

<i>Temat</i>	Regresja kwantylowa
--------------	---------------------

Informacje o artykule będącym inspiracją dla modelu

<i>Tytuł</i>	Determinants of Pay in the NHL. A Quantile Regression Approach
<i>Autor/Autorzy</i>	Claude Vincent, Byron Eastman
<i>Journal/Miejsce publikacji</i>	Journal of Sports Economics, Volume 10 Number 3
<i>Rok</i>	June 2009
<i>Zakres stron</i>	256-277
<i>Tematyka, problemy i cele badawcze</i>	<p>Autorzy artykułu badają determinanty płac zawodników zawodowej ligi hokejowej (NHL), zrzeszającej 31 drużyn z Ameryki Północnej. Do analizy wykorzystano zmienne objaśniające charakteryzujące m.in. efektywność gry poszczególnych zawodników. Są to zmienne ciągłe takie jak: liczba punktów, liczba rozegranych meczy, dochody drużyny, minuty odbytych kar za faule, wysokość i waga zawodnika, statystyki <i>PLUS/MINUS</i>¹ oraz zmienne dyskretne opisujące m.in. nominację do drużyny w klasie 'All-star', pozyskanie zawodnika do ligi zaraz po ukończeniu szkoły, uczestnictwo zawodnika w młodzieżowych ligach hokejowych czy przynależność do studenckiej drużyny hokejowej (Amerykańskiej lub Europejskiej) przed zawodową karierą. Zmienne ciągłe dotyczące efektywności gry są sumą charakterystyk z całej zawodowej kariery przed sezonem 2003/04 oraz wyrażone są jako wskaźniki w przeliczeniu na mecz. Zmienna objaśniana jest zlogarytmowaną wartością zarobków zawodników w lidze w sezonie 2003/04.</p> <p>Badacze wskazują na dwie główne trudności w badaniu zarobków hokeistów. Pierwsza z nich dotyczy mierzenia efektywności gry napastników i obrońców. Efektywność napastników jest relatywnie łatwa do zbadania – większość badań wykorzystuje w tym celu liczbę zdobytych punktów, goli lub asyst w przeliczeniu na mecz. Umiejętności defensywne jednak nie są już tak oczywiste. W badaniu wykorzystano statystykę <i>PLUS/MINUS</i>, karne minuty za faule na mecz oraz wysokość i wagę zawodnika. Jednocześnie badacze wskazują na fakt, iż powyższe zmienne mogą stanowić co najwyżej niedoskonałe proxy defensywnych umiejętności z uwagi na to, że częściowo wskazują one także na zdolności ofensywne.</p> <p>Druga trudność polega na doborze odpowiedniego modelu do badania zarobków. Większość prac estymujących zarobki zawodników sportowych wykorzystuje model z warunkową wartością oczekiwaną, co może prowadzić do błędnych wniosków dotyczących zależności między efektywnością gry a zarobkami w przypadku, gdy istnieją wyraźne różnice w grze wzdłuż rozkładu warunkowego. Przykładowo w przypadku analizowania zarobków w zależności od karnych minut spowodowanych faulem, będących proxy agresywności zawodnika, istotność zmiennej może różnić się w zależności od tego czy zawodnik jest długoletnią gwiazdą ligi czy początkującym i mniej zarabiającym „grinder”². Z tego powodu w pracy</p>

¹ PLUS/MINUS to indywidualna statystyka w hokeju na lodzie, która stanowi punktację liczoną za przebywanie na lodzie w momencie zdobycia (+) i straty gola (-) przez drużynę zawodnika

² potoczna nazwa hokeisty o niewielkim talencie ofensywnym, nadrabiającego swoje braki zaangażowaniem i twardą walką na bandach

	<p>zdecydowano się na użycie regresji kwantylowej, która przedstawia pełniejszy obraz zależności oraz daje informacje o potencjalnie całym rozkładzie a nie tylko o wartości oczekiwanej. Oszacowano model regresji kwantylowej zarówno dla napastników jak i obrońców, parametry natomiast zostały wyestymowane dla 10, 25, 50, 75 i 90 kwantyli rozkładu zarobków.</p> <p>Głównym celem badania było udowodnienie, że użycie standardowego modelu wartości oczekiwanej w badaniach determinant zarobków profesjonalnych sportowców mogło przynieść niepełnowartościowe wnioski. Dodatkowym celem publikacji było sprawdzenie czy oszacowania badanych zależności różnią się w poszczególnych punktach rozkładu warunkowego.</p>
<i>Główne wnioski</i>	<p>Porównanie wyników oszacowań zwykłej regresji liniowej oraz regresji kwantylowej dowiodło, że kwestia determinant zarobków zawodowych hokeistów jest bardziej kompleksowa i estymacja modelu z warunkową wartością oczekiwaną nie ukazuje pełnego obrazu badanego problemu. Badanie dowiodło także, że oszacowania różnią się w zależności od położenia względem rozkładu zarobków. Dodatkowo pokazano, że regresja kwantylowa w zdecydowanie mniejszym stopniu wyjaśnia wariację zarobków dla zawodników zarabiających mniej.</p>
<i>Metodyka badawcza</i>	<p>Regresja liniowa (estymacja za pomocą MNK). Regresja kwantylowa (estymacja za pomocą minimalizacji nieróżniczkowalnej funkcji celu poprzez metody programowania liniowego).</p>
<i>Dane</i>	<p>Dane dotyczące zarobków zawodników za sezon 2003-2004 pochodzą ze strony internetowej NHLPA. Natomiast charakterystyki sposobu gry poszczególnych zawodników zostały zebrane na podstawie NHL Official Guide and Record Book (2004).</p>
<i>Dlaczego wybrano właśnie ten artykuł?</i>	<p>Ponieważ jest to jedno z niewielu badań z zakresu ekonomii sportu, w którym wykorzystano regresję kwantylową. Dodatkowo artykuł przynosi nowe konkluzje, które dowodzą, że poprzednie badania mogły podawać niepełnowartościowe wnioski dotyczące determinant zarobków zawodowych sportowców.</p>

