Cognome .... Nome ....Matricola ....

Informatica Teorica I modulo - Esame del 20 novembre 2002

Tempo a disposizione: 120 minuti

Regole del gioco: Libri e quaderni chiusi, vietato scambiare informazioni con altri; indicare su tutti i fogli, con chiarezza, nome e numero di matricola; *consegnare solo i fogli con le domande (questi)*.

La valutazione di ogni esercizio è espressa in decimi. Il voto complessivo espresso in trentesimi viene computato facendo la media del voto in decimi degli esercizi e moltiplicando per tre

Esercizio 1 (20%) Scrivi le espressioni regolari corrispondenti ai seguenti linguaggi (tutti sull'alfabeto Σ={0,1}):

[ogni risposta di questo esercizio viene valutata 2.5 punti, per un totale di 10 decimi]

{w | w ha uno ed un solo 1}

0^*10^*

{w | w ha almeno un 1}

$(0+1)^*1(0+1)^*$ oppure $0^*1(0+1)^*$

{w | w e' una stringa di lunghezza pari}

$((0+1)(0+1))^*$ oppure $(00+01+10+11)^*$

{w | w inizia e finisce con lo stesso simbolo}

$0(0+1)^*0+1(0+1)^*1+0+1$

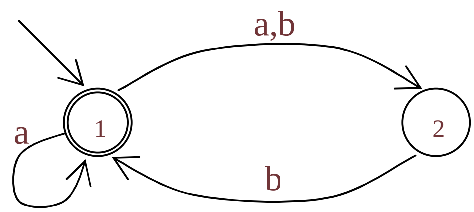
Esercizio 2 (20%) Una *grammatica* context free e' *lineare* quando a destra di ogni produzione c'e' al piu' un non terminale. Un *linguaggio* e' *lineare* quando esiste una grammatica lineare che lo genera. Dimostra che l'insieme dei linguaggi lineari e' un soprainsieme proprio dell'insieme dei linguaggi regolari.

In primo luogo osserviamo che tutte le grammatiche regolari sono lineari. Quindi l'insieme dei linguaggi lineari è un soprainsieme dell'insieme dei linguaggi regolari.
Per dimostrare che è un soprainsieme proprio è necessario mostrare che esiste un linguaggio lineare che non sia regolare (non aver colto questa necessità è stato considerato errore grave, punito con -5 decimi)

Per esempio, il linguaggio a^nb^n, notoriamente non è regolare, è generabile dalla grammatica: $S \rightarrow aSb \mid ab$

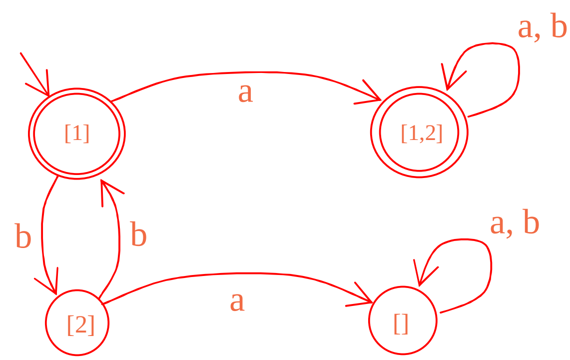
Tale grammatica è lineare. Quindi $a^n b^n$ e' lineare e non regolare.

Esercizio 3 (20%) Considera linguaggio L riconosciuto dal seguente ASFND.



Mostra un ASF che riconosce L.

stato	a	b
[1] (finale)	[1,2]	[2]
[1,2] (finale)	[1,2]	[1,2]
[2]	[]	[1]
[]	[]	[]



Mostra le classi di equivalenza di R_L.

(bb)*
(bb)*b
(bb)*ba(a+b)*
(bb)*a(a+b)*

Esercizio 4 (20%) Dimostra che l'insieme dei naturali N non e' equinumeroso all'insieme delle parti dei naturali P(N).

Vedi dispense.

Esercizio 5 (20%) Mostra grammatiche context free per generare i linguaggi:

Cognome .... Nome ....Matricola ....

$\{a^i b^j c^k \mid i \neq j\}$

Supponiamo i,j,k >0. Nel caso in cui i,j,k ≥0 la grammatica deve essere leggermente modificata. S' è l'assioma.
S'→AXC (genera le stringhe con i>j)
S'→XBC (genera le stringhe con i<j)
X→ab | aXb (genera la parte "bilanciata" aaaa...abbbb...b)
A→a | aA
B→b | bB
C→c | cC

$\{a^i b^j c^k \mid i \neq j \text{ o } j \neq k\}$

Aggiungiamo alle produzioni precedenti (S e' il nuovo assioma):
S→S'|S"
S" →ABY | AYC
Y→bc | bYc