

# Calcul Différentiel II

STEP, MINES ParisTech

23 juillet 2021 (#0495d87)

**Question 1 (réponses multiples)** Cochez la case s'il est possible d'expliciter une dépendance fonctionnelle de la forme  $x = \psi(\lambda)$  par le théorème des fonctions implicites quand :

- ☐ A:  $x\lambda^2 + x^2\lambda - 1 = 0$  au voisinage de  $(x, \lambda) = (1, 1)$ ,
- ☐ B:  $\sin(\lambda x_1) + \sin(\lambda x_2) = 0$  au voisinage de  $(x_1, x_2, \lambda) = (0, 0, 0)$ ,
- ☐ C:  $\lambda x_1^2 + x_2 = x_1 + \lambda x_2^2 = 2$  au voisinage de  $(x_1, x_2, \lambda) = (1, 1, 1)$ .

**Question 2** La méthode de Newton appliquée à la recherche d'une solution de

$$x^2 - 1 = 0, \quad x \in \mathbb{R}$$

produit une suite de valeurs réelles  $x_k$  définies par la récurrence

- ☐ A:  $x_{k+1} = x_k^2 - 1$ ,
- ☐ B:  $x_{k+1} = 1/x_k$ ,
- ☐ C:  $x_{k+1} = 0.5(x_k + 1/x_k)$ .

**Question 3** Une fonction  $f : \mathbb{R}^2 \mapsto \mathbb{R}^2$  continûment différentiable et dont la matrice jacobienne est inversible en tout point est un  $C^1$ -difféomorphisme de  $\mathbb{R}^2$  sur son image  $f(\mathbb{R}^2)$ .

- ☐ A: vrai,
- ☐ B: faux.

**Question 4 (réponses multiples)** Le symbole  $\varepsilon$  désigne l'epsilon machine des doubles. Le nombre d'or  $x = (1 + \sqrt{5})/2 \approx 1.618$  peut être représenté par un double  $\mathbf{x}$  avec une erreur  $|\mathbf{x} - x|$ :

- ☐ A: de l'ordre de  $1.618 \times \varepsilon$ ,
- ☐ B: de l'ordre de  $\varepsilon$ ,
- ☐ C: de l'ordre de  $\varepsilon/2$ .
- ☐ D: nulle.

**Question 5** Quand le double positif  $x$  diminue, l'erreur entre

$$y = ((1.0 + x) - 1.0) / x$$

et la valeur attendue  $1.0$

- ☐ A: augmente (de façon monotone),
- ☐ B: augmente (en tendance générale),
- ☐ C: diminue (en tendance générale).

**Question 6** Appliquée à une fonction d'une variable, la méthode de différentiation automatique :

- ☐ A: produit une fonction dérivée exacte,
- ☐ B: produit une fonction dérivée correctement arrondie,
- ☐ C: produit une fonction dérivée sans erreur de troncature.