

Chapitre 1

Introduction

Le rayonnement X est utilisé depuis de très nombreuses années pour étudier la structure de la matière : lorsqu'un matériau est soumis à un faisceau de rayonnement X, la manière dont il répond à cette excitation est caractéristique de sa structure atomique. Cette méthode de caractérisation s'appelle la diffraction X.

Utilisant cette méthode, une nouvelle application est apparue récemment : l'étude par diffraction X de la dynamique d'atomes lors de réactions ultra-rapides en physique, chimie ou biologie. Ce nouvel axe de recherche a suscité l'intérêt de nombreuses communautés scientifiques et d'importants projets se sont développés pour réaliser de telles expériences.

Pour étudier la dynamique de la structure atomique d'un matériau lors d'une réaction ultra rapide, il nous faut connaître le rayonnement qu'il diffracte à des instants donnés. L'évolution du rayonnement diffracté en fonction du temps permet ensuite d'obtenir la dynamique de la réaction.

Une technique permettant de réaliser de telles expériences est l'utilisation d'une source de rayonnement X ultra brève. La résolution temporelle de la mesure est dans ce cas égale à la durée de l'impulsion du rayonnement X.

Nous allons étudier dans ce TP l'interaction entre un laser ultra-intense et un électron relativiste permettant de produire des impulsions de rayonnement X femtosecondes (10^{-15} secondes) et polychromatiques.

Décrivons avant tout les caractéristiques essentielles des autres sources de rayonnement X existantes.

Remarque : La section 1.1 est un complément qui permet de comprendre dans quel cadre s'insère le travail effectué dans la suite du TP. Cette partie n'est donc pas nécessaire à la compréhension du TP.

1.1 Sources de rayonnement X durs existantes

Il existe principalement trois types de sources de rayonnement X qui peuvent être utilisées pour des expériences de diffraction X résolues en temps. Nous ne nous intéresserons donc ici qu'aux sources produisant du rayonnement X dans la gamme d'énergie du keV, soit de l'angström, longueur d'onde permettant de caractériser les positions atomiques dans les solides et les liquides. Ces sources sont : la source X synchrotron, la source X laser-plasma, et le futur laser à électrons libres.

1.1.1 Source X synchrotron

Dans un synchrotron, un paquet d'électrons relativistes (d'énergie de l'ordre du GeV) est injecté dans une structure magnétique périodique appelée onduleur ou wiggler (selon l'amplitude du champ magnétique). Les électrons oscillants dans cette structure subissent des accélérations et émettent du rayonnement qui est décalé par effet Doppler relativiste dans le domaine d'énergies X au keV. Dans le cas de l'onduleur, l'amplitude du mouvement d'oscillation des électrons étant faible, le rayonnement X émis peut être très collimaté ($1/\gamma\sqrt{N} \sim \mu\text{rad}$, où γ est le facteur relativiste et N le nombre de périodes de la structure), cohérent, et a un spectre étroit ($\Delta\lambda/\lambda = 1/N \sim \text{quelques nm}$). Dans le cas d'un wiggler, l'amplitude du mouvement des électrons étant plus importante (du fait du champ magnétique plus important de la structure), le rayonnement X émis est moins collimaté ($1/\gamma$), incohérent et a un spectre large ; en revanche, l'énergie du rayonnement X est plus importante. Dans les deux cas, la durée minimale des impulsions X produites, limitée par la durée du paquet d'électrons, est de l'ordre de quelques picosecondes. Finalement, les impulsions de rayonnement X (quelques keV) issues d'un synchrotron peuvent être polychromatiques ou monochromatiques, collimatées, et leur durée est de l'ordre de quelques picosecondes.

Des techniques utilisant des synchrotrons existent cependant pour produire des impulsions de rayonnement X plus brèves (quelques centaines de femtosecondes). Une méthode est basée sur la diffusion Thomson où un laser femtoseconde est utilisé à la place d'un onduleur pour faire osciller des électrons dont l'énergie peut être plus faible (de l'ordre de quelques dizaines de MeV) du fait de la période courte du laser. La durée de l'impulsion X est dans ce cas du même ordre que la durée de l'impulsion laser.

Le découpage du paquet d'électrons par laser est une autre méthode. Lorsqu'un laser se propage avec un faisceau d'électrons, la force pondéromotrice qui lui est associée, divise le paquet d'électrons en paquet plus courts. L'impulsion de rayonnement X que ceux-ci émettent individuellement est alors plus brève.

L'inconvénient de ces deux méthodes est que la durée de l'impulsion X diminue au détriment du flux, et rend difficile l'utilisation de ces sources pour des applications.

1.1.2 Source X laser-plasma

Pour réaliser des expériences de diffraction X résolue en temps à l'échelle femtoseconde, la seule source existante actuellement utilise le rayonnement X émis par un plasma. Sans parler des sources X-UV, intéressons nous uniquement ici à la source X $K\alpha$ produisant des impulsions de rayonnement X d'énergie de l'ordre de quelques keV avec une durée de quelques centaines de femtosecondes. En quelques phrases, le rayonnement X $K\alpha$ est produit de la manière suivante : lorsqu'un laser femtoseconde intense ($\sim 10^{17} \text{W/cm}^2$) est focalisé sur une cible solide avec un angle d'incidence de 45° et une polarisation P, des électrons sont accélérés vers l'intérieur de la cible. Ceux-ci, ayant des énergies de quelques centaines de keV, pénètrent à l'intérieur de la cible, dans la partie froide, où ils peuvent ioniser des atomes en couche interne K. Ces atomes, instables à l'instant de l'ionisation, redeviennent stables en émettant des photons X $K\alpha$. Le rayonnement X produit est alors monochromatique (l'énergie dépend de la nature de la cible), isotrope. La durée du processus dépend de l'énergie des électrons et de l'épaisseur de la cible ; elle est de l'ordre de quelques centaines de femtosecondes.

Cependant, du fait de sa monochromaticité, cette source X femtoseconde ne peut pas donner accès aux nombreuses applications qui nécessitent une source X qui soit à la fois polychromatique et femtoseconde.

1.1.3 Laser à électrons libres

Enfin, la source X basée sur le principe du laser à électrons libres (FEL) est la plus prometteuse, mais aussi la plus onéreuse, et la plus grande en dimensions. Les impulsions de rayonnement X (de l'ordre de quelques keV) attendues doivent être de quelques dizaines de femtosecondes et avoir une brillance d'environ 10 ordres de grandeurs supérieure à celle d'un synchrotron.

