Gestion de Portefeuille

Ex 5: Modèle Black-Litterman

Version: 30 janv. 2023

```
library(xts)
library(kableExtra)
library(quadprog)
library(fPortfolio)
library(BLCOP)
```

L'objet de cet exercice est de combiner l'approche de Black-Litterman et le modèle moyenne-variance classique pour imposer des contraintes à la solution.

Rappel

Distribution ex=ante des rendements:

$$r \sim \mathcal{N}(\mu, \Sigma)$$

Rendements espérés d'équilibre

$$\Pi = \delta \Sigma w_{eq}$$

Distribution de l'espérance de rendement:

$$\mu = \Pi + \epsilon^{(e)}$$

avec

$$\epsilon^{(e)} \sim \mathcal{N}(0, \tau\Sigma)$$

where τ is a scalar.

Expression des vues:

$$P\mu = Q + \epsilon^{(v)}$$

avec

$$\epsilon^{(v)} \sim \mathcal{N}(0, \Omega)$$

Solution ex-post:

Espérance de rendement

$$\mu^* = \left[(\tau\Sigma)^{-1} + P^T\Omega^{-1}P\right]^{-1} \left[(\tau\Sigma)^{-1}\Pi + P^T\Omega^{-1}Q\right]$$

Covariance des rendements

$$M^{-1} = \left[(\tau\Sigma)^{-1} + P^T \Omega^{-1} P \right]^{-1}$$

Distribution ex-post des rendements:

$$r \sim \mathcal{N}(\mu^*, \Sigma^*)$$

avec $\Sigma^* = \Sigma + M^{-1}$.

Données

Données de He & Litterman:

```
 data =
'1,0.4880,0.4780,0.5150,0.4390,0.5120,0.4910
 0.4880,1,0.6640,0.6550,0.3100,0.6080,0.7790
 0.4780,0.6640,1,0.8610,0.3550,0.7830,0.6680
 0.5150,0.6550,0.8610,1,0.3540,0.7770,0.6530
 0.4390,0.3100,0.3550,0.3540,1,0.4050,0.3060
 0.5120,0.6080,0.7830,0.7770,0.4050,1,0.6520
 0.4910,0.7790,0.6680,0.6530,0.3060,0.6520,1'

  Corrmat = matrix( as.double(spl( gsub('\n', ',', data), ',')),
                    nrow = length(spl(data, '\n')), byrow=TRUE)

  stdevs = c(16.0, 20.3, 24.8, 27.1, 21.0,  20.0, 18.7)/100
  w.eq = c(1.6, 2.2, 5.2, 5.5, 11.6, 12.4, 61.5)/100
  # Prior covariance of returns
  Sigma = Corrmat * (stdevs %*% t(stdevs))
```

Rendements d'équilibre

```
# risk aversion parameter
delta = 2.5
Pi = delta * Sigma %*% w.eq
```

Assets	Std Dev	Weq	PI
Australia	16	1.6	3.9
Canada	20.3	2.2	6.9
France	24.8	5.2	8.4
Germany	27.1	5.5	9
Japan	21	11.6	4.3
UK	20	12.4	6.8
USA	18.7	61.5	7.6

Questions

En utilisant la librairie BLCOP, calculez l'espérance et la covariance ex-post des rendements en imposant la vue #1 (le marché allemand sur-performe de 5%).

