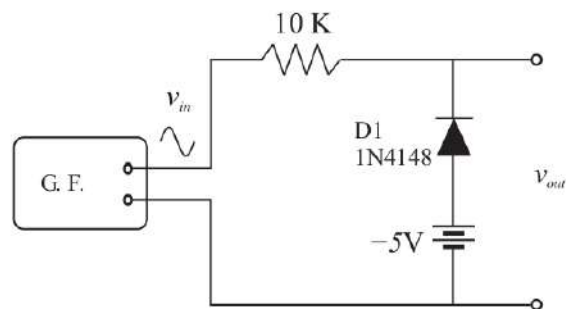


Figura 13: Circuito limitador a -5V

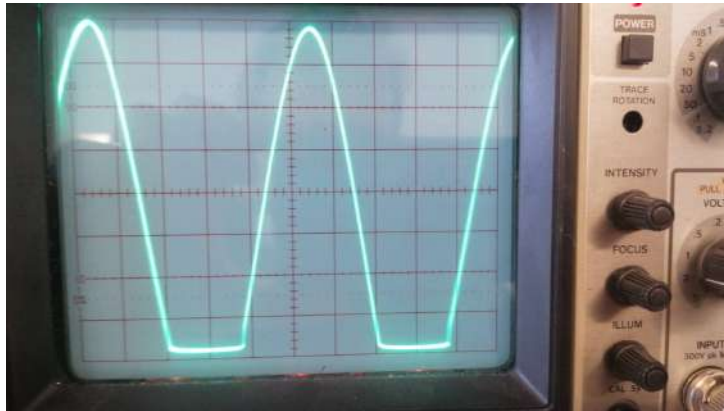


Figura 14: voltaje del limitador de -5V



Figura 15: función de transferencia del limitador a -5V

Para construir un limitador que proporcione una señal cuadrada de $\pm 5V$, hay que construir el circuito de la Figura 16, y se obtienen el voltaje y la curva de transferencia de las Figuras 17 y 18.

