

## 1 L'interféromètre de Michelson

L'interféromètre spectral de Michelson occupe une place importante dans l'histoire de la physique expérimentale en particulier et de la physique en général. L'expérience de Michelson et de Morley en 1887 marque une étape décisive dans l'ébranlement de la notion de l'espace absolu-en paraphrasant Laplace, on n'avait plus besoin de parler de l'éther. Elle fut le point de départ conceptuel pour A. Einstein, lorsque, presque vingt ans après, il formula la théorie de la relativité restreinte (et donc de ce dont on *avait* besoin de parler). A l'heure actuelle, l'interférométrie est une technique incontournable aussi bien dans l'industrie que dans le domaine de la recherche. En effet, elle permet de mesurer des distances avec une précision époustouflante (à  $1/2$  longueur d'onde près!). D'autre part, elle est utilisée en spectroscopie pour sonder les excitations de la matière. Ses champs d'application sont donc très nombreux: astrophysique, physique des solides, biophysique, ...

Le but de l'expérience proposée ici est de comprendre le fonctionnement de l'interféromètre spectral de Michelson et de le comparer aux interférences obtenues à l'aide de l'appareil des anneaux de Newton. Du point de vue quantitatif, il s'agit de mesurer la longueur d'onde de différentes sources lumineuses (laser, lampe à vapeur de sodium). Du point de vue qualitatif, il faudra établir *le contact optique* et expliquer sa manifestation sous lumière monochromatique ainsi que sous lumière blanche.

De plus, ce TP permettra de s'initier à la spectroscopie: nous verrons comment en mesurant l'*interférogramme* d'une source lumineuse, on peut obtenir son spectre (de telles expériences permettent notamment d'étudier la composition d'étoile lointaines). Par ailleurs, on pourra étudier le phénomène de brouillage de manière fine et mesurer ainsi la longueur d'onde de chacune des composantes du doublet d'une source à vapeur de sodium.

### 1. 1 Approche Théorique

#### 1. 1.1 Le principe de fonctionnement

Le schéma de l'interféromètre est représenté sur la figure 1. Un faisceau tombe

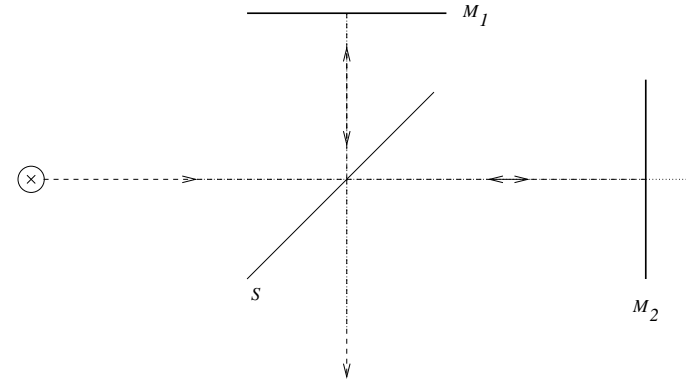


Figure 1: Le principe de l'interféromètre de Michelson.

sur une lame sémi-réfléchissante  $S$  qui la divise en deux parties, qui sont dirigées chacune sur un miroir différent; réfléchies sur ceux-ci, elles se rencontrent de nouveau sur la lame et le résultat est visible, soit à l'œil nu, soit sur un écran soit sur un enregistreur.

Appelons  $l_1$  la distance entre le point d'incidence du faisceau sur la lame  $S$  et le miroir  $M_1$  et  $l_2$  la distance entre ce même point et le miroir  $M_2$ . Sous l'hypothèse initiale que l'épaisseur de la lame  $S$  est négligeable, on peut calculer les chemins optiques empruntés par chacun des deux faisceaux ainsi que leur différence de marche  $\delta$ :

$$\begin{aligned} x_1 &= 2l_1 + \frac{\lambda}{2} \\ x_2 &= 2l_2 + \frac{\lambda}{2} \end{aligned} \Rightarrow \delta = |x_1 - x_2| = 2|l_1 - l_2| \quad (1)$$

(les facteurs  $\lambda/2$  proviennent des réflexions sur les miroirs). Les deux faisceaux sont cohérents, car ils proviennent de la même source. Alors la tache qu'on observera sera sombre si  $\delta = (2p + 1)\lambda/2$  ou lumineuse si  $\delta = p\lambda$  ( $p \in \mathbb{N}$ ). On

se rend compte que grâce à cette propriété on peut régler la différence  $\delta$  entre deux distances “macroscopiques” à une demi-longueur d’onde près.

