

PRES LUNAM
Ecole Doctorale STIM
Sciences et Technologies de l'In-
formation et Mathématiques

Spécialité : Informatique
Laboratoire : École des Mines de Nantes,
IRCCyN
Equipe : Systèmes Logistique et de Produc-
tion

Planification de personnel avec affectation de tâches

Tanguy Lapègue
Mél : tanguy.lapegue@mines-nantes.fr

Résumé : Dans le cadre d'une collaboration industrielle avec une entreprise spécialisée dans la conduite de tests pharmaceutiques, nous étudions un problème de planification de personnel avec affectation de tâches selon un critère d'équité. Il s'agit par conséquent de déterminer les jours et les horaires de travail de chaque employé de manière à ce que les contraintes légales soient respectées. Ces horaires de travail doivent également permettre à l'entreprise de couvrir ses besoins en personnel, déterminés à partir d'un ensemble de tâches à dates fixées sur un horizon d'une semaine et requérant des compétences précises. Parmi l'ensemble des plannings satisfaisant ces contraintes, il s'agit de trouver celui étant le plus équitable vis-à-vis de la charge de travail des employés. Ce problème peut se modéliser sous la forme d'un programme linéaire en nombres entiers. Afin d'évaluer l'intérêt de cette modélisation nous proposons un jeu de 720 instances générées d'après les données réelles de l'entreprise. Les résultats obtenus nous permettent de conclure vis-à-vis de la difficulté des instances générées.

Mots clés : *Planification de personnel, Affectation de tâches, Programmation linéaire en nombre entiers.*

1 Introduction et définition du problème

La conduite d'un test pharmaceutique requiert de réaliser de nombreuses tâches sur un ensemble de volontaires afin d'évaluer la tolérance de l'organisme vis-à-vis d'un produit donné. La nature et la date précise de ces tâches sont fixées par un protocole spécifique à chaque test. Il s'agit par conséquent d'attribuer chaque tâche à une infirmière disponible et compétente de manière à ce que les horaires de travail respectent la législation en vigueur.

Une instance de ce problème se caractérise ainsi par un ensemble de tâches et d'employés, notés respectivement \mathcal{T} et \mathcal{N} . Chaque tâche $t \in \mathcal{T}$ présente une date de début $s[t]$ et une date de fin $e[t]$ fixées à la minute près, ainsi qu'un jour de réalisation $d[t]$. Chaque employé $n \in \mathcal{N}$ présente une charge de travail cible $w[n]$, ainsi qu'un ensemble de tâches réalisables $\mathcal{T}_n \subset \mathcal{T}$, déterminé en fonction de ses compétences et de ses disponibilités. La charge de travail cible de chaque employé est déterminée par l'infirmière en chef en fonction de son expérience et de ses contraintes administratives.

La construction du planning général nécessite de prendre en compte plusieurs contraintes :

- les employés ne peuvent être affectés aux tâches qu'ils ne peuvent pas réaliser ;
- les employés doivent exécuter les tâches qui leur sont affectées en totalité ;
- les employés ne peuvent réaliser plusieurs tâches en parallèle ;
- chaque tâche doit être affectée à un unique employé ;
- la durée des jours de travail ne doit pas dépasser 10h ;
- deux jours de travail consécutifs doivent être séparés d'au moins 11h de repos.

Les tâches étant fixées, il est possible de trouver en temps polynomial l'ensemble \mathcal{K} des ensembles maximaux de tâches concomitantes. Une fois ces ensembles déterminés, il suffit alors d'affecter les tâches appartenant à un même ensemble à des employés différents de manière à ce que les employés ne travaillent pas sur des tâches concomitantes. La figure 1 propose un exemple d'affectation des tâches à plusieurs employés, sur une journée.