Podstawowe informacje o modelu

<i>Tytuł</i>	The winner takes it all. Determinanty zarobków koszykarzy NBA.
<i>Tematyka, problemy i cele badawcze</i>	<p>Niniejsza praca dotyczy kwestii ekonomii sportu. Badaniu zostały poddane zarobki koszykarzy, grających w zawodowej, amerykańskiej lidze NBA. Zbadano istnienie zależności wysokości zarobków od m.in. liczby rozegranych meczy, przynależności do studenckiej drużyny koszykarskiej w USA, wielkości dochodów drużyny, wzrostu zawodnika czy ilości rzutów za 3 punkty na mecz.</p> <p>Celem niniejszej pracy jest potwierdzenie, że użycie regresji kwantylowej w badaniu determinant zarobków może przynieść wyniki ukazujące szerszy obraz badanego zjawiska. Dodatkowo sprawdzeniu została poddana hipoteza o tym, że oszacowania badanych zależności różnią się w poszczególnych punktach rozkładu zarobków.</p> <p>Głównym problemem w badaniu zależności zarobków koszykarzy od efektywności ich gry jest dobór odpowiednich zmiennych, które w najlepszy sposób oddałyby umiejętności zawodników. Ponieważ wartość zawodnika może różnić się w zależności od jego pozycji, a co za tym idzie w zależności od innego typu umiejętności, w badaniu postanowiono przeanalizować zarobki w podziale na trzy grupy. Pierwsza grupa zawiera zawodników zajmujących pozycję rozgrywającego (guard), druga składa się ze skrzydłowych (forward), trzecia natomiast bada zależności dla środkowych (center). Dla każdej z grup dobrano nieco inne charakterystyki.</p>
<i>Metodyka badawcza</i>	Regresja liniowa (estymacja za pomocą MNK). Regresja kwantylowa (z bootstrapowaną macierzą wariancji-kowariancji – 1000 powtórzeń).
<i>Dane</i>	Dane dotyczące zarobków koszykarzy (w mln dolarów), grających w lidze NBA w sezonie 2017/18 zostały pobrane z bazy ESPN ³ . Charakterystyki efektywności gry koszykarzy z pięciu sezonów wstecz (przed sezonem 17/18) pochodzą z oficjalnych statystyk NBA ⁴ . Dochody drużyn koszykarskich pochodzą z corocznego zestawienia Forbes ⁵ .
<i>Główne wnioski</i>	Analiza regresji kwantylowej przyniosła bardziej pogłębione i dające szerszy pogląd na zarobki koszykarzy w zależności od punktu kariery w jakim się znajdują. Pokazano także, że estymacje uzyskane za pomocą MNK, które nie wykazywały istotności na poziomie wartości oczekiwanej, często miały istotny wpływ na zarobki tylko w określonej części ich rozkładu. Dodatkowo zauważono, że siła oddziaływania poszczególnych determinant na poziom wynagrodzenia koszykarzy często była najwyższa jedynie dla ogonów rozkładu, traciła na mocy z kolei dla pośrednich kwantyli.

³ <http://www.espn.com/nba/salaries>

⁴ <https://stats.nba.com/players>

⁵ <https://www.forbes.com/nba-valuations/list/#tab:overall>

Ekonometryczny opis badania

1. Przedmiot i cel badania

Zarobki profesjonalnych sportowców są przedmiotem licznych badań naukowych w literaturze z zakresu ekonomii sportu. Większość z nich jednak skupia się na profesjonalnych ligach hokejowych lub piłki nożnej. Stosunkowo mało prac z kolei powstaje w oparciu o dane z lig koszykarskich (np. NBA). Te nieliczne, które powstały skupiają się jednak przede wszystkim na aspekcie dyskryminacji płacowej na tle rasowym lub związanym z pochodzeniem.