Essayons maintenant de raffiner notre analyse. La première étape consiste à se ramener à une situation, équivalente du point de vue physique, mais beaucoup plus simple à traiter.

A cette fin, on remplacera les miroirs et la séparatrice par les sources–images de la source ponctuelle. On peut facilement se convaincre que, si  $|l_1 - l_2| = \delta$ , alors les deux sources–images  $S_1$  et  $S_2$  de la source  $S$  seront distantes de  $2\delta$  (cf. fig. 2).

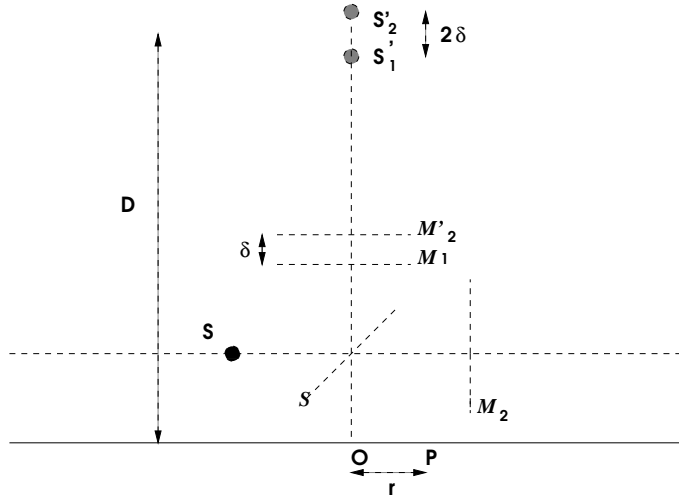


Figure 2: Physique équivalente, technique simple pour comprendre l’apparition de franges d’interférence, mises en évidence avec l’interféromètre de Michelson.

Considérons un point d’observation,  $P$ , distant de  $r$  de l’axe des deux sources–images (cf. fig. 2). Les ondes, provenant de ces deux sources, accumuleront une différence de marche

$$\Delta = |S_1P - S_2P| = \sqrt{r^2 + (D + \delta)^2} - \sqrt{r^2 + (D - \delta)^2} = 2\delta \left(1 - \frac{r^2}{2D^2}\right) + O\left(\frac{\delta^3}{D^2}\right) \quad (2)$$

L’amplitude totale sera donnée par

$$\mathcal{A} = \mathcal{A}_1 + \mathcal{A}_2 = \mathcal{A}_0 e^{i(kx - \omega t)} + \mathcal{A}_0 e^{i(k(x + \Delta) - \omega t)} = \mathcal{A}_0 e^{i(kx - \omega t)} (1 + e^{ik\Delta}) \quad (3)$$

et l’intensité (normalisée) devient

$$\mathcal{I} = 4 \cos^2\left(\frac{\phi}{2}\right) \propto \mathcal{A} \mathcal{A}^* \quad (4)$$

en fonction de la variable normalisée  $\phi \equiv 2\pi\Delta/\lambda$ , cf. fig. 3.

Figure 3: L’intensité normalisée en fonction de la variable  $\phi = 2\pi\Delta/\lambda$ .

Puisque  $\Delta$  ne dépend que de la distance  $r$ , les franges ont une forme circulaire. On note que les maxima ne sont pas infiniment minces: l’intensité ne chute pas de manière abrupte, mais de manière graduelle. On a alors alternance de zones claires et de zones sombres, c’est-à-dire des anneaux. Les anneaux clairs correspondent à une différence de marche  $\Delta = p\lambda$ ,  $p \in \mathbb{N}$  et l’on trouve pour leurs rayons:

$$r_p^{\text{clair}} = D \sqrt{2 \left(1 - \frac{p\lambda}{2\delta}\right)} \quad (5)$$

Pour obtenir des anneaux sombres, on pose  $\Delta = (2p + 1)\lambda/2$ ,  $p \in \mathbb{N}$  et l’on obtient

$$r_p^{\text{sombre}} = D \sqrt{2 \left(1 - \frac{(p + \frac{1}{2})\lambda}{2\delta}\right)} \quad (6)$$

