AMCA. Curso 2018/19

Relación de Ejercicios Aplicación 5

1 Recupere la matriz dispersa cuyo esquema coordenado es

$$\begin{aligned} AA &= (1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20,21,22) \\ IA &= (1,1,1,2,2,3,3,3,4,4,5,5,5,6,6,6,6,7,7,7,7,8) \\ JA &= (1,2,8,2,4,1,3,4,2,4,4,7,8,2,5,6,7,1,3,5,7,8) \end{aligned}$$

Escriba el esquema CSR asociado.

2 Recupere la matriz dispersa cuyo esquema CSR es

$$\begin{aligned} AA &= (8,4,1,3,2,1,7,9,3,1,5) \\ JA &= (1,2,3,4,1,3,5,2,3,6,6) \\ IA &= (1,3,5,8,11,12) \end{aligned}$$

3 Realice un programa de ordenador que recupere una matriz dispersa a partir de su esquema CSR. (Re)defina el producto de una matriz por un vector haciendo uso de la *dispersidad* de la matriz

4 Calcule los valores propios, los vectores propios, el radio espectral, y la norma uno, infinito y de Frobenius de las siguientes matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1/4 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 \\ 0 & 1/4 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & \sin\theta \\ 0 & -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}.$$

5 Para calcular raíces de polinomios de grado alto es más sencillo construir una matriz cuyo polinomio característico sea el polinomio dado, y aplicarle el método de las potencias. Demuestre que dado cualquier polinomio $p(x) = a_n\,x^n + a_{n-1}\,x^{n-1} + a_1\,x + a_0$, si construimos la matriz

$$A = \begin{pmatrix} -a_n & -a_{n-1} & \cdots & -a_1 & -a_0 \\ 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

entonces su polinomio caracterstico coincide con $(-1)^{n+1}p(x)$.

6 Se considera la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 1 \\ -1 & 3 & -2 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}.$$

Usando el vector inicial $x^{(0)} = (1,0,0)^t$, aplique el método de las potencias y el método de las potencias normalizado para determinar el valor propio dominante y el vector propio asociado con un error menor que $\varepsilon = 0{,}01$.

7 Calcule las tres primeras iteraciones del método de las potencias normalizado para las matrices

a) $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ usando el vector inicial $x^{(0)} = (1, -1, 2)^t$.

b) $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ usando $x^{(0)} = (-1, 0, 1)^t$.

8 Verifique que el método de las potencias no es capaz de calcular el valor propio de módulo máximo de la siguiente matriz,

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & 2 & 3 \\ 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & -\frac{5}{3} & -\frac{2}{3} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Explique por qué ocurre este fenómeno.

9 Realice un programa de ordenador que aplique el método de las potencias y el método de las potencias normalizado para matrices de tamaño hasta 100×100.