Deux grands projets sont actuellement en cours à Standford (USA) et à Hambourg (Allemagne). La source FEL est très proche de la source synchrotron : des électrons relativistes sont injectés dans une structure magnétique périodique où ils oscillent et émettent du rayonnement X. Dans le cas d'un laser à électrons libres, la mise en forme du paquet d'électrons et la structure de l'onduleur sont tels que le rayonnement X produit est cohérent. En raison de la longueur très importante de l'onduleur, les impulsions de rayonnement X que l'on prévoit de produire dans les lasers à électrons libres sont très brillantes et très collimatées.

Cette source de rayonnement X devrait être dans quelques années, la source de rayonnement X la plus performante.

1.2 Objectif du TP

Nous venons de voir qu'aucune source ne peut actuellement produire efficacement des impulsions de rayonnement X (keV) qui soient à la fois polychromatiques et femtosecondes. Seul le laser à électrons libres est supposé délivrer, dans quelques années, des impulsions de rayonnement X de ce type. Une telle source peut offrir de vastes perspectives d'applications concernant aussi bien la physique, que la chimie et la biologie.

Très récemment, une source de rayonnement X réunissant ces deux caractéristiques essentielles a pu être obtenue en faisant interagir un laser ultra-intense femtoseconde avec un plasma (que l'on modélisera ici par un électron relativiste)(voir l'article de SZU-YUAN CHEN, ANATOLY MAKSIMCHUK et DONALD UMSTADTER publié dans la revue scientifique *Nature*, Vol. 396, 653 - 655 (1998) : "Experimental observation of relativistic nonlinear Thomson scattering").

L'objectif de ce TP est donc d'étudier analytiquement, et par des calculs numériques, à l'aide du programme "Rad", les caractéristiques du rayonnement émis par un électron relativiste oscillant dans un laser ultra-intense.

Les lasers de puissances actuels permettent d'atteindre des intensités crêtes allant jusqu'à 10^{21}W/cm^2 . Un électron soumis au champ électromagnétique d'un laser de cette intensité subit des accélérations pouvant atteindre 10^{24} , et son énergie maximale d'oscillation peut dépasser 10 MeV. Dans ces conditions d'interaction laser-matière extrêmes, l'électron émet une impulsion de rayonnement qui est à la fois femtoseconde et polychromatique dans le domaine d'énergies X (gamme d'énergie voisine du keV).

Chapitre 2

Interaction laser-électron

Lorsqu'un électron est soumis au champ électromagnétique d'un laser dont l'intensité crête dépasse $10^{18}\text{W}/\text{cm}^2$, il subit des accélérations pouvant atteindre 10^{24} g , et son énergie maximale d'oscillation peut dépasser 10 MeV . Dans ces conditions, l'électron émet une impulsion de rayonnement dans la gamme spectrale du keV, et de durée du même ordre que celle de l'impulsion laser.

Les caractéristiques de ce rayonnement dépendent du mouvement de l'électron, c'est à dire de sa position, de sa vitesse, et de son accélération au cours du temps.

Dans la première partie de ce TP, nous allons calculer le mouvement de l'électron analytiquement dans le cadre du formalisme de Lagrange, puis, numériquement par la méthode de Runge-Kutta, à l'aide du programme "Rad".

Dans la seconde partie du TP, les caractéristiques du rayonnement seront déterminées en utilisant les formules du rayonnement émis par une particule chargée et accélérée (obtenues en TD). Les distributions spectrale et spatiale, la puissance, la polarisation du rayonnement, ainsi que l'influence des paramètres du laser seront étudiées.

2.1 Champs et potentiels

Pour décrire une onde électromagnétique, l'utilisation du potentiel vecteur \vec{A} facilite les calculs.

Dans la jauge de Coulomb, les champs électrique et magnétique \vec{E} et \vec{B} de l'onde s'expriment en fonction de ces potentiels par les formules suivantes :

$$\vec{E} = -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$$

$$\vec{B} = \vec{\nabla} \wedge \vec{A}$$

dans le vide.

2.1.1 Calcul du champ électromagnétique du laser

Le laser est considéré comme une onde plane de fréquence ω et de vecteur d'onde k se propageant selon l'axe x . Le potentiel vecteur décrivant cette onde plane a la forme suivante :

$$\vec{A}(x, t) = \Re \left\{ \vec{A}_0 e^{i(\psi)} \right\}$$

où \Re désigne la partie réelle, $\psi = \omega t - kx$, et où \vec{A}_0 est l'amplitude complexe.

1. **Donner l'expression (complexe) de \vec{A}_0 pour une onde polarisée rectilignement.**
2. **Montrer les expressions (réelles) du potentiel vecteur $\vec{A}(x, t)$, du champ électrique $\vec{E}(x, t)$ et du champ magnétique $\vec{B}(x, t)$ pour une onde polarisée rectilignement sont :**

$$\vec{E} = \omega A_0 \sin(\psi) \hat{e}_y \text{ ou } \hat{e}_z \quad (2.1)$$

$$\vec{B} = -\frac{\omega}{c} A_0 \sin(\psi) \hat{e}_z \text{ ou } \hat{e}_y \quad (2.2)$$

2.1.2 Paramètre de force a_0

Le paramètre de force a_0 est un paramètre sans dimension dépendant de l'intensité du laser. C'est l'un des paramètres principaux que nous utiliserons dans la partie du TP consacrée à l'étude numérique.

Il est défini comme étant le rapport $(v_{non-rel}/c)$ de la vitesse de l'électron calculée en mécanique non relativiste par la vitesse de la lumière.

La valeur de a_0 étant liée à la vitesse de l'électron, elle permet de caractériser l'interaction entre le laser et l'électron. Lorsque $a_0 > 1$, le régime est dit relativiste car dans ce

cas $v_{non-rel} > c$ et l'approche mécanique non relativiste n'est plus valable. Il faut alors tenir compte des effets relativistes.

Afin d'obtenir l'expression de a_0 , il faut déterminer la vitesse d'oscillation, calculée classiquement, d'un électron soumis au champ électromagnétique du laser. Dans ce cas $|\vec{v}| \ll c$ et $|\vec{v} \wedge \vec{B}| \ll e|\vec{E}|$ est négligeable. L'équation du mouvement de l'électron s'écrit alors :

$$m_e \frac{d\vec{v}}{dt} = e\vec{E}$$

1. Donner l'expression de la trajectoire de l'électron en fonction de \vec{A}_0 . On considère l'électron au repos à l'instant initial.
2. Calculer sa vitesse.
3. Donner l'expression de a_0 en fonction de A_0 .
4. a_0 peut être exprimé en fonction de l'intensité laser I_0 qui est égale à valeur moyenne temporelle de la norme du vecteur de Poynting \vec{S} :

$$I_0 = \langle |\vec{S}| \rangle = \langle \frac{1}{\mu_0} |(\vec{E} \wedge \vec{B})| \rangle$$

Calculer I_0 dans le cas des polarisation rectiligne et circulaire.