On peut écrire ces expressions de façon un peu plus utile pour la suite si l’on appelle *l’ordre de l’interférence* l’entier  $p$  et l’on en déduit l’ordre de l’interférence au centre, c. à. d. la valeur  $p_0$  qui correspond à un rayon nul

$$p_0 = \frac{2\delta}{\lambda} \quad (7)$$

En fonction de l’ordre de l’interférence au centre les expressions pour les rayons

prennent la forme

$$r_p^{clair} = D\sqrt{2\frac{p_0 - p}{p_0}} \quad (8)$$

$$r_p^{sombre} = D\sqrt{2 - \frac{2p + 1}{p_0}}$$

Essayons de saisir le sens de ces formules. On déduit immédiatement que  $p \leq p_0$  pour les anneaux clairs et  $p \leq 2p_0 - 1$  pour les anneaux sombres. Aussi que le rayon des anneaux clairs ainsi que des anneaux sombres diminue, quand l'ordre augmente. Le résultat le plus surprenant est, bien sûr, que, pour  $\delta > 0$  fixe, il n'y a qu'un nombre *fini* d'anneaux!

Ceci implique une valeur finie pour le rayon le plus grand, à savoir, pour  $p = 0$ ,

$$r_{max}^{clair} = D\sqrt{2} \quad (9)$$

$$r_{max}^{sombre} = D\sqrt{2 - \frac{1}{2p_0}}$$

Ce qui implique que, pour  $\delta > 0 \Rightarrow p_0 > 0$ , le dernier anneau sera clair.

On note que, lorsque  $\Delta$  varie de  $\lambda/2$ , on passe d'un anneau clair à un anneau sombre et ainsi de suite. Au centre,  $r = 0$ , on a  $\Delta = 2\delta$ . On en déduit que l'on peut faire varier la différence de marche en variant la position du miroir  $M_2$ . Ainsi il suffit de compter le nombre de fois que la tache centrale change et mesurer la distance parcourue par le miroir  $M_2$  pour déduire la longueur d'onde.

**Exercice:** Etablir la relation le nombre d'anneaux comptés  $N$ , la distance la distance parcourue par le miroir  $M_2$  et la longueur d'onde  $\lambda$ .

### 1. 1.2 La lame compensatrice

Jusqu'ici on a négligé l'épaisseur de la lame séparatrice. Une vraie lame possède une épaisseur finie, beaucoup plus grande que la longueur d'onde, mais finie devant les autres longueurs caractéristiques (telles la distance entre la lame et les miroirs). Essayons de suivre le chemin d'un rayon de lumière de près, pour nous rendre compte, sous quelles conditions l'épaisseur finie joue un rôle dans notre expérience. A cette fin on regarde le dessin de la fig. 4. Le rayon, qui emprunte le chemin 2, fait un chemin supplémentaire de  $2(AB)$ , par rapport au rayon qui emprunte le chemin 1. Si l'on place, alors, une lame identique sur

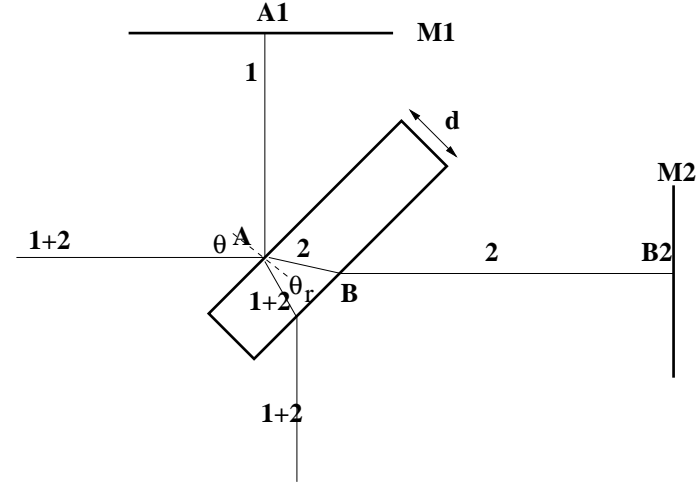
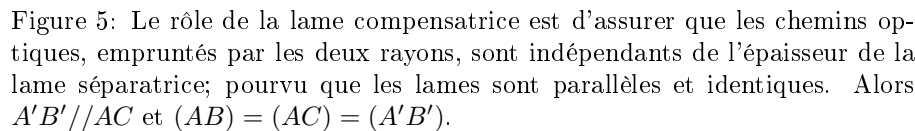