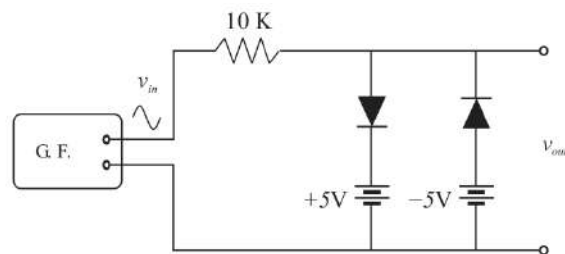


Figura 16: circuito limitador para señal cuadrada de $\pm 5V$

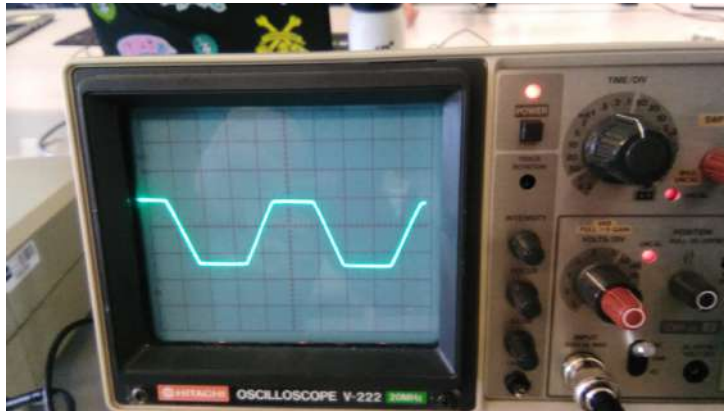


Figura 17: voltaje del circuito limitador de onda cuadrada

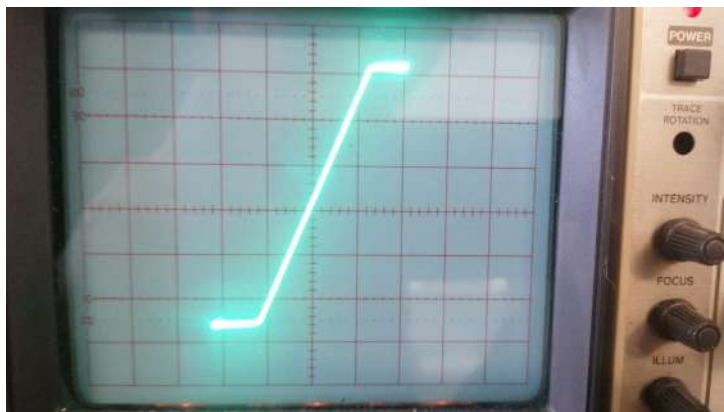


Figura 18: función de transferencia del circuito limitador de onda cuadrada

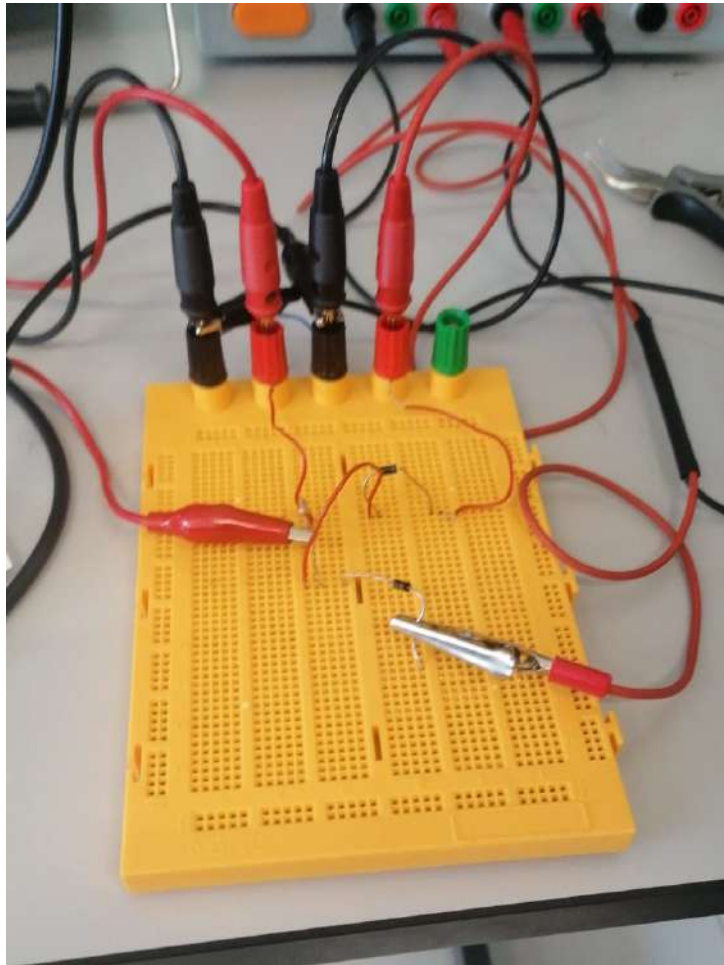


Figura 19: Montaje del circuito limitador

2.2. Diodo zener

Los resultados obtenidos del circuito con el zener están representados en la Tabla 2.

V_{in} (V)	V_Z (V)	V_R (V)	I (A)
0	$0,05 \pm 0,01$	$0 \pm 0,01$	$0 \pm 0,0001$
1	$1,1 \pm 0,01$	$0 \pm 0,01$	$0 \pm 0,0001$
2	$2,1 \pm 0,01$	$0,013 \pm 0,01$	$0,00013 \pm 0,0001$
3	$2,9 \pm 0,01$	$0,03 \pm 0,01$	$0,0003 \pm 0,0001$
4	$3,7 \pm 0,01$	$0,28 \pm 0,01$	$0,00283 \pm 0,00013$
5	$4,13 \pm 0,01$	$0,8 \pm 0,01$	$0,008 \pm 0,00018$
6	$4,36 \pm 0,01$	$1,62 \pm 0,01$	$0,0162 \pm 0,0003$
7	$4,46 \pm 0,01$	$2,54 \pm 0,01$	$0,0254 \pm 0,0004$
8	$4,54 \pm 0,01$	$3,42 \pm 0,01$	$0,0342 \pm 0,0004$
9	$4,61 \pm 0,01$	$4,43 \pm 0,01$	$0,0443 \pm 0,0005$
10	$4,64 \pm 0,01$	$5,34 \pm 0,01$	$0,0534 \pm 0,0006$
11	$4,56 \pm 0,01$	$6,31 \pm 0,01$	$0,0631 \pm 0,0007$
12	$4,7 \pm 0,01$	$7,26 \pm 0,01$	$0,0726 \pm 0,0008$

Tabla 2: Resultados para el circuito de prueba del zener

En la Figura 20 está representada la corriente en función del voltaje zener.

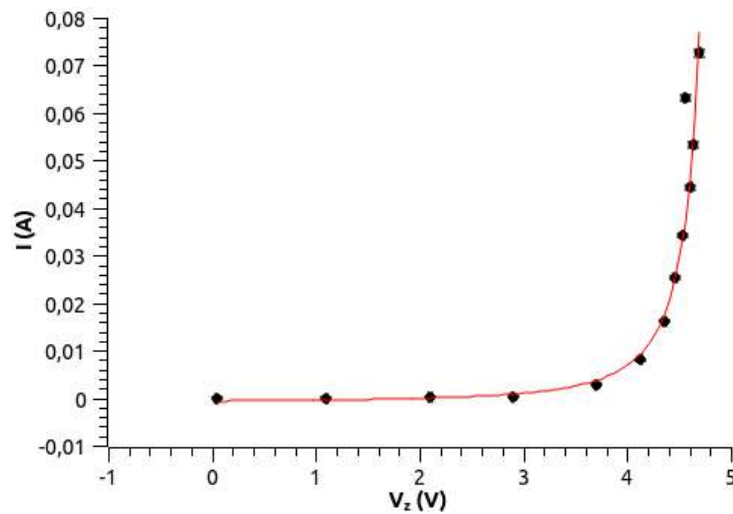


Figura 20: Corriente en función del voltaje del zener

Siendo el ajuste exponencial:

