



Tecnológico de Monterrey

INSTITUTO TECNOLÓGICO DE ESTUDIOS SUPERIORES
CAMPUS PUEBLA

MÉTODOS NUMÉRICOS EN INGENIERÍA

M2025.2

PRIMAVERA 2020

Aplicación de los métodos numéricos para un modelo biológico depredador-presa

Reporte Técnico

INTEGRANTES:

Diana Laura Gómez Bravo

Diana Lisset Mercado Mondragón

Ilse Paola López Arreola

María Fernanda Ruiz Parada

ASESOR:

Adolfo Centeno Téllez

Fecha de entrega:

31 de marzo de 2020

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN	2
DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA A RESOLVER	2
RESULTADOS	3
Método de Bisección	3
Método de Secante	4
Método de Newthon-Raphson	5
Método de Bairstow	6
CONCLUSIONES	6
REFERENCIAS	7

INTRODUCCIÓN

Nuestra profesión implica el uso constante de las computadoras. Hoy en día hay muy pocas actividades que no tienen contacto con el uso de las mismas, pero el manejo inteligente de estos programas, depende del conocimiento de la teoría básica en lo que se basan estos métodos.

- Diana Mercado

La biodiversidad es la responsable de garantizar el equilibrio de los ecosistemas de todo el mundo, por consiguiente, todas las especies dependen de ella para sobrevivir, hasta los humanos.

La biodiversidad es la variedad de formas de vida en el planeta (incluyendo los ecosistemas terrestres, marinos y los complejos ecológicos de los que forman parte), más allá de la diversidad dentro de cada especie, entre las especies y entre los ecosistemas. La biodiversidad varía según las distintas regiones ecológicas, y es mucho más alta en las zonas tropicales que en climas templados. (Moisés Rivera Apodaca, 2015)

Tristemente e irónicamente, la principal amenaza para la biodiversidad son las acciones humanas, las cuales se pueden verse manifestadas a través de los incendios forestales, caza, deforestación, cambios en el clima, modificaciones en los ecosistemas, entre otros; este daño afecta tanto a las especies que habitan en ese lugar determinado, como a la red de interconexiones con las demás especies y medio ambiente; derivando que muchas de las especies se extingan antes de haber podido ser estudiadas, o inclusive antes de que se tomara alguna medida para su preservación.

Por esta razón, se decidió tomar a la biodiversidad (específicamente hablando, en los bosques templados de México, en relación con el conejo serrano y los depredadores, pumas, que se encuentran en esa zona), como tema central para este proyecto, puesto que, es un área de la biología, que puede estar en conjunto con la Ingeniería en Biotecnología, Ingeniería en Desarrollo Sustentable e Ingeniería Industrial y de Sistemas.

Para el desarrollar este proyecto y poder resolver la problemática planteada, se decidió hacer uso de los conocimientos adquiridos en Métodos Numéricos, debido a que son técnicas mediante las cuales se es posible formular problemas matemáticos que pueden ser resueltos haciendo uso de operaciones aritméticas. En un análisis numérico lo que se busca es diseñar un método para encontrar soluciones “aproximadas” a problemas complejos, utilizando operaciones aritméticas simples, para esto es necesario una secuencia de operaciones algebraicas y lógicas que produzcan la aproximación al problema matemático.

En este caso se cuenta con distintos métodos numéricos como el de Newton-Raphson, de bisección y de secante, para poder resolver la problemática. Con ellos se busca llegar a un resultado aproximado que será comprobado con la herramienta de MATLAB.

DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA A RESOLVER

En los bosques templados de México habitan los pumas, depredadores que se alimentan, principalmente, del conejo serrano, o cualquier presa de tamaño pequeño.

Un biólogo está interesado en conocer la relación existente entre ambas especies, por lo que desarrolla una ecuación en función del número de conejos x que hay en el bosque haciendo uso del índice de biodiversidad. La ecuación es la siguiente:

$$y = \frac{1}{6} x^2 - 10 x + 90$$

Con ella, se espera obtener aquel valor que represente la cantidad de conejos que serán alimento para los pumas, tomando en cuenta [dentro del índice de biodiversidad] tasas de cambio de su reproducción, caza, presas de otros animales, entre otros.