L'objectif du problème est de minimiser l'écart entre l'infirmière n_0 travaillant le plus par rapport à sa charge de travail ciblée $w[n_0]$ et l'infirmière n_1 qui travaille le moins par rapport à sa charge de travail ciblée $w[n_1]$. Ainsi, par exemple, une solution où tous les employés sont une heure au-dessus de leurs charges respectives de travail ciblées est alors optimale, car elle correspond à une répartition équilibrée

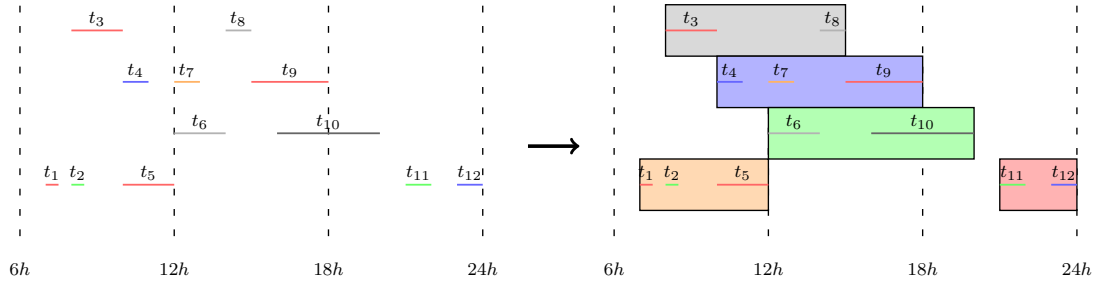


FIGURE 1 – Affection des tâches aux employés

de la surcharge de travail. La figure 2 illustre notre critère d'équité.

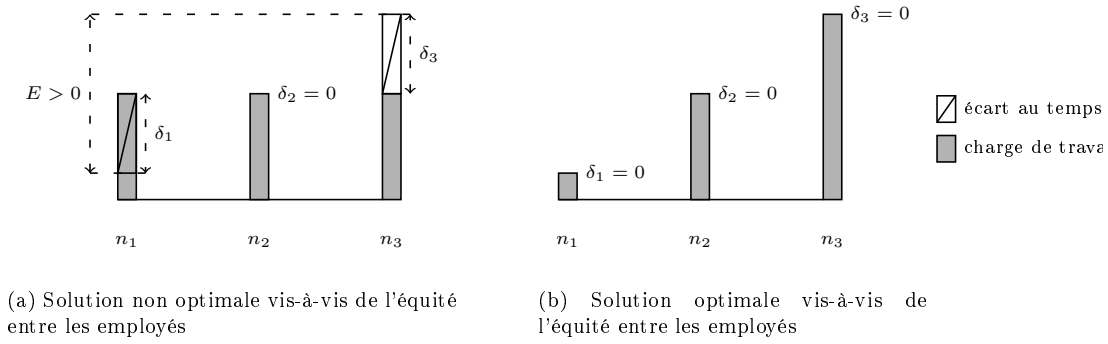


FIGURE 2 – Distribution de la charge de travail

Ce problème peut être vu comme une généralisation du Fixed Job Scheduling Problem car le début et la fin des tâches sont fixées (cf. [1] et [2]). L'originalité du problème tient au critère d'équité, qui repose sur la notion de charge de travail cible, alors que la plupart des approches visent à réduire les coûts salariaux, ou à maximiser le nombre de tâches affectées.

Nous proposons par la suite un modèle mathématique permettant d'aborder ce problème de manière intégrée, i.e. l'affectation des tâches ainsi que la construction des horaires de travail se font de manière simultanée.

2 Modélisation du problème

Ce problème peut se modéliser sous la forme d'un Programme Linéaire en Nombre Entiers (PLNE), à l'aide des variables de décision binaires $X_{t,n}$ qui prennent la valeur 1 si et seulement si la tâche t est affectée à l'infirmière n . Afin d'exprimer les contraintes liées à la législation, nous introduisons également les variables entières $F_{d,n}$ et $L_{d,n}$ qui donnent les horaires de travail (début et fin) pour la journée de travail d de l'employé n . Ces variables permettent de contraindre l'amplitude des journées de travail et des périodes de repos, garantissant ainsi le respect des contraintes légales. Les contraintes principales du problème peuvent alors s'exprimer de la manière suivante :

