

PRES LUNAM
Ecole Doctorale STIM
Sciences et Technologies de l'In-
formation et Mathématiques

Spécialité : Automatique et Traitement du
Signal
Laboratoire : IRCCyN/LHEEA
Equipe : ADTSI, Commande/EMO

Prédiction court-terme de la hauteur des vagues pour la commande d'un houlogénérateur

Laluc, Christophe
Mél : christophe.laluc@irccyn.ec-nantes.fr

Résumé : Dans ce travail, on suppose que l'on mesure en direct en mer en un point géographique donné l'élévation de surface libre (l'élévation de l'eau). L'objectif est de prédire en direct à un horizon de quelques secondes l'élévation en ce même point. Cette donnée est nécessaire pour la mise en oeuvre d'une commande optimale d'un houlogénérateur (engin placé en mer afin d'y produire de l'énergie électrique à partir du mouvement de la houle). Nous proposons un algorithme d'estimation récursive des paramètres d'un modèle autorégressif (AR) variant dans le temps par minimisation d'un critère à erreur de prédiction à plusieurs pas avec facteur d'oubli. Les méthodes sont appliquées à des données réelles et les performances sont comparées à l'algorithme de prédiction à un pas.

Mots clés : *Prédiction de houle, modèle autorégressif (AR), estimation récursive, prédiction long-terme*

Collaborations : Projet ANR QUALIPHE

1 Introduction

Les récupérateurs d'énergie des vagues, appelés houlomoteurs ou houlogénérateurs, sont des engins placés en mer afin d'y produire de l'énergie électrique à partir du mouvement de la houle [1]. Prédire à un horizon de quelques secondes la force d'excitation exercée par l'eau sur le houlomoteur est nécessaire pour la mise au point d'une loi de commande agissant sur ce système afin d'optimiser la quantité et la qualité de l'énergie électrique produite [2]. Comme la force d'excitation pourrait être déduite de l'élévation de l'eau à l'aide du modèle hydrodynamique du houlomoteur, prédire cette élévation est donc une première étape nécessaire pour mettre au point la loi de commande.

Position du problème. On dispose d'un signal y à temps discret dont l'acquisition a été faite à une fréquence d'échantillonnage f_s et dont les valeurs correspondent à une mesure d'élévation de la surface libre en un point géographique fixe. On note $y(n)$ la valeur du signal à l'instant (n/f_s) , où $(n \in \mathbb{Z})$. On souhaite prédire pour chaque instant d'enregistrement les valeurs que prendront les $h \in \mathbb{N}^*$ mesures suivantes du signal y . Pour cela on s'appuie sur un modèle de prédiction linéaire autorégressif (AR) d'ordre $p \in \mathbb{N}^*$:

$$y(n) = \sum_{i=1}^p a_i y(n-i) + \zeta(n) = \boldsymbol{\varphi}^t(n) \boldsymbol{\theta} + \zeta(n), \quad (1)$$

avec $\boldsymbol{\varphi}(n) = [y(n-1), y(n-2), \dots, y(n-p)]^t$, $\boldsymbol{\theta} = [a_1, a_2, \dots, a_p]^t$ et $\zeta(n)$ un bruit générateur supposé être un bruit blanc gaussien centré et de variance σ_ζ^2 . Ce choix est motivé par sa simplicité ainsi que les performances intéressantes en terme de prédiction de vagues basses fréquences présentées (le lecteur est invité à consulter [3] pour une revue détaillée de quelques modèles).

Afin de s'adapter aux variations de l'état de mer, les paramètres de ce modèle seront remis à jour à chaque nouvelle mesure, d'où l'utilisation par la suite d'algorithmes d'estimation récursive. On note $\boldsymbol{\theta}(n) = [a_1(n), a_2(n), \dots, a_p(n)]^t$ le vecteur des paramètres du modèle AR identifié à l'instant n . On note $\hat{y}(n_3|n_2, \boldsymbol{\theta}(n_1))$ la prédiction de $y(n_3)$ calculées partir des mesures disponibles à l'instant n_2 et des paramètres du modèle AR identifiés à l'instant n_1 . De manière abrégée, $\hat{y}(n_3|n_2) = \hat{y}(n_3|n_2, \boldsymbol{\theta}(n_2))$.