Celem niniejszej pracy jest zbadanie determinant zarobków koszykarzy grających w lidze NBA oraz ukazanie szerszego obrazu różnic w wynagrodzeniach za pomocą regresji kwantylowej z bootstrapowaną (w 1000 powtórzeniach) macierzą wariancji-kowariancji. Badaniu zostały poddane zarobki koszykarzy, grających w zawodowej, amerykańskiej lidze NBA. Zbadano istnienie zależności wysokości zarobków od m.in. liczby rozegranych meczy, przynależności (w przeszłości) do studenckiej drużyny koszykarskiej w USA, wielkości dochodów drużyny, wzrostu czy liczbie rzutów za 3 punkty.

Warto zauważyć, że głównym problemem badania determinant płac sportowców jest odpowiednie uchwycenie ich umiejętności w statystykach z rozegranych meczy. Biorąc pod uwagę fakt, iż koszykówka jest jedną z ważniejszych dyscyplin sportowych, którą żyje społeczeństwo Stanów Zjednoczonych, można dojść do wniosku, że dane liczbowe nie będą nigdy w pełni oddawały wartości zawodnika dla danego klubu. Należy mieć bowiem na uwadze także czynniki niemierzalne takie jak negatywne efekty kontuzji oraz popularność zawodnika wśród kibiców, czy efektywne podtrzymywanie przez niego tzw. „team spirit”, które nie zawsze muszą iść w parze z wysokimi statystykami meczowymi. W związku z tym część charakterystyk zawodników użytych w niniejszym badaniu może być traktowana jako pewnego rodzaju proxy wartości i umiejętności zawodnika.

Badanie zostało przeprowadzone oddzielnie dla trzech grup zawodników, w zależności od pozycji jaką zajmują na boisku. Pierwsza próba, licząca 184 obserwacje, to zbiór zawodników grających na pozycji rozgrywającego (*guard*). Rozgrywający to najczęściej najniższy oraz najszybszy zawodnik w zespole. Spośród wszystkich zawodników ma najdłuższy kontakt z piłką podczas meczu, jest odpowiedzialny za taktykę drużyny na boisku, w obronie natomiast jego główną rolę jest rozpraszanie i przeszkadzanie rozgrywającemu z drużyny przeciwnej poprzez przechwyty piłki oraz umiejętne blokowanie przeciwnika. Rozgrywający zdobywają najwięcej punktów podczas meczu, zwłaszcza poprzez rzuty za trzy punkty⁶. Próba druga składa się z 96 środkowych (*center*), którzy grają głównie pod koszem i są zwykle najwyżsi i najsilniejsi w całej drużynie. Ich głównym zadaniem jest zdobywanie punktów spod kosza, zbieranie piłek z tablicy, blokowanie rzutów przeciwników oraz wykonywanie zbiórek po niecelnych rzutach przeciwników. Trzecia grupa, licząca 192 obserwacje, to zawodnicy pełniący rolę skrzydłowych (*forward*). W defensywie przede wszystkim mają bronić kosza oraz skupiać się na zbiórkach, w ataku z kolei muszą zdobywać punkty z dystansu a także rozpoczynać zagrywki. Cechą charakterystyczną gry skrzydłowych są również liczne asysty.

Na podstawie powyższych opisów ról, jakie pełnią poszczególni zawodnicy na boisku, wyselekcjonowano odpowiednie statystyki meczowe, które mogą mieć wpływ na ich wartość. Wszystkie zmienne objaśniające zostały wyszczególnione i opisane w sekcji 2.

⁶ Rzut za trzy punkty rodzaj rzutu w koszykówce. Wykonuje się go zza linii rzutów za trzy punkty, która w Europie jest ulokowana na 6,75 metrów od środka kosza, a w NBA na 7,24 metrów

2. Dane

Tabela 1 przedstawia nazwy oraz krótki opis zmiennych, które zostały wykorzystane w modelach regresji. Zmienne te są wspólne dla wszystkich trzech badanych grup zawodników. Oznaczenie (B) przy nazwie zmiennej wskazuje na fakt, że jest ona wartością binarną.

Tabela 1 Zmienne objaśniające wspólne dla wszystkich trzech badanych grup koszykarzy

Zmienna	Opis
Team_reve	Całkowity dochód drużyny w sezonie 2017/18
Height_cm	Wzrost zawodnika w centymetrach
US_College (B)	1-zawodnik przynależał do studenckiej drużyny koszykarskiej w USA przed karierą zawodową
EUROPE (B)	1-zawodnik grał w młodzieżowej lidze Europejskiej przed karierą zawodową
GP_all	Liczba rozegranych meczy (łącznie z trzech sezonów wstecz, licząc od sezonu 17/18)

Tabela 2 przedstawia zmienne objaśniające charakteryzujące efektywność gry poszczególnych grup zawodników. Zmienne stanowią łączną sumę charakterystyk z pięciu sezonów wstecz (przed sezonem 2017/18).

