

Autour du Manège Enchanté

Antonin Dudermel

1 Un Graphe pour le Manège

1.1 Le Manège

Le Manège enchanté est un rond-point assez particulier situé sur une intersection à 5 voies à Swindon en Angleterre : il est composé de 5 petits ronds-points tournant dans le sens anti-horaire (comme les ronds-points anglais) disposés en périphérie d'un grand rond-point central tournant dans le sens inverse, la priorité étant aux voitures situés à l'intérieur des petits ronds-points, comme le montre la figure 1.

Une telle disposition permet une diversité des itinéraires possibles pour aller d'une entrée à une sortie (voir figure 2). Le manège serait grâce à cela une réponse plus efficace au problème des intersections routières : assurer un trafic le plus fluide possible, des distances plus courtes, des infrastructures plus sûres... L'objectif de ce TIPE est de montrer que le manège enchanté remplit bien de telles conditions. Nous avons pour cela mis en place deux modèles : un utilisé en pratique pour étudier des infrastructures routières, par automates cellulaires, mais face à la complexité de ce modèle, nous nous sommes rabattus sur une étude plus élémentaire *via* la théorie des graphes.

1.2 Modéliser par un graphe

On peut aisément représenter un ensemble de routes par un graphe orienté pondéré : il suffit de considérer chaque intersection comme un sommet et chaque route comme une arête reliant une intersection à une autre de poids la longueur de la route. En appliquant ce principe au manège enchanté, on aboutit au graphe représenté par la figure 3a. De même on peut construire un graphe représentant le rond-point formé par la périphérie du manège.

L'intérêt principal de l'étude étant plus la forme du manège que cet exemple particulier, par souci d'implantation, le graphe a encore été simplifié en considérant les sorties et les intersections internes disposées en pentagones réguliers.

FIGURE 1 – le manège enchanté

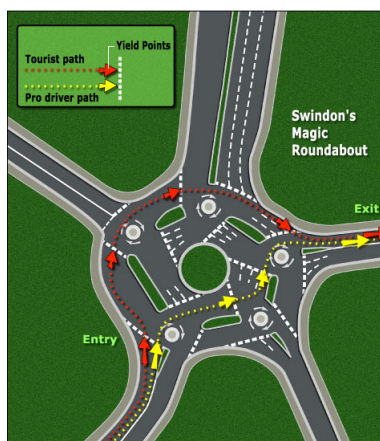
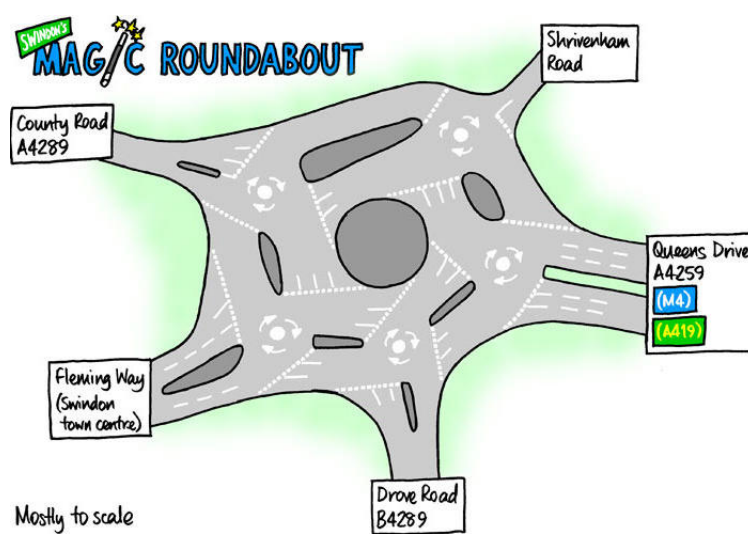


FIGURE 2 – itinéraires possibles

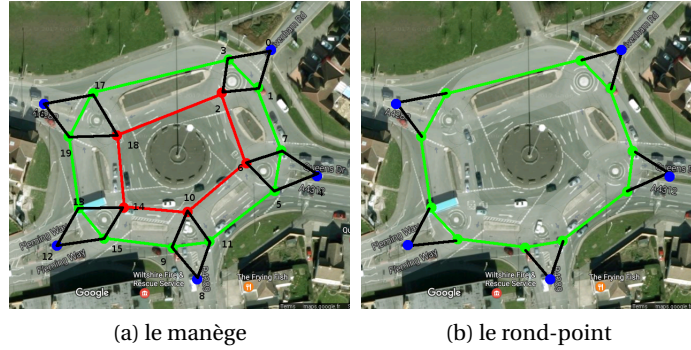


FIGURE 3 – un graphe adapté au manège

FIGURE 4 – Rapport entre la distance entrée-entrée pour le rond-point et le manège (en %)

entrée	0	4	8	12	16
0	100	100	100	60	36
4	36	100	100	100	60
8	60	36	100	100	100
12	100	60	36	100	100
16	100	100	60	36	100

1.3 Réduction des distances

Muni de ces deux graphes, on peut dès lors appliquer l'algorithme de Floyd-Warshall pour connaître la distance entre les entrées-sorties, et les comparer entre les deux graphes. Le tableau 4 montre le rapport des distances du manège sur celles du rond-point. Sans surprise, on remarque un gain énorme quand il s'agit de prendre la sortie située immédiatement à gauche de l'entrée, puisqu'il n'est pas nécessaire de faire tout le tour du rond-point. Le manège réduit donc bien les distances par rapport à un rond-point classique.

1.4 Résistant aux coupures de section

Un point remarquable du manège est que, comme le montre la figure 2, le conducteur dispose de plusieurs itinéraires pour aller d'une entrée à une sortie.

Ainsi, si suite à un évènement, certaines sections se trouvent impraticables, le manège reste fonctionnel. Un algorithme permet de trouver quelles sections ne sont pas nécessaires au bon fonctionnement du manège. Défini formellement :

Définition 1 Soit $G = (V, E)$ un graphe orienté. L'arc $(a, b) \in E$ est dit critique si le graphe $G' = (V, E \setminus \{(a, b)\})$ n'a pas les mêmes composantes fortement connexes que G .

Un théorème intéressant nous permet de déterminer de tels arcs :

Théorème 1 Soit $G = (V, E)$ un graphe orienté fortement connexe, $(a, b) \in E$, alors : $G' = (V, E \setminus \{(a, b)\})$ est fortement connexe SSI il existe un chemin de a à b dans G'

2 Un Modèle par automate cellulaire

2.1 Automate cellulaire

2.2 Le Problème des intersections

2.3 Étude locale

2.4 Limites du modèle pour le manège

Annexe