

Informatica Teorica I
Esame del 19 luglio 2007
Tempo a disposizione: 90 minuti



Regole del gioco: Libri e quaderni chiusi, vietato scambiare informazioni con altri; indicare su tutti i fogli, con chiarezza, nome e numero di matricola; consegnare solo i fogli con le domande (questi).

Esercizio 1 (20%) Supponi che k linguaggi L_1, L_2, \dots, L_k soddisfino la condizione del Pumping Lemma, cioè che esistano k indici n_1, n_2, \dots, n_k tali che, per stringhe di L_i più lunghe di n_i , con $i=1, \dots, k$, valga la condizione del Pumping Lemma.

1.1) Dimostra che il Pumping Lemma vale per il linguaggio $L = L_1 \cup L_2 \cup \dots \cup L_k$. Qual è il valore dell'indice n_0 per cui tutte le stringhe di L soddisfano la condizione del Pumping Lemma?

E' sufficiente considerare per n_0 il valore massimo tra gli n_i , con $i=1, \dots, k$.
Infatti presa una qualsiasi stringa $z \in L = L_1 \cup L_2 \cup \dots \cup L_k$, con $|z| \geq n_0$, essa apparterrà ad almeno un linguaggio L_j .
La validità della condizione del PL per L_j , con $n_j \leq n_0$, garantisce la validità della condizione del PL per la stringa z .

1.2) Dimostra che il Pumping Lemma vale per il linguaggio $(aa)^* + (aaa)^* + (aaaaa)^*$

Trattandosi dell'unione di tre linguaggi si può applicare quanto è dimostrato nel punto 1.1

In particolare il linguaggio $(a^k)^*$ è regolare e soddisfa il PL con $n=k$

Dunque la condizione del PL vale per:

$(aa)^*$ con $n = 2$

$(aaa)^*$ con $n = 3$

$(aaaaa)^*$ con $n = 5$

Ne segue che il PL vale per $(aa)^* + (aaa)^* + (aaaaa)^*$ con $n = 5$

Esercizio 2 (20%)

2.1) Elenca **tutti** i motivi per cui questa grammatica non è una grammatica regolare:

$$\left\{ \begin{array}{l} S \rightarrow aA \mid bB \mid A \mid B \\ A \rightarrow cA \mid c \\ B \rightarrow bBb \mid b \end{array} \right.$$

Le produzioni

$$S \rightarrow A$$

$$S \rightarrow B$$

$$S \rightarrow bBb$$

non sono legittime in una grammatica regolare

2.2) Produci una grammatica regolare (priva di ε -produzioni) che genera lo stesso linguaggio della grammatica dell'esercizio **2.1**. (Non c'è una regola fissa di trasformazione, devi inventare un po').

$$S \rightarrow aA \mid bB \mid cA \mid c \mid b$$

$$A \rightarrow cA \mid c$$

$$B \rightarrow bB \mid b$$

2.3) Trasforma la grammatica regolare dell'esercizio **2.2** in espressione regolare (stavolta la regola c'è: applicala).