Tabela 2 Pozostałe zmienne objaśniające w podziale na grupy zawodników

Zmienna	Opis
GUARD (ROZGRYWAJĄCY)	
X3PM_all_pg	liczba rzutów za 3 punkty na mecz
TOV_all_pg	liczba strat ⁷ na mecz
BLK_all_pg	liczba bloków ⁸ na mecz
STL_all_pg	liczba przechwytów ⁹ na mecz
FORWARD (SKRZYDŁOWY)	
PTS_all_pg	liczba zdobytych punktów (wszystkie rodzaje rzutów) na mecz
FGM_all_pg	liczba rzutów (poza rzutem wolnym) na mecz
OREB_all_pg	liczba zbiórek ofensywnych ¹⁰ na mecz
AST_all_pg	liczba asyst na mecz
TOV_all_pg	liczba strat na mecz
CENTER (ŚRODKOWY)	
DREB_all_pg	liczba zbiórek defensywnych ¹¹ na mecz

⁷ Strata to niedokładne zagranie, którego wynikiem jest utrata piłki przez zawodnika na rzecz drużyny przeciwnej. Stratę można zaliczyć także drużynowo, np. wbiegając zza linię autu albo przekraczając czas na przejście na połowę przeciwnika, czy przekraczając zegar 24 sekund bez oddania rzutu.

⁸ Blok ma miejsce kiedy zawodnik dotyka piłki znajdującej się w rękach przeciwnika lub zaraz po ich opuszczeniu (przy wykonywaniu rzutu lub wsadu), uniemożliwiając mu zdobycie punktów.

⁹ Przechwytem określa się zarówno odebranie piłki przez zawodnika drużyny broniącej się zawodnikowi atakującemu, jak również przechwycenie podania.

¹⁰ Ofensywna zbiórka ma miejsce, kiedy zawodnik odzyskuje piłkę po niecelnym rzucie swoim lub kolegi z drużyny.

¹¹ Zbiórka defensywna ma miejsce, gdy gracz odzyskuje piłkę po niecelnym rzucie przeciwnika.

3. Metoda i wyniki

W pierwszej części badania oszacowano trzy modele regresji liniowej z wykorzystaniem estymatora MNK. Wyniki estymacji przedstawia Tabela 3.

Tabela 3 Oszacowania parametrów regresji liniowej z wykorzystaniem MNK

	Dependent variable:		
	salary_g (GUARD)	salary_f (FORWARD)	salary_c (CENTER)
Team_reve	0.0004 (0.001)	-0.001 (0.001)	-0.00002 (0.001)
Height_cm	0.001 (0.013)	0.012 (0.013)	0.005 (0.024)
US_College	0.159 (0.279)	-0.036 (0.200)	-0.098 (0.205)
EUROPE	0.390** (0.391)	0.131 (0.249)	-0.410* (0.225)
DREB_all_pg			0.197*** (0.045)
GP_all	0.010*** (0.001)	0.006*** (0.001)	0.008*** (0.001)
X3FM_all_pg	0.268** (0.125)		
PTS_all_pg		0.193** (0.092)	
FGM_all_pg		-0.345 (0.255)	
OREB_all_pg		0.291** (0.128)	
AST_all_pg		0.249** (0.110)	
TOV_all_pg	0.039 (0.129)	-0.312 (0.258)	
BLK_all_pg	0.698*** (0.529)		
STL_all_pg	0.154 (0.273)		
Constant	12.261*** (2.531)	11.501*** (2.740)	12.525** (4.960)
Observations	184	192	96
R2	0.584	0.553	0.591
Adjusted R2	0.563	0.529	0.564
Residual Std. Error	0.955 (df = 174)	0.784 (df = 181)	0.759 (df = 89)
F Statistic	27.190*** (df = 9; 174)	22.429*** (df = 10; 181)	21.440*** (df = 6; 89)

Note: *p<0.1; **p<0.05; ***p<0.01

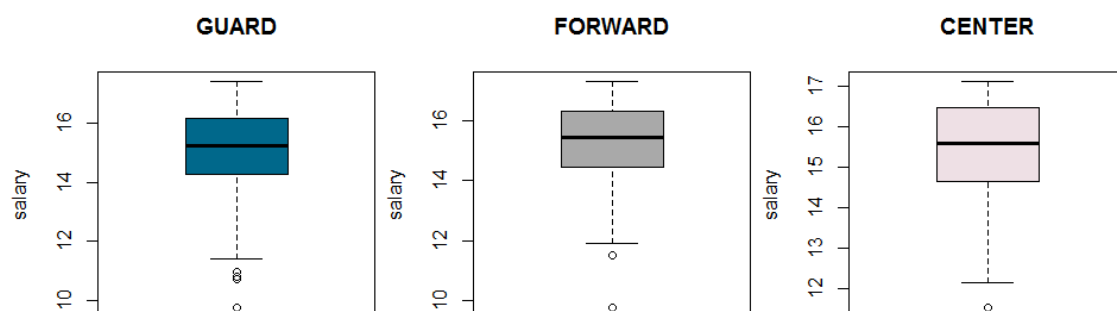
Zastosowanie estymatora MNK niesie ze sobą jednak pewne problemy. Jednym z nich jest założenie o normalnym charakterze rozkładu zmiennej objaśnianej, czyli w przypadku niniejszego badania – zarobków koszykarzy. W przypadku estymacji funkcji zarobków najczęściej przyjmuje się, że zmienna ma rozkład log-liniowy i modeluje się jej logarytm naturalny. Jednak formalne testy sprawdzające normalność rozkładu pokazują, że w praktyce założenie to nie zawsze jest spełnione także dla zmiennej zlogarytmowanej. Tabela 4 prezentuje wyniki testu Jarque-Bera na normalność zlogarytmowanych zarobków.