Attention à bien observer la signification des paramètres de BLViews et posteriorEst de librairie BLCOP.

```
asset.names <- c('Australia','Canada','France','Germany','Japan','UK','USA')
n <- length(asset.names)
P.1 <- matrix(data=0, ncol = n, nrow = 1, dimnames = list(NULL, asset.names))
P.1[,4] <- 1
P.1[,3] = -0.295
P.1[,6] = -0.705
sd = .05
view.1 <- BLViews(P = P.1, q = 0.05,
                  confidences =  1/sd,
                  assetNames = asset.names)

# kappa est the \tau de Litterman et He dans le calcul de \Omega
p.dist <- posteriorEst(views=view.1, sigma=Sigma, mu=as.numeric(Pi), tau=0.05,
                              kappa=0.05)

print(p.dist)
```

```
## Prior means:
##  Australia     Canada     France    Germany      Japan         UK        USA
## 0.03937555 0.06915190 0.08358087 0.09027240 0.04302810 0.06767693 0.07560047
## Posterior means:
##  Australia     Canada     France    Germany      Japan         UK        USA
## 0.04328024 0.07575662 0.09287673 0.11036714 0.04506164 0.06952710 0.08069330
## Posterior covariance:
##            [,1]       [,2]       [,3]       [,4]       [,5]       [,6]
## [1,] 0.02684846 0.01658941 0.01984032 0.02328463 0.01547150 0.01718826
## [2,] 0.01658941 0.04317922 0.03497285 0.03756068 0.01384828 0.02589376
## [3,] 0.01984032 0.03497285 0.06440047 0.06037302 0.01937372 0.04074307
## [4,] 0.02328463 0.03756068 0.06037302 0.07627784 0.02106893 0.04414217
## [5,] 0.01547150 0.01384828 0.01937372 0.02106893 0.04629645 0.01785272
## [6,] 0.01718826 0.02589376 0.04074307 0.04414217 0.01785272 0.04199292
## [7,] 0.01538412 0.03098063 0.03243021 0.03453501 0.01259603 0.02558455
##            [,7]
## [1,] 0.01538412
## [2,] 0.03098063
## [3,] 0.03243021
## [4,] 0.03453501
## [5,] 0.01259603
## [6,] 0.02558455
## [7,] 0.03666380
```

Avec les résultats de la question précédente, calculer les poids optimaux (Table 4 de l'article de Litterman et He).

```
w.star <- (1/delta) * solve(p.dist@posteriorCovar, p.dist@posteriorMean)
names(w.star) <- asset.names
```

On reproduit les résultats de Litterman et He.

Table 1: Poids optimum, modèle MV

	x
Australia	1.5
Canada	2.1
France	-3.9
Germany	35.4
Japan	11.0
UK	-9.5
USA	58.6

Calculer le portefeuille tangent avec $w_i >= 0$.

On prendra $R_f = 2\%$.

On pose le problème d'optimisation que l'on résoud directement.

```
r.f <- .02
r.star = .06
mu <- matrix(p.dist@posteriorMean, nrow=n, ncol=1)
Amat <- mu-r.f
Amat <- cbind(Amat, diag(n))
bvec <- c(r.star, rep(0,n))
dvec <- rep(0,n)
sol <- solve.QP(p.dist@posteriorCovar, dvec, Amat, bvec, meq=1)
w.nom <- sol$solution
w.den <- sum(w.nom)
w.t <- w.nom/sum(w.nom)
r.bar = sum(w.t * mu)
```

Table 2: Portefeuille tangent (solve.QP) Rf=2%.

	weight
Germany	44.65
USA	55.35

On peut également utiliser, par exemple, le package fPortfolio. Comme on dispose déjà du vecteur μ et de la matrice de covariance, il faut écrire sa propre fonction de calcul de la moyenne et de la covariance des rendements.

```
BLCov <- function(x, spec=NULL, ...) {
  x.mat = as.matrix(x)
  list(mu=p.dist@posteriorMean, Sigma=p.dist@posteriorCovar)
}

spec <- portfolioSpec()
setEstimator(spec) <- "BLCov"
setRiskFreeRate(spec) <- .02

# dummy data for returns
ts <- timeSeries(matrix(1, nrow=10, ncol=length(asset.names)))
colnames(ts) <- asset.names
tgPortfolio <- tangencyPortfolio(
  data=ts,
  spec=spec)
```

On retouve le même portefeuille tangent:

Table 3: Portefeuille tangent (fPortfolio) Rf=2%.

	weight
Germany	44.65
USA	55.35