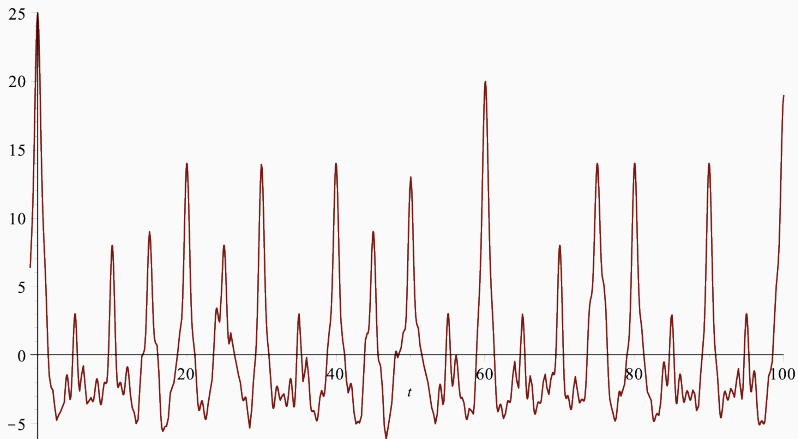


**Abbildung 1:** Auslenkungs-Zeit-Diagramm von Grund- und Oberschwingungen



**Abbildung 2:** Auslenkungs-Zeit-Diagramm von verschiedenen Grund- und Oberschwingungen

# FOURIERANALYSE

## HINTERGRUND UND ANWENDUNGEN VON FREQUENZANALYSEN

---

Adrian Schrader

2. Dezember 2015

Physik 4h, Herr Kuhn

1. Einführung und Herleitung

2. Diagramme und Darstellungen

3. Anwendungen und Beispiele

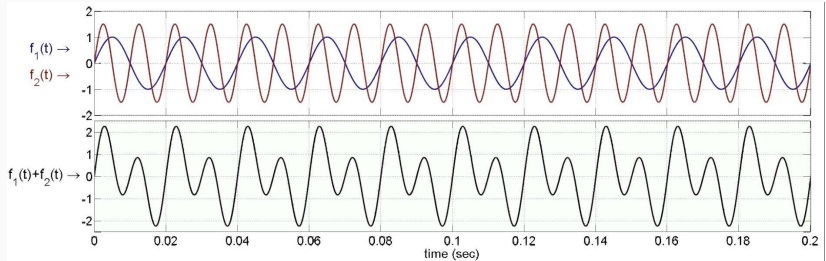
Klangwiedergänge einer Geige

Charakteristika von Sprache

# EINFÜHRUNG UND HERLEITUNG

---

# AUFGABENSTELLUNG



**Abbildung 3:** Beispiel einer Fouriertransformation

(<https://i.ytimg.com/vi/-GYB7khbIA0/maxresdefault.jpg>, 08.11.15)

# AUFGABENSTELLUNG

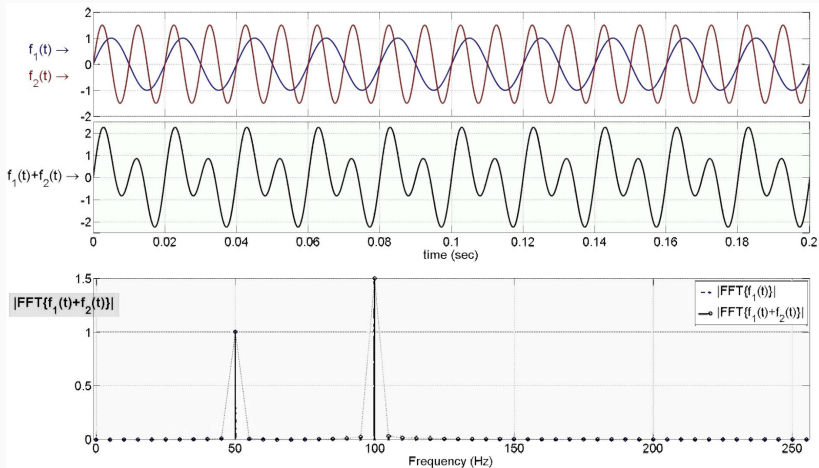


Abbildung 4: Beispiel einer Fouriertransformation

(<https://i.ytimg.com/vi/-GYB7khbIA0/maxresdefault.jpg>, 08.11.15)

