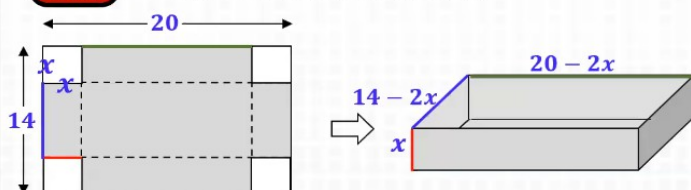


1. De una lámina rectangular con dimensiones 20cm y 14cm se cortan cuadrados de la misma medida en cada uno los vértices con el objetivo de formar una caja abierta hacia arriba. Determine la medida del lado del cuadrado que se debe cortar para que el volumen de la caja sea de 336cm^3 .

- A) 6cm B) 2cm C) 3cm
D) 4cm E) 5cm

Resolución

Sea x : Lado del cuadrado a cortar



Entonces para el volumen:

$$V = x(20 - 2x)(14 - 2x)$$

$$\begin{aligned} V &= x \cdot 2(10 - x) \cdot 2(7 - x) \\ V &= 4x(10 - x)(7 - x) = 336 \\ x(10 - x)(7 - x) &= 84 \\ x(10 - x)(7 - x) &= 3 \cdot 4 \cdot 7 \end{aligned}$$

Iguando factores se tiene: $x = 3$

2. Sabiendo que $1.\widehat{2} + 0.\widehat{27} = \frac{a}{b}$ (fracción irreducible), calcular el valor de $E = \sqrt{a - b}$.

- A) 3 B) 5 C) 7
D) 2 E) 4

Resolución

Recordar, para un decimal periódico puro su fracción generatriz es :

Parte entera y período - parte entera
Tantos 9s como cifras tenga el período

Entonces se tiene:

$$\begin{aligned} 1.\widehat{2} + 0.\widehat{27} &= \frac{a}{b} \\ \frac{12 - 1}{9} + \frac{27 - 0}{99} &= \frac{a}{b} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{11}{9} \cdot \frac{11}{11} + \frac{27}{99} &= \frac{a}{b} \\ \Rightarrow \frac{121 + 27}{99} &= \frac{a}{b} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \frac{148}{99} = \frac{a}{b}$$

Iguando términos $a = 148 \wedge b = 99$

Piden $E = \sqrt{a - b} = \sqrt{49} = 7$

Respuesta El valor de E es 7.

4. Si $R(x) = \sqrt[3]{[(x^2 + 3)x]^2 - [3x^2 + 1]^2}$, determine el valor de $R(99)$.

- A) 1000 B) 100 C) 9900
D) 9000 E) 9800

Resolución

En la expresión:

$$R(x) = \sqrt[3]{[x^3 + 3x]^2 - [3x^2 + 1]^2}$$

Por dif. de cuadrados $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

$$R(x) = \sqrt[3]{(x^3 + 3x + 3x^2 + 1)(x^3 + 3x - 3x^2 - 1)}$$

$$\begin{aligned} R(x) &= \sqrt[3]{(x+1)^3 (x-1)^3} \\ &= \sqrt[3]{(x+1)^3} \cdot \sqrt[3]{(x-1)^3} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow R(x) = (x+1)(x-1)$$

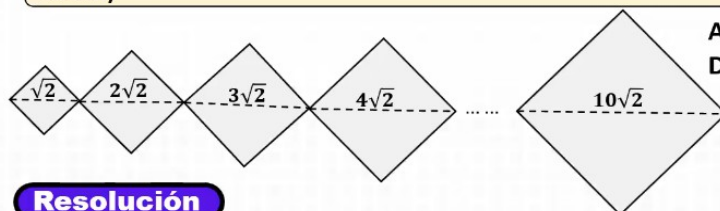
Piden:

$$\begin{aligned} R(99) &= (99+1)(99-1) \\ &= (100)(98) \end{aligned}$$

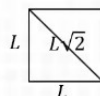
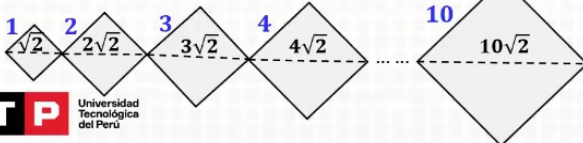
Respuesta $R(99) = 9800$

¡Se repasó: Productos notables!