Tabela 4 Test Jarque-Bera na normalność rozkładów zmiennej

salary	X-squared	p-value
GUARD	68.916	1.11e-15
FORWARD	60.807	6.251e-14
CENTER	8.5176	0.01414

Na podstawie wartości p-value w przypadku dwóch prób badawczych istnieją podstawy do odrzucenia hipotezy zerowej o normalności rozkładu. Niespełnienie założenia o normalności rozkładu zmiennej objaśnianej nie powoduje obciążenia estymatorów szacowanych za pomocą MNK, natomiast wpływa na brak ich efektywności. Kolejnym problemem w przypadku estymacji MNK jest wykorzystanie obserwacji odstających, które, jak wynika z Wykresu 1, występują we wszystkich badanych próbach.

Wykres 1 Wykresy pudełkowe ukazujące występowanie obserwacji odstających dla 3 badanych prób

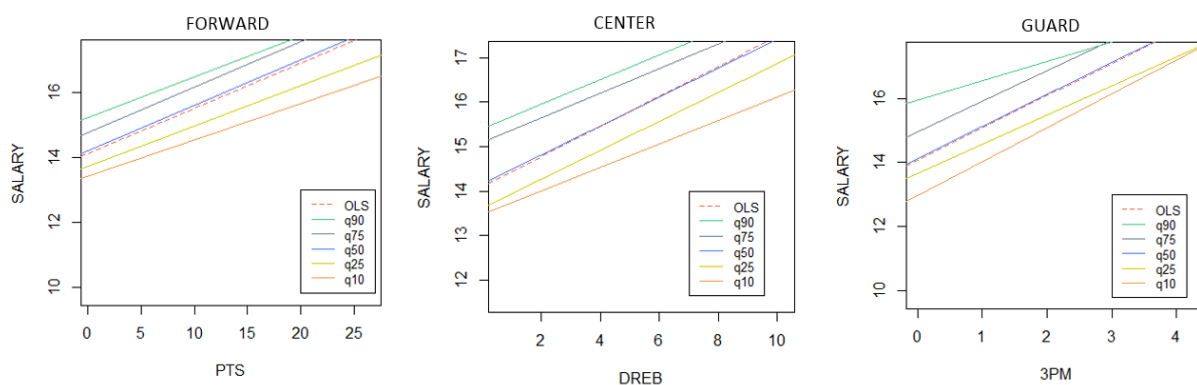


W przypadku niespełnienia założenia o normalności rozkładu oraz występowania obserwacji nietypowych stosuje się odporne metody ekonometryczne, pozwalające na precyzyjniejsze oszacowanie nieznanymi parametrów. Jedną z takich metod jest regresja kwantylowa, która w przypadku występowania heteroskedastyczności może okazać się bardziej efektywnym sposobem szukania wartości parametrów niż tradycyjny model oparty o wartość oczekiwaną zmiennej objaśnianej.

Mając na uwadze powyższe uwagi w kolejnej części niniejszego badania porównano obydwie metody celem potwierdzenia, że użycie regresji kwantylowej w badaniu determinant zarobków może przynieść wyniki ukazujące szerszy obraz badanego zjawiska. Dodatkowo sprawdzeniu została poddana hipoteza o tym, że oszacowania badanych zależności różnią się w poszczególnych punktach rozkładu zarobków.

Wstępna analiza graficzna pozwoliła ocenić, że estymacje za pomocą regresji kwantylowej mogą przynieść lepsze wyniki niż w przypadku użycia MNK. Wykres 2 ukazuje graficzną reprezentację zależności wykrytych zarówno za pomocą modelu z warunkową wartością oczekiwaną jak i regresji kwantylowej (z wyszczególnieniem dla kwantyli 10, 25, 50, 75 i 90). Dla każdej z grup przedstawiono zależności między logarytmem wysokości zarobków zawodnika a charakterystyką meczową, która jest dla badanej pozycji koszykarskiej kluczowa. W przypadku, gdy oszacowania parametrów nie różniłyby się pomiędzy oszacowaniami MNK a poszczególnymi kwantylami, regresja kwantylowa mogłaby się redukować do standardowego modelu z warunkową wartością oczekiwaną. Jak wynika z Wykresu 2 w przypadku wszystkich trzech grup zawodników, wśród wszystkich kwantyli widać istotne różnice oszacowań w stosunku do OLS.

