

Informatica Teorica I – Informatica Teorica primo modulo
Esame del 15 settembre 2005



Tempo a disposizione: 100 minuti

Regole del gioco: Libri e quaderni chiusi, vietato scambiare informazioni con altri; indicare su tutti i fogli, con chiarezza, nome e numero di matricola; consegnare solo i fogli con le domande (questi).

Esercizio 1 (20%) Costruisci degli ASF deterministici che riconoscano i seguenti linguaggi su $\Sigma = \{0,1\}$:

1.1 Stringhe contenenti al massimo tre caratteri “1” in posizione qualsiasi. (Il numero di caratteri “0” è arbitrario). Esempi: ϵ , “0”, “010”, “01010”, “01110”, ... (ma “1010101” non appartiene al linguaggio)

1.2 Stringhe contenenti un numero di caratteri “1” non multiplo di quattro. (Il numero di caratteri “0” è arbitrario; il numero zero è considerato multiplo di quattro). Esempi: “1”, “111”, “01101”, “10010”, “01110111”, ... (ma non appartengono al linguaggio: ϵ , “0”, “1111”, “011011”, ...)

1.3 Stringhe per le quali ogni sottosequenza massimale di caratteri “1” contigui ed ogni sottosequenza massimale di caratteri “0” contigui ha lunghezza pari. Esempi: ϵ , “11”, “001111”, “11001100”, “001111001111”, ...

1.4 Stringhe contenenti un numero dispari di caratteri “0” in posizione qualsiasi. Esempi: “0”, “110”, “0010111”, “110100”, “001110111”, ...

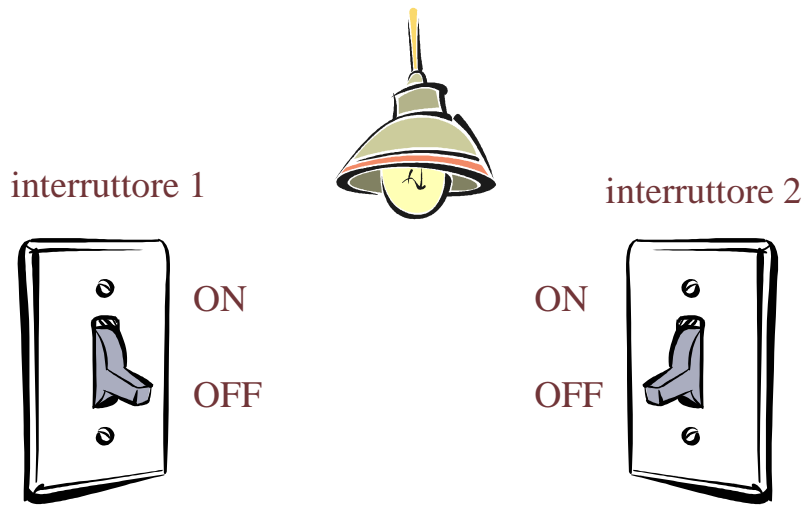
1.5 Stringhe le cui sottosequenze massimali di caratteri “1” contigui e le cui sottosequenze massimali di caratteri “0” contigui hanno lunghezza dispari. Esempi: ϵ , “0”, “1”, “10”, “00010111”, “11101000”, “01110111”, ...

Esercizio 2 (20%) Dimostra che l'insieme \mathcal{F} delle funzioni $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathcal{P}(\mathbb{N})$ è equinumeroso all'insieme delle relazioni binarie su \mathbb{N} .

Una funzione appartenente ad \mathcal{F} è, per esempio, la seguente: $f(0) = \{1, 3, 100\}$, $f(1) = \emptyset$, $f(2) = \{3, 23, 89, 601\}$, ...

Una relazione binaria su \mathbb{N} è, per esempio, la seguente: $\{ \langle 0, 1 \rangle, \langle 0, 3 \rangle, \langle 0, 100 \rangle, \langle 2, 3 \rangle, \langle 2, 23 \rangle, \langle 2, 89 \rangle, \langle 2, 601 \rangle, \dots \}$.

