Zadanie 4

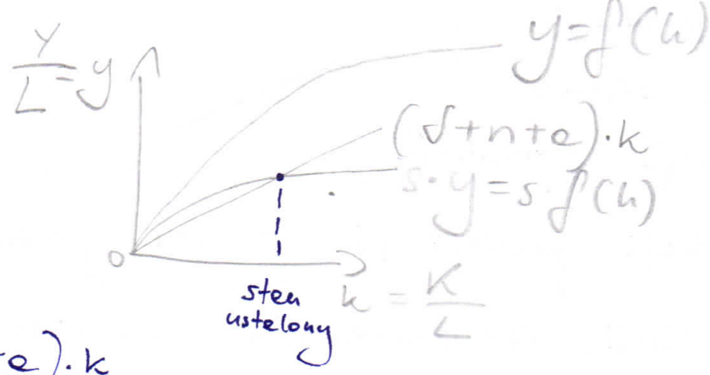
$$y = f(k) = k^{\alpha} \; ; \; \alpha = 0{,}3$$

$$\delta = 4\%$$

$$\frac{K}{Y} = 2{,}5 = k$$

$$n + a = 3\%$$

a) $s_1 = ?$



$$s \cdot y = (\delta + n + a) \cdot k$$

$$s = (\delta+n+a) \cdot \frac{k}{y} = (\delta+n+a) \cdot \frac{\frac{K}{\cancel{L}}}{\frac{Y}{\cancel{L}}} = (\delta+n+a) \cdot \frac{K}{Y} = (0{,}04+0{,}03) \cdot 2{,}5 = 0{,}175$$

b) $mpk = ?$

↳ krańcowy produkt kapitału => nachylenie funkcji produkcji w punkcie k => pochodna funkcji produkcji po k

$$mpk = \frac{\delta y}{\delta k} = (k^{\alpha})' = \alpha \cdot k^{\alpha - 1}$$

wiemy, że $\frac{Y}{L} = y = k^{\alpha}$ $\quad // : K$

$$\frac{Y}{L \cdot K} = \frac{k^{\alpha}}{K} \quad / \cdot L$$

$$\frac{Y \cdot \cancel{L}}{\cancel{L} \cdot K} = \frac{k^{\alpha} \cdot L}{K} \qquad \left(k = \frac{K}{L}\right)$$

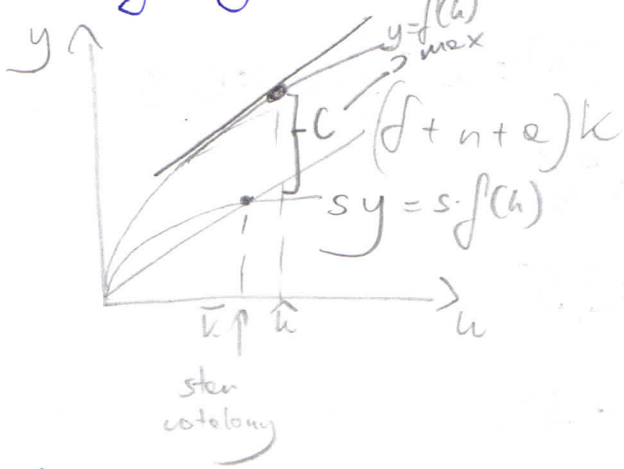
$$\frac{Y}{K} = \frac{k^{\alpha}}{k} = k^{\alpha - 1}$$

stąd

$$mpk_1 = \alpha \cdot k^{\alpha-1} = \alpha \cdot \frac{Y}{K} = 0{,}3 \cdot \frac{1}{2{,}5} = 0{,}12$$

$\rightarrow \frac{K}{Y} = 2{,}5$, więc $\frac{Y}{K} = \frac{1}{2{,}5}$

c) złota reguła → maksymalizujemy konsumpcję



nachylenie linii rozszerzenia kapitału ($(\delta+n+e)\cdot k$) musi być takie samo jak funkcji produkcji

a nachylenie funkcji produkcji to jej pochodna po k (podobnie jak linii rozszerzenia kapitału)

a pochodna funkcji produkcji po k to mpk.

$$mpk_2 = \frac{\partial y}{\partial k} = \frac{\partial k^\alpha}{\partial k} = \frac{\partial[(\delta+n+e)k]}{\partial k}$$

$$mpk_2 = \delta+n+e = 0{,}04+0{,}03 = 0{,}07$$

dla złotej reguły – $\hat{k} > \bar{k}$ – dla stanu ustalonego. Bo $mpk_2 < mpk_1$ → malejąca krańcowa produktywność kapitału

Obliczmy $\hat{k}$ → analogicznie do b)

$$mpk_2 = \alpha\cdot\hat{k}^{\alpha-1} = \alpha\left(\frac{Y}{K}\right) \iff \widehat{\left(\frac{K}{Y}\right)} = \frac{\alpha}{mpk_2} = \frac{0{,}3}{0{,}07} = 4{,}29$$

$4{,}29 > 2{,}5$

$\hat{k} > \bar{k}$

d) $s_2 = ?$ → patrz punkt a)

$$s_2\cdot\hat{y} = (\delta+n+e)\cdot\hat{k} \iff s_2 = (\delta+n+e)\cdot\frac{\hat{k}}{\hat{y}} = (\delta+n+e)\cdot\widehat{\left(\frac{K}{Y}\right)} = 0{,}07\cdot4{,}29 = 0{,}3003$$

$s_2 > s_1$

$0{,}3003 > 0{,}175$

e) powinna się zwiększyć