

Makroekonomia II

1 grudnia 2018 r.

Funkcja produkcji, model Solowa

Zad. 1. Dla podanych funkcji produkcji sprawdź, czy spełniają one warunki stawiane neoklasycznym funkcjom produkcji. Jeśli tak, zapisz je w postaci intensywnej i narysuj wykres $f(k)$.

Neoklasyczna funkcja produkcji musi spełniać jednocześnie trzy cechy:

1. Stałe przychody ze skali: $F(\lambda K, \lambda L) = \lambda F(K, L)$
2. Pierwsza pochodna względem każdego czynnika produkcji jest dodatnia:

$$F_K = \frac{\partial F(K, L)}{\partial K} > 0 \qquad F_L = \frac{\partial F(K, L)}{\partial L} > 0$$

Druga pochodna względem każdego czynnika produkcji jest ujemna:

$$F_{KK} = \frac{\partial^2 F(K, L)}{\partial K^2} < 0 \qquad F_{LL} = \frac{\partial^2 F(K, L)}{\partial L^2} < 0$$

3. Warunki Inady:

$$\begin{array}{ll} \lim_{K \rightarrow \infty} F_K = 0 & \lim_{L \rightarrow \infty} F_L = 0 \\ \lim_{K \rightarrow 0} F_K = \infty & \lim_{L \rightarrow 0} F_L = \infty \end{array}$$

- (a) $Y = KL$
- (b) $Y = (K + L)^a$; $a > 1$
- (c) $Y = K^{0,5} L^{0,5}$
- (d) $Y = K^a L^{(1-a)}$; $a > 0$
- (e) $Y = K^{0,7} L^{0,5}$
- (f) $Y = K^{0,4} L^{0,3}$

Zad. 2. W modelu Solowa ze stałą populacją i stałą technologią stopa oszczędności $s = 0,2$, a stopa deprecjacji kapitału wynosi $\delta = 0,05$. k, y, c oraz i to wielkości *per capita* (odpowiednio kapitał, produkcja, konsumpcja, inwestycje).

- (a) Przedstaw funkcję produkcji $Y = K^{1/3} L^{2/3}$ w postaci intensywnej (*per capita*).
- (b) Znajdź stan ustalony (\bar{k})
- (c) Ile wynosi kapitał zgodnie ze „złotą regułą” (\hat{k})? Złota reguła wyznacza poziom kapitału, który maksymalizuje poziom konsumpcji *per capita* (c) w stanie ustalonym.
- (d) Ile powinna wynosić stopa oszczędności (\hat{s}), aby $\bar{k} = \hat{k}$? Jak powinna się zmienić początkowa stopa oszczędności, aby osiągnąć poziom zgodny ze „złotą regułą”?
- (e) Narysuj na jednym wykresie następujące funkcje: $y = f(k)$, δk , $sf(k)$, $\hat{s}f(k)$
- (f) Jakie narzędzia polityki gospodarczej mogą wpłynąć na zmianę stopy oszczędności z s na \hat{s} ?

Zad. 3. Załóżmy, że iloraz K/Y jest stały i wynosi 2. Przyjmij, że liczba ludności się nie zmienia i że nie ma postępu technologicznego. Ile w stanie ustalonym wynosi relacja oszczędności-produkcja, która odpowiada stopie deprecjacji równej 5%?