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + a_1 \cdot \cos(t) + a_2 \cdot \cos(2t) + a_3 \cdot \cos(3t) + \dots \\ + b_1 \cdot \sin(t) + b_2 \cdot \sin(2t) + b_3 \cdot \sin(3t) + \dots$$

$$f(t) = \alpha_0 + \alpha_1 \cdot e^{i \cdot t} + \alpha_2 \cdot e^{i \cdot (2t)} + \alpha_3 \cdot e^{i \cdot (3t)} + \dots \\ = \sum_{n=0}^{\infty} \alpha_n \cdot e^{i \cdot n \cdot t}$$

$$e^{i \cdot n \cdot t} = \cos(n \cdot t) + i \cdot \sin(n \cdot t) \qquad i^2 = -1$$



$$e^{i \cdot n \cdot t} = \cos(n \cdot t) + i \cdot \sin(n \cdot t) \quad \{n \neq m \text{ und } n, m \in \mathbb{Z}\}$$

$$\int_{-\pi}^{\pi} e^{i \cdot n \cdot t} dt = 0$$

$$\int_{-\pi}^{\pi} e^{i \cdot n \cdot t} \cdot e^{-i \cdot m \cdot t} dt = \int_{-\pi}^{\pi} e^{i \cdot (n-m) \cdot t} dt = 0$$

$$\int_{-\pi}^{\pi} e^{i \cdot n \cdot t} \cdot e^{-i \cdot n \cdot t} dt = \int_{-\pi}^{\pi} e^0 dt = 2\pi$$

$$f(t) = \alpha_0 + \alpha_1 \cdot e^{i \cdot t} + \alpha_2 \cdot e^{i \cdot (2t)} + \alpha_3 \cdot e^{i \cdot (3t)} + \dots$$

$$\begin{aligned} \int_{-\pi}^{\pi} f(t) \cdot e^{-i \cdot (2t)} dt &= \int_{-\pi}^{\pi} \alpha_0 \cdot e^{-i \cdot (2t)} dt \\ &+ \int_{-\pi}^{\pi} \alpha_1 \cdot e^{i \cdot t} \cdot e^{-i \cdot (2t)} dt \\ &+ \int_{-\pi}^{\pi} \alpha_2 \cdot e^{i \cdot (2t)} \cdot e^{-i \cdot (2t)} dt \\ &+ \int_{-\pi}^{\pi} \alpha_3 \cdot e^{i \cdot (3t)} \cdot e^{-i \cdot (2t)} dt \\ &+ \dots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\int_{-\pi}^{\pi} f(t) \cdot e^{-i \cdot (2t)} dt &= 0 + 0 + 2\pi \cdot \alpha_2 + 0 + 0 \dots \\ &= 2\pi \cdot \alpha_2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\int_{-\pi}^{\pi} f(t) \cdot e^{-i \cdot (2t)} dt &= 0 + 0 + 2\pi \cdot \alpha_2 + 0 + 0 \dots \\ &= 2\pi \cdot \alpha_2\end{aligned}$$

$$\mathcal{F}(f)(\omega) = \hat{f}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(t) \cdot e^{-i \cdot n \cdot t} dt$$

# DIAGRAMME UND DARSTELLUNGEN

---

# FFT UND FREQUENZSPEKTREN

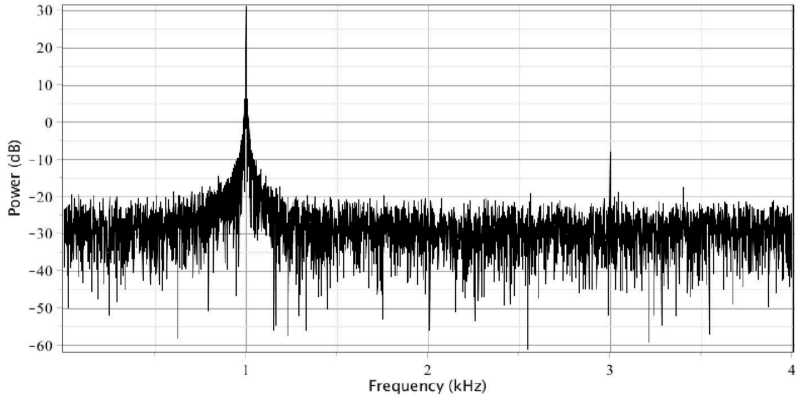


Abbildung 5: [http://www.maplesoft.com/products/maple/features/Signal\\_Processing.aspx](http://www.maplesoft.com/products/maple/features/Signal_Processing.aspx), 21.11.15

