matemáticas que não são triviais para uma correlação com a prática, muitos estudantes se sentem desmotivados com o assunto, o que poderia ser contornado com a observação e análise de um modelo real de um braço robótico apresentando como ele se comporta de acordo com certos parâmetros dimensionais do robô.

2.1. MOVIMENTOS DE CORPO RÍGIDO

Para o equacionamento da cinemática de braços robóticos, necessita-se, primeiramente, ter uma referência ou sistemas de coordenadas para representar as posições e orientações de corpos rígidos. Também é de grande relevância saber as transformações de coordenadas entre esses sistemas, para que vetores que representam posições, velocidades e acelerações, dados em um determinado sistema de coordenadas, possam ser representados em outros sistemas de coordenadas.

A seguir será apresentada a teoria básica de operações de rotação e translação entre dois sistemas de mesmo tipo, além da transformação homogênea.

2.1.1.ROTAÇÕES

Dado um ponto P no espaço tridimensional, deseja-se relacionar as coordenadas deste ponto no sistema de coordenadas $O(x_1, y_1, z_1)$ em relação ao sistema fixo inercial $O(x_0, y_0, z_0)$, com representado na Figura 1.

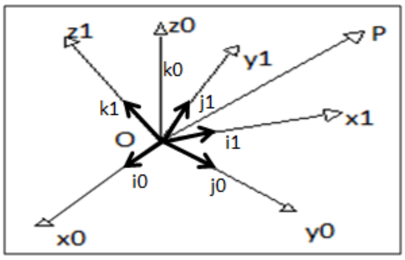

Figura 1 – Sistemas dextrórigos

Considerando os vetores unitários: (i_0, j_0, k_0) e (i_1, j_1, k_1), pode-se representar o ponto P em relação aos dois sistemas.

$$P_0 = P_{0x} i_0 + P_{0y} j_0 + P_{0z} k_0 (1)$$
$$P_1 = P_{1x} i_1 + P_{1y} j_1 + P_{1z} k_1 (2)$$

Como (1) e (2) representam o mesmo ponto, pode-se escrever:

$$P_{0x} = P_0 \cdot i_0 = P_1 \cdot i_0$$
$$P_{0y} = P_0 \cdot j_0 = P_1 \cdot j_0$$
$$P_{0z} = P_0 \cdot k_0 = P_1 \cdot k_0$$

Substituindo esse sistema por (2):

$$P_{0x} = P_{1x} i_1 \cdot i_0 + P_{1y} j_1 \cdot i_0 + P_{1z} k_1 \cdot i_0$$
$$P_{0y} = P_{1x} i_1 \cdot j_0 + P_{1y} j_1 \cdot j_0 + P_{1z} k_1 \cdot j_0$$
$$P_{0z} = P_{1x} i_1 \cdot k_0 + P_{1y} j_1 \cdot k_0 + P_{1z} k_1 \cdot k_0$$

Ou

$$P_0 = R_0^1 P_1 (3)$$

Sendo que a matriz R_0^1 representa a matriz de rotação das coordenadas do ponto P do sistema $O(x_1, y_1, z_1)$ em relação ao sistema fixo $O(x_0, y_0, z_0)$, dada por:

$$R_0^1 = \begin{bmatrix} i_1 \cdot i_0 & j_1 \cdot i_0 & k_1 \cdot i_0 \\ i_1 \cdot j_0 & j_1 \cdot j_0 & k_1 \cdot j_0 \\ i_1 \cdot k_0 & j_1 \cdot k_0 & k_1 \cdot k_0 \end{bmatrix}$$

As colunas da matriz são os cossenos diretores do sistema 1 em relação ao fixo.

2.1.2.COMPOSIÇÃO DE ROTAÇÕES

Na explicação anterior, apenas se considerou dois sistemas de coordenadas, como se o fixo estivesse na base do robô e o outro, no eixo da junta *shoulder* do braço. Só que um manipulador possui mais juntas, consequentemente, mais sistemas (x_n, y_n, z_n). Por isso, são necessárias as composições de matrizes de rotação.

Considerando um novo sistema $O(x_2, y_2, z_2)$, o mesmo ponto P pode agora ser representado de três formas:

$$P_0 = R_0^1 P_1$$
$$P_0 = R_0^2 P_2 (4)$$
$$P_1 = R_1^2 P_2 (5)$$

Substituindo (5) em (3):

$$P_0 = R_0^1 R_1^2 P_2$$

Desse modo, temos:

$$R_0^2 = R_0^1 R_1^2$$

Então, para se transformar as coordenadas do ponto P do sistema 2 ao fixo, deve-se primeiro transformá-lo para o sistema 1, através de R_1^2,