$$-0,096 + \frac{2 \cdot 6,102}{\pi} \frac{0,49}{4(x - 4,78)^2 + 0,49^2}$$

Según la gráfica, podemos determinar los valores de la tensión del zener para las siguientes intensidades:

- $V_Z(15\text{mA}) = 2,3\text{V}$
- $V_Z(20\text{mA}) = 2,5\text{V}$
- $V_Z(25\text{mA}) = 2,8\text{V}$

Para calcular la impedancia del zener al pasar 20mA de corriente, podemos utilizar dos puntos de la tabla anterior:

$$Z_{zener} = \frac{\Delta V}{\Delta I} = \frac{4,46 - 4,36}{0,0254 - 0,0162} = 10,87\Omega$$

Capacidad de regulación de un diodo zener

La Tabla 3 contiene el barrido sobre R_L del circuito de prueba de carga.

$V_{in} = 10 \text{ V}$	
$R_L(\text{k}\Omega)$	$V_{out}(\text{V})$
$9 \pm 0,01$	$4,63 \pm 0,01$
$7 \pm 0,01$	$4,63 \pm 0,01$
$5 \pm 0,01$	$4,62 \pm 0,01$
$3 \pm 0,01$	$4,62 \pm 0,01$
$1 \pm 0,01$	$4,62 \pm 0,01$
$0,8 \pm 0,01$	$4,61 \pm 0,01$
$0,6 \pm 0,01$	$4,6 \pm 0,01$
$0,5 \pm 0,01$	$4,59 \pm 0,01$
$0,4 \pm 0,01$	$4,58 \pm 0,01$
$0,3 \pm 0,01$	$4,56 \pm 0,01$
$0,25 \pm 0,01$	$4,54 \pm 0,01$
$0,2 \pm 0,01$	$4,51 \pm 0,01$
$0,15 \pm 0,01$	$4,45 \pm 0,01$
$0,1 \pm 0,01$	$4,27 \pm 0,01$

Tabla 3: Resultados para el circuito de prueba de carga

Podemos ver que el zener deja de regular para el valor de resistencia de carga

$$R_L = 0,1\text{k}\Omega$$

donde la tensión cae un 5 %

Se puede observar también en la Figura 21, que representa gráficamente la Tabla 3.

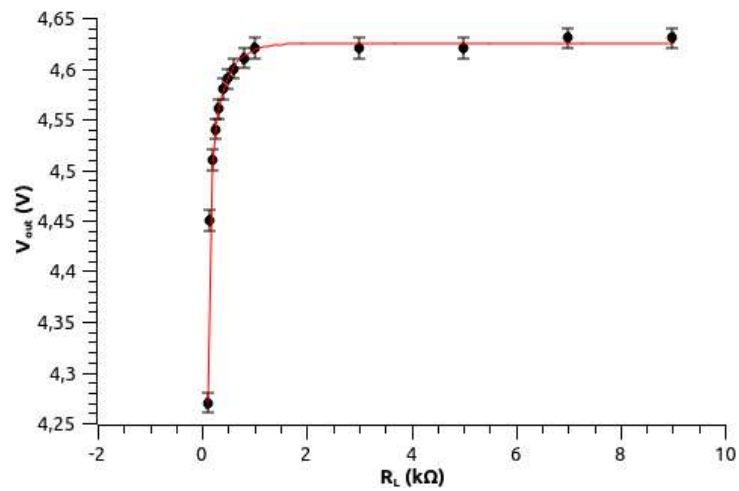


Figura 21: Tensión de salida en función de la resistencia de carga

Siendo el ajuste exponencial:

$$0,002e^{\frac{-x}{-4,99}} - 0,2e^{\frac{-x}{0,25}} - 2,73e^{\frac{-x}{0,04}} + 4,617$$

Referencias

- [1] (varios) Guiones de prácticas- Técnicas Experimentales II. Grado en Física. Versión 2.1 UNED, 2022 <https://2022.cursosvirtuales.uned.es/o/3754218>

El transistor bipolar

Resumen

En esta práctica, identificaremos los terminales del transistor (emisor, base y colector) y estudiaremos sus tres zonas de trabajo (corte, activa y saturación).

- Calcularemos el factor β del transistor e identificaremos sus zonas de trabajo.
- Obtendremos las curvas características I_C-V_{CE} para diferentes corrientes de base.
- Calcularemos diferentes sistemas de polarización del transistor.