5. Exprimer a_0 en fonction de I_0 et de la longueur d'onde λ , et montrer que l'on peut écrire :

$$\begin{cases} a_0 = \left(\frac{e^2}{2\pi^2 m_e^2 \epsilon_0 c^5} I_{0[W/cm^2]} \lambda_{[m]}^2 \right)^{\frac{1}{2}} = 0.85 \sqrt{\frac{I_{0[W/cm^2]}}{10^{18}}} \lambda_{[\mu m]}^2 & \text{en polarisation linéaire} \\ a_0 = \left(\frac{e^2}{4\pi^2 m_e^2 \epsilon_0 c^5} I_{0[W/cm^2]} \lambda_{[m]}^2 \right)^{\frac{1}{2}} = 0.60 \sqrt{\frac{I_{0[W/cm^2]}}{10^{18}}} \lambda_{[\mu m]}^2 & \text{en polarisation circulaire} \end{cases}$$

6. Remplir le tableau suivant, donnant la valeur du paramètre a_0 pour différentes intensités laser et pour une longueur d'onde de $0.8 \mu m$.

Intensité (W/cm^2)	a_0 en polarisation linéaire	a_0 en polarisation circulaire
1.10^{20}		
1.10^{19}		
1.10^{18}		
1.10^{17}		

TAB. 2.1 – Intensité en W/cm^2 et a_0 correspondants

2.2 Calcul de la trajectoire relativiste d'un électron soumis au champ électromagnétique créé par un laser intense

Nous allons nous intéresser dans cette partie au mouvement relativiste d'un électron soumis à un laser ultra-intense (expérimentalement : $I_0 > 10^{18}$ W/cm²) représenté par l'onde plane définie précédemment en 2.1.1. En régime relativiste, le terme $\vec{v} \times \vec{B}$ de la force de Lorentz devient aussi important que le terme $e\vec{E}$ et il est donc nécessaire d'en tenir compte. Il a été montré que ce terme peut être négligé pour des intensités laser jusqu'à environ 10^{17} W/cm².

Nous allons calculer la trajectoire de l'électron dans le cadre du formalisme de Lagrange car celui-ci permet de traiter simplement le problème si les invariants et symétries de la fonction de Lagrange sont utilisés de manière appropriée. La trajectoire sera calculée uniquement pour la polarisation linéaire du laser.

Lors du calcul numérique de la trajectoire de l'électron, une enveloppe temporelle simulera la durée finie de l'impulsion laser. Ce point sera détaillé par la suite.

2.2.1 Formalisme de Lagrange

La fonction de Lagrange d'un électron soumis à l'onde laser définie en 2.1.1 permet de calculer sa trajectoire à partir de son moment canonique et de son énergie donnés par les équations de Lagrange. L'intégration de l'impulsion fournit immédiatement l'expression de la position de l'électron sous forme analytique.

2.2.2 Fonction et équations de Lagrange

Bien que la force de Lorentz ne dérive pas d'une énergie potentielle, le problème d'une particule chargée plongée dans un champ électromagnétique admet une fonction de Lagrange (voir par exemple Mécanique quantique, C. Cohen-Tanoudji, B. Diu, F. Laloë, p. 1884). La fonction de Lagrange relativiste d'un électron soumis à un potentiel vecteur électromagnétique \vec{A} est donnée par :

$$\mathcal{L} = mc^2 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} - e\vec{A} \cdot \vec{v} \quad (2.3)$$

où c est la vitesse de la lumière, m est la masse de l'électron, e sa charge et \vec{v} sa vitesse. Vérifions que les équations de Lagrange redonnent bien les équations du mouvement.

1. Calculer $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \vec{v}}$.

Remarque : la notation $\frac{\partial}{\partial \vec{v}}$ est symbolique. Cela signifie que l'on dérive par rapport

2.2. CALCUL DE LA TRAJECTOIRE RELATIVISTE D'UN ÉLECTRON SOUMIS AU CHAMP ÉL

aux composantes de la vitesse \vec{v} . Par exemple, en coordonnées cartésiennes : v_x , v_y et v_z . Cela correspond donc à trois équations.

2. Calculer $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \vec{r}}$.

3. L'équation de Lagrange s'écrit :

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \vec{v}} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \vec{r}} = 0$$

où

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \vec{v} \cdot \frac{\partial}{\partial \vec{r}} + \dot{\vec{v}} \cdot \frac{\partial}{\partial \vec{v}}$$

Montrer que l'on retrouve bien l'équation du mouvement :

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = e(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B}) \quad (2.4)$$

Les équations de Lagrange permettent d'obtenir :

– Le moment canonique \vec{P} de l'électron défini par :

$$\vec{P} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \vec{v}} = \vec{p} - e\vec{A}$$

où $\vec{p} = \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$ est l'impulsion de l'électron.

– L'énergie E de l'électron :

$$E = \vec{P} \cdot \vec{v} - \mathcal{L} = mc^2 + E_c = E_0 + E_c$$

où E_c est l'énergie cinétique et E_0 est l'énergie de masse de l'électron.

– L'équation de l'évolution de l'énergie de l'électron en fonction du temps :

$$\frac{dE}{dt} = e\vec{v} \cdot \vec{E} \quad (2.5)$$

2.2.3 Symétries et invariants

Lorsque l'onde électromagnétique est plane, des considérations de symétrie et d'invariance de la fonction de Lagrange 2.3 permettent d'obtenir des relations directes entre l'impulsion de l'électron et le potentiel vecteur de l'onde laser.

L'onde laser étant plane, la fonction de Lagrange ne dépend pas de la position transverse r_\perp (perpendiculaire à l'axe x) et on obtient :

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \vec{r}_\perp} = 0.$$

qui conduit à l'invariance du moment canonique transverse \vec{P}_\perp .

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \vec{v}_\perp}\right) = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \vec{r}_\perp} = 0 \rightarrow \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \vec{v}_\perp} = \vec{p}_\perp - e\vec{A}_\perp = \text{constante}$$

En supposant que l'interaction se fait avec un électron initialement au repos, l'impulsion transverse \vec{p}_\perp de l'électron s'écrit :

$$\vec{P}_\perp = \vec{p}_\perp - e\vec{A}_\perp = 0 \rightarrow \vec{p}_\perp = e\vec{A}_\perp \quad (2.6)$$

où l'indice \perp désigne la composante transverse (perpendiculaire à la direction de propagation du laser, c'est-à-dire l'axe x).

