



Università degli Studi di Roma - Tor Vergata

Facoltà di Scienze MM.FF.NN.

Corso di laurea in Scienza dei Media e della Comunicazione

---

Tesi di Laurea

# Meccanica Cocleare ed Emissioni Otoacustiche:

Confronto fra soluzioni di modelli e dati sperimentali

---

**Candidato:** Nicolò Paternoster

**Relatore:** Prof. Arturo Moleti

**Controrelatore:** Prof. Giuseppe Pucacco

---

Anno Accademico 2007/2008

# Abstract



*Dopo una breve panoramica sul funzionamento dell'udito umano questa tesi si sofferma in particolare sulla fisionomia e sul funzionamento dell'orecchio interno, concentrandosi sulla meccanica dei fenomeni che avvengono all'interno della coclea. Ed è proprio nella coclea che hanno origine le emissioni otoacustiche ,dei segnali acustici di piccola intensità misurati con una sonda microfonica all'interno del canale udivo provenienti dall'orecchio interno. Le misurazioni di queste emissioni vengono eseguite in laboratorio tramite apparati per la rilevazione dei segnali e un software specifico che elabora i dati registrati. Per studiare questo fenomeno, noto alla ricerca da circa trent'anni e tuttora in discussione, gli scienziati fanno ricorso talvolta a calcolatori che permettono loro di simulare la risposta della coclea quando viene somministrato uno stimolo al*

*suo ingresso. In questa tesi, è stato costruito all'interno di matlab un simulatore capace di risolvere numericamente modelli di una coclea attiva e non lineare tramite modelli matematici che prevedono la soluzione di equazioni differenziali del secondo ordine, e una piattaforma di analisi dei dati costruita ex novo in matlab .*

*Sfruttando questo framework sono state effettuate un numero elevato di simulazioni cocleari, variando numerosi parametri e cambiando il tipo di stimolo e con i dati ottenuti in uscita si è cercato poi di evidenziare le emissioni otoacustiche, studiandone il comportamento e confrontando i risultati ottenuti con le aspettative teoriche, rafforzando con numerose prove i modelli teorici in questione, favorendone alcuni a discapito di altri. A rafforzare i risultati ottenuti virtualmente, si dispone di alcuni dati provenienti da reali registrazioni di otoemissioni effettuate in laboratorio su cavie umane, con le quali sono stati eseguiti dei confronti selettivi, concentrando l'attenzione sui prodotti di distorsione e sulle emissioni evocate da stimoli transienti .*

# Indice

<b>1.Introduzione.....</b>	<b>1</b>
<b>2.Apparato uditivo .....</b>	<b>3</b>
2.1.Orecchio esterno.....	3
2.2.Orecchio medio .....	4
2.3.Orecchio interno.....	5
2.3.1.Fisica della coclea .....	7
2.3.2.Processo attivo .....	7
2.3.3.Discriminazione della frequenza .....	8
<b>3.Modelli della Coclea .....</b>	<b>12</b>
3.1.Modelli a singolo oscillatore non lineare .....	12
3.2.Full cochlear models .....	12
3.3.Soluzioni numeriche di modelli FCM .....	14
<b>4.Emissioni Otoacustiche .....</b>	<b>21</b>
4.1.Introduzione .....	21
4.2.Cenni storici.....	22
4.3.Diversi tipi di OAEs.....	24
4.3.1.Classificazione secondo il tipo di stimolo .....	24
4.3.1.1.SOAE .....	24
4.3.1.2.TEOAE .....	25

4.3.1.3.SFOAE .....	26
4.3.1.4.DPOAE .....	27
4.3.2.Classificazione secondo il meccanismo di generazione.....	28
4.4.Tecniche sperimentali e misurazione di OAE .....	29
4.5.Latenza delle TEOAE e invarianza di scala (SI) .....	32
<b>5.FCM:Implementazione in Matlab.....</b>	<b>34</b>
5.1.Sviluppo del simulatore cocleare.....	35
5.1.1.Breve spiegazione del codice .....	36
5.1.2.Descrizione dei parametri.....	40
5.1.3.Diversi tipi di stimolo .....	41
5.1.4.Calcolo della soluzione.....	43
5.1.5.Dati di output .....	45
5.1.6.Tempi di elaborazione.....	46
5.2.Analizzatore dei dati.....	48
5.2.1.GUI .....	48
5.2.2.R isposta alla Base .....	49
5.2.3.Travelling Wave.....	51
5.2.4.Wavelet Analysis.....	52
5.2.5.Risposta x-t fissati .....	55
5.2.6.Mappa di Greenwood .....	57
<b>6.Descrizione dell'esperimento .....</b>	<b>58</b>
6.1.Stimoli transienti.....	59
6.2.Prodotti di distorsione.....	61
<b>7.Risultati delle simulazioni .....</b>	<b>63</b>
7.1.Stimoli transienti.....	63