1. Introducción

El transistor bipolar se compone de dos uniones PN contrapuestas. Son tres regiones semiconductoras llamadas emisor, base y colector.

Existen transistores NPN y PNP, como vemos en la Figura 1.

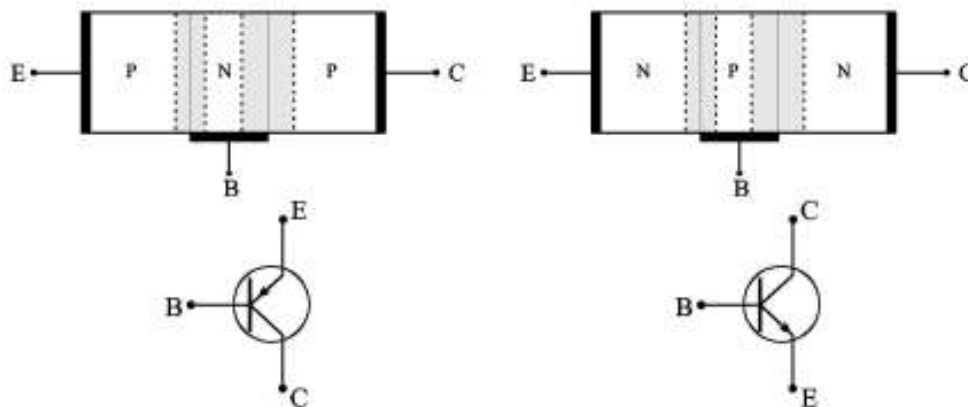


Figura 1: Transistor bipolar PNP (izquierda) y NPN (derecha)

En esta práctica nos centramos en el NPN, aunque el comportamiento de los PNP es análogo.

El emisor en un transistor NPN es la zona más fuertemente dopada con donadores de electrones, y tiene un ancho intermedio entre el de la base y el colector. Su función es la de emitir electrones a la base. La base es la zona más estrecha y se está débilmente dopada con aceptores de electrones. El colector es la zona más ancha, y se encuentra dopado con donadores de electrones en cantidad intermedia entre el emisor y la base.

Las condiciones normales de funcionamiento de un transistor NPN se dan cuando el diodo B-E se encuentra polarizado en directa ($V_{BE} = 0,7V$) y el diodo B-C se encuentra polarizado en inversa. En esta situación gran parte de los electrones que fluyen del emisor a la base consiguen atravesarla, debido a su poco grosor y débil dopado, y llegar al colector.

El transistor tiene tres zonas de funcionamiento:

Zona de saturación: El colector está directamente polarizado, el transistor se comporta como una pequeña resistencia de caída de tensión $V_{CE} \cong 0,3V$. Aumentar la corriente de base no provoca un aumento de la corriente de colector, ya que esta depende solo de la tensión entre emisor y colector. Funciona como un interruptor cerrado entre emisor-colector.

Zona activa: se comporta como una fuente de corriente controlada por la corriente de la base. Con pequeños aumentos de la corriente de base la corriente de colector aumenta notablemente, casi de forma independiente de la tensión entre emisor-colector. El diodo B-E debe estar polarizado directamente y el B-C inversamente.

Zona de corte: ambas uniones polarizadas inversamente. La corriente de base es nula, y equivale a mantener el circuito base-emisor abierto. La corriente de colector es casi nula y se puede considerar el circuito C-E como un circuito abierto.

Cuando los transistores se usan como amplificadores de señal se usan en la zona activa. Las zonas de corte y saturación se usan para circuitos digitales.

2. Material y métodos

Utilizaremos resistencias comerciales de distintos valores, un transistor bipolar de pequeña señal 2N3904, una fuente de alimentación de salida variable (0-12V) y fija de $\pm 5V$, una pila de 9V, un polímetro para tomar las mediciones, y una placa de prototipo protoboard donde montar el circuito.

2.1. Zonas de funcionamiento del transistor bipolar

Identificamos los terminales del transistor y montamos el circuito de la Figura 2, con la fuente V_{CC} a 5V y variando la fuente de tensión V_{BB} entre 0 y 12V, midiendo los valores del potencial en las resistencias, V_{RB} y V_{RC} . A partir de los datos, calcular las corrientes de base y de colector, y el voltaje V_{CE} para cada punto.

Organizaremos todo eso en una tabla y representaremos en una gráfica la corriente del colector frente a la corriente de base, e identificaremos las zonas de trabajo.