Le second invariant découle de la forme $A(t - x(t)/c)$ du potentiel vecteur d'une onde plane. Il permet d'obtenir la composante longitudinale p_x de l'impulsion.

En utilisant la fonction de Hamilton $\mathcal{H}(\vec{r}, \vec{p}, t) = E$ et l'équation $d\mathcal{H}/dt = -\partial \mathcal{L}/\partial t$ on obtient :

$$\frac{dE}{dt} = -\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial t} = c \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} = c \frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial v_x} = c \frac{dP_x}{dt} = c \frac{dp_x}{dt}$$

Soit

$$\frac{d}{dt}(E - cp_x) = 0 \rightarrow E - cp_x = \text{constante}$$

Si l'électron est initialement au repos, son énergie avant l'arrivée de l'onde est égale à son énergie de masse mc^2 ; dans ce cas :

$$E - cp_x = mc^2$$

Avec $E = E_0 + E_c$ où E est l'énergie totale, E_0 l'énergie de masse et E_c l'énergie cinétique de l'électron.

1. Justifier que $E_c = cp_x$.

2. En utilisant l'expression de \vec{p} , montrer que l'énergie cinétique s'écrit :

$$E_c = mc^2(\gamma - 1)$$

où $\gamma = 1/\sqrt{1 - (v/c)^2}$ est le facteur relativiste sans dimension.

3. En utilisant la relation $E = \sqrt{(mc^2)^2 + p_x^2 c^2 + p_\perp^2 c^2}$, montrer que l'on peut écrire :

$$E_c = cp_x = \frac{p_\perp^2}{2m}$$

4. En déduire que p_x s'écrit :

$$p_x = \frac{(e\vec{A}_\perp)^2}{2m} \quad (2.7)$$

Les expressions 2.6 et 2.7 définissent les trois composantes de l'impulsion de l'électron en fonction uniquement du potentiel vecteur de l'onde électromagnétique.

2.2. CALCUL DE LA TRAJECTOIRE RELATIVISTE D'UN ÉLECTRON SOUMIS AU CHAMP ÉL

2.2.4 Trajectoires électroniques

En utilisant les expressions 2.6 et 2.7, on peut obtenir la trajectoire d'un électron sous forme analytique.

Remarque : Pour les simulations numériques l'amplitude de l'impulsion laser incidente pourra être multipliée par une fonction enveloppe simulant le fait que l'impulsion laser a une durée finie. La largeur à mi-hauteur de l'enveloppe temporelle est égale à la durée τ_L à mi-hauteur de l'impulsion laser. Il s'agit de l'un des paramètres à spécifier lors de l'utilisation du programme. Un ordre de grandeur réaliste pour τ_L est 30 fs, ce qui correspond à un paramètre de l'ordre de 140 à entrer dans le programme.

Pour simplifier l'écriture, il est préférable d'utiliser les expressions normalisées données ci-dessous, pour l'énergie cinétique \hat{E}_c , le potentiel vecteur \hat{a} , l'impulsion \hat{p} et la vitesse $\vec{\beta}$:

$$\hat{E}_c = \frac{E_c}{mc^2} = \gamma - 1 = \frac{\hat{p}_\perp^2}{2} \quad \hat{a} = \frac{e\vec{A}}{mc} \quad \hat{p} = \frac{\vec{p}}{mc} = \gamma\vec{\beta} \quad \vec{\beta} = \vec{v}/c \quad (2.8)$$

Avec ces normalisations, les expressions de l'impulsion 2.6 et 2.7 s'écrivent :

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{p}_x = \frac{a^2}{2} = \gamma\beta_x = \frac{\gamma}{c} \frac{dx}{dt} \\ \hat{p}_y = a_y = \gamma\beta_y = \frac{\gamma}{c} \frac{dy}{dt} \\ \hat{p}_z = a_z = \gamma\beta_z = \frac{\gamma}{c} \frac{dz}{dt} \end{array} \right. \quad (2.9)$$

Remarque : Il faut noter que ces expressions sont valables quelles que soient la polarisation et l'amplitude de l'onde laser. Les seules hypothèses sont que l'onde créée par le laser est plane et que l'électron est au repos à l'instant initial.

Dans les sections suivantes, nous calculerons les trajectoires électroniques uniquement dans le cas où le laser est polarisé linéairement. Les trajectoires sont obtenues en remplaçant l'expression du potentiel vecteur 2.1.1 dans 2.9.

Cas d'une onde laser polarisée linéairement

Le potentiel vecteur d'une onde polarisée linéairement a la forme :

$$\hat{a} = a_0 e^{i\psi} \hat{e}_y = a_y \hat{e}_y \quad \text{ou} \quad \hat{a} = a_0 e^{i\psi} \hat{e}_z = a_z \hat{e}_z.$$

Les deux cas sont bien sûr identiques. Prenons par exemple le cas où l'onde est polarisée linéairement selon \hat{e}_y .

Impulsion

1. Montrer que les expressions 2.9 dans lesquelles le potentiel vecteur a été remplacé par son expression deviennent :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dx}{d\tau} = \frac{ca^2}{2} = c \frac{a_0^2 \cos^2(\omega\tau)}{2} \\ \frac{dy}{d\tau} = ca_0 \cos(\omega\tau) \\ \frac{dz}{d\tau} = 0 \end{array} \right. \quad (2.10)$$

où le temps propre $\tau = (t - x(t)/c)$ et $dt = \gamma d\tau$.

2. Calculer numériquement à l'aide du programme "Rad", puis tracer les différentes composantes de l'impulsion de l'électron en fonction du temps pour $a_0 = 2$, sans enveloppe, et avec $\tau_L = 30fs$.
3. On pourra constater sur ce graphe que l'impulsion selon x (longitudinale) est toujours positive ou nulle et oscille à $2\omega_0$ (où ω_0 est la fréquence du laser). Quel est le mouvement de l'électron suivant l'axe x ?
4. Quelle est la plus grande des composantes de l'impulsion ? Le mouvement est-il plutôt longitudinal ? transversal ?

Position

Pour intégrer analytiquement les équations 2.9, il faut faire le changement de variable $t \rightarrow \tau$ avec $\tau = (t - x(t)/c)$ et $dt = \gamma d\tau$, ce qui revient en fait à se placer dans le référentiel où l'impulsion de l'électron est en moyenne nulle. τ est appelé le temps propre.

