

Projet 3A Ensaï

Évaluation des métriques classiques et du transport optimal pour la comparaison de cartes de dose en radiothérapie

Hong-Phuong Dang

CentraleSupélec - IETR UMR CNRS 6164, Cesson-Sévigné, France

Description du projet

Le cancer est aujourd’hui la première cause de mortalité prématuée en France, devant les maladies cardiovasculaires [1]. Néanmoins, les progrès de la recherche ces dernières années ont permis d’augmenter le taux de guérison des traitements médicamenteux. On s’intéresse en particulier dans ce projet à la *radiothérapie*, une méthode utilisant des radiations pour détruire les cellules cancéreuses en bloquant leur capacité à se multiplier. La mise en place d’un protocole de radiothérapie nécessite d’abord d’évaluer quantitativement l’énergie absorbée par le corps d’un individu : c’est ce que l’on appelle la *dosimétrie*.

La comparaison des cartes de dose est une étape cruciale en dosimétrie, car elle garantit la précision des distributions de dose simulées. Il est essentiel d’évaluer les nouvelles méthodes afin d’en déterminer l’efficacité, car elles introduisent souvent des approximations. Cette évaluation consiste généralement à comparer une simulation MC de référence avec une simulation intégrant une nouvelle approche. Cependant, l’incertitude statistique n’est pas uniforme dans l’espace, car elle dépend de l’échantillonnage des particules dans différentes régions de la scène simulée et du temps de calcul alloué. De plus, cette incertitude varie d’une simulation à l’autre en raison des différences entre les scénarios modélisés, notamment les modèles physiques, les configurations de faisceaux et les paramètres de simulation. Par conséquent, le processus d’évaluation peut manquer de fiabilité, ce qui peut masquer les erreurs statistiques et les biais entre les simulations comparées. Pour clarifier, en dosimétrie, chaque valeur sur la carte de dose représente généralement la moyenne d’un ensemble d’échantillons générés par des simulations MC.

Les mesures les plus couramment utilisées pour comparer les cartes de dose, telles que l’erreur quadratique moyenne (MSE) et l’erreur absolue moyenne (MAE), sont basées uniquement sur ces valeurs moyennes de la carte de dose, sans tenir compte de la variabilité statistique sous-jacente des échantillons. Bien que ces mesures soient simples et largement utilisées, elles ne permettent pas de saisir les variations spatiales et les incertitudes locales, qui sont cruciales dans l’évaluation de la dose. Une alternative est l’indice gamma [2], qui est la mesure la plus largement utilisée pour la validation clinique des doses. Il introduit un critère de tolérance spatiale, selon lequel deux cartes de dose sont considérées comme similaires si leur différence et leur écart spatial se situent tous deux dans des limites prédéfinies. Bien que cette mesure soit pratique pour la validation clinique, elle est souvent trop permissive, car elle peut négliger des biais faibles mais cliniquement significatifs, en particulier dans les régions à faible dose ou hors champ, où les écarts restent indétectables en raison de seuils d’acceptation larges.

Au-delà de ces mesures classiques, la similarité structurelle (SSIM) [3], couramment utilisée dans l’analyse d’images, pourrait être envisagée pour la comparaison des cartes de dose. La SSIM tient compte de la luminance, du contraste et des similitudes structurelles, ce qui la rend sensible aux modèles spatiaux. Cependant, elle ne traite pas explicitement le bruit statistique et les variations de taille d’échantillon inhérentes aux simulations basées sur la MC, ce qui limite son applicabilité. Une autre approche statistique, le test T de Student, peut être utilisée pour comparer les distributions globales de dose en évaluant si deux cartes de dose diffèrent de manière

significative dans leurs valeurs moyennes. Cependant, ce test n'est pas conçu pour les comparaisons spatiales et ne permet pas de détecter les erreurs localisées, qui sont souvent cruciales en radiothérapie.

Contrairement aux mesures conventionnelles, le transport optimal (TO) [4] tient compte à la fois des variations d'intensité et de la structure spatiale, ce qui le rend plus efficace pour détecter les biais subtils pouvant résulter des approximations dans les simulations MC. Le TO peut notamment i) intégrer les variations de taille des échantillons, en tenant compte des niveaux de confiance, afin de garantir que les régions présentant une plus grande incertitude (moins d'échantillons) soient pondérées de manière appropriée; ii) identifier les artefacts subtils et les biais systématiques que les mesures traditionnelles ne parviennent pas à détecter, améliorant ainsi la fiabilité des comparaisons de doses.

L'objectif de ce projet est de :

- Faire un état de l'art sur les métriques de comparaison de cartes de dose (MAE, MSE, gamma index, SSIM, etc.).
- Comprendre les fondements théoriques du transport optimal et de la distance de Wasserstein.
- Implémenter la distance de Wasserstein (Python) sur des cartes de dose simulées
- Étudier l'impact de la variabilité statistique (zones à faible échantillonnage) sur les performances des différentes métriques.
- Proposer une analyse critique des limites des approches classiques et des avantages du TO.

Pour aller plus loin...

Cependant, le calcul direct de la distance de Wasserstein à partir de tous les échantillons générés par les simulations MC est difficile en raison des besoins considérables en stockage de données, qui impliquent souvent des milliards d'échantillons par point sur la carte de dose. Nous devons donc développer des algorithmes efficaces capables de calculer la distance W à partir de données compressées, telles que la taille de l'échantillon, et sélectionner des moments mathématiques à partir de ces échantillons. Voici quelques pistes facultatives pour aller plus loin :

- Explorer des approximations basées sur les moments statistiques (moyenne, variance, etc.) pour réduire les coûts de calcul.
- Étudier les méthodes d'approximation de la distance de Wasserstein à partir de moments (inspiré de Mula & Nouy, 2024 [5]).
- Adapter ces méthodes au cadre discret des cartes de dose
- Implémenter une version simplifiée de l'algorithme (Python).
- Tester sur des cartes de dose simulées avec différentes distributions et niveaux de bruit.
- Comparer avec la distance Wasserstein exacte (si calculable) et les métriques classiques.

Ce PFI s'inscrit dans le cadre du projet ANR JCJC ExOTic, un projet interdisciplinaire au croisement des mathématiques appliquées, de la physique médicale et de l'intelligence artificielle. Il pourra être poursuivre par une stage de fin d'étude et une thèse sur un sujet innovant et financé, avec des applications concrètes en médical.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] <https://www.fondation-arc.org/cancer/le-cancer-en-chiffres-france-et-monde>.
- [2] D.A. Low, W.B. Harms, S. Mutic, and J.A. Purdy. "A technique for the quantitative evaluation of dose distributions". In : Med Phys 25 (1998), pp. 656–661.
- [3] Z. Wang, A.C. Bovik, H.R. Sheikh, and E.P. Simoncelli. "Image quality assessment : From error visibility to structural similarity". In : IEEE Trans Image Process 13 (2004), pp. 600–612.
- [4] G. Peyré and M. Cuturi. "Computational Optimal Transport : With Applications to Data Science". In : Foundations and Trends in Machine Learning 11 (2019).
- [5] O. Mula and A. Nouy. "Moment-SoS methods for Optimal Transport Problems". In : Numerische Mathematik (2024).