Figure 4: La séparatrice épaisse. Le rayon, qui emprunte le chemin 2, fait un chemin supplémentaire de  $2(AB)$ , par rapport au chemin que fait le rayon, qui emprunte le chemin 1.

le chemin 1, parallèle à la lame séparatrice, le rayon, empruntant le chemin 1 la traversera une fois allant vers le miroir  $M_1$  et une fois au retour de celui-ci, ce qui *compensera* le chemin  $2(AB)$ , d'où le terme, *lame compensatrice*, employé pour celle-ci (cf.fig. 5).

### 1. 1.3 Le contact optique

Expérimentalement, on contrôle la longueur d'onde  $\lambda$  et la distance entre les miroirs  $\delta$ . Pour  $\lambda$  fixe, on se rend compte que la valeur  $\delta = 0$  semble être spéciale. Elle implique que  $p_0 = 0$  et la question que l'on peut se poser est ce que ceci implique pour les anneaux. D'abord il ne peut y avoir d'anneaux sombres, car l'équation de base n'admet pas de solution. Pour les anneaux clairs la situation est plus compliquée, car l'équation de base ne permet pas de fixer leur rayon ( $\delta = 0$  implique  $p = 0$  mais laisse le rayon arbitraire). La solution à cette perplexité est assez simple, comme on peut le voir sur la figure 2: les deux sources  $S_1$  et  $S_2$  se confondent et il n'y a plus d'interférence! On observe l'illumination uniforme provenant d'une source! Puisque l'image  $M'_2$



Une autre question intéressante (surtout pour du point de vue expérimental!) est: pour une valeur  $\delta \neq 0$ , comment se rendre compte que l'on oeuvre pour une diminution de cette valeur (et donc que l'on se rapproche du contact optique)? Intuitivement, on s'attend à ce que, au fur et à mesure que l'on se rapproche du contact optique (et donc de l'illumination uniforme), la taille de la tache centrale *claire*, et par conséquent le rayon de l'anneau *sombre* de l'ordre le plus élevé qui l'entoure, augmentent. On peut de plus montrer que les anneaux "rentrent" vers le centre lorsque l'on s'approche du contact optique. **Exercice:** Expliquer cet effet à l'aide des équations (7) et (8).

Intercaler entre le laser et l'interféromètre la lentille d'extension de faisceau (courte focale). Ajuster la position de la lentille afin que la tâche soit centrée sur les miroirs. Ce réglage est délicat. Vous devez obtenir un système d'anneaux

(fig. 11).

### 1. 2.3 Le contact optique

Etablir le système d'anneaux centrés. Il sera parfois nécessaire de récentrer les anneaux, en agissant **délicatement** sur les vis  $V_1$  et  $V_2$  du miroir fixe  $M_1$ . S'approcher du contact optique en agissant sur la vis  $V_5$  de translation du miroir  $M_2$ .

- (i) Comment les anneaux évoluent-ils? Expliquer pourquoi.
- (ii) Pourquoi ne peut-on pas atteindre le contact optique avec le laser (source monochromatique), mais seulement s'en approcher?

Une fois le voisinage du contact optique ainsi localisé, **éteindre le laser** et le remplacer par la source de lumière blanche. La source doit être placée proche de l'interféromètre afin que le plus de lumière soit collectée. Déplacer très délicatement la vis  $V_5$  jusqu'à obtenir des anneaux irisés. Par des manipulations supplémentaires, vous pouvez établir une tache centrale large, de teinte violette-grise. Le contact optique est alors établi.

- (i) Expliquer la manifestation du contact optique en lumière blanche.
- (ii) Expliquer l'ordre des couleurs observées au voisinage du contact optique. (considérer la lumière blanche comme une superposition de sources monochromatiques)
- (iii) Relever sur le vernier la position du miroir  $M_2$  au contact optique (incertitude).

### 1. 2.4 Franges rectilignes d'interférences - Coin d'air

Au contact optique, tourner légèrement la vis  $V_1$  ou  $V_2$  du miroir  $M_1$ .