On suppose que l'électron est au repos en $x = y = z = 0$ au temps $t=0$. Les positions $x(\tau), y(\tau), z(\tau)$ s'obtiennent à partir des équations 2.10 en intégrant les composantes de l'impulsion :

$$\left\{ \begin{array}{l} x(\tau) = \int_0^\tau p_x(\tau') d\tau' \\ y(\tau) = \int_0^\tau p_y(\tau') d\tau' \\ z(\tau) = \int_0^\tau p_z(\tau') d\tau' \end{array} \right. \quad (2.11)$$

2.2. CALCUL DE LA TRAJECTOIRE RELATIVISTE D'UN ÉLECTRON SOUMIS AU CHAMP ÉL

1. Montrer que l'on obtient :

$$\begin{cases} x(\tau) = \frac{ca_0^2}{2} \left[\frac{\tau}{2} + \frac{1}{4\omega} \sin(2\omega\tau) \right] \\ y(\tau) = \frac{ca_0}{\omega} \sin \omega\tau \\ z(\tau) = 0 \end{cases} \quad (2.12)$$

2. Tracer la trajectoire obtenue numériquement pour $a_0=2$, sans enveloppe, et avec $\tau_L=30$ fs. Commenter.

2.2.5 Etude de l'évolution avec le paramètre a_0

Nous avons vu que la trajectoire d'un électron libre ne dépend que de l'intensité laser car toutes les équations donnant ses caractéristiques dépendent du paramètre a_0 (voir par exemple les équations 2.12). Les expressions des vitesses normalisées en fonction de a_0 permettent d'estimer l'évolution de la trajectoire avec la valeur du paramètre a_0 .

1. Montrer que les composantes de la vitesse normalisée obtenues à partir des équations 2.9 s'écrivent :

$$\beta_x = \frac{a^2/2}{1 + a^2/2} \quad \beta_y = \frac{a_y}{1 + a^2/2} \quad \beta_z = \frac{a_z}{1 + a^2/2}$$

2. Calculer β_x , β_y , et β_z en fonction de a_0 .

3. Décrire le mouvement dans les cas $a_0 \ll 1$ et $a_0 \gg 1$. (transversal, longitudinal ? 2D, 3D ?).

4. Calculer numériquement et tracer la trajectoire de l'électron pour quelques valeurs de a_0 (0.1 à 4), sans enveloppe, et avec $\tau_L=30$ fs.

Nous verrons par la suite que cette évolution de la trajectoire avec a_0 détermine en grande partie la distribution angulaire du rayonnement.

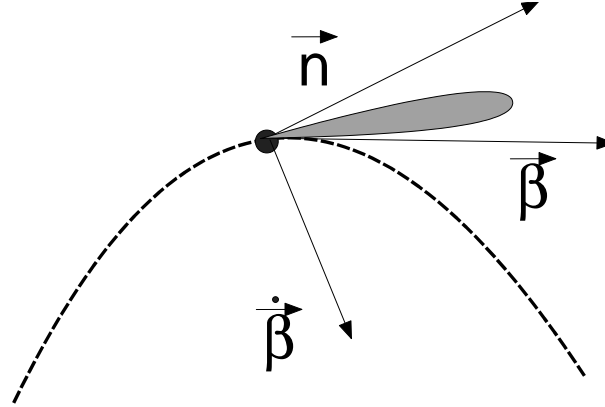


FIG. 2.1 – Représentation schématique du rayonnement émis par un électron de vitesse normalisée $\vec{\beta}(\tau)$ et d'accélération normalisée $\dot{\vec{\beta}}(\tau)$.

2.3 Rayonnement

Dans cette partie, nous étudierons le rayonnement produit par un électron relativiste oscillant dans un laser ultra intense.

Nous avons vu en TD qu'un électron accéléré émet rayonnement électromagnétique dont les caractéristiques dépendent de son accélération et de sa vitesse. Dans la cadre de l'interaction entre le laser et l'électron, le rayonnement est dû aux fortes accélérations de l'électron oscillant dans le champ laser.

Le calcul du rayonnement est fait en utilisant les expressions de la section 2.2.4 fournissant les positions, vitesses normalisées, et accélérations normalisées ($r(\tau)$, $\beta(\tau)$, $\dot{\beta}(\tau)$) de l'électron. Ces quantités, ainsi que le rayonnement émis, sont schématiquement représentées sur la figure 2.1.

D'une manière générale, pour une trajectoire électronique quelconque, l'expression du champ électromagnétique émis par un électron de vitesse normalisée $\vec{\beta}$ et d'accélération normalisée $\dot{\vec{\beta}}$, reçu par un observateur placé à une distance R dans une direction \vec{n} , est donnée par :

$$\vec{E} = \frac{e}{4\pi\epsilon_0} \left\{ \frac{\vec{n} - \vec{\beta}}{\gamma^2(1 - \vec{\beta} \cdot \vec{n})^3 R^2} + \frac{\vec{n} \wedge [(\vec{n} - \vec{\beta}) \wedge \dot{\vec{\beta}}]}{cR(1 - \vec{\beta} \cdot \vec{n})^3} \right\}_{ret} \quad (2.13)$$

et

$$\vec{B} = \left\{ \frac{\vec{n} \wedge \vec{E}}{c} \right\}_{ret} \quad (2.14)$$

où R est la distance entre la particule et l'observateur. Ce calcul a été effectué en TD.

Notons que ces formules sont exprimées au temps retardé, indiqué par l'indice *ret*, qui tient compte du fait que le champ reçu au temps t par l'observateur a été produit à un temps antérieur, dit retardé, par l'électron. Le retard correspond au temps mis par la lumière pour parcourir la distance R qui sépare l'électron de l'observateur. Il est égal à $t_{ret} = t - R/c$.

Deux termes apparaissent dans l'expression 2.13 : le premier, qui dépend de $1/R^2$, est appelé terme de convection \vec{E}_{conv} , et le second, qui dépend de $1/R$, est appelé le terme de rayonnement \vec{E}_{ray} .

Ces formules indiquent que toutes les caractéristiques du rayonnement sont entièrement déterminées par le mouvement de la particule et par la direction d'observation.

Dans la suite, nous caractérisons le rayonnement émis par un électron oscillant dans un laser en termes de puissance rayonnée, de distribution spatiale, et de distribution spectrale. Après avoir calculé les formules générales associées à ces différentes quantités, nous calculerons numériquement, à l'aide du programme "Rad", le rayonnement émis par un électron lorsque le laser émet une onde polarisée linéairement, comme étudié dans la section précédente. Nous étudierons l'influence du paramètre du laser a_0 .

