POLINOMIOS

TÉRMINO ALGEBRAICO

$$T\underbrace{(x,y)}_{\text{variables}} = \underbrace{-3a^2}_{\text{coeficientes}} . x^7 . y^5$$

Nota:

TÉRMINOS SEMEJANTES	Son aquellos términos que tienen las mismas variables elevadas a los mismos exponentes. $7x^3y^8 \wedge 25x^3y^8$

DEFINICIÓN DE POLINOMIO

Es la expresión que enlaza una combinación finita de adiciones, sustracciones, multiplicaciones y potenciaciones en las cuales los exponentes de las variables son enteros positivos.

Ejemplo:

- $P(x,y) = 25x^3y^7 - 3x + 7y \Rightarrow$ Si es un polinomio
- $Q(x) = 7x^4y^{-2} - 3x^{1/6} + 7y^2 \Rightarrow$ No es un polinomio

Polinomios de una variable

I. Polinomio lineal:

$P(x) = ax + b; a \neq 0$

II. Polinomio cuadrático:

$P(x) = ax^2 + bx + c; a \neq 0$

III. Polinomio cúbico:

$P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d; a \neq 0$

IV. Polinomio de grado "n"

$P(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + a_2x^{n-1} + ... + a_{n-1}x + a_n; a_0 \neq 0$

Donde:

- $a_0, a_1, a_2 ... a_n \rightarrow$ coeficientes
- $a_0 \rightarrow$ Coeficiente principal
- $a_n \rightarrow$ Término independiente
- $n \rightarrow$ Grado del polinomio
- $n+1 \rightarrow$ Número de términos del polinomio

VALOR NUMÉRICO

Si le agregamos valores a las variables de la expresión matemática y efectuamos las operaciones que se indican, el resultado que se obtiene se llama "valor numérico".

1ER CASO	2DO CASO	3ER CASO
Si $P(x) = x^2 - 2$, halla $P(3)$ $P(x) = P(3)$ $x = 3$ Reemplazamos $x = 3$ $\therefore P(3) = 3^2 - 2 = 7$	Si $P(2x-1) = x^2 - 2$, halla $P(3)$ $P(2x-1) = P(3)$ $2x-1 = 3$ $x = 2$ Reemplazamos $x = 2$ $\therefore P(3) = 2^2 - 2 = 2$	Si $P(x + 5) = 3x - 2$. Halla $P(2x + 3)$ Cambiamos "x" por "a" $\Rightarrow P(a+5) = 3a-2$ $P(a+5) = P(2x+3) \Rightarrow a + 5 = 2x + 3$ $a = 2x - 2$ Reemplazamos $a = 2x - 2$ $\therefore P(2x + 3) = 3(2x - 2) - 2 = 6x - 8$

Nota:

- Suma de coeficientes $P(1)$
- Término independiente $P(0)$

GRADOS DE UN POLINOMIO

	MONOMIO	POLINOMIO
	$M(x,y)=3x^5y^7z^4$	$P(x,y)=x^2y^4-x^4y^3+2x^5z^5$
GRADO RELATIVO	Es el valor del exponente de la variable en referencia. $GR(x) = 5 \wedge GR(y) = 7$	Es el valor del mayor exponente de la variable en referencia. $GR(x) = 5 \wedge GR(y) = 4$
GRADO ABSOLUTO	Se obtiene sumando todos los exponentes de sus variables. $GA(M) = 5 + 7 = 12$	Se obtiene como la mayor suma de los exponentes de cada uno de sus términos. $GA(P) = 7$

POLINOMIOS ESPECIALES

I. Polinomios idénticos:

Dos o más polinomios son idénticos si son del mismo grado y si sus términos semejantes tienen los mismos coeficientes o cuando tienen los mismos V.N. para cualquier valor que le asignen a sus variables.

Si $P(x) \equiv Q(x)$ y además $P(x) = 3x^2 - 7x + 2$; $Q(x) = ax^2 + bx + c$

- Como son idénticos, entonces:

$$\therefore\ a = 3;\ b = -7;\ c = 2$$

II. Polinomio idénticamente nulo:

Es aquel en el que todos sus coeficientes son iguales a cero o cuando sus V.N. para cualquier valor que le asignen a sus variables resulta ser cero.

Si $P(x) = (a + 2)x^2 + (2c - 6)x - b + 7$ es idénticamente nulo.

- Como es nulo, entonces sus coeficientes son ceros

$$a + 2 = 0;\ 2c - b = 0;\ -b + 7 = 0$$

$$\therefore\ a = 2;\ c = 3;\ b = 7$$

III. Polinomio homogéneo:

Se caracteriza por poseer sus términos de igual grado.

$$M(x,y) = \underbrace{4x^9 \cdot y^6}_{15} - \underbrace{x^7 \cdot y^8}_{= \ 15} + \underbrace{5x^{10} \cdot y^5}_{= \ 15}$$

IV. Polinomio ordenado:

Es cuando sus exponentes solo aumentan o disminuyen.

$P(x) = 7 + x - x^3$, es creciente

$Q(x) = x^4 - 8x^2 + 2x - 1$, es decreciente

$R(x) = + x^2 - 9x + 2y^5$, es decreciente respecto a "x"

V. Polinomio completo:

Es cuando existen los términos de todos los grados incluyendo el término independiente, hasta un grado determinado.

$P(x) = 4 + 6x^3 + x - 3x^2$, es completo y de grado 3

$Q(x, y) = 7x^2y + 9x + 11$, es completo con respecto a "x" y de grado 2.