En s'appuyant sur ce modèle à instant n , la prédiction de la hauteur des vagues à l'instant $(n+h)$ est donnée par :

$$\hat{y}(n+h|n) = \sum_{i=1}^p a_i(n) \hat{y}(n+h-i|n) = \hat{\boldsymbol{\varphi}}(n+h|n)^t \boldsymbol{\theta}(n) \quad (2)$$

avec $\hat{\boldsymbol{\varphi}}(n+h|n) = [\hat{y}(n+h-1|n), \hat{y}(n+h-2|n), \dots, \hat{y}(n+h-p|n)]^t$
et $\hat{y}(n+h-i|n) \equiv y(n+h-i)$ si $n+h-i \leq n$

2 Identification du modèle de prédiction

L'approche la plus classique consiste à minimiser de façon récursive un critère de type moindres carrés pondérés par un facteur d'oubli exponentiel $\lambda \in]0, 1]$. Ce critère s'exprime par :

$$J(\boldsymbol{\theta}, n) = \sum_{k=1}^n \lambda^{n-k} [y(k) - \hat{y}(k|k-1)]^2. \quad (3)$$

Les équations de mise à jour du modèle à un instant n au moyen de l'algorithme récursif des moindres carrés (RLS) sont présentées en [4]. Cette méthode est équivalente à la minimisation de l'erreur de prédiction à un pas. Afin de garantir une meilleure robustesse, nous proposons d'adopter un critère plus général qui prend en compte le besoin de prédiction à h pas. Un critère plus général, proposé initialement sans facteur d'oubli dans [5], se distingue du précédent par le fait que le critère ne se limite plus à sommer les carrés des erreurs de prédiction à un pas, mais celles jusqu'au h^e pas, avec $h \in \mathbb{N}^*$. Cette méthode sera par la suite désignée par LRPI (pour *Long-Range Predictive Identification*). Le critère des moindres carrés devient ainsi non-linéaire et s'exprime par :

$$J_{LRPI}(\boldsymbol{\theta}, n) = \sum_{k=1}^n \lambda^{n-k} \sum_{j=1}^h [y(k) - \hat{y}(k|k-j)]^2 \quad (4)$$

Les équations de mise à jour des paramètres à chaque instant n utilisent une version récursive de l'algorithme de Gauss-Newton et s'écrivent sous la forme :

$$\boldsymbol{\theta}(n) = \boldsymbol{\theta}(n-1) + \mathbf{P}_n^{-1} \mathbf{d}_n \quad (5)$$

avec $\mathbf{d}_n = \sum_{j=1}^h \mathbf{g}_{n,j} [y(n) - \hat{y}(n|n-j)]$, $\mathbf{g}_{n,j} = -\frac{d\hat{y}(n|n-j)}{d\boldsymbol{\theta}(n-1)}$ et $\mathbf{P}_n^{-1} = \left[\lambda \mathbf{P}_{n-1} + \sum_{j=1}^h \mathbf{g}_{n,j} \mathbf{g}_{n,j}^t \right]^{-1}$.

Le calcul de la matrice \mathbf{P}_n^{-1} connaissant \mathbf{P}_{n-1}^{-1} se fait soit récursivement en utilisant le lemme d'inversion matricielle (également appelé *identité de Woodbury* dans [6]), soit avec la formule de mise à jour des facteurs de Cholesky utilisée par exemple dans [7].