2.4 Caractéristiques du rayonnement

Dans cette section nous calculons les caractéristiques du rayonnement émis par un électron oscillant dans un champ laser intense.

2.4.1 Puissance rayonnée

La puissance totale que l'électron rayonne se calcule en intégrant le flux du vecteur de Poynting émis à travers une sphère de surface S et de rayon R contenant l'électron, et centrée sur $x = y = z = 0$ (origine du repère du laboratoire). On obtient ainsi la puissance rayonnée dans tout l'espace :

$$\begin{aligned} P &= \int_S |\vec{S}| R^2 d\Omega \\ &= \int_S \frac{1}{\mu_0} |\vec{E} \wedge \vec{B}| R^2 d\Omega \\ &= \int_S \frac{1}{\mu_0 c} |(\vec{E}_{ray} + \vec{E}_{conv}) \wedge (\vec{n} \wedge (\vec{E}_{ray} + \vec{E}_{conv}))| R^2 d\Omega \end{aligned}$$

où $d\Omega$ est l'angle solide élémentaire. On peut choisir une sphère de rayon arbitrairement grand ($R \rightarrow \infty$). Dans ce cas, tous les termes du développement faisant apparaître \vec{E}_{conv}

ont une dépendance en $\frac{1}{R^2}$ et tendent vers 0 lorsque $R \rightarrow \infty$ dans l'intégrale. Le terme de convection n'est donc pas une source de rayonnement mesurable dans notre cas. En ne prenant en compte que le terme de rayonnement, l'intégrale devient :

$$P = \frac{1}{\mu_0 c} \int_S |\vec{E}_{ray}|^2 R^2 d\Omega$$

Il est plus facile de parler en terme de puissance rayonnée par unité d'angle solide :

$$\begin{aligned} \frac{dP}{d\Omega} &= \frac{1}{\mu_0 c} R^2 |\vec{E}_{ray}|^2 \\ &= \frac{e^2}{16\pi^2 \epsilon_0 c} |\vec{n} \wedge (\vec{n} \wedge \dot{\vec{\beta}})|^2 \end{aligned}$$

Cette formule donne la puissance rayonnée instantanée par unité d'angle solide. Cependant, le fait d'avoir négliger le terme de convection dans le calcul précédent revient en fait à considérer le cas d'un électron non-relativiste.

Nous admettrons ici qu'une généralisation de cette formule, s'appliquant au cas d'un électron relativiste, peut s'obtenir en trouvant une forme de la puissance rayonnée, intégrée sur les angles solides, qui soit invariante par transformation de Lorentz, et qui tende vers l'expression non relativiste lorsque $\beta \rightarrow 0$.

Nous admettrons donc le résultat :

$$P = \frac{e^2}{6\pi\epsilon_0 m^2 c^3} \left\{ \left| \frac{d\vec{p}}{dt} \right|^2 - \frac{1}{c^2} \left(\frac{dE}{dt} \right)^2 \right\}$$

1. **En utilisant ensuite les équations 2.4 et 2.5 donnant la variation de l'impulsion et de l'énergie de l'électron, montrer que l'expression de la puissance instantanée, directement liée aux champs \vec{E} et \vec{B} de l'onde électromagnétique du laser s'écrit :**

$$P = \frac{e^4}{6\pi\epsilon_0 m^2 c^3} \gamma^2 \left\{ \left| \vec{E} + c\vec{\beta} \wedge \vec{B} \right|^2 - (\vec{\beta} \cdot \vec{E})^2 \right\}. \quad (2.15)$$

A partir de cette formule, la puissance rayonnée par un électron soumis au champ laser peut se calculer analytiquement en remplaçant les champs \vec{E} et \vec{B} par ceux correspondant aux expressions 2.1 et 2.2.

Cas d'une onde laser polarisée linéairement

1. **Montrer que, dans le cas où l'onde laser est polarisée linéairement, on obtient :**

$$\vec{E} + c\vec{\beta} \wedge \vec{B} = \frac{\omega}{c} \left(\frac{mc^2}{e} \right) \begin{pmatrix} \frac{\hat{p}_y}{\gamma} a_0 \cos(\psi) \\ a_0 \cos(\psi) - \frac{\hat{p}_x}{\gamma} a_0 \cos(\psi) \\ 0 \end{pmatrix}$$

et

$$\vec{\beta} \cdot \vec{E} = \frac{\omega}{c} \left(\frac{mc^2}{e} \right) \frac{\hat{p}_y}{\gamma} a_0 \cos(\psi)$$

2. En remplaçant ces deux expressions dans la formule 2.15, montrer que l'expression de la puissance instantanée est :

$$\begin{aligned} P &= \frac{e^2 \omega^2}{6\pi \epsilon_0 c} \gamma^2 \left\{ a_0^2 \cos^2(\psi) \left(1 - \frac{\hat{p}_x}{\gamma} \right)^2 \right\} \\ &= \frac{e^2 \omega^2}{6\pi \epsilon_0 c} a_0^2 \cos^2(\psi) \end{aligned}$$

3. Représenter la puissance rayonnée instantanée calculée numériquement en fonction du temps pour quelques valeurs de a_0 (0.1 à 4), sans enveloppe, et avec la durée de l'impulsion laser fixée à 30 fs. Commenter la dépendance en a_0 .
4. Quelle est la fréquence d'oscillation de la puissance instantanée ?

Remarque : il est important de remarquer que l'électron n'émet de rayonnement que lorsqu'il est soumis au champ laser. Après avoir quitté le laser, l'électron ne rayonne plus. Ceci détermine donc la durée du rayonnement.