Wykres 2 Estymacje za pomocą OLS i regresji kwantylowej dla trzech badanych grup zawodników



3.1 Guard

Tabela 5 przedstawia oszacowania wszystkich parametrów dla zawodników zajmujących pozycję rozgrywającego. W pierwszej kolumnie znajdują się zależności wykryte przez standardowy model z warunkową wartością oczekiwaną. Model ukazuje istotną oraz pozytywną zależność pomiędzy wynagrodzeniem zawodnika a jego doświadczeniem mierzonym w liczbie rozegranych meczy. Dodatkowo duży wpływ na wysokość zarobków rozgrywających ma przynależność do juniorskiej ligi Europejskiej przed karierą zawodową. Może wynikać to z faktu, iż NBA jest ligą zrzeszającą najlepszych i najbardziej profesjonalnych zawodników. W USA dyscyplina ta jest przez zawodników trenowana od najmłodszych lat a najbardziej utalentowani są pozyskiwani do ligi już na podstawie gry w klubach juniorskich czy studenckich. W związku z powyższym zawodnicy spoza Stanów Zjednoczonych pozyskiwani do NBA prawdopodobnie charakteryzują się ponadprzeciętnymi umiejętnościami przez co ich kontrakty mogą opiewać na wyższe sumy. Ponadto pozytywnym wpływem na wysokość zarobków mają także zmienne takie jak liczba rzutów za 3 punkty na mecz oraz liczba bloków wykonanych na przeciwnikach – obie te charakterystyki są typowe dla gry rozgrywających.

Tabela 5 Oszacowania regresji liniowej oraz kwantylowej dla grupy GUARD (n= 184)

Variable	GUARD Regression Coefficients:					
	OLS	Q10	Q25	Q50	Q75	Q90
Team_reve	0.0004 (0.001)	0.001 (0.003)	0.002 (0.002)	-0.0001 (0.001)	0.001 (0.001)	0.002 (0.001)
Height_cm	0.001 (0.013)	0.008 (0.021)	-0.001 (0.017)	0.019 (0.013)	0.013 (0.008)	0.013 (0.013)
US_College	0.159 (0.279)	-0.025 (0.351)	-0.236 (0.285)	0.326 (0.215)	0.169 (0.176)	0.382*** (0.146)
EUROPE	0.390** (0.391)	0.953** (0.377)	0.782** (0.318)	0.819** (0.319)	0.443 (0.243)	0.791** (0.317)
GP_all	0.010*** (0.001)	0.016*** (0.003)	0.011*** (0.002)	0.008*** (0.001)	0.007*** (0.001)	0.006*** (0.001)
X3PM_all_pg	0.268** (0.125)	0.255 (0.165)	0.126 (0.117)	0.227 (0.125)	0.292*** (0.093)	0.303*** (0.108)
TOV_all_pg	0.039 (0.129)	0.197 (0.143)	0.059 (0.135)	0.202 (0.147)	0.117 (0.081)	0.279** (0.140)
BLK_all_pg	0.698*** (0.529)	0.761 (1.016)	0.898*** (0.610)	0.614 (0.415)	0.779** (0.334)	0.239** (0.622)
STL_all_pg	0.154 (0.273)	-0.050 (0.370)	0.147 (0.337)	0.313 (0.325)	0.308 (0.158)	0.251 (0.295)
Constant	12.261*** (2.531)	8.743** (3.751)	11.873*** (3.314)	9.282*** (2.351)	11.032*** (1.584)	10.541*** (2.303)

Note:

p<0.05; *p<0.01

Zmienna zależna jest naturalnym logarytmem zarobków w związku z czym estymacje reprezentują ich procentową zmienność. W przypadku regresji kwantylowej jednak warto zaznaczyć, iż porównanie nie jest tak jednoznaczne z uwagi na fakt, iż w niższym kwantylu rozkładu zarobków zmiana procentowa może nie świadczyć o tak dużym wahaniu wynagrodzenia jak w przypadku wyższych kwantyli. W przypadku rozgrywających ciekawą zależność można zauważyć przy zmiennej oznaczającej przynależność do drużyny studenckiej w USA przed rozpoczęciem zawodowej kariery.