RESULTADOS

Método de Bisección

Es un método numérico de búsqueda de una raíz en una función que se sabe se encuentra dentro de un intervalo conocido. Se basa en un algoritmo de búsqueda de raíces que trabaja dividiendo el intervalo a la mitad y seleccionando el subintervalo que tiene la raíz. Es uno de los métodos más sencillos y de fácil intuición para resolver ecuaciones de una variable.

El intervalo que se tomó fue 11 y 12, ya que dentro de este rango se encuentra una de las raíces de la función $y = \frac{1}{6} x^2 - 10 x + 90$.

La tolerancia que se estableció fue de 0.00000001 para que el resultado que se obtuviera fuera más acertado.

Una vez aplicando el método, se obtuvieron 25 iteraciones que arrojaron un resultado de 11.0263. Este número es la representación de que justamente ahí existirá una de las raíces o intersección en X una vez que se grafique nuestra función.

En términos del problema, el 11.0263 es el valor de x para los cuales $f(x) = 0$.

Cualquier otro punto en la gráfica representará la cantidad de conejos que serán alimento para los pumas.

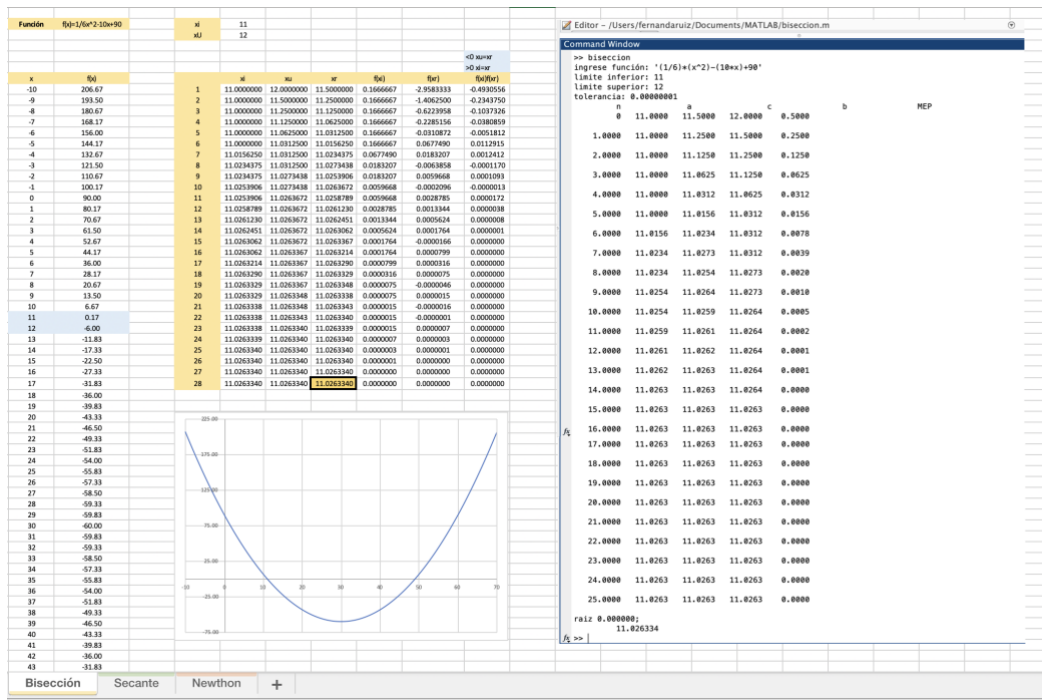


Imagen no. 1. Método de bisección para la función $y = \frac{1}{6}x^2 - 10x + 90$, usando Excel y corroborando en MATLAB.

