

Informatica Teorica II

Compito B

Esame del 7 febbraio 2008

Tempo a disposizione: 100 minuti

Regole del gioco: Libri e quaderni chiusi, vietato scambiare informazioni con altri; indicare su tutti i fogli, con chiarezza, nome e numero di matricola; consegnare solo i fogli con le domande (questi).

Esercizio 1 (20%) Un grafo è *Hamiltoniano* quando contiene un ciclo semplice che passa per tutti i suoi vertici. Stabilire se un grafo è Hamiltoniano è un problema NP-completo.

Dato un grafo $G(V,E)$, il *sottografo indotto* da un sottoinsieme $V' \subseteq V$ dei suoi vertici è il grafo $G(V',E')$ in cui $E' \subseteq E$ è il sottoinsieme degli archi di G i cui vertici estremi appartengono entrambi a V' . Considera il problema di decisione PARTITIONINTOHAMILTONIANSUBGRAPHS.

Istanza: Grafo $G=(V,E)$, intero non negativo $K \leq |V|$.

Predicato: Posso partizionare i vertici di V in K sottoinsiemi disgiunti V_i in modo tale che per ogni $1 \leq i \leq K$ il sottografo indotto da V_i sia Hamiltoniano?

1.1 Dimostra che PARTITIONINTOHAMILTONIANSUBGRAPHS appartiene alla classe NP.

1.2 Mostra un'istanza positiva di PARTITIONINTOHAMILTONIANSUBGRAPHS.

1.3 Mostra un'istanza negativa con almeno 8 vertici e con $K=3$ di PARTITIONINTOHAMILTONIANSUBGRAPHS.

Esercizio 2 (20%) Descrivi in dettaglio una MT mononastro monotraccia M con alfabeto $\{1\}$ tale che la configurazione finale di M sia $q_F \underline{b}$ sia nel caso in cui la configurazione iniziale è $1 \underline{b}^* q_0 \underline{b}$ sia nel caso in cui la configurazione iniziale è $q_0 \underline{b}^* 1$.

Esercizio 3 (20%) Sia ALL_{CFG} il problema di decidere se il linguaggio generato da una grammatica CF coincide con Σ^* . Supponi sia noto il seguente teorema:

Teorema 1: ALL_{CFG} è indecidibile.

Sfruttando il teorema 1 mostra che è indecidibile stabilire se due grammatiche CF generano lo stesso linguaggio.

Cognome Nome Matricola

Esercizio 4 (20%) Considera il linguaggio L delle stringhe $a^i b^j$ con $i \leq j \leq 2i$.

4.1 Mostra una grammatica CF che generi L.

4.2 Mostra una grammatica CF non ambigua che generi L. Se la grammatica che hai proposto al punto 4.1 è non ambigua scrivi "non ambigua" in questo spazio.

Cognome Nome Matricola

Esercizio 5 (20%) Dimostra il seguente teorema. Sia $M = \langle \{0,1\}, \underline{b}, K, q_0, F, d \rangle$ una MT con nastro seminfinito; esistono una RAM ed un programma P tali che se M computa $q_0 x \vdash^* q_F y$ e la RAM ha la stringa x nelle celle $2, \dots, |x|+1$, al termine della computazione la RAM ha la stringa y nelle celle $2, \dots, |y|+1$; inoltre la RAM simula T passi di M in tempo $O(T \log T)$ nel modello a costi logaritmici.