5. Determine el área total de la región sombreada formada por cuadrados. (Considere las unidades en cm)



- A) 900 cm^2 ☒ B) 385 cm^2 C) 770 cm^2
D) 685 cm^2 E) 870 cm^2

Resolución**Recordar :****Obteniendo los lados respectivos:**

UTP

Universidad
Tecnológica
del Perú

Docente: Reynaldo Arturo Egocheaga Díaz

Para el área total:

$$A_{\text{total}} = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 10^2$$

¡Recuerde!

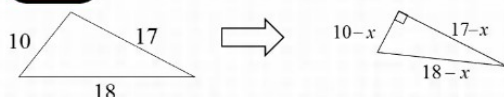
$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$\Rightarrow A_{\text{total}} = \frac{10 \cdot 11 \cdot 21}{6}$$

RespuestaEl área de la región es 385 cm^2 .**¡Se repasó:****Razonamiento geométrico!**

1. Los lados de un triángulo miden 10, 17 y 18 cm. ¿Qué misma cantidad se le debe restar a cada lado para obtener un triángulo rectángulo?

- ☒ A) 5 B) 4 C) 13
D) 5 o 13 E) 7

Resolución**Sea** x : Cantidad a restar a cada lado**Por Teorema de Pitágoras:**

$$(10-x)^2 + (17-x)^2 = (18-x)^2$$

$$10-x=m \Rightarrow m^2 + (7+m)^2 = (8+m)^2$$

$$m^2 + 49 + 14m + m^2 = 64 + 16m + m^2$$

UTP

Universidad
Tecnológica
del Perú

Docente: Reynaldo Arturo Egocheaga Díaz

$$\Rightarrow m^2 - 2m - 15 = 0$$

$$\begin{array}{r} m \\ m \end{array} \begin{array}{r} -5 \\ -3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -5m \\ 3m \\ -2m \end{array}$$

$$\Rightarrow (m-5)(m+3) = 0$$

$$\Rightarrow m = 5 \quad \text{ó} \quad m = -3$$

$$\begin{array}{l} 10-x=5 \\ x=5 \end{array} \quad \text{ó} \quad \begin{array}{l} 10-x=-3 \\ x=13 \end{array}$$

Se descarta $x=13$ pues no existiría el triángulo rectángulo.**Respuesta**

Se debe restar 5cm a cada lado.

¡Se repasó:**Ecuaciones!**

2. Los ingresos de una empresa están dados por el polinomio $P(x)$ (en soles), mientras sus gastos por el polinomio $G(x)$ (en soles), donde x representa el número de artículos que produce la empresa. Determinar cuántos artículos deben ser producidos para obtener una ganancia de S/12000.

$$P(x) = 20x; \quad G(x) = 2000 + 10x$$

- ☒ A) 1400 B) 1260 C) 1200
D) 1000 E) 2300

Resolución**Siendo** x : N° de artículos producidos**consideremos :**

$$\text{Utilidad} = \text{Ingresos} - \text{costos}$$

$$12000 = 20x - (2000 + 10x)$$

UTP

Universidad
Tecnológica
del Perú

Docente: Reynaldo Arturo Egocheaga Díaz

$$12000 = 20x - 2000 - 10x$$

$$14000 = 10x$$

$$x = 1400$$

Respuesta

Para obtener una ganancia de S/12000, se deben producir y vender 1400 artículos.