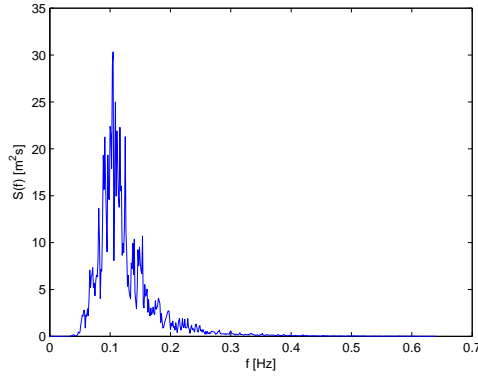
3 Résultats

Les algorithmes mis au point ont été testés sur des données réelles fournies par une bouée installée sur le site expérimental en mer SEMREV (mis en place par l'École Centrale de Nantes et situé à environ 20 km au large du Croisic). Le signal de mesure correspond à l'élévation de l'eau enregistrée à une fréquence d'échantillonnage égale à $f_s = 1.28$ Hz sur une durée d'une heure. La densité spectrale de puissance unilatère estimée sur le signal complet est représentée sur la figure 1(a). L'état de mer dont elle est l'image correspond à une période moyenne des vagues, notée T_p , (associée à la position du maximum du spectre de puissance) égale à 10 s et une hauteur significative des vagues, notée H_s , égale à 4.5 m.

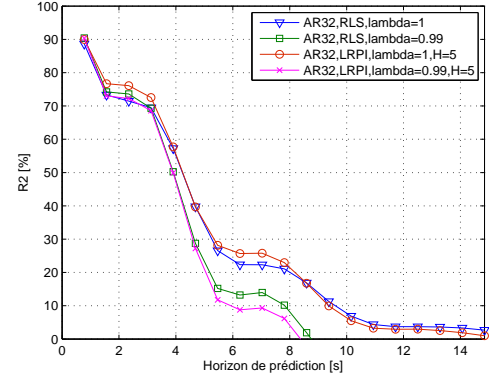
Évaluation des performances de prédiction. On note \mathbf{y} le vecteur contenant les valeurs du signal de mesure, et $\hat{\mathbf{y}}$ le vecteur contenant les valeurs prédites. Etant donné que les algorithmes récursifs d'identification ont une phase de convergence, nous retenons donc uniquement la seconde moitié de ces vecteurs pour l'analyse des performances de prédiction. L'évaluation des performances a été faite au moyen du taux d'ajustement (coefficient $R2$) d'expression :

$$R2 = 100 \cdot \left(1 - \frac{\|\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}}\|_2^2}{\|\mathbf{y} - \bar{\mathbf{y}}\|_2^2} \right) \quad (6)$$

avec $\bar{\mathbf{y}}$ la moyenne des valeurs de \mathbf{y} . A noter que pour les résultats présentés, la valeur h dans le calcul de J_{LRPI} a été fixée à une valeur $H = 5$. Les prédictions sur les données brutes ne permettent pas de conclure sur l'efficacité de l'algorithme LRPI. Ceci pourrait en partie s'expliquer par les dynamiques hautes fréquences et le bruit de mesure. Cependant, on remarque sur la figure 1(a) que l'énergie des vagues est essentiellement contenue dans l'intervalle de fréquences $[0, 0.2]$ Hz. Or, le houlomoteur peut être vu comme un filtre passe-bas dont l'entrée est l'élévation des vagues et la sortie la force d'excitation exercée par l'eau sur le houlomoteur. Étant donné que c'est la prédiction de la force d'excitation qui sera utilisée par la loi de commande, il semble judicieux d'analyser la capacité de la méthode à prédire

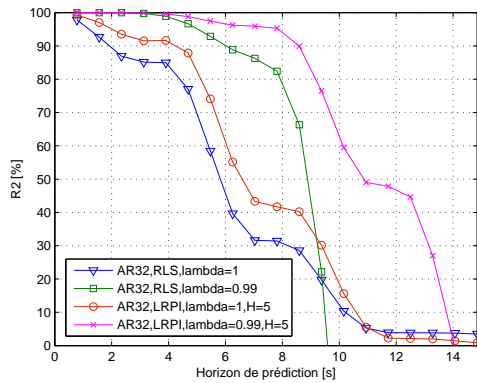


(a) Densité spectrale de puissance unilatère estimée

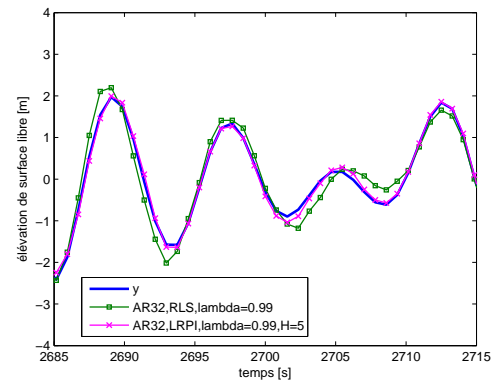


(b) Taux d'ajustement

FIGURE 1 – Caractéristiques fréquentielles du signal de mesure et performances de prédiction obtenues



