## Resumen rápido del objetivo

- **Dato real**: $x_{real} = 2$.
- **Entrada aleatoria**: $z = 1$.
- **Generator (G)**: $G(z) = w_g \cdot z + b_g$. El **objetivo implícito** del generador es producir un número $x_{fake}$ **lo más parecido posible a 2** (el dato real), porque así engaña al discriminador.
- **Discriminator (D)**: $D(x) = \sigma(w_d \cdot x + b_d)$ donde $\sigma$ es la sigmoide. D intenta dar 1 para datos reales y 0 para datos falsos.
- **Pérdidas**:
  - $L_D = -\big(\ln D(x_{real}) + \ln(1 - D(G(z)))\big)$
  - $L_G = -\ln D(G(z))$
- **Actualización**: gradiente descendente con learning rate $lr = 0.1$.

Pesos iniciales: $w_g = 0.5,\ b_g = 0,\ w_d = 1.0,\ b_d = 0.$

Paso 2

## Cálculos — iteración 1 paso a paso (todos los números)

### 1) Generador produce el fake

$$x_{fake} = w_g \cdot z + b_g = 0.5 \cdot 1 + 0 = 0.5$$

### 2) Salidas del discriminador (sigmoide)

Sigmoide: $\sigma(t) = \dfrac{1}{1 + e^{-t}}$.

- Para el real:

$$D(x_{real}) = \sigma(w_d \cdot x_{real} + b_d) = \sigma(1 \cdot 2 + 0) = \sigma(2) = \frac{1}{1 + e^{-2}}$$

  Numérico: $D_{real} \approx 0.880797078977$.

- Para el fake:

$$D(x_{fake}) = \sigma(1 \cdot 0.5 + 0) = \sigma(0.5) = \frac{1}{1 + e^{-0.5}}$$

  Numérico: $D_{fake} \approx 0.6224593312018546$.

(Estos son valores estándar de la sigmoide: $\sigma(2) \approx 0.88079708,\ \sigma(0.5) \approx 0.62245933$.)

Paso 3

### 3) Pérdidas (Binary Cross-Entropy)

- Discriminador:

$$L_D = -(\ln D_{real} + \ln(1 - D_{fake}))$$

  Cálculo:

  - $\ln D_{real} \approx \ln(0.880797078977) \approx -0.126928011042.$
  - $1 - D_{fake} \approx 0.3775406687981454.\ \ln(1 - D_{fake}) \approx \ln(0.3775406687981454) \approx -0.9740769841801067.$
  - Suma: $-0.126928011042 + (-0.9740769841801067) = -1.1010049952221067.$
  - Negativo: $L_D \approx 1.1010049952221067.$
- Generador:

$$L_G = -\ln D_{fake} \approx -\ln(0.6224593312018546) \approx 0.4740769841801067.$$

paso 4

### 4) Gradientes del discriminador (correctos)

Derivadas analíticas (resumidas):

- $\dfrac{\partial L_D}{\partial w_d} = -(1 - D_{real}) \cdot x_{real} + D_{fake} \cdot x_{fake}$
- $\dfrac{\partial L_D}{\partial b_d} = -(1 - D_{real}) + D_{fake}$
  (equivalente a $D_{fake} + D_{real} - 1$)

**Cálculos numéricos:**

- $1 - D_{real} \approx 0.119202921022$. Multiplicado por $x_{real} = 2 \rightarrow 0.238405842044.$
- $D_{fake} \cdot x_{fake} \approx 0.6224593312018546 \cdot 0.5 = 0.3112296656009273.$
- Entonces:

$$\frac{\partial L_D}{\partial w_d} = -(0.238405842044) + 0.3112296656009273 = 0.07282382355692726.$$

- Y

$$\frac{\partial L_D}{\partial b_d} = -(0.119202921022) + 0.6224593312018546 = 0.5032564101798546 \text{ (aprox } 0.5032564101788546).$$

> **Nota importante:** en mensajes anteriores había una fórmula de ejemplo para $dL/db_d$ que era incorrecta; la correcta es la que aparece arriba. Si usas Excel, usa exactamente `= - (1 - D_real) + D_fake` o `= D_fake + D_real - 1`.

Paso 5

## 5) Gradientes del generador (correctos)

Para $L_G = -\ln D(G(z))$:

- Primero $\dfrac{dL_G}{dx_{fake}} = -(1 - D_{fake}) \cdot w_d$.
- Luego

$$\frac{\partial L_G}{\partial w_g} = \frac{dL_G}{dx_{fake}} \cdot \frac{dx_{fake}}{dw_g} = -(1 - D_{fake}) \cdot w_d \cdot z.$$

$$\frac{\partial L_G}{\partial b_g} = -(1 - D_{fake}) \cdot w_d.$$

**Cálculos numéricos:**

- $1 - D_{fake} \approx 0.3775406687981454.$
- $w_d = 1.0,\ z = 1.$
- $\dfrac{\partial L_G}{\partial w_g} \approx -0.3775406687981454.$
- $\dfrac{\partial L_G}{\partial b_g} \approx -0.3775406687981454.$

paso 6

## 6) Actualización de pesos (gradiente descendente, lr=0.1)

- Discriminador:
  - $w_d^{new} = w_d - lr \cdot \dfrac{\partial L_D}{\partial w_d} = 1.0 - 0.1 \cdot 0.07282382355692726 \approx 0.9927176176443073.$
  - $b_d^{new} = b_d - lr \cdot \dfrac{\partial L_D}{\partial b_d} = 0 - 0.1 \cdot 0.5032564101788546 \approx -0.05032564101788546.$
- Generador:
  - $w_g^{new} = w_g - lr \cdot \dfrac{\partial L_G}{\partial w_g} = 0.5 - 0.1 \cdot (-0.3775406687981454) = 0.5 + 0.03775406687981454 \approx 0.5377540668798145.$
  - $b_g^{new} = 0 - 0.1 \cdot (-0.3775406687981454) \approx 0.03775406687981454.$

## 7) ¿Qué generará G ahora?

Con los pesos actualizados,

$$x_{fake}^{(new)} = w_g^{new} \cdot z + b_g^{new} \approx 0.5377540668798145 \cdot 1 + 0.03775406687981454 \approx 0.5755081337596291.$$

Sigue lejos de 2, pero **se movió desde 0.5 hacia 0.5755**: el generador se ha ajustado para aumentar su salida (porque el discriminador estaba reconociendo que el fake era demasiado pequeño).