Thermal-Equilibrium Electron Concentration

$$n_0 = \int g_c(E) f_F(E)\, dE$$ 熱平衡下電子濃度

積分的下限為E_C，而上限應為可允許的傳導帶的頂端能量。費米機率函數會隨著能量的增加而快速地趨近於0，因此我們可以將積分的上限設為無窮大。
現在我們假設費米能階是位於禁止能階之內。對傳導帶中的電子而言，能量為E>E_C。如果$(E_C - E_F) >> kT$，則$(E - E_F) >> kT$，如此費米機率函數可簡化為波茲曼近似，即

$$f_F(E) = \frac{1}{1 + \exp\frac{(E - E_f)}{kT}} \approx \exp\frac{-(E - E_f)}{kT}$$

帶回n_0

$$n_0 = \int_{E_c}^{\infty} \frac{4\pi\left(2m_n^*\right)^{3/2}}{h^3} \sqrt{E - E_c}\, \exp\left[\frac{-(E - E_F)}{kT}\right] dE$$

利用變數變換令 $\eta = \frac{E - E_c}{kT}$

Gamma function

$$n_0 = \frac{4\pi\left(2m_n^* kT\right)^{3/2}}{h^3} \exp\left[\frac{-(E_c - E_F)}{kT}\right] \underbrace{\int_0^{\infty} \eta^{1/2} \exp(-\eta)\, d\eta}_{\frac{\sqrt{\pi}}{2}}$$

$$\boxed{n_0 = 2\left(\frac{2\pi m_n^* kT}{h^2}\right)^{3/2} \exp\left(\frac{-(E_c - E_f)}{kT}\right) = N_c \exp\left(\frac{-(E_c - E_f)}{kT}\right)}$$