Método de Secante

Es un método para encontrar los ceros de una función de manera iterativa. Es una variación del método de Newton-Raphson, pero en lugar de calcular la derivada de la función en el punto de estudio, aproxima la pendiente a la recta que une la función evaluada en el punto de estudio y en el punto de la iteración anterior.

En otras palabras, el método de la secante es un algoritmo de la raíz de interés que utiliza una serie de raíces de las líneas secantes para aproximar mejor la raíz de una función f .

A comparación de otros métodos como el de bisección, el cual solo divide por mitades sucesivamente hasta dar con un valor aproximado al real y, por consiguiente, conlleva un número significativamente mayor de iteraciones.

Para la realización de este método se parte, asignando un límite inferior y posterior de 10 y 12, respectivamente.

Posteriormente, se obtuvo un total de 3 iteraciones y el resultado fue de 11.0256. Aquí es donde se puede notar su eficiencia en comparación con las 25 iteraciones obtenidas con el método de bisección.

Como se mencionó anteriormente este método arroja el valor para el cual la función $f(x)$ será cero y ese valor fue 11.0256.

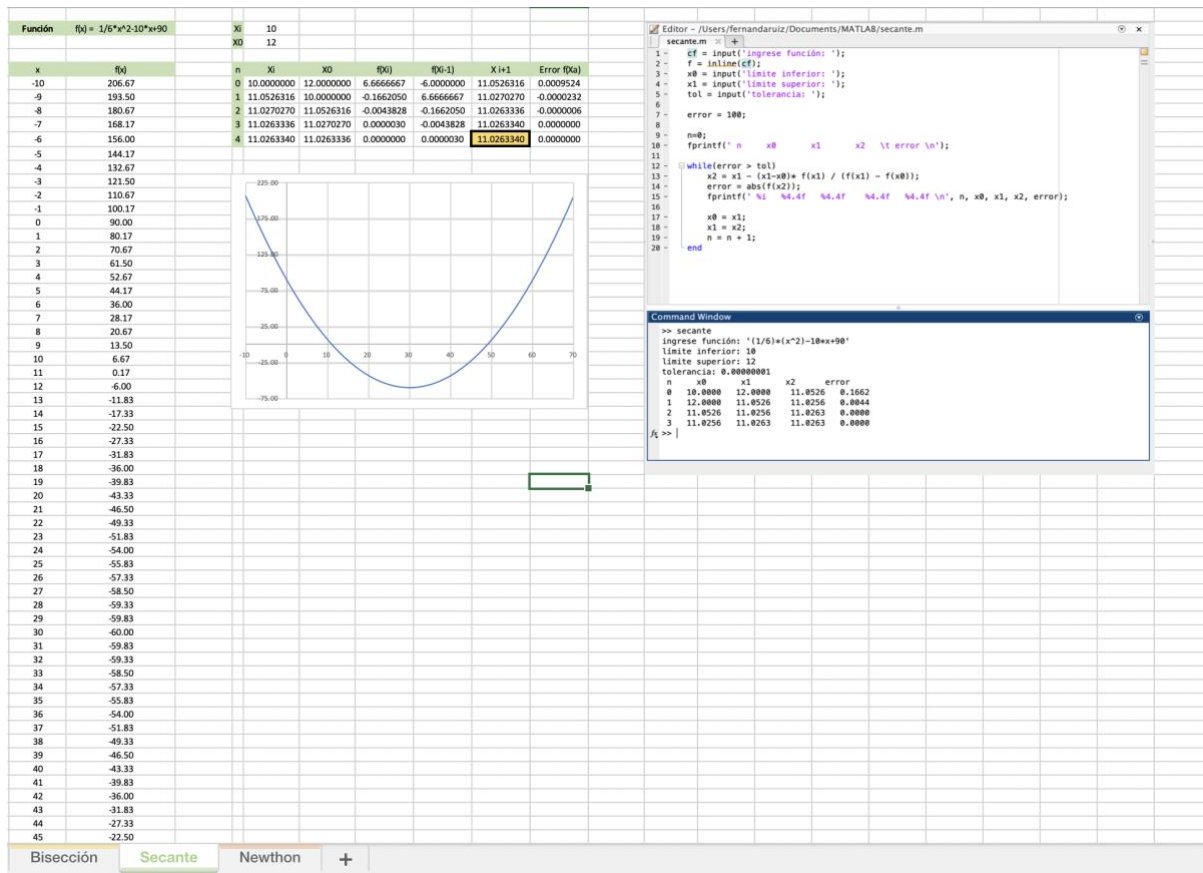


Imagen no. 2. Método de secante para la función $y = \frac{1}{6}x^2 - 10x + 90$, usando Excel y corroborando en MATLAB.

Método de Newton-Raphson

Este método de resolución numérica busca un cero de la función $f(x)$ por aproximaciones sucesivas a partir de un valor inicial x_0 . El valor sucesivo x_{n+1} es la abscisa del punto en que la tangente a la gráfica de $f(x)$ en x_n corta al eje x .

Naturalmente es necesario que la función que se utilice sea derivable. Por el contrario, el método es inaplicable ya que la derivada se anula.

Este método es de especial interés cuando el costo computacional de derivar la función de estudio y evaluarla es demasiado elevado, por lo que el método de Newton no resulta atractivo.

Si se compara el método de Newton-Raphson con el método de la secante, el método de Newton-Raphson converge más rápido, sin embargo, el método de Newton-Raphson requiere la evaluación de $f(x)$ y su derivada en cada paso, mientras que el método de la secante sólo requiere la evaluación de $f(x)$. Por lo tanto, el método de la secante resulta más rápido en la práctica.

La tolerancia del método asignada para este método fue igual que para los otros de 0.0000001 y el resultado que se obtuvo fue de 11.0263