$$S = aA + bB + cA + c + b$$

$$A = cA + c$$

$$B = bB + b$$

$$S = aA + bB + cA + c + b$$

$$A = cA + c = c^*c$$

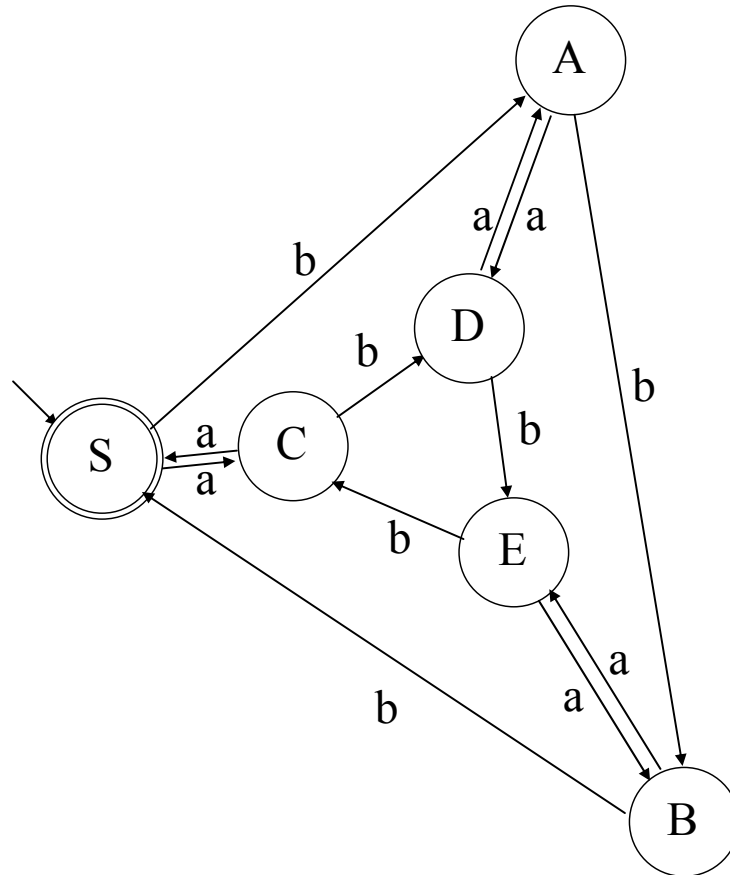
$$B = bB + b = b^*b$$

$$S = a(c^*c) + b(b^*b) + c(c^*c) + c + b = ac^*c + bb^* + cc^*$$

Esercizio 3 (20%)

3.1) Mostra un ASF deterministico che riconosce il linguaggio costituito da stringe su $\Sigma=\{\mathbf{a},\mathbf{b}\}$ contenenti un numero pari di “a” ed un numero multiplo di 3 di “b”.

Esempi: ε , **aaaa**, **abaabba**, **bababaabbb**, **bbbbbbbbbb**, ...



3.2) Mostra una grammatica regolare che genera il linguaggio dell’esercizio 3.1.

$S \rightarrow aC \mid bA$
 $A \rightarrow aD \mid bB$
 $B \rightarrow aE \mid bS \mid b$
 $C \rightarrow aS \mid a \mid bD$
 $D \rightarrow aA \mid bE$
 $E \rightarrow aB \mid bC$

Nuovo assioma S' (per inserire la ε nel linguaggio)

$S' \rightarrow aC \mid bA \mid \varepsilon$

In questo caso sarebbe stato equivalente aggiungere $S \rightarrow \varepsilon$

Esercizio 4 (20%) Trova le espressioni regolari che descrivono i seguenti linguaggi su $\Sigma = \{a, d\}$.

4.1) Linguaggio $L_1 = \{\mathbf{adda}, \mathbf{dada}, \mathbf{dadda}\}$

$\mathbf{adda+dada+dadda}$

4.2) Linguaggio L_2 tale che ogni “d” è seguita da una “a”. Per esempio: ϵ , **aa**, **dada**, **aada**, ecc

$(da + a)^*$

4.3) Linguaggio L_3 tale che ogni “a” è preceduta da una “d”. Per esempio: ϵ , **ddd**, **da**, **dada**, **dadda**, ecc

$(da + d)^*$

4.4) Linguaggio L_4 delle stringhe alternate di “a” e “d”. Per esempio: ϵ , **ad**, **da**, **ada**, **dad**, **adad**, **dada**, ecc

$(ad)^*(\epsilon + a) + (da)^*(\epsilon + d)$

4.5) Linguaggio $L_5 = L_2 \cap L_3$

$(da)^*$

Esercizio 5 (20%)

5.1) Scrivi l'enunciato del Pidgeonhole Principle.

vedi dispense

5.2) Scrivi l'enunciato del Pumping Lemma.

vedi dispense

5.3) Scrivi l'enunciato del teorema di Myhill Nerode.

vedi dispense