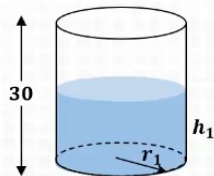
¡Se repasó:**Polinomios!**

3. Un líquido ocupa la mitad de la capacidad de un recipiente cilíndrico de 24 cm de diámetro por 30 cm de altura, luego se vierte el líquido en otro recipiente cilíndrico de 20 cm de diámetro. ¿Cuál es la diferencia de los niveles de altura que alcanzó el líquido en ambos recipientes?

A) 5 cm ☒ B) 6.6 cm C) 8.6 cm
D) 5.6 cm E) 12.6 cm

Resolución

Sea V : Volumen del líquido



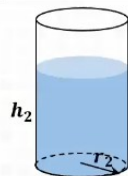
Del dato: $r_1 = 12$
 $h_1 = 15$

Recordar: $V_{cil} = \pi r^2 h$

$$V = \pi \cdot 12^2 \cdot 15$$

$$V = 2160\pi$$

En el segundo recipiente



$$V = \pi \cdot r_2^2 \cdot h_2$$

$$2160\pi = \pi \cdot 10^2 \cdot h_2$$

$$21.6 = h_2$$

Piden: $h_2 - h_1 = 21.6 - 15$

Respuesta

La diferencia de los niveles de altura es 6.6 cm

¡Se repasó: Geometría!

4. Calcular el valor de $a + b - c$ si en la siguiente división:

$$\begin{array}{r} 8x^5 + ax^3 + bx^2 + cx + 16 \\ 2x^3 + x^2 + 3 \end{array}$$
 el cociente es $4x^2 - 2x + 3$ y el resto $2x + 7$.

A) 21 B) 25 C) 15
D) 24 E) 23

Resolución

Aplicamos el Método de Horner

Completando con ceros los coeficientes de los términos faltantes:

$$\begin{array}{r} 8x^5 + 0x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + 16 \\ 2x^3 + x^2 + 0x + 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|rrrrrrrr} + & 2 & 8 & 0 & a & b & c & 16 & \\ \hline & -1 & & -4 & 0 & -12 & & & \\ \times & 0 & & -4 & 2 & 0 & 6 & & \\ & -3 & & & 6 & -3 & 0 & -9 & \\ \hline & 4 & -2 & 3 & 0 & 2 & 7 & & \end{array}$$

Luego

$$\begin{aligned} a + 2 &= 6 \Rightarrow a = 4 \\ b - 15 &= 0 \Rightarrow b = 15 \\ c + 6 &= 2 \Rightarrow c = -4 \end{aligned}$$

Respuesta

$$a + b - c = 23$$

5. Un pintor puede pintar un techo en seis horas. Si le ayuda su asistente, juntos lo pintan en cuatro horas. ¿Cuánto tardaría el asistente trabajando solo?

A) 9h ☒ B) 12h C) 8h
D) 14h E) 10h

Resolución

Sea x : tiempo del asistente para pintar el techo (en horas)

Uniformicemos el trabajo en una unidad de tiempo (1 hora)

Juntos en 4 horas pintan: **TODO** \Rightarrow En 1 hora pintan: $\frac{1}{4}$

El pintor en 6 horas pinta: **TODO** \Rightarrow En 1 hora pinta: $\frac{1}{6}$

El asistente en x horas pinta: **TODO** \Rightarrow En 1 hora pinta: $\frac{1}{x}$

$$\begin{array}{l} \text{La parte que pintan juntos en una hora} = \text{La parte que pinta el pintor en una hora} + \text{La parte que pinta el asistente en una hora} \\ \frac{1}{4} = \frac{1}{6} + \frac{1}{x} \end{array}$$

Multiplicando por el MCM(4,6)= 12

$$\begin{aligned} 12 \cdot \frac{1}{4} &= 12 \cdot \frac{1}{6} + 12 \cdot \frac{1}{x} \\ 3 &= 2 + \frac{12}{x} \\ \Rightarrow x &= 12 \end{aligned}$$

Respuesta

El asistente tardaría 12 horas en pintar el techo.

¡Se repasó: Ecuaciones!