Standardowy model z warunkową wartością oczekiwaną nie dowiódł bowiem żadnej zależności między tą zmienną a poziomem wynagrodzenia, natomiast dzięki regresji kwantylowej można zauważyć, że zawodnicy z 90. kwantylu zarabiają istotnie więcej jeśli w przeszłości należeli do studenckiej drużyny. W przypadku pozostałych kwantyli zależność nie wykazuje istotności, natomiast w przypadku grupy rozgrywających o najniższym poziomie wynagrodzenia zależność ma nawet tendencję ujemną. Podobnie jest w przypadku zmiennej oznaczającej liczbę rzutów za 3 punkty na mecz. Analiza kwantyli pokazuje, że zmienna podnosi wynagrodzenie zawodnikom zarabiających dużo jednak nie ma istotnego wpływu w przypadku początkujących i mało zarabiających rozgrywających.

3.2 Forward

Tabela 6 przedstawia oszacowania MNK oraz regresji kwantylowej dla zawodników zajmujących pozycję skrzydłowych. Oszacowania modelu z warunkową wartością oczekiwaną wskazują na dodatni oraz istotny wpływ doświadczenia (liczba meczy), zdobytych punktów po rzutach oraz liczby zbiórek ofensywnych i asyst na wielkość wynagrodzenia.

Tabela 6 Oszacowania regresji liniowej oraz kwantylowej dla grupy FORWARD (n= 192)

Variable	FORWARD Regression Coefficients:					
	OLS	Q10	Q25	Q50	Q75	Q90
Team_reve	-0.001 (0.001)	-0.001 (0.003)	-0.002 (0.002)	-0.002 (0.001)	-0.0004 (0.001)	-0.0005 (0.001)
Height_cm	0.012 (0.013)	0.028 (0.030)	0.010 (0.020)	0.009 (0.012)	0.012 (0.010)	-0.002 (0.013)
US_College	-0.036 (0.200)	0.531 (0.439)	0.256 (0.383)	0.110 (0.192)	-0.161 (0.251)	-0.327 (0.194)
EUROPE	0.131 (0.249)	0.646 (0.458)	0.442 (0.402)	0.098 (0.178)	-0.236 (0.257)	-0.486* (0.262)
GP_all	0.006*** (0.001)	0.005*** (0.002)	0.005*** (0.001)	0.007*** (0.001)	0.007*** (0.001)	0.005*** (0.001)
PTS_all_pg	0.193** (0.092)	0.507** (0.243)	0.291* (0.166)	0.167** (0.071)	0.148*** (0.050)	0.172*** (0.065)
FGM_all_pg	-0.345 (0.255)	-1.299** (0.639)	-0.592 (0.464)	-0.241 (0.194)	-0.207 (0.138)	-0.218 (0.180)
OREB_all_pg	0.291** (0.128)	0.683** (0.327)	0.375* (0.192)	0.087 (0.110)	0.125 (0.084)	0.145* (0.079)
AST_all_pg	0.249** (0.110)	0.323 (0.282)	0.254 (0.162)	0.263*** (0.088)	0.265*** (0.069)	0.305** (0.119)
TOV_all_pg	-0.312 (0.258)	-0.333 (0.559)	-0.236 (0.385)	-0.337* (0.188)	-0.480*** (0.138)	-0.724*** (0.193)
Constant	11.501*** (2.740)	6.763 (5.765)	11.561*** (4.165)	12.062*** (2.296)	11.945*** (2.107)	15.566*** (2.574)

Note:

*p<0.1; **p<0.05; ***p<0.01

Wyniki regresji kwantylowej przynoszą jednak bardziej kompleksowe wnioski. Skrzydłowi, którzy w czasach amatorskich grali w Europie charakteryzują się istotnie mniejszym wynagrodzeniem jedynie na najwyższym szczeblu kariery i zarobków w NBA. Liczba punktów zdobywanych po rzutach (PTS_all) determinuje zarobki w największym stopniu jedynie na początku kariery skrzydłowego wówczas gdy zarabia najmniej. Wraz ze wspinaniem się w górę po funkcji wynagrodzenia zmienna ma

również istotny wpływ choć nie jest wywiera już tak mocnej zależności. Do podobnych wniosków można dojść analizując zmienną oznaczającą liczbę zbiórek ofensywnych (OREB_all_pg)- zmienna wykazuje największą zależność z zarobkami w najniższych kwantylach, w kwantylu 50 oraz 75 nie wykazuje istotności, natomiast wpływa w niewielkim stopniu na wielkość zarobków w kwantylu 90. Badana umiejętność jest typowa dla tego typu zawodnika w związku z czym jest najbardziej ceniona wśród początkujących. Zawodnicy w średnim szczeblu zarobków mają tę umiejętność opanowaną w związku z czym nie wpływa już ona w takim stopniu na ich wartość. Zależność w 90 kwantylu może z kolei wskazywać na zawodników słynących głównie z tego fragmentu gry. Warto także zwrócić uwagę na liczbę asyst (AST_all_pg), która wraz ze wzrostem kwantylu zaczyna istotnie zwiększać wartość zawodnika. Istotnie ujemną zależność wykazuje natomiast zmienna oznaczająca liczbę strat piłki przez zawodnika (TOV_all_pg). Jakkolwiek w przypadku początkujących skrzydłowych o najniższych zarobkach tego typu błędy są akceptowalne i nie wpływają na wartość ich wynagrodzenia, tak w kwantylu 50, 75 i 90 widać duży, ujemny wpływ na wartość zawodnika – tym wyższy im więcej zawodnik zarabia.

