

# Calcul Intégral I

STEP, MINES ParisTech

23 juillet 2021 (#0495d87)

**Question 1** La somme de Riemann  $S(f, \mathcal{D})$  associée à la fonction  $f : x \in [0, 1] \mapsto x^2$  et la subdivision pointée  $\mathcal{D} = \{(0, [0, 1/4]), (1/2, [1/4, 3/4]), (1, [3/4, 1])\}$  de  $[0, 1]$  vaut :

- ☐ A:  $3 / 8$ ,
- ☐ B:  $7 / 32$ ,
- ☐ C:  $1 / 3$ .

**Question 2** Est-ce que presque tous les nombres réels  $x$  vérifient  $|x| \geq 1$  ?

- ☐ A: oui,
- ☐ B: non.

**Question 3** La fonction  $f : [0, 1] \mapsto \mathbb{R}$  définie par

$$f(x) = \begin{cases} n & \text{si } n \in \mathbb{N} \text{ et } x = 2^{-n}, \\ 1 & \text{sinon.} \end{cases}$$

- ☐ A : est intégrable au sens de Riemann,
- ☐ B : est intégrable au sens de Lebesgue,
- ☐ C : ni l'un ni l'autre.

**Question 4** Calculer

$$\int_1^e \ln x \frac{dx}{x}.$$

**Question 5 (réponse multiple)** Si  $f : [0, +\infty[ \rightarrow \mathbb{R}$  est intégrable,

- ☐ A : le prolongement  $\bar{f}$  de  $f$  à  $[0, +\infty]$  tel que  $\bar{f}(+\infty) = 0$  est intégrable,
- ☐ B :  $f$  est bornée et  $f(x)$  tend vers 0 quand  $x$  tend vers  $+\infty$ ,
- ☐ C :  $f$  est intégrable sur tout intervalle  $[r, +\infty[$  de  $\mathbb{R}$  et

$$\int_r^{+\infty} f(x) dx \rightarrow 0 \text{ quand } r \rightarrow +\infty.$$