Topologie

MINES ParisTech

22 septembre 2021 (#c1a798e)

Question 6 Si $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ est une fonction continue et $a \in \mathbb{R}$, que peut-on dire de l'ensemble de niveau $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 \mid f(x_1, x_2) = a\}$?

Question 7 Si une suite de vecteurs x_k de \mathbb{R}^n vérifie

$$||x_{k+2} - x_{k+1}|| \le 0.5 \times ||x_{k+1} - x_k||,$$

est-ce qu'elle converge nécessairement?

- \square A : oui.
- \square B : non.

Question 8 Dans le plan euclidien, est-ce que les ensembles suivants sont complets? compacts?

- $\Box \mathbf{A} : \{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 \mid x_1 \ge 0 \text{ et } x_2 \ge 0\}$ $\Box \mathbf{B} : \bigcup_{n=1}^{+\infty} S\left(0, \frac{1}{n}\right)$ $\Box \mathbf{C} : \bigcup_{n=1}^{+\infty} S\left(0, n\right)$

Question 9 L'ensemble \mathbb{R}^2 étant muni de la norme euclidienne, la norme d'opérateur ||A|| de la matrice

$$A = \left[\begin{array}{cc} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{array} \right] \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$$

est égale à

- \square A : 0.
- \square B:1.
- \square C: $\sqrt{2}$.