- (i) Qu'observe-t-on?
- (ii) A l'aide d'un schéma identique à celui de la figure 2, expliquer la forme et l'orientation des franges (indice: quelles sont les symétries du système?).

### 1. 2.5 Mesure du diamètre des anneaux, loi en $\sqrt{N}$ .

Mettre en place la lampe à vapeur de sodium. S'éloigner du contact optique et établir un système d'anneaux centrés. Placer la lentille de 150mm de focale à la sortie de l'interféromètre. Vous pouvez visualiser le système d'anneaux en plaçant un écran ou une feuille de papier dans le plan focal de la lentille. Placer ensuite la caméra dans le plan focal de la lentille.

**La caméra permet de détecter l'intensité lumineuse suivant un ligne**

**horizontale. (voir exemple fig. 12). Son objectif est pourvu de polariseurs qui permettent d'atténuer le signal reçu de façon à éviter que la caméra ne soit saturée. La notice du logiciel et de la caméra sont disponibles en salle de Travaux Pratiques.**

Mettre en marche la caméra **PUIS** ouvrir le logiciel CALIENS. Cliquer sur le bouton "temps réel" afin de mesurer en temps réel le signal détecté par la caméra. Régler les polariseurs afin que le signal reçu ne sature pas la caméra. Régler la hauteur de la caméra afin qu'elle "coupe" le système d'anneaux en son centre(fig. 12). Le signal doit être aussi symétrique que possible.

- (i) Expliquer la forme du signal obtenu.
- Se placer dans une configuration telle que le centre du système d'anneaux soit lumineux et que le diamètre du premier anneaux soit nul.
- (ii) A l'aide des curseurs (voir manuel CALIENS), mesurer le diamètres des anneaux d'ordre " $n$ " (à partir de  $n = 0$  pour l'anneau de rayon nul). Reporter les résultats obtenus dans un tableau où figurent les colonnes : "Ordre de l'anneau", "Diamètre(mm)", "Ratio par rapport à l'ordre 1", "Racine de l'ordre".
  - (iii) Quelle loi relie le diamètre des anneaux à l'ordre d'interférence? A l'aide de la partie théorique, expliquer ce résultat.

### 1. 2.6 Mesure de la longueur d'onde du laser, enregistrement d'interférogramme

Mettre en place le laser et la lentille d'extension du faisceau. Obtenir un système d'anneaux centrés. Régler la caméra de manière à ce qu'elle coupe le système d'anneaux en son centre. Vérifier que la caméra n'est pas saturée. Le signal doit être aussi symétrique que possible. Placer le moteur à l'extrémité de la vis de translation du miroir mobile. Cliquer sur l'onglet "Michelson" du logiciel. Il s'agit de translater le miroir mobile à vitesse régulière et connue ( $v_{moteur}=0.555\mu m.s^{-1}$ ), et de mesurer en un point donné la variations de lumière, afin d'en déduire la longueur d'onde de la lumière incidente.

- (i) Donner l'expression de l'intensité lumineuse en un point de l'espace pour une lumière monochromatique (voir partie théorique).
  - (ii) Comment cette intensité dépend-elle de la position du miroir mobile?
  - (iii) En déduire la loi entre le déplacement du miroir et la longueur d'onde.
- Mettre en marche le moteur du miroir mobile. Démarrer l'acquisition du signal(il s'agit du signal détecté au point central de la caméra).
- (iv) Calculer la longueur d'onde du laser. Que vaut l'incertitude sur la mesure?

Remplacer le laser par la lampe à vapeur de sodium. Oter la lentille d'extension du faisceau. (v) Calculer la longueur d'onde moyenne de la lampe à vapeur de sodium.

### 1. 2.7 Interférogramme et spectre -Partie facultative

On peut montrer que l'interférogramme  $\mathcal{I}(\Delta)$  et le spectre de la source lumineuse  $\mathcal{I}(\omega)$  sont reliés par:

$$\begin{aligned}\mathcal{I}(\Delta) &= C_1 \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{I}(\omega) e^{i\Delta\omega} d\omega \\ \mathcal{I}(\omega) &= C_2 \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{I}(\Delta) e^{-i\Delta\omega} d\Delta\end{aligned}\quad (10)$$

On peut donc, en mesurant l'interférogramme, connaître le spectre et donc les propriétés physiques de la source lumineuse.