3.3 Center

W Tabeli 7 zebrano oszacowania MNK oraz regresji kwantylowej dla najmniej reprezentatywnej, w przypadku tego badania, grupy zawodników grających na pozycji środkowych. Również w tym przypadku doświadczenie mierzone liczbą rozegranych meczy ma istotny wpływ zarówno w oszacowaniu MNK jak i w każdym kwantylu.

Tabela 7 Oszacowania regresji liniowej oraz kwantylowej dla grupy CENTER (n= 96)

Variable	CENTER Regression Coefficients:					
	OLS	Q10	Q25	Q50	Q75	Q90
Team_reve	-0.00002 (0.001)	-0.0005 (0.001)	-0.001 (0.003)	0.001 (0.002)	0.0005 (0.002)	0.0002 (0.001)
Height_cm	0.005 (0.024)	-0.013 (0.053)	0.002 (0.036)	-0.013 (0.030)	0.020 (0.028)	0.031 (0.024)
US_College	-0.098 (0.205)	-0.723 (0.144)	-0.223 (0.226)	-0.110 (0.215)	-0.098 (0.210)	-0.272 (0.155)
EUROPE	-0.410* (0.225)	-0.064*** (0.114)	-0.701** (0.311)	-0.438 (0.316)	-0.311 (0.275)	-0.537** (0.266)
DREB_all_pg	0.197*** (0.045)	0.226*** (0.050)	0.215*** (0.056)	0.207*** (0.040)	0.152*** (0.024)	0.195*** (0.068)
GP_all	0.008*** (0.001)	0.013*** (0.003)	0.009*** (0.002)	0.008*** (0.002)	0.007*** (0.002)	0.005*** (0.002)
Constant	12.525** (4.960)	15.231 (11.520)	13.073* (7.527)	16.285** (6.329)	10.073* (5.807)	8.490 (5.126)
Note: *p<0.1; **p<0.05; ***p<0.01						

Środkowi, grający w czasach amatorskich w Europie, uzyskują niższe pensje podczas gry w NBA. Na podstawie regresji kwantylowej natomiast można dostrzec, że zawodnicy ci zarabiają mniej od swoich kolegów w okresie początkującym (10 i 25 kwantyl) a także wówczas, gdy dochodzą do górnego pułapu zarobków w całej lidze NBA (kwantyl 90). Na średnim szczeblu zarobków zmienna ta nie ma istotnego wpływu. Liczba zbiórek defensywnych (DREB_all_pg) wykazuje równie istotną zależność dodatnią w każdym kwantylu. Wniosek ten zdaje się być naturalny biorąc pod uwagę fakt,

iż umiejętność wykonywania zbiórek defensywnych jest kluczowa dla zawodnika na pozycji środkowego z uwagi na to, że jest to jego głównym zadaniem na boisku.

4. Wnioski

W niniejszym badaniu model z warunkową wartością oczekiwaną wykazał istotny, dodatni wpływ doświadczenia (mierzonego liczbą rozegranych meczy) na wielkość zarobków w NBA niezależnie od pozycji zajmowanej na boisku. Model wyestymowany dla grupy zawodników grających na pozycji rozgrywającego pokazał, że przynależność do europejskiej drużyny juniorskiej przed karierą zawodową oraz liczba wykonanych bloków ma dodatni wpływ na wartość zawodnika. W przypadku zawodników skrzydłowych dodatnią istotnością wykazały się zmienne oznaczające liczbę zdobytych punktów po rzutach oraz liczbę zbiórek ofensywnych i asyst. Oszacowania parametrów dla grupy środkowych z kolei wskazują na ujemny wpływ przynależności do juniorskiej drużyny w Europie przed karierą zawodową oraz na istotnie dodatni wpływ zmiennej DREB oznaczającej wskaźnik zbiórek defensywnych na mecz. Ponadto dla wszystkich trzech prób badawczych nie wykazano istotności determinant takich jak wysokość zawodnika, dochody klubu czy przynależność do studenckiej drużyny w USA przed karierą zawodową.

Analiza regresji kwantylowej jednak przyniosła wnioski bardziej pogłębione i dające szerszy pogląd na zarobki koszykarzy w zależności od punktu kariery, w jakim się znajdują. Pokazano także, że estymacje uzyskane za pomocą MNK, które nie wykazywały istotności na poziomie wartości oczekiwanej, często miały istotny wpływ na zarobki tylko w określonej części ich rozkładu. Dodatkowo zauważono, że siła oddziaływania poszczególnych determinant na poziom wynagrodzenia koszykarzy często była najwyższa jedynie dla ogonów rozkładu, traciła na mocy z kolei dla pośrednich kwantyli.