

Uma vez que a , b e c não dependem de z , todas as expressões entre colchetes devem se anular individualmente, produzindo o seguinte sistema de equações diferenciais ordinárias:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial a}{\partial r} + \frac{\partial^2 a}{\partial r^2} = 0 \quad (9)$$

$$(w_0 + w_1 r^2) b c - \alpha \left(\frac{1}{r} \frac{\partial b}{\partial r} + \frac{\partial^2 b}{\partial r^2} \right) = 0 \quad (10)$$

$$\frac{b}{r} \frac{\partial c}{\partial r} + 2 \frac{\partial b}{\partial r} \frac{\partial c}{\partial r} + b \frac{\partial^2 c}{\partial r^2} = 0 \quad (11)$$

$$\frac{\partial c}{\partial r} = 0 \quad (12)$$

A equação (12) informa que c é constante ($c=c_0$), resultado que também satisfaz (11). Restam, portanto, duas equações a resolver. A solução de (9) é obtida em duas etapas. Fazendo

$$\frac{\partial a}{\partial r} = f \quad (13)$$

obtem-se

$$\frac{f}{r} + \frac{\partial f}{\partial r} = 0 \quad (14)$$

Separando variáveis, resulta

$$\frac{df}{f} = -\frac{dr}{r} \quad (15)$$

Integrando ambos os membros, obtém-se

$$\ln f = -\ln r + \ln a_1 \quad (16)$$

ou

$$f = \frac{a_1}{r} \quad (17)$$

Substituindo em (13) e integrando, resulta

$$a = a_0 + a_1 \ln r \quad (18)$$

A equação (10), que foi convertida em

$$(w_0 + w_1 r^2) b c_0 - \alpha \left(\frac{1}{r} \frac{\partial b}{\partial r} + \frac{\partial^2 b}{\partial r^2} \right) = 0 \quad (19)$$

Admite soluções do tipo exponencial de polinômio, o que pode ser facilmente verificado ao multiplicar todos os termos por r :

$$(w_0 r + w_1 r^3) b c_0 - \alpha \left(\frac{\partial b}{\partial r} + r \frac{\partial^2 b}{\partial r^2} \right) = 0 \quad (20)$$

Note-se que nesta equação figuram termos polinomiais multiplicando b e suas derivadas, termos produzidos cada vez que a exponencial de um polinômio sofre derivação. Resta, portanto, encontrar o grau do polinômio correspondente. Uma prescrição simples para a candidata a solução é um perfil gaussiano:

$$b = b_0 e^{b_1 r^2} \quad (21)$$

Substituindo (21) em (10), obtém-se

$$[(c_0 w_1 - 4 \alpha b_1^2) r^2 + c_0 w_0 - 4 \alpha b_1] b_0 e^{b_1 r^2} = 0 \quad (22)$$

Como a exponencial não pode ser nula para qualquer valor de r , o conteúdo entre colchetes deve ser igual a zero. Esse conteúdo é um polinômio na variável radial, de modo que os coeficientes de cada potência de r devem ser nulos, produzindo o seguinte sistema algébrico:

$$b_1 = \frac{c_0 w_0}{4 \alpha} \quad (23)$$