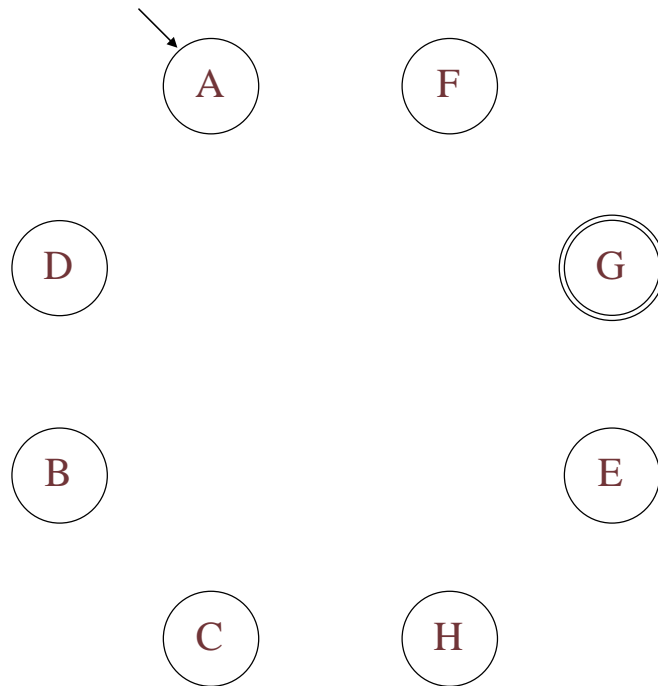
Esercizio 3 (20%) In un corridoio sono presenti due interruttori che controllano la stessa luce centrale. Per esempio: se l'interruttore 1 è su OFF, l'interruttore 2 è su ON e la luce è spenta, allora portare l'interruttore 1 su ON oppure portare l'interruttore 2 su OFF ha l'effetto di accendere la luce.



3.1 Completa la seguente tabella di transizione, che codifica gli stati possibili dell'impianto e i passaggi di stato dovuti all'azionamento dei due interruttori.

Nome stato	Ciò che lo stato codifica	Nome nuovo stato	
		azionando l'int. 1	azionando l'int. 2
A	OFF, OFF, luce spenta		
B	OFF, OFF, luce accesa		
C	OFF, ON, luce spenta		
D	OFF, ON, luce accesa		
E	ON, OFF, luce spenta		
F	ON, OFF, luce accesa		
G	ON, ON, luce spenta		
H	ON, ON, luce accesa		

3.2 Completa il seguente diagramma di transizione, in cui si suppone che lo stato iniziale dell'impianto elettrico sia A (cioè OFF, OFF, luce spenta). Etichetta gli archi con **1** o **2**, a seconda dell'interruttore che causa il passaggio di stato.



3.3 Ottieni (tramite le regole di trasformazione ASF \rightarrow grammatica regolare) una grammatica regolare che descrive tutte le stringhe su $\Sigma=\{1,2\}$ corrispondenti ad azionamenti degli interruttori che, a partire dallo stato A (OFF, OFF, luce spenta), portano nello stato G (ON, ON, luce spenta). Puoi omettere gli stati non raggiungibili.

3.4 Mostra la derivazione dall'assioma della stringa **11121212**.

3.5 Imposta un sistema di variabili resolvendo il quale si possa ottenere l'espressione regolare corrispondente alla grammatica del punto **3.3**.

Esercizio 4 (20%) Mostra una grammatica (qualsiasi) che generi il linguaggio su $\Sigma=\{\mathbf{a,b}\}$ delle stringhe che hanno un numero pari di “**a**” oppure un numero pari di “**b**”. Esempi: “**a**” (numero pari di “**b**”), “**ababa**”, “**bb**”, “**baab**”, “**baaabaababa**”, ... (ma non appartengono al linguaggio: “**ba**”, “**ababab**”,...). Puoi supporre, se ciò ti aiuta, che ϵ non appartenga al linguaggio.

Cognome Nome Matricola

Esercizio 5 (20%) Mostra le classi di equivalenza di Myhill-Nerode per il linguaggio $L=(a+b)(b+c)^*(c+d)$.