Calcul Différentiel II

MINES ParisTech

22 septembre 2021 (#eabf5a1)

Question 1 (réponses multiples) Cochez la case s'il est possible d'expliciter une dépendance fonctionnelle de la forme $y = \psi(x)$ par le théorème des fonctions implicites quand:

- $\begin{array}{l} \square \ \ {\rm A:} \ yx^2+y^2x-1=0 \ {\rm au} \ {\rm voisinage} \ {\rm de} \ (x,y)=(1,1), \\ \square \ \ {\rm B:} \ \sin(xy_1)+\sin(xy_2)=0 \ {\rm au} \ {\rm voisinage} \ {\rm de} \ (x,y_1,y_2)=(0,0,0), \\ \square \ \ {\rm C:} \ xy_1^2+y_2=y_1+xy_2^2=2 \ {\rm au} \ {\rm voisinage} \ {\rm de} \ (x,y_1,y_2)=(1,1,1). \end{array}$

Question 2 La méthode de Newton appliquée à la recherche d'une solution de

$$x^2 - 1 = 0, \ x \in \mathbb{R}$$

produit une suite de valeurs réelles x_k définies par la récurrence

- $\begin{array}{l} \square \ \ {\rm A:} \ x_{k+1} = x_k^2 1, \\ \square \ \ {\rm B:} \ x_{k+1} = 1/x_k, \\ \square \ \ {\rm C:} \ x_{k+1} = 0.5(x_k + 1/x_k). \end{array}$

Question 3 Une fonction $f: \mathbb{R}^2 \mapsto \mathbb{R}^2$ continûment différentiable et dont la matrice jacobienne est inversible en tout point est un C^1 -difféomorphisme de \mathbb{R}^2 sur son image $f(\mathbb{R}^2)$.

- ☐ A: vrai,
- \square B: faux.