

Series temporelles - TP5

M1 Mathématiques et finance 2017–2018

Responsable: Adrien Hardy, email: adrien.hardy@math.univ-lille1.fr

Instructions: 3 heures.

Exercice 1 (Simuler des GARCH)

- (1) **Théorie**: Rappeler la définition d'un processus GARCH(p,q). Que veut dire le "CH" de GARCH? Est-ce que sa variance dépend de t? Est-ce que c'est un processus stationnaire? A quoi ressemble l'ACF d'un GARCH(p,q)? Est-ce un bruit blanc?
- (2) Pour simuler des GARCH, on utilise garchSim qui nécessite le package fGarch. Après avoir consulté l'aide, simuler des réalisations $(X_t)_{t=1,\dots,500}$ de modèles ARCH(1), ARCH(3), GARCH(1,1), GARCH(2,3) avec les paramètres α_j, β_j de votre choix (pourvu que ces séries existent) et $\omega = 1$. A chaque fois, dessiner le chronogramme de X_t et étudier la série X_t^2 : Après avoir modélisé cette série avec l'ARMA adapté, étudier les résidus.

Exercice 2 (INTC)

On considère la série des log-rendements mensuels des actions d'INTEL, de janvier 1973 à décembre 2003, disponible sur ma page web.

- (1) Importer ce jeu de données dans R à l'aide de read.table, puis transformerle en une série temporelle INTC (avec les bonnes dates). Etudier cette série : ACF, PACF, test de blancheur. Que conclure?
- (2) Même question pour la série INTC². Ajuster un modèle ARMA qui vous paraît convenir et étudier les résidus de cette modélisation.

- (3) Au vu des résultat des questions (1) et (2), on aimerait proposer un modèle GARCH pour modéliser INTC. Pourquoi un modèle GARCH(1,2) ne peut pas convenir? En regardant les paramètres du modèle ARMA estimés à la question (2), négliger les paramètres trop petits devant les autres et obtenir ainsi une autre suggestion pour un modèle GARCH. Etudier alors les résidus¹ de cette modélisation.
- (4) Proposez une prédiction $\hat{\sigma}_{n+1}^2$ de la volatilité σ_{n+1}^2 connaissant n mesures x_1, \ldots, x_n d'INTC.

¹On utilisera la fonction garch (package tseries), qui l'équivalent de la fonction arima pour ARIMA. Cette fonction présuppose que les ε_t sont des variables gaussiennes.