**Exercice:** Calculer l'interférogramme d'une source monochromatique de pulsation  $\omega_0$  ( $\mathcal{I}(\omega) = \delta(\omega - \omega_0)$ ) et d'une source dont le spectre comporte deux pulsations  $\omega_1$  et  $\omega_2$  ( $\mathcal{I}(\omega) = \delta(\omega - \omega_1) + \delta(\omega - \omega_2)$ ).

(i) Mesurer l'interférogramme de la lampe à vapeur de sodium (L'enregistrement minimum dure 15 minutes).

(ii) En déduire la différence de longueur d'onde entre les deux raies du doublet jaune du sodium.

Si vous avez réalisé l'expérience sur les Anneaux de Newton avant celle-ci, comparer vos résultats actuels avec ceux obtenus par le dispositif des Anneaux de Newton-vous êtes d'ailleurs vivement encouragé(e)s de faire la partie facultative, qui vous fournira plusieurs points de comparaison directe.

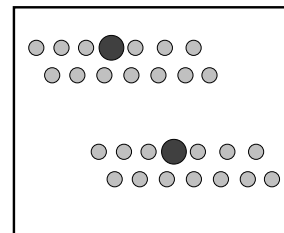


Fig. 6

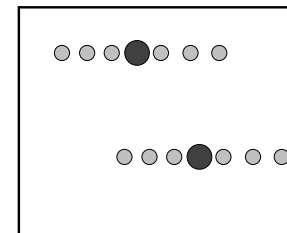


Fig. 7

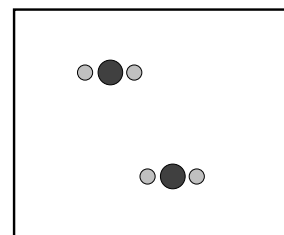


Fig. 8

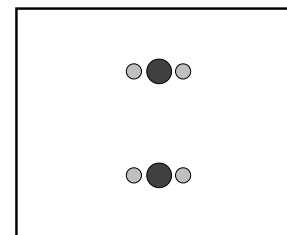


Fig. 9

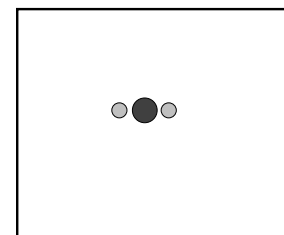


Fig. 10

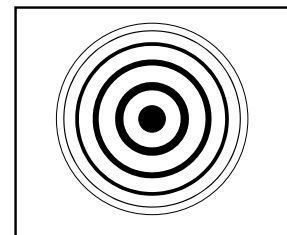
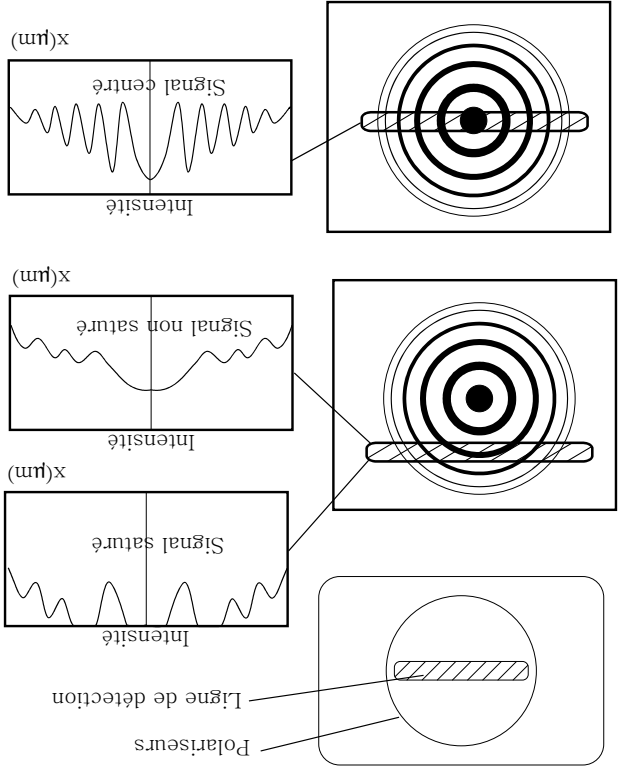


Fig. 11



c