Afin d'estimer la puissance totale émise pendant l'interaction entre le laser et l'électron, on peut faire la moyenne de la puissance instantanée sur une période laser T :

$$\begin{aligned} P_T &= \frac{1}{T} \int_0^T P dt \\ &= \frac{1}{T} \frac{e^2 \omega^2}{6\pi \epsilon_0 c} a_0^2 \int_0^T \cos^2(\psi) dt \end{aligned}$$

En utilisant le changement de variable $\psi = \omega\tau$, $dt = \frac{\tau}{\omega} d\tau = \frac{1}{\omega} \left(1 + \frac{a_0^2 \sin^2(\psi)}{2} \right) d\psi$, où τ est le temps propre, l'équation devient :

$$P_T = \frac{1}{T} \frac{e^2 \omega^2}{6\pi \epsilon_0 c} a_0^2 \int_0^{2\pi} \cos^2(\psi) \left(1 + \frac{a_0^2 \sin^2(\psi)}{2} \right) d\psi \quad (2.16)$$

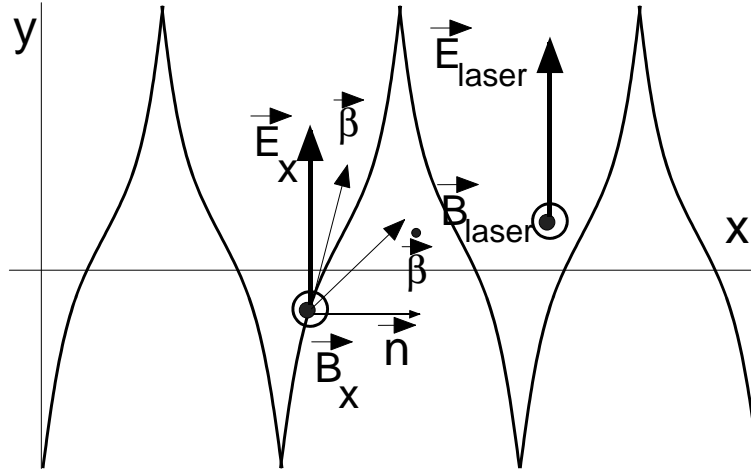


FIG. 2.2 – Schéma du rayonnement émis par un électron dans un laser de polarisation linéaire. La trajectoire de l'électron est représentée par le trait plein.

1. Calculer P_T en fonction de a_0 , puis pour quelques valeurs de a_0 entre 0.1 et 10.

Cette expression analytique donne la puissance rayonnée par un électron sur une période laser en fonction du seul paramètre a_0 .

2.4.2 Distribution spatiale

La distribution spatiale du rayonnement s'obtient en calculant l'amplitude du vecteur de Poynting défini à partir des champs émis par l'électron, donnés par les expressions 2.13 et 2.14. L'évaluation de l'amplitude du vecteur de Poynting dans une direction \vec{n} donne l'énergie que l'électron rayonne dans cette direction.

L'amplitude du vecteur de Poynting $\vec{S} = \frac{1}{\mu_0}(\vec{E} \wedge \vec{B})$ évaluée dans une direction \vec{n} vaut :

$$[\vec{S} \cdot \vec{n}]_{ret} = \frac{e^2}{(4\pi)^2 \epsilon_0 c R^2} \frac{|\vec{n} \wedge ((\vec{n} - \vec{\beta}) \wedge \dot{\vec{\beta}})|^2}{(1 - \vec{\beta} \cdot \vec{n})^6} \Big|_{ret} \quad (2.17)$$

En calculant la valeur de $\vec{S} \cdot \vec{n}$ pour des directions \vec{n} réparties sur une sphère on obtient la distribution spatiale du rayonnement. Dans la suite, la distribution spatiale du rayonnement sera calculée numériquement à l'aide du programme.

Cas d'une onde laser polarisée linéairement

1. Représenter en 3D la distribution angulaire de l'amplitude du vecteur de Poynting du rayonnement émis pour les cas où $a_0 = 0.1$ et $a_0 = 2$, sans enveloppe et avec la durée à mi-hauteur de l'impulsion laser fixée à 30 fs.

- 2. Tracer la distribution spatiale 2D du vecteur de Poynting lorsque le laser est polarisé linéairement pour $a_0 = 0.1$, $a_0 = 1$, $a_0 = 2$ et $a_0 = 4$.**

Nous avons vu dans la section 2.2.7 que pour les petites valeurs de a_0 la trajectoire de l'électron est essentiellement transverse selon l'axe de la polarisation du laser. Par conséquent, lorsque $a_0 = 0.1$, la distribution spatiale du rayonnement est celle d'un dipôle oscillant selon l'axe de polarisation du laser. Le maximum du rayonnement est centré sur la direction de propagation du laser.

- 3. Décrire, lorsque a_0 augmente, l'évolution de la distribution spatiale du rayonnement.**
- 4. Vérifier que le rayonnement est plutôt 2D dans le cas $a_0 \ll 1$.**
- 5. Représenter et décrire l'amplitude du vecteur de Poynting en fonction de l'angle θ ($\theta = 0$ selon la direction de propagation du laser) pour différentes valeurs de a_0 .**

2.4.3 Distribution spectrale

La distribution spectrale du rayonnement émis dans une direction \vec{n} est obtenue en prenant la transformée de Fourier du vecteur de Poynting de l'onde électromagnétique produite par l'électron dans cette direction. La puissance émise par unité d'angle solide en fonction du temps peut s'écrire :

$$\frac{dP(t)}{d\Omega} = |\vec{A}(t)|^2$$

où

$$\vec{A}(t) = \left(\frac{1}{\mu_0 c} \right)^{1/2} R \vec{E}_{ray}(t)$$

L'intensité rayonnée par unité d'angle solide et unité de fréquence en est déduite et vaut :

$$\frac{d^2 I}{d\omega d\Omega} = 2 |\vec{A}(\omega)|^2 \quad (2.18)$$

où $\vec{A}(\omega)$ est la transformée de Fourier de $\vec{A}(t)$ qui s'écrit :

$$\vec{A}(t) = \left(\frac{e^2}{16\pi^2 \epsilon_0 c} \right)^{\frac{1}{2}} \left[\frac{\vec{n} \times [(\vec{n} - \vec{\beta}) \times \dot{\vec{\beta}}]}{(1 - \vec{\beta} \cdot \vec{n})^3} \right]_{ret} \quad (2.19)$$

La transformée de Fourier $\vec{A}(\omega)$ de $\vec{A}(t)$ s'écrit alors :

FIG. 2.3 – Représentation schématique du champ électromagnétique émis par l'électron à un instant donné. Le laser est polarisé linéairement, la trajectoire de l'électron est représentée en 2D dans le plan de polarisation du laser par la ligne continue.

$$\vec{A}(\omega) = \left(\frac{e^2}{32\pi^3\epsilon_0 c} \right)^{\frac{1}{2}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\omega t} \left[\frac{\vec{n} \times [(\vec{n} - \vec{\beta}) \times \dot{\vec{\beta}}]}{(1 - \vec{\beta} \cdot \vec{n})^3} \right]_{ret} dt \quad (2.20)$$

Il faut ensuite remplacer dans cette expression les vecteurs $\dot{\vec{\beta}}$ et $\vec{\beta}$ obtenus dans la section 2.2.4. Celle-ci étant évaluée au temps retardé, il est commode de faire le changement de variable $\tau = t - \vec{n} \cdot \vec{r}$ pour les résolutions numériques.