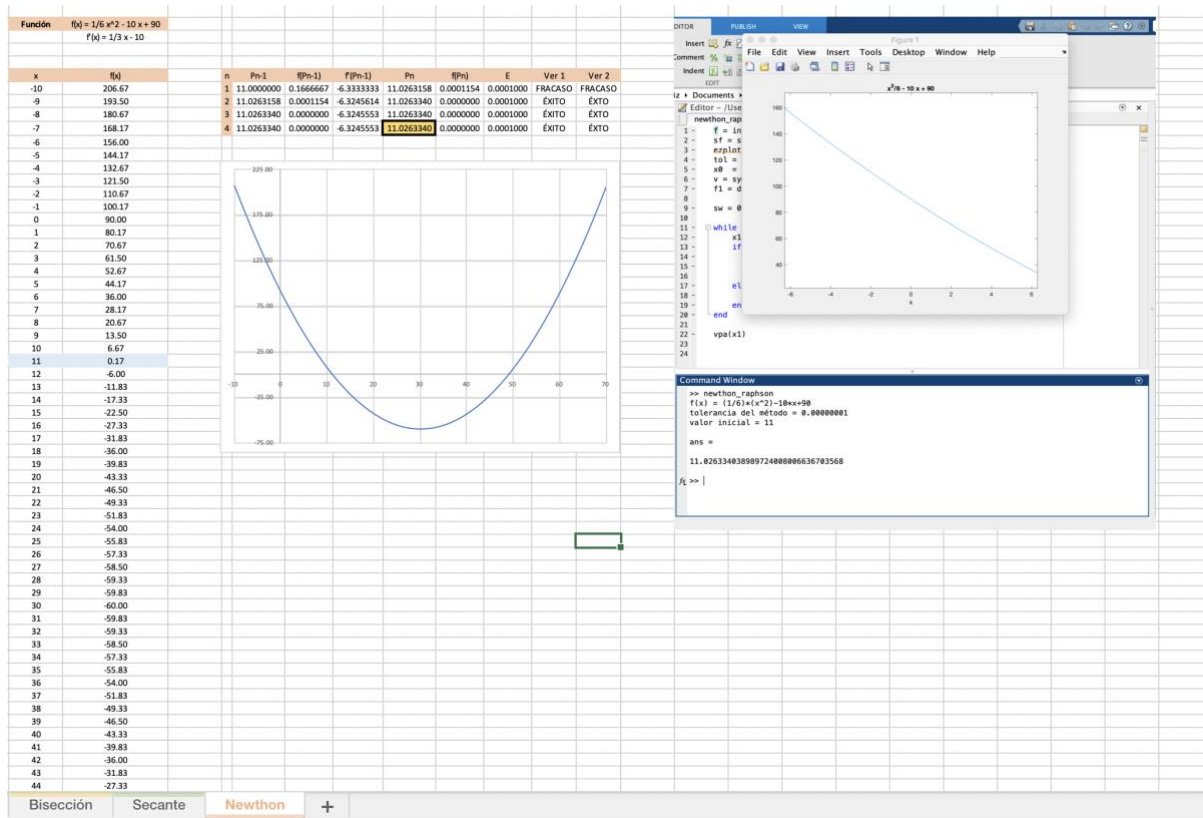


Imagen no. 3. Método de Newton-Raphson para la función $y = \frac{1}{6}x^2 - 10x + 90$, usando Excel y corroborando en MATLAB.

Método de Bairstow

Bairstow es un método de análisis numérico que se usa para resolver ecuaciones polinómicas de cierto grado arbitrario, para el cual realiza la reducción del grado del polinomio; por lo tanto, su realización no fue posible, debido a que inicialmente se había planteado una ecuación cuadrática y al reducir su grado, se obtendría una ecuación lineal que no sería posible resolver.

CONCLUSIONES

Como conclusión, se puede decir que al aplicar todos los métodos se obtuvo el mismo resultado de la raíz, aproximado a 11.02 (valor de la x , en donde $f(x)=0$, no habría conejos) y al comprobarlo a través de MATLAB, de igual forma, se obtuvo el mismo valor, demostrando que cualquiera de estos tres métodos sirve; de igual manera, se confirma que cada uno de estos tiene su propia ejecución y fundamento, por lo que cada uno también tendrá cierta dificultad o facilidad.

Entre las claras diferencias existentes entre los métodos, se encuentran, por ejemplo, el de bisección, que es un método que conlleva demasiadas iteraciones a comparación del método de la secante, y por ende, este último resulta más eficiente. El método de Newton-Raphson es muy similar al de la secante, sin embargo, este método no serviría si se tuviera una función