(a) Taux d'ajustement



(b) Confrontation des mesures réelles y avec les prédictions régulièrement calculées 3.9 s au préalable ($h = 5$)

FIGURE 2 – Performances de prédiction obtenues sur le signal de mesure préalablement filtré.

l'élévation des vagues à l'origine de forces d'excitation significatives. Pour cela, le signal de mesure a été filtré en utilisant un filtre de Chebyshev, de type II (pas d'ondulations dans la bande passante), d'ordre 9, à phase nulle, de fréquence de coupure $f_c = 0.2$ Hz. Les performances de prédiction sur ce signal filtré sont présentées figure 2(a) et une allure temporelle est donnée figure 2(b).

Discussion On désigne par "cas I" le cas où le signal de mesure n'a pas été filtré avant de prédire et "cas II" celui où il a été filtré. Les performances de prédiction obtenues dans le cas II (cf. figure 2(a)) sont globalement meilleures que dans le cas I (cf. figure 1(b)). À noter que dans le cas II, l'expression du coefficient R^2 utilise pour y les valeurs du signal de mesure filtré qui peut s'écarter plus ou moins du signal de mesure d'origine selon les caractéristiques retenues pour le filtre.

Dans le cas I, "l'activation" du facteur d'oubli λ en le passant à une valeur de 0.99 strictement inférieure à 1 n'améliore pas les performances tandis que dans le cas II, cette activation permet globalement de gagner 3 à 4 secondes en horizon de prédiction à performances égales.

L'identification réursive LRPI dans le cas I n'a pas amélioré les performances par rapport à celles obtenues avec RLS, tandis que dans le cas II, LRPI a permis de gagner 1s en horizon de prédiction à performances égales lorsque $\lambda = 1$, et 2s lorsque $\lambda = 0.99$. L'identification réursive LRPI avec $\lambda = 0.99$ dans le cas II affiche ainsi une performance de 75% à un horizon de prédiction de 9s proche de la période de pic du signal d'origine $T_p = 10s$.

4 Conclusion

Les outils développés permettent de prévoir en direct, en un point géographique donné, l'élévation de l'eau entre l'instant courant et un horizon temporel choisi. Ces outils utilisent un modèle autorégressif identifié par la méthode LRPI avec facteur d'oubli. Nous avons pu constater avec cette méthode un apport significatif en capacité de prédiction par rapport à une méthode de moindres carrés classique ou LRPI sans facteur d'oubli. Une réflexion est en cours concernant le choix de la fréquence d'échantillonnage à utiliser pour le signal de mesure, la fréquence de coupure du filtre passe-bas du signal de mesure, l'ordre du modèle AR et le facteur d'oubli pour tenir compte des caractéristiques du houlogénérateur et de l'état de mer dans lequel celui-ci évolue à l'instant courant.

Références

- [1] T.K.A. Brekken, B.A. Batten, and E.A. Amon. From blue to green. *Control Systems magazine*, 31(5) :18–24, october 2011.
- [2] Alain Clément and Aurélien Babarit. Discrete control of resonant wave energy devices. *Philosophical Transactions of the Royal Society A*, 370 :288–314, 2012.
- [3] Francesco Fusco and John V. Ringwood. Short-term wave forecasting with ar models in real-time optimal control of wave energy converters. *Proceedings of IEEE International Symposium on Industrial Electronics (ISIE)*, pages 2475–2480, 2010.
- [4] Lennart Ljung. *System identification : theory for the user*. Englewood Cliffs, Prentice Hall, 1987.
- [5] D.S. Shook, C. Mohtadi, and S.L. Shah. Identification for long-range predictive control. *IEE PROCEEDINGS-D*, 138(1) :75–84, 1991.
- [6] Kaare Brandt Petersen and Michael Syskind Pedersen. *The Matrix Cookbook*. 2008.
- [7] Leow Wee Kheng. Optimization methods, cs6240 multimedia analysis. *National University of Singapore (NUS)*.