Le calcul numérique de la transformée de Fourier permet alors d'obtenir la valeur de l'intensité donnée par la relation 2.18. Dans toute la suite, les spectres de rayonnement seront calculés numériquement à l'aide du programme.

1. **Tracer les spectres de rayonnement évalués à l'angle pour lequel l'intensité du rayonnement X est maximale, pour quelques valeurs de a_0 entre 0.1 et 4, sans enveloppe et avec $\tau_L=30$ fs.**
2. **Commenter l'évolution des spectres. Que se passe-t-il pour $a_0 \ll 1$? dans le cas relativiste ($a_0 > 1$) ?**

2.4.4 Remarque sur la polarisation du rayonnement créé par l'électron

Le champ électrique et magnétique émis par l'électron est donné par les formules 2.13 :

$$\vec{E} = \frac{e}{4\pi\epsilon_0} \left\{ \frac{\vec{n} \wedge [(\vec{n} - \vec{\beta}) \wedge \dot{\vec{\beta}}]}{cR(1 - \vec{\beta} \cdot \vec{n})^3} \right\}_{ret} \quad (2.21)$$

Il dépend de la direction d'observation \vec{n} , de la vitesse $\vec{\beta}$ et de l'accélération $\dot{\vec{\beta}}$ de l'électron. Ceux-ci étant liés à la direction de polarisation du laser, le rayonnement X émis par l'électron en dépend aussi.

En s'appuyant sur la figure 2.3, où sont schématiquement représentées les directions de $\vec{\beta}$ et de $\dot{\vec{\beta}}$, on peut déduire les directions des champs \vec{E} et \vec{B} . On constate sur cette figure que le champ émis par l'électron a la même polarisation que le laser.

Chapitre 3

Programme "Rad"

Le programme "Rad" permet de calculer :

1. L'impulsion et la trajectoire d'un électron soumis au champ électromagnétique créé par un laser intense. Il utilise la méthode de Runge- Kutta pour le calcul de la trajectoire.
2. Les caractéristiques du champ électromagnétique rayonné par l'électron : distribution spectrale de l'énergie rayonnée, distribution angulaire de l'énergie rayonnée. Le module carré du vecteur de Poynting est calculé à l'aide des équations du chapitre 2, en temps retardé (vues en TD).

3.1 Paramètres d'entrée

La structure du code de calcul ne fait pas l'objet de ce TP. On ne s'intéressera ici qu'aux résultats physiques qu'il permet d'obtenir. Les paramètres d'entrée du programme sont :

1. Le paramètre de force a_0 . Celui-ci correspond à l'interaction entre le laser intense et l'électron. Comme décrit au chapitre 2, on peut distinguer deux cas :
 - Cas $a_0 < 1$: l'électron est non relativiste.
 - Cas $a_0 > 1$: les effets relativistes doivent être pris en compte pour le calcul de la trajectoire de l'électron.
2. Le nombre de pas de temps. Cela correspond au nombre d'itérations du programme. Ce paramètre doit prendre des valeurs comprises entre 5000 et 60000. Un nombre de pas de temps trop grand introduit des erreurs numériques sur les résultats. Un nombre de pas de temps trop petit ne permet pas d'aller jusqu'à l'instant où l'électron est à nouveau au repos après le passage de l'impulsion laser. Ce paramètre doit en général être d'autant plus grand que a_0 est grand.

3. Le nombre de pas dans le spectre. Ce paramètre détermine la borne supérieure de la gamme d'énergie sur laquelle est calculée la transformée de Fourier de $|\vec{A}(t)|^2$. Il doit prendre des valeurs allant de 2000 à environ 30000. De manière générale, plus le paramètre a_0 est élevé, plus l'électron va rayonner à haute énergie, et plus le nombre de pas dans le spectre requis sera grand.
4. Le paramètre de durée de l'impulsion du laser. Celui-ci est inversement proportionnel à la durée de l'impulsion du laser. Une valeur de 140 est équivalente à une impulsion du laser $\tau_L = 30$ fs. Ce paramètre n'est bien sûr nécessaire que si l'on choisit de travailler avec une enveloppe temporelle.

Il est possible de choisir l'option de calcul automatique de l'angle pour lequel le rayonnement est maximal.

3.2 Fichiers de sortie

Le programme calcule la trajectoire de l'électron, l'impulsion de l'électron à tout instant, la distribution angulaire du rayonnement, la valeur du module du vecteur de Poynting pour une direction donnée d'observation, la distribution spectrale du rayonnement. Les fichiers de sortie sont les suivants :

1. trajT.dat - positions x, y, z de l'électron à chaque instant sous la forme de colonnes : x, y, z , pour chaque pas de temps.
2. imp.res - coordonnées de l'impulsion de l'électron à chaque instant, sous la forme de colonnes : p_x, p_y, p_z , pour chaque pas de temps.
3. dist.dat - distribution angulaire du rayonnement : valeur du module au carré du vecteur de Poynting en fonction de l'angle par rapport à la direction du laser, sous la forme de colonnes : $\theta, |\vec{S}|^2$. Ce fichier n'est utile que si l'on n'a pas choisi l'angle de rayonnement (calcul automatique de l'angle pour lequel le rayonnement est le plus intense).
4. spectre60.dat - Calcul de la distribution spectrale du rayonnement, sous la forme de colonnes : $\frac{\omega}{\omega_L}, |\vec{S}|^2$. La distribution spectrale est calculée pour l'angle choisi, ou pour l'angle pour lequel le rayonnement est le plus intense, si l'option automatique est choisie.

3.3 Utilisation de gnuplot

Ce logiciel permet de tracer les différents graphes et les trajectoires 3D demandées lors du TP.

- Se placer dans le répertoire dans lequel se trouvent les fichiers de résultats.
- Taper 'gnuplot'
- Pour tracer un graphe 2D, l'instruction est : 'plot nomdufichier us colonnex :colonney w l'. Par exemple : *plot "spectre60.dat" us 1 :2 w l*.
- Pour changer l'échelle suivant x , taper : 'set xr [xmin :xmax]' (exemple : *set xr [-10 :10]*). Puis taper 'replot'. Idem pour y en remplaçant 'xr' par 'yr'.
- Pour tracer une trajectoire en 3D, taper : 'splot nomdufichier w l'. Exemple : *splot trajT.dat w l*.