que no es derivable. Además de que el método de la secante resulta más rápido en la práctica ya que solo requiere la evaluación de $f(x)$ y Newton en cambio requiere de la evaluación de $f(x)$ y su respectiva derivada.

Es importante que se obtengan este tipo de aproximaciones y cálculos matemáticos mediante los métodos numéricos, pues muchas veces esto nos ayuda a conseguir algunos resultados de una manera sistemática, más rápida y con mayor eficacia. Es importante meter temas biológicos que pueden ser calculados con estos métodos, para de esta forma obtener resultados rápidos y veraces. Con estos resultados inclusive se pudo haber prevenido la extinción de algunas especies, por lo que es importante resolver la problemática que se presenta en los bosques mexicanos.

REFERENCIAS

- KND. (-). Importancia de los métodos numéricos. 27.03.2020, de KND Sitio web: <https://sites.google.com/site/ittgknd/home/1-1-importancia-de-los-metodos-numer>
- Oficina de Prensa y Colaboradores, Moisés Rivera Apodaca. (2015). LA IMPORTANCIA DE LA BIODIVERSIDAD. 27.03.2020, de CIAD Sitio web: <https://www.ciad.mx/notas/item/1209-la-importancia-de-la-biodiversidad>
- Universidad Autónoma de Baja California. (s.f).Funciones cuadráticas. Recuperado de:<http://fcm.ens.uabc.mx/~chelo/precalculo/6-func-cqdrqtcqs/ejerc-6.pdf>