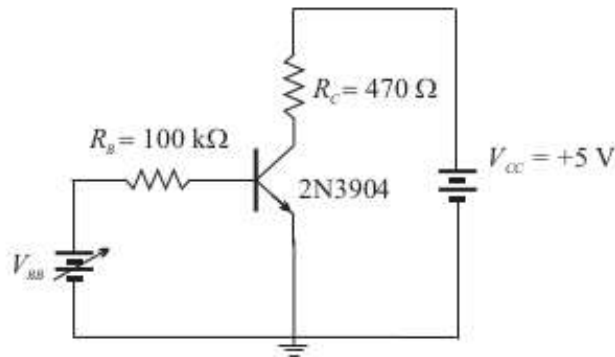


Figura 2: circuito a montar

2.2. Curvas características $I_C - V_{CC}$ para diferentes valores de la corriente de base

Fijando la tensión V_{BB} a 5V, variaremos la tensión V_{CC} entre 0,3V y 12V y mediremos para cada voltaje V_{CC} , el voltaje que cae en R_B , en R_C y V_{CE} . Representaremos en una gráfica I_C frente a V_{CC} .

Repetiremos lo anterior con una tensión de $V_{BB} = 9V$.

2.3. Diferentes circuitos de polarización del transistor

Implementaremos diferentes circuitos de polarización del transistor en la zona activa y en la configuración de emisor común. Determinaremos teóricamente los valores de las resistencias necesarias para obtener el punto de polarización determinado por los datos de la última parte del primer apartado para la corriente de colector V_{CE} y β .

Después, construiremos cada circuito y determinaremos los valores experimentales.

3. Resultados y discusión

3.1. Zonas de funcionamiento del transistor bipolar

La Tabla 1 recoge los valores medidos y calculados. En la Figura 3 tenemos la gráfica que representa la corriente de colector frente a la corriente de base.

V_{BB} (V)	V_{RB} (V) [$\pm 0,001$]	I_B (A) [$\pm 1E-08$]	V_{RC} (V) [$\pm 0,001$]	I_C (A) [$\pm 2E-06$]	V_{CE} (V) [$\pm 0,001$]
0,3	0,001	5E-09	0	0	5
0,6	0,008	8,1E-08	0,0055	1,17E-05	4,9945
0,9	0,321	3,21E-06	0,241	0,000512	4,759
1,2	0,55	5,5E-06	0,433	0,000921	4,567
1,5	0,8	8E-06	0,685	0,001457	4,315
2	1,352	1,352E-05	1,089	0,002317	3,911
2,5	1,893	1,893E-05	1,535	0,003266	3,465
3	2,353	2,353E-05	1,936	0,004119	3,064
3,5	2,893	2,893E-05	2,361	0,005023	2,639
4	3,384	3,384E-05	2,762	0,005877	2,238
4,5	3,816	3,816E-05	3,112	0,006621	1,888
5	4,33	4,33E-05	3,562	0,007578	1,438
6	5,36	5,36E-05	4,29	0,009128	0,71
7	6,3	6,3E-05	4,67	0,009936	0,33
8	7,4	7,4E-05	4,8	0,010213	0,2
9	8,28	8,28E-05	4,84	0,010298	0,16
10	9,32	9,32E-05	4,86	0,010340	0,14
11	10,4	0,000104	4,87	0,010362	0,13
12	11,37	0,0001137	4,88	0,010383	0,12

Tabla 1

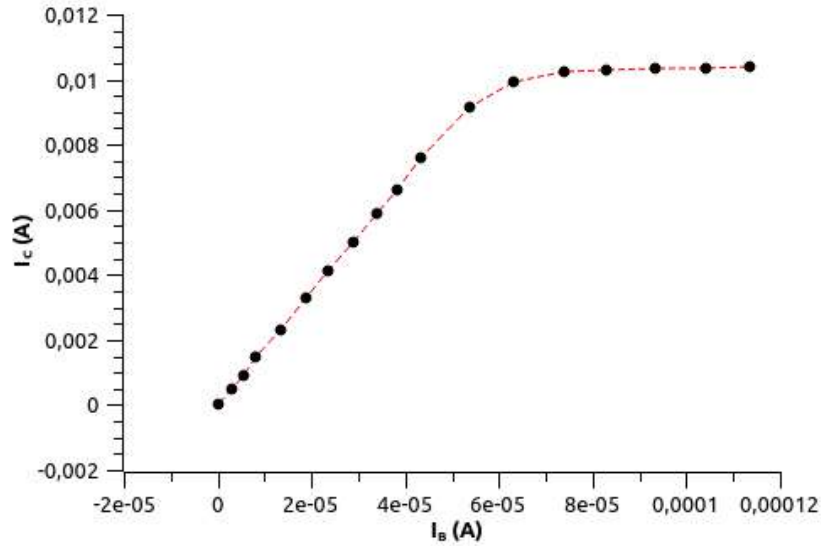


Figura 3: Corriente de colector frente a corriente de base

Se distinguen las tres zonas de trabajo, utilizando V_{BB} como referencia:

- **Zona de corte:** los dos valores por debajo de 0,9 V, en los que la corriente del colector es prácticamente 0.
- **Zona activa:** desde 0,9V hasta 7V, donde la corriente aumenta linealmente.
- **Zona de saturación:** los valores superiores a 7V, en los que la corriente I_C permanece relativamente constante.