7.2.Prodotti di distorsione .....	72
<b>8.Osservazioni e Confronto .....</b>	<b>79</b>
8.1.Effetti dell'orecchio medio .....	79
8.2.Dati sperimentali.....	80
<b>9.Conclusioni .....</b>	<b>86</b>
<b>10.Ringraziamenti.....</b>	<b>89</b>
<b>11.Riferimenti Bibliografici .....</b>	<b>91</b>
<b>12.Appendice .....</b>	<b>93</b>
A.1 Analisi di Fourier.....	93
A.2 Analisi Tempo-Frequenza .....	95
A.3 ODE e metodo delle differenze finite.....	97
A.4 Finestra di Tukey .....	99

# 1. Introduzione

In questa sezione viene fatta una panoramica sulla tesi e su come al suo interno i diversi argomenti sono stati strutturati e trattati.

Il tema centrale su cui verte l'elaborato è lo studio delle emissioni otoacustiche, ovvero dei segnali acustici misurati nel canale uditivo, che da trent'anni a questa parte, stanno tenendo impegnati numerosi ricercatori, tra cui fisici, audiologi, matematici e fisiologi, i quali tentano di dare delle risposte alle numerose domande sollevate dalla scoperta di questo fenomeno complesso.

Partendo da importanti contributi che la modellistica matematico-fisica dell'orecchio interno fornisce, nell'ambito di questa tesi è stato sviluppato un software all'interno dell'ambiente matlab<sup>1</sup> che simula il comportamento della coclea, organo dove ha sede la generazione delle emissioni otoacustiche, e permette di analizzarne i risultati.

Sfruttando un set di dati empirici raccolti in laboratorio<sup>2</sup> su vari soggetti, si andranno a paragonare e confrontare le risposte simulate con matlab, con quelle misurate sperimentalmente, per avere delle eventuali conferme sulla validità dei modelli utilizzati, in relazione alle aspettative teoriche.

Nel secondo capitolo sono presentate delle nozioni necessarie per comprendere a fondo i meccanismi dell'apparato uditivo a livello periferico. Qui, dopo una breve descrizione anatomica del sistema orecchio nel suo insieme, l'attenzione viene posta sulla parte più importante, delicata e sofisticata che si trova nell'orecchio interno: la coclea. E' all'interno di questa che avvengono i processi uditivi più importanti tra cui la discriminazione delle frequenze. Ed è proprio nella coclea che ha sede il cosiddetto processo attivo, un sistema di amplificazione che è alla base della generazione delle emissioni otoacustiche.

Nel terzo capitolo viene fatta una panoramica sui modelli fisico-matematici dell'orecchio interno, partendo da quelli a singolo oscillatore, passando per quelli passivi a linea di trasmissione per arrivare ai modelli attivi non lineari completi detti Full Cochlear Models (FCM).

Verrà presentato in questo capitolo un metodo matriciale per la soluzione numerica di modelli cocleari, il quale prevede la soluzione di un sistema di equazioni differenziali.

Il quarto capitolo affronta e approfondisce il fenomeno delle emissioni otoacustiche, presentandone la natura, il comportamento, l'origine, i metodi di classificazione e una breve cronistoria della scoperta delle OAEs (dall'inglese OtoAcoustic Emissions).

---

<sup>1</sup> MATLAB (abbreviazione di Matrix Laboratory) è un ambiente per il calcolo numerico e l'analisi statistica che comprende anche l'omonimo linguaggio di programmazione creato dalla MathWorks.

<sup>2</sup> Presso i laboratori di Monteporzio Catone dell' I.S.P.E.S.L.

Verrà anche spiegato come lo studio di queste emissioni rappresenