

Nanoelectrónica: Ejercicios 5.3, 5.4 y 5.5

Adrián D. Escañuela Copado

25 de mayo de 2021

1 Ejercicio 5.3

Partimos de la expresión general

$$I = \frac{qW}{\pi^2 \hbar^2} \int_{\mu_s - \eta q(V_{GS} - V_T)}^{\infty} \sqrt{2m(E + \eta q(V_{GS} - V_T))} dE \quad (1)$$

Usamos que las funciones de Fermi a $T = 0$ K acaban contribuyendo en la integral como 1 hasta μ_s y 0 más allá.

Ahora diferenciaremos el régimen lineal del régimen de saturación.

- Régimen lineal: $V_{DS} < \eta(V_{GS} - V_T)$

Usamos esta condición como una función escalón $\Theta[\eta(V_{GS} - V_T) - V_{DS}]$ en nuestra ecuación general y nos cambiará a

$$I = \frac{qW}{\pi^2 \hbar^2} \int_{\mu_s - \eta q V_{GS}}^{\mu_s} \sqrt{2m(E - E_C + \eta q V_{GS})} dE \quad (2)$$

esto es ya resoluble de manera analítica, resultando en la expresión que se nos da en el enunciado.

$$I = \frac{qW}{\pi^2 \hbar^2} \sqrt{\frac{8m}{9}} (\eta q)^{3/2} \left[(V_{GS} - V_T)^{3/2} - (V_{GS} - V_T - V_{DS}/\eta)^{3/2} \right] \quad (3)$$

- Régimen de saturación: $V_{DS} > \eta(V_{GS} - V_T)$

Usamos esta condición como una función escalón $\Theta[V_{DS} - \eta(V_{GS} - V_T)]$ en nuestra ecuación general y nos cambiará a

$$I = \frac{qW}{\pi^2 \hbar^2} \int_{\mu_s - \eta q(V_{GS} - V_T)}^{\mu_s} \sqrt{2m(E - E_C + \eta q(V_{GS} - V_T))} dE \quad (4)$$

esto es ya resoluble de manera analítica, resultando en la expresión que se nos da en el enunciado.

$$I = \frac{qW}{\pi^2 \hbar^2} \sqrt{\frac{8m}{9}} (\eta q)^{3/2} (V_{GS} - V_T)^{3/2} \quad (5)$$

2 Ejercicio 5.4

Para el caso $T = 1$ K podemos utilizar la expresión aproximada anterior (que es la solución analítica para $T = 0$ K), puesto que el error que se estará cometiendo será despreciable.

Si hacemos esto, nuestro algoritmo para la obtención de la curva de intensidad cambiará.

```
def algoritmo(I:float) -> float:
    cte=(4.0e6*q*W/(h*h))*np.sqrt(8.0*c*c*m0/9.0)*((eta*q)
    **(3.0/2.0))
    i,j=0,0
    for Vgs in np.linspace(0.3,0.5,5):
        for Vds in np.linspace(0,0.5,50):
            mu_s=Ef
            VT = (Ec-mu_s)/eta0
            if Vds<eta*(Vgs-VT):
                I[i, j]= cte*((Vgs-VT)**(3.0/2.0)
                -(Vgs-VT-Vds/eta)**(3.0/2.0))
            else:
                I[i, j]= cte*(Vgs-VT)**(3.0/2.0)
            i+=1
        i=0
        j+=1
```

Como vemos, he cambiado ligeramente la expresión para acomodarla al uso de $h = 2\pi\hbar$ y de la masa en unidades de eV/c^2 .

Haciendo esto obtengo la gráfica siguiente, donde el valor de intensidad va creciendo con V_{GS} .

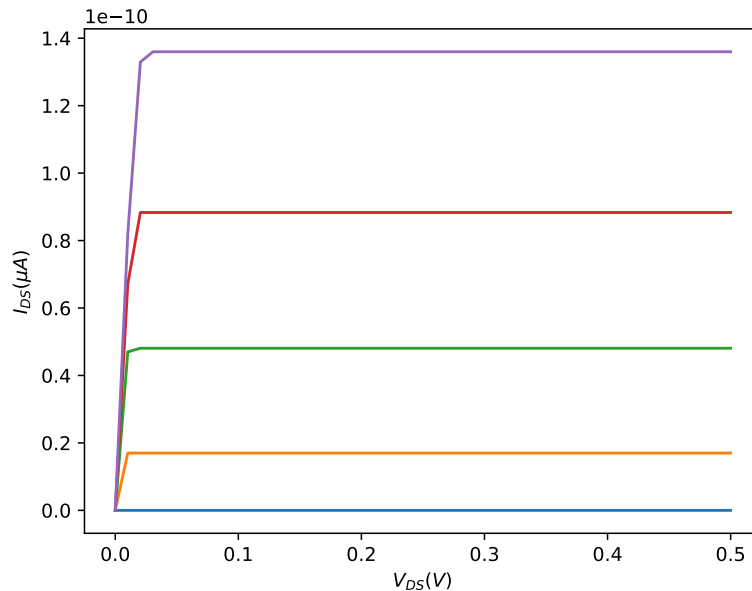


Figure 1: Característica IV para $T = 0$ K. Apreciamos una clara separación entre zona lineal y de saturación. Orden de magnitud erróneo.

Como bien podemos observar, la característica I-V presenta un rango de valores que no es el que debería, esto puede ser causado por la constante. En definitiva, es la gráfica que deberíamos obtener excepto por una constante correctiva.

Para la temperatura $T = 298$ K implemento la ecuación general en lugar de las aproximaciones para los casos de temperatura baja, es decir, la ecuación (1).

Para eso ahora he de cambiar el algoritmo para que efectúe integrales numéricas, ahora tenemos:

```
def algoritmo(I:float) -> float:
    cte=4.0e6*q*W/(h*h)
    i,j=0,0
    for Vgs in np.linspace(0.3,0.5,5):
        for Vds in np.linspace(0,0.5,50):
            mu_s=Ef
            mu_d=mu_s-Vds
            VT = (Ec-mu_s)/eta0
            I[i, j] = cte*quad(lambda E:np.sqrt(2.0*m0*c*c*(E+(eta
            *(Vgs-VT))))
                        *(fermi(E,mu_s)-fermi(E,mu_d)), mu_s-eta*(Vgs
            -VT), np.inf)[0]
            #print("I[{0},{1}]={2}\n".format(i,j,I[i,j]))
            i+=1
        i=0
        #print("\n")
        j+=1
```

Si dejamos de comentar los comandos de imprenta (`print()`), vemos como esto nos da en la terminal todo el rato "nan". Es por esto por lo que no puedo obtener las gráficas en este caso, ni siquiera con el orden de magnitud equivocado.

Sin embargo, si incluimos el comando `abs()` en la raíz cuadrada (que en principio no debería ser necesario dados los límites de integración), sí que obtenemos la gráfica correcta (no el orden de magnitud). Esto podemos verlo en la figura a continuación:

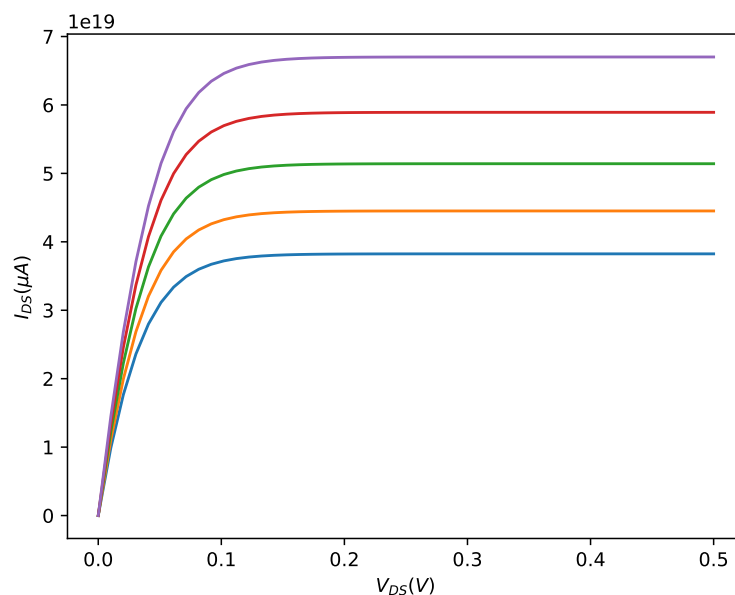


Figure 2: Característica IV para $T = 298$ K. Orden de magnitud erróneo.

Si representamos esto logarítmicamente podemos comprobar que la forma que observamos será la esperada:

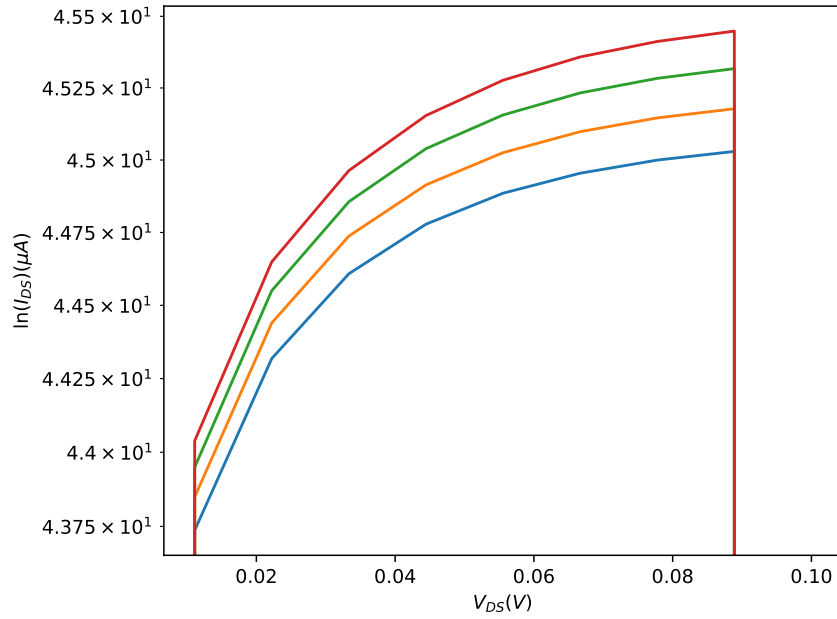


Figure 3: Característica IV logarítmica en I para $T = 298$ K. Orden de magnitud erróneo.

Haciendo un cálculo aproximado, gráficamente vemos que la pendiente (cuando es más empinada, los primeros valores) es de $m \approx \frac{44.56 - 44 \mu A}{0.02 \text{ mV}} \approx 28$ unidades de conductancia. Como las décadas están definidas para logaritmos decimales, hacemos la conversión $m[\log] = m[\ln] \times \ln(10) = 28 \times 2.3 \text{ mV/decada} = 65 \text{ mV/decada}$.

La tendencia es aproximadamente lo que deberíamos obtener, aunque notamos que la pendiente cambia bastante en el rango de tensiones umbrales dadas, no es constante.

3 Ejercicio 5.5

No lo he hecho.