$$\begin{aligned}
 &\forall n \in \mathcal{N}, \forall \mathcal{K}_i \in \mathcal{K}, \quad \sum_{t \in \mathcal{K}_i} X_{t,n} \leq 1 && \text{Non-ubiquité des employés} \\
 &\forall t \in \mathcal{T}, \quad \sum_{n \in \mathcal{N}} X_{t,n} \leq 1 && \text{Affectation des tâches} \\
 &\forall t \in \mathcal{T}, \forall t \notin \mathcal{T}_n, \quad X_{t,n} = 0 && \text{Respect des compétence} \\
 &\forall n \in \mathcal{N}, \forall d \in \mathcal{D}, \forall t \in \{t \in \mathcal{T}_n \mid d[t] = d\}, \\
 &\quad F_{d,n} \leq s[t] \cdot X_{t,n} + \omega(1 - X_{t,n}) && \text{Calcul de } F_{d,n} \\
 &\quad L_{d,n} \geq e[t] \cdot X_{t,n} + \alpha(1 - X_{t,n}) && \text{Calcul de } L_{d,n}
 \end{aligned}$$

		Temps de travail moyen		
		petit	moyen	grand
Tâches	100	7	16	46
	200	0	5	17
	300	2	5	4
	400	1	2	2

TABLE 1 – Nombre d’instances infaisables

Dans cette formulation, les notations α et ω représentent l’origine et la fin de la semaine sur un axe temporel d’une granularité d’une minute. Ces constantes permettent de garantir la cohérence de la modélisation tout en prenant en compte les jours de repos.

3 Expérimentations

L’utilisation d’une méthode intégrée est motivée, entre autres, par notre critère d’optimisation qui se révèle très sensible au positionnement des jours de travail des employés. Afin de valider l’intérêt et l’efficacité de cette modélisation vis-à-vis de notre critère d’optimisation, nous avons testé ce modèle avec CPLEX 12.4 sur un jeu de 720 instances, générées à partir des données de l’entreprise. Nous avons fait varier plusieurs paramètres afin de disposer de jeux d’instances diversifiés :

- Nombre de tâches : 100/200/300/400
- Temps de travail moyen : petit/moyen/grand
- Types de compétences : communes/communes et rares

Afin d’évaluer notre approche en conditions réelles, nous bornons le temps de résolution à 5 min. L’analyse des résultats montre que cette approche permet d’obtenir des plannings très équitables pour les instances à 100 tâches, alors que les instances de plus grande taille ne sont pas résolues de manière satisfaisante. Le modèle mathématiques proposé est néanmoins capable de conclure sur l’infaisabilité de plusieurs instances. Il peut en effet arriver qu’une instance donnée n’admette aucun planning respectant les contraintes légales tout en couvrant l’ensemble des tâches à affecter. Dans ce cas là, on dit que l’instance n’est pas faisable, i.e. il n’existe aucune solution au problème, ce qui correspond au cas réel où l’infirmière en chef doit faire appel à des intérimaires pour couvrir les besoins. La Table 1 donne le nombre d’instances pour lesquelles le modèle est capable de prouver l’infaisabilité en fonction du nombre de tâches et du temps de travail moyen.

4 Conclusion

Nous avons proposé une méthode exacte permettant de résoudre de manière intégrée le double problème de planification de personnel et d’affectation de tâches. Cette méthode permet d’obtenir de bons résultats sur de petites instances, alors que les instances plus grandes ne sont pas résolues. Afin d’améliorer la capacité de passage à l’échelle de cette méthode, il serait notamment envisageable de développer une méthode de génération de colonnes, car il s’agit d’une méthode itérative permettant de ne pas aborder directement l’ensemble des possibles, mais au contraire de se focaliser en priorité sur les possibles les plus prometteurs.

En collaboration avec notre partenaire industriel, nous avons développé un logiciel complet recourant aux méthodes développées pour la résolution du problème présenté. Ce logiciel, actuellement en phase de test, permettra d’une part à l’entreprise de gérer plus efficacement ses employés, mais également de valoriser les différentes méthodes développées pour résoudre le problème.

Références

- [1] Antoon W J Kolen, Jan Karel Lenstra, Christos H Papadimitriou, and Frits C R Spieksma. Interval Scheduling : A Survey. *Naval Research Logistics*, 54 :530–543, 2007.

- [2] Mikhail Y. Kovalyov, C. T. Ng, and T. C. Edwin Cheng. Fixed interval scheduling : Models, applications, computational complexity and algorithms. *European Journal Of Operational Research*, 178 :331–342, 2007.