$$c_0 = 4 \propto \frac{w_1}{w_0^2} \tag{24}$$

Assim, a distribuição de temperaturas na região do fluido interno resulta

$$T = a_0 + a_1 lnr + b_0 e^{\frac{w_1}{w_0} r^2 + 4\propto \frac{w_1}{w_0^2} z} \tag{25}$$

Nessa equação, a constante deve ser nula, a fim de evitar uma singularidade em r=0. Os demais parâmetros devem ser determinados utilizando restrições fisicamente realistas. Como exemplo, para fluidos que operam em contracorrente, se o trocador fosse suficientemente longo, a ponto da temperatura de saída do fluido interno resultar igual à de entrada do fluido externo (T_{ee}), a condição assintótica

$$\lim_{z \to \infty} T = T_{ee} \tag{26}$$

seria realista. Entretanto, essa condição independe do tamanho do trocador, de modo que permanece válida para cenários realistas. Uma vez que a exponencial presente na solução dada por (25) tende a zero,

$$a_0 = T_{ee} \tag{27}$$

Outra restrição fisicamente realista consiste em impor que a temperatura no ponto central (r=0) da primeira secção transversal do duto (z=0) seja igual à própria temperatura de entrada do fluido interno:

$$\mathrm{T}(0{,}0) = T_{ei} \tag{28}$$

Aplicando essa condição de passagem por pontos sobre a solução, obtém-se

$$a_1 = T_{ii} - T_{io} \tag{29}$$

Os demais parâmetros podem ser especificados utilizando restrições hidrodinâmicas. Impondo a condição de deslizamento parcial junto à parede, dada por

$$w = w_p \;\; para \;\; r = R_i \tag{30}$$

onde w_p é a velocidade junto à parede, resulta

$$w_0 = w_w - w_1 R_i^2 \tag{31}$$

Outra restrição hidrodinâmica consiste na imposição da mesma vazão em qualquer secção transversal ao longo do tubo:

$$Q = \int_0^R 2\pi r w \, dr \tag{32}$$

Essa vazão fixa corresponde à obtida para perfil uniforme (plug) de velocidade, dada por

$$Q = \pi R^2 W_\infty \tag{33}$$

Essa restrição especifica o último parâmetro livre na solução:

$$w_1 = \frac{w_w - 2W_\infty}{R_i^2} \tag{34}$$

Dessa forma, a distribuição de temperaturas na região do fluido interno, delimitada pelo intervalo $0 < r < R_i$, pode ser expressa em termos dos dados de entrada do problema:

$$T = T_{io} + (T_{ii} - T_{io}) e^{\frac{2(W_w - W_\infty)}{R_i^2 (W_w - 2W_\infty)}\left(-r^2 + \frac{4\propto z}{(W_w - 2W_\infty)}\right)} \tag{35}$$

Nessa equação, ainda não foi especificado o valor numérico da velocidade junto à parede.

SOLUÇÃO PARA A REGIÃO DA PAREDE DOS TUBOS

Na região situada entre os raios interno (R_i) e externo (R_0) dos dutos, a solução local é obtida ao substituir (7) em (2), o que produz as mesmas expressões para as funções a e c, sendo que a equação diferencial ordinária a partir da qual se obtém b é dada por

$$\frac{1}{r}\frac{\partial b}{\partial r} + \frac{\partial^2 b}{\partial r^2} + c_0^2 b = 0 \tag{36}$$