El voltaje de saturación del transistor es:

$$V_{CE,SAT} = 0,01V$$

En la Tabla 2 calculamos el valor de β para región activa. Elegimos el punto medio.

V_{CE}	3,064 V
V_{BE}	0,647 V
I_C	0,0041 A
I_B	2,35E-05 A
β	174,25

Tabla 2: Valores en punto medio $V_{BB} = 3V$

3.2. Curvas características $I_C - V_{CC}$ para diferentes valores de la corriente de base

Representamos en las Tablas 3 y 4 los valores para $V_{BB} = 5V$ y $V_{BB} = 9V$. En las Figuras 4 y 5 están representadas las I_C frente a V_{CC} .

V_{CC} (V)	V_{RB} (V) [$\pm 0,001$]	I_B (A) [$\pm 1E-08$]	V_{RC} (V) [$\pm 0,001$]	I_C (A) [$\pm 2E-06$]	V_{CE} (V) [$\pm 0,001$]
0,3	4,34	4,34E-05	0,268	0,00057	4,732
0,6	4,32	4,32E-05	0,499	0,00106	4,501
0,9	4,31	4,31E-05	0,831	0,00177	4,169
1,2	4,34	4,34E-05	1,153	0,00245	3,847
1,5	4,34	4,34E-05	1,444	0,00307	3,556
2	4,33	4,33E-05	1,853	0,00394	3,147
2,5	4,33	4,33E-05	2,391	0,00509	2,609
3	4,32	4,32E-05	2,785	0,00593	2,215
3,5	4,31	4,31E-05	3,26	0,00694	1,74
4	4,32	4,32E-05	3,44	0,00732	1,56
4,5	4,32	4,32E-05	3,47	0,00738	1,53
5	4,32	4,32E-05	3,5	0,00745	1,5
6	4,32	4,32E-05	3,565	0,00759	1,435
7	4,3	4,3E-05	3,62	0,00770	1,38
8	4,32	4,32E-05	3,67	0,00781	1,33
9	4,34	4,34E-05	3,72	0,00791	1,28
10	4,34	4,34E-05	3,76	0,008	1,24
11	4,35	4,35E-05	3,83	0,00815	1,17
12	4,35	4,35E-05	3,89	0,00828	1,11

Tabla 3: Características para $V_{BB} = 5V$

V_{CC} (V)	V_{RB} (V) [$\pm 0,001$]	I_B (A) [$\pm 1E-08$]	V_{RC} (V) [$\pm 0,001$]	I_C (A) [$\pm 2E-06$]	V_{CE} (V) [$\pm 0,001$]
0,3	8,42	8,42E-05	0,287	0,00061	4,713
0,6	8,41	8,41E-05	0,59	0,00126	4,41
0,9	8,4	8,4E-05	0,85	0,00181	4,15
1,2	8,39	8,39E-05	1,129	0,00240	3,871
1,5	8,39	8,39E-05	1,43	0,00304	3,57
2	8,38	8,38E-05	1,93	0,00411	3,07
2,5	8,37	8,37E-05	2,43	0,00517	2,57
3	8,36	8,36E-05	2,91	0,00619	2,09
3,5	8,36	8,36E-05	3,41	0,00726	1,59
4	8,36	8,36E-05	3,84	0,00817	1,16
4,5	8,36	8,36E-05	4,34	0,00923	0,66
5	8,35	8,35E-05	4,83	0,01027	0,17
6	8,35	8,35E-05	5,67	0,01206	-0,67
7	8,35	8,35E-05	6,44	0,0137	-1,44
8	8,35	8,35E-05	6,83	0,0145	-1,83
9	8,36	8,36E-05	6,95	0,0148	-1,95
10	8,37	8,37E-05	7,14	0,0152	-2,14
11	8,37	8,37E-05	7,3	0,0155	-2,3
12	8,38	8,38E-05	7,41	0,0158	-2,41

Tabla 4: Características para $V_{BB} = 9V$

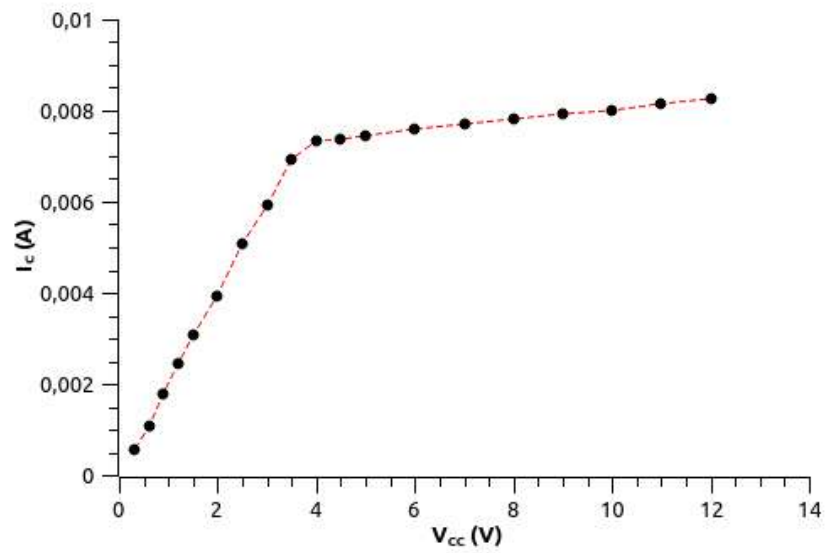


Figura 4: I_C frente a V_{CE} para $V_{BE} = 5V$

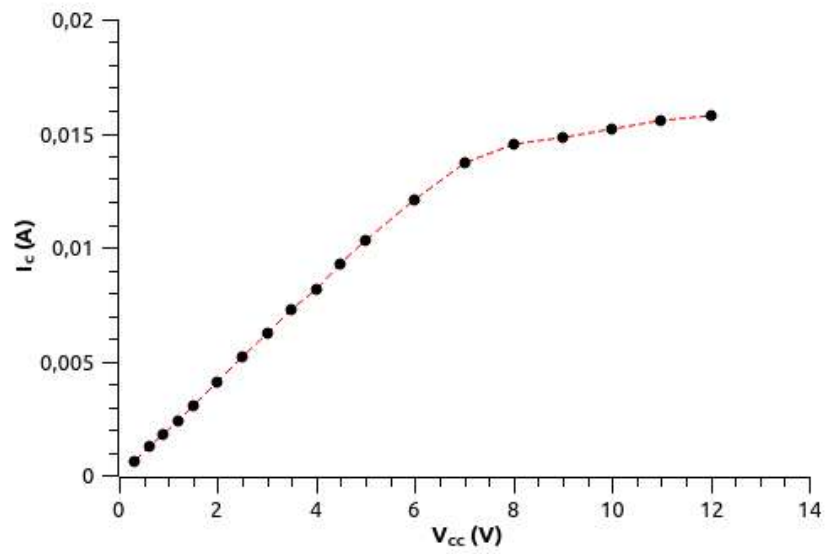


Figura 5: I_C frente a V_{CE} para $V_{BE} = 9V$

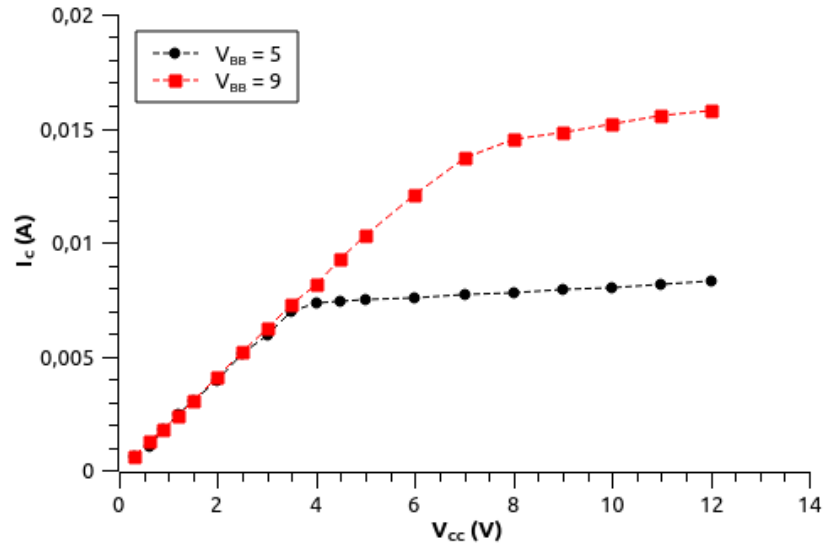


Figura 6: curvas de Figuras 4 y 5 juntas

3.3. Diferentes circuitos de polarización del transistor

Polarización con retroalimentación en base

Montamos el circuito de la Figura 7, con los valores de R_C y R_B para obtener el punto de polarización teórico que hemos obtenido en la sección 3.1.