Trabajando en clase

Integral

1. Si P(x) es un polinomio definido por:
$P(x) = 3x^{8-n} - 5x^{n-4} + \sqrt{2}\,x^{\frac{n}{3}}$
Calcula "n"

2. Si: $f_{(2x-1)} = x^2 - 3$ y $g(x) = \dfrac{x+1}{4x+1}$

Halla: $f_{(4)} \cdot g_{(3)}$

3. En el monomio $M_{(x;y)} = 4(m-1)x^{n+3}y^{3m}$ el GA es 21 y el $GR_{(y)}$ es igual al coeficiente. Halla el valor de "m . n"

(UNALM 2009 – I)

PUCP

4. Calcula el término independiente y la suma de coeficientes del siguiente polinomio:
$P(x) = (3x-2)^5 + (1-x)^n - (x-3)^2 + 7$

Resolución:

Sabemos:

Suma de coeficientes ⇒ P(1)
Término independiente ⟹ P(0)

Entonces:

Suma de coef. $= P(1) = (3-2)^5 + (1-1)^n - (1-3)^2 + 7$
$= (1)^5 + (0)^n - (-2)^2 + 7$
$= 1 + 0 - 4 + 7 = 4$

Térm. Indep. $= P(0) = (0-2)^5 + (1-0)^n - (0-3)^2 + 7$
$= (-2)^5 + (1)^n - (-3)^2 + 7$
$= -32 + 1 - 9 + 7 = -33$

5. Si: $P(x) = (x-1)^{2013} + (x+2)^3 + x - 3 + a$, y su término independiente es -15.
Calcula la suma de coeficientes de P(x)

(CEPREPUC 2006)

6. Los siguientes monomios:
$ax^my^3z^5 \wedge bx^my^nz^a$ se reduce a $4ax^4y^nz^5$.
Calcula "$-a + b + m - n$"

7. Si $P(2-x) = x^2 + 2x - 2$, halla la suma de los cuadrados de los coeficientes del polinomio P(x).

(PUCP 2011 – II)

UNMSM

8. Halla el valor de $a^2 + b^2 - c^2$", si el polinomio:
$P(x) = x^{2a+1} + 2x^{b+3} + 3x^{c+2} + \ldots + 2c$
Es completo y ordenado.

Resolución:

Del polinomio se observa que tiene "2c" términos, y es de grado "2c+1"; entonces:
$(2a+1) + 1 = 2c \rightarrow 2a + 2 = c \quad a + 1 = c$
Se sabe que el polinomio es completo y ordenado de manera decreciente:

$P(x) = x^{\boxed{2a+1}} + 2x^{\boxed{b+3}} + 3x^{\boxed{c+2}} + \ldots + 2c$

Entonces:

- $(2a+1) - 2 = (c+2)$
  $\rightarrow 2a - c = 3$, pero $c = a + 1$
  $\rightarrow 2a - (a+1) = 3 \rightarrow a = 4 \quad c = 5$
- $(2a+1) - 1 = (b+3)$, pero $a = 4$
  $\rightarrow 2.4 + 1 - 1 = b + 3 \rightarrow b = 5$

$\therefore\ a^2 + b^2 - c^2 = 16$

9. Si el polinomio:
$P(x) = nx^{n+5} + (n+1)x^{n+6} + (n+2)x^{n+7} + \ldots$
Es ordenado y completo, calcula: $P(1) - P(-1)$

(UNMSM 2009 – II)

10. El polinomio
$P(x;y) = (m+5)xy^4 + (n+4)x^4y - 3xy^4 - 5x^4y$
es idénticamente nulo. Halla el valor de $m^n + n^{-m}$

(CEPREUNMSM 2011 – I)

11. Halla la suma de coeficientes del polinomio homogéneo
$P(x,y) = 3ax^{n-5}y^{12} + 2(a-b)x^ay^b + (7b+4)x^ny^{3n-14}$

(CEPREUNMSM 2011 – I)

UNI

12. Sean los polinomios
$L(x) = x^5 - 2x + p$
$B(x) = mx^2 + p$
$M(x) = mx + n + p$
Si $L(-1) = 7$, $B(2) = M(1) = 10$
Halla x tal que $M(x) = 0$

Resolución:

Por dato:
$L(x) = x^5 - 2x + p \wedge L(-1) = 7$
$\rightarrow L(-1) = (-1)5 - 2(-1) + p$
$\rightarrow 7 = -1 + 2 + p \rightarrow p = 6$

Además:

$B(x) = mx^2 + p \rightarrow B(2) = 10$

$\rightarrow B(2) = m \,.\, 2^2 + p$

$\rightarrow \quad 10 = 4m + 6 \rightarrow m = 1$

También:

$m(x) = mx + n + p \wedge M(1) = 10$

$\rightarrow M(1) = m + n + p$

$\rightarrow \quad 10 = 4m + 6 \rightarrow m = 1$

Reemplazamos en M(x):

$M(x) = x + 9$

Nos piden hallar x tal que $M(x) = 0$

$M(x) = x + 9 = 0$

$\therefore x = -9$

13. Sean los polinomios

$P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$

$Q(x) = ax^2 + d$

$R(x) = ax + b$

Si $P(0) = 2$, $Q(1) = R(2) = 1$

Halla x tal que $R(x) = 0$

(UNI 2000 – I)

14. Si el polinomio

$P(x) = (ab-ac-n^2)x^2 + (bc-ba-2n)x + (ca-bc-1)$

Es idénticamente nulo.

Calcula el valor de: $E = \frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{1}{c}$

(CEPREUNI 2013 – I)