Makroekonomia II
Ćwiczenia 2. – odpowiedzi

15, 22, 29 października i 5 listopada 2019 r.

Funkcja produkcji, model Solowa

Zadania

Zad. 1. Dla podanych funkcji produkcji sprawdź, czy spełniają one warunki stawiane neoklasycznym funkcjom produkcji. Jeśli tak, zapisz je w postaci intensywnej i narysuj wykres $f(k)$.

(a) $Y = KL$

(b) $Y = (K + L)^a;\ a > 1$

(c) $Y = K^{0,5}L^{0,5}$

(d) $Y = K^aL^{(1-a)};\ a > 0$

Zad. 2. W modelu Solowa ze stałą populacją i stałą technologią stopa oszczędności $s = 0,2$, a stopa deprecjacji kapitału wynosi $\delta = 0,05$. k, y, c oraz i to wielkości *per capita* (odpowiednio kapitał, produkcja, konsumpcja, inwestycje).

(a) Przedstaw funkcję produkcji $Y = K^{1/3}L^{2/3}$ w postaci intensywnej (*per capita*).

(b) Znajdź stan ustalony ($\bar{k}$)

(c) Ile wynosi kapitał zgodnie ze „złotą regułą" ($\hat{k}$)? Złota reguła wyznacza poziom kapitału, który maksymalizuje poziom konsumpcji *per capita* (c) w stanie ustalonym.

(d) Ile powinna wynosić stopa oszczędności ($\hat{s}$), aby $\bar{k} = \hat{k}$? Jak powinna się zmienić początkowa stopa oszczędności, aby osiągnąć poziom zgodny ze „złotą regułą"?

(e) Narysuj na jednym wykresie następujące funkcje: $y = f(k), \delta k, sf(k), \hat{s}f(k)$

(f) Jakie narzędzia polityki gospodarczej mogą wpłynąć na zmianę stopy oszczędności z s na $\hat{s}$?

Zad. 3. Załóżmy, że iloraz K/Y jest stały i wynosi 2.

(a) Najpierw przyjmij, że liczba ludności się nie zmienia i że nie ma postępu technologicznego. Ile w stanie ustalonym wynosi relacja oszczędności-produkcja, która odpowiada stopie depracji równej 5%?

(b) Teraz dopuść możliwość wzrostu, którego przyczyną jest zwiększanie się liczby ludności lub postęp technologiczny. Oblicz odpowiadającą stanowi ustalonemu relację oszczędności-produkcja, możliwą do pogodzenia ze stopą deprecjacji równą 5% i 3-procentowym tempem wzrostu realnego PKB.

Zad. 4. Funkcja produkcji w formie intensywnej ma postać: $y = f(k) = k^{\alpha},\ \alpha = 0,3$. Stopa deprecjacji wynosi 4%, a iloraz K/Y jest stały i wynosi 2,5. W stanie ustalonym realny PKB rośnie w tempie 3%.

(a) Ile wynosi początkowa stopa oszczędności?

(b) Ile wynosi krańcowy produkt kapitału (mpk)?

(c) Ile wynosi krańcowy produkt kapitału (mpk) zgodny ze „złotą regułą"? Jak powinien zmienić się początkowy poziom kapitału k, aby osiągnąć poziom zgodny ze „złotą regułą"?

(d) Ile wynosi relacja oszczędności-produkcja zgodna ze „złotą regułą"?

(e) Jak powinna się zmienić początkowa stopa oszczędności, aby osiągnąć poziom zgodny ze „złotą regułą"?

Odpowiedzi

Zad.1

(a) NIE: $Y_{K,K} = 0; \lambda Y \neq \lambda K \lambda L$

(b) NIE: $Y_{K,K} > 0; \lambda Y \neq (\lambda K + \lambda L)^a$

(c) TAK. $y = k^{0,5}$

(d) TAK dla $a < 1$; NIE dla $a > 1$

Zad. 2

(a) $\frac{Y}{L} = \frac{K^{1/3}L^{2/3}}{L} = k^{1/3}$

(b) $sf(\bar{k}) = \delta\bar{k}$
$s\bar{k}^{1/3} = \delta\bar{k}$
$\bar{k}^{2/3} = s/\delta$
$\bar{k} = (\frac{s}{\delta})^{2/3} = (\frac{0,2}{0,05})^{3/2} = 8$

(c) $k_{t+1} = (1-\delta)k_t + i_t; i_t = f(k_t) - c_t$
$k = (1-\delta)k + f(k) - c$
$c = f(k) - \delta k$
Maksymalizujemy c:
$c' = f'(k) - \delta = 0 \Longrightarrow f'(\hat{k}) = \delta$
$\frac{1}{3}\hat{k}^{-2/3} = \delta$
$\hat{k} = 17,21$

(d) $\hat{s} \cdot f(\hat{k}) = \delta\hat{k}$
$\hat{s} = \frac{\delta\hat{k}}{f(\hat{k})} = \frac{0,05 \cdot 17,21}{17,21^{1/3}} = \frac{1}{3}$
powinna wzrosnąć

Zad. 3.

(a) $K/Y = 2,\ a = 0,\ n = 0,\ \delta = 5\%$
$k_{t+1} = sf(k_t) + (1-\delta)k_t$, w stanie ustalonym $k_{t+1} = k_t = k$
Stan ustalony: $sy = \delta k$
$s = \frac{\delta k}{y} = \frac{\delta K/L}{Y/L} = \delta\frac{K}{Y} = 0,05 \cdot 2 = 0,1$

(b) $K/Y = 2,\ a + n = 3\%, \delta = 5\%$
Stan ustalony: $sy = (\delta + a + n)k$
$s = \frac{(\delta+a+n)K/(AL)}{Y/(AL)} = (\delta + a + n)\frac{K}{Y} = (0,05 + 0,03) \cdot 2 = 0,16$

Zad. 4.

(a) $n + g = 0,03$
Stan ustalony: $sy = (\delta + a + n)k$
$s = (\delta + a + n)k/y = (\delta + a + n)K/Y = (0,04 + 0,03) \cdot 2,5 = 0,175$

(b) Dla funkcji produkcji Cobba-Douglasa: $\alpha = mpk(K/Y)$
$mpk = \alpha/(K/Y) = 0,3/2,5 = 0,12$

(c) Złota reguła: $mpk = \delta + a + n = 0,04 + 0,03 = 0,07$
powinien się zwiększyć

(d) $\alpha = mpk(K/Y)$
$(K/Y) = \alpha/mpk = 0,3/0,07 = 4,29$

(e) $s = (\delta + a + n)K/Y = (0,04 + 0,03) \cdot 4,29 = 0,3$
powinna się zwiększyć