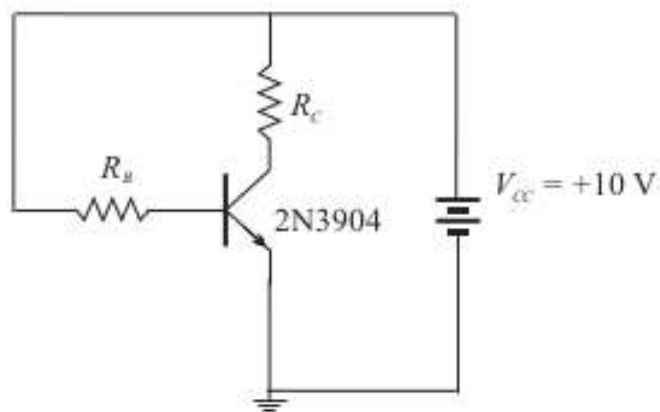


Figura 7: Circuito con retroalimentación en base

$$R_C = \frac{10 - V_{CE}}{I_C} = 1683,84\Omega$$

$$R_B = \frac{10 - V_{BE}}{I_B} = 397492,56\Omega$$

Las características están recogidas en la Tabla 5.

R_C	1683,84 Ω
R_B	397492,56 Ω
V_{RC}	8,73 V
I_C	0,0057 A
V_{RB}	9,43 V
I_B	2,30E-05 A
V_{CE}	0,691 V

Tabla 5: Características para circuito con retroalimentación en base

- ¿Qué magnitud se fija con este tipo de polarización? El valor de I_B
- ¿Qué ocurre cuando β varía con la temperatura? ¿Cómo de estable es esta polarización frente a variaciones de la temperatura?

No es muy estable, se ve afectada bastante por cambios en la temperatura.

Polarización con un divisor de tensión

Montamos el circuito de la Figura 8. Obtenemos las resistencias:

$$R_C = 1529,97\Omega$$

$$R_B = 2130\Omega$$

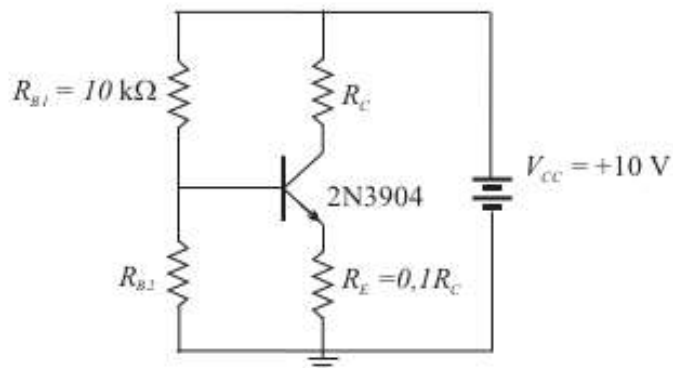


Figura 8: circuito con divisor de tensión

Las características están en la Tabla 6

R_C	1531 Ω
R_B	3479 Ω
V_{RC}	1,47 V
I_C	0,00426 A
V_{RB}	1,691 V
I_B	9,69 A
V_{CE}	0,691 V

Tabla 6: Características para circuito con divisor de tensión

- ¿Qué magnitud se fija con este tipo de polarización? El valor de I_C
- ¿Qué ocurre cuando β varía con la temperatura? ¿Cómo de estable es esta polarización frente a variaciones de la temperatura?

Esta configuración es muy estable frente a la temperatura

Polarización por realimentación de colector

Montamos el circuito de la Figura 9. Obtenemos las resistencias:

$$R_C = 1683,84\Omega$$

$$R_B = 102719,93\Omega$$

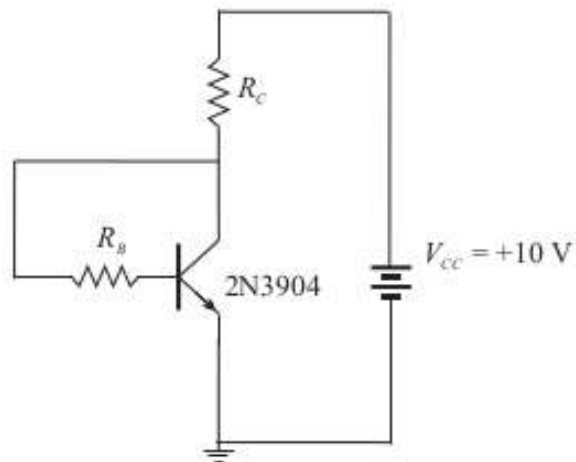


Figura 9: Circuito con realimentación en colector

Las características han sido recogidas en la Tabla 7

R_C	1620 Ω
R_B	100000 Ω
V_{RC}	7,16 V
I_C	0,003 A
V_{RB}	2,87 V
I_B	2,00E-05 A
V_{CE}	2,97 V

Tabla 7: Características para circuito con realimentación en colector

- ¿Cómo se comporta este circuito de polarización con la variación de β con la temperatura?

Resulta un tanto más estable que la polarización con retroalimentación en base.

Referencias

- [1] (varios) Guiones de prácticas- Técnicas Experimentales II. Grado en Física. Versión 2.1 UNED, 2022 <https://2022.cursosvirtuales.uned.es/o/3754218>