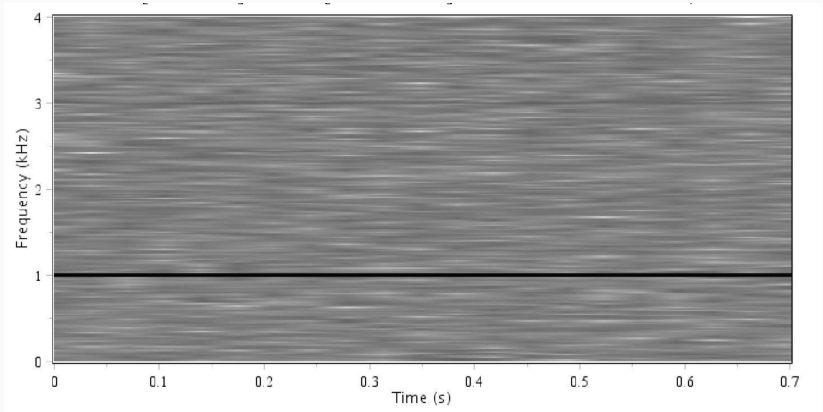


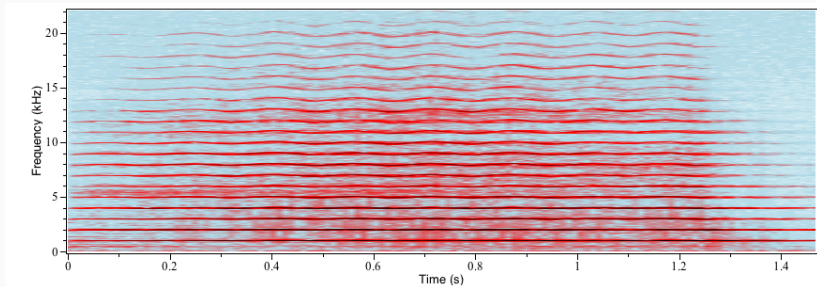
Abbildung 6: [http://www.maplesoft.com/products/maple/features/Signal\\_Processing.aspx](http://www.maplesoft.com/products/maple/features/Signal_Processing.aspx), 21.11.15

## ANWENDUNGEN UND BEISPIELE

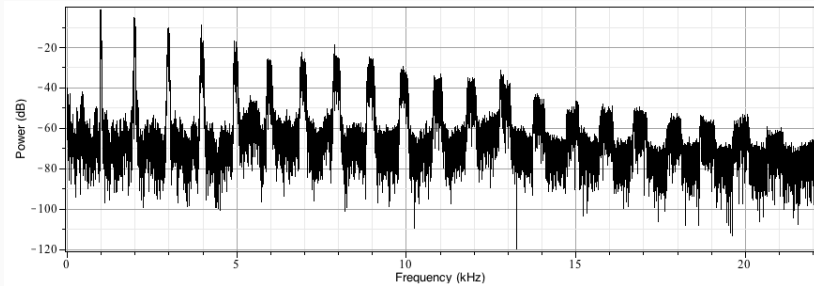
---



# KLANGCHARAKTERISTIKA EINER GEIGE



# KLANGCHARAKTERISTIKA EINER GEIGE



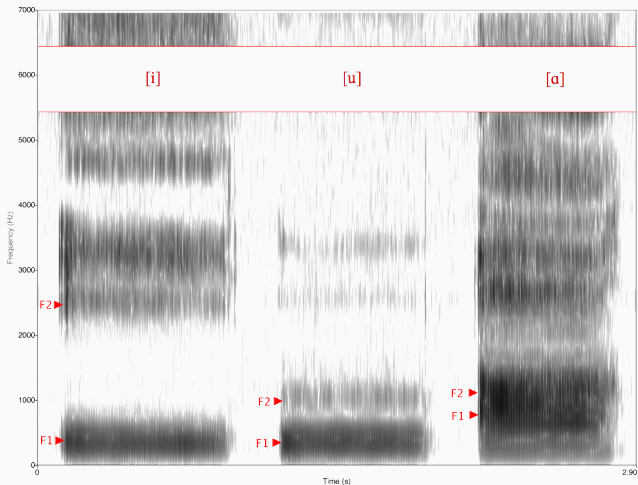


Abbildung 7: [https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Spectrogram\\_-iua-.png](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Spectrogram_-iua-.png), 02.12.15

Vokal-Formant-Zentren			
deutscher Vokal	IPA	Formant $f_1$	Formant $f_2$
U	u	<b>320 Hz</b>	800 Hz
O	o	<b>500 Hz</b>	1000 Hz
å	ɑ	<b>700 Hz</b>	1150 Hz
A	a	<b>1000 Hz</b>	1400 Hz
ö	ø	500 Hz	<b>1500 Hz</b>
ü	y	320 Hz	<b>1650 Hz</b>
ä	ɛ	700 Hz	<b>1800 Hz</b>
E	e	500 Hz	<b>2300 Hz</b>
I	i	320 Hz	<b>3200 Hz</b>

FRAGEN?

## LITERATUR

---

- [1] S. V. Konyagin. On everywhere divergence of trigonometric fourier series. *Sbornik: Mathematics*, 191(1):97, 2000.
- [2] H. Lang. Schnelle fouriertransformation (fft), 2012. abgerufen am 29.11.15.
- [3] H. van Hees. Der hilbertraum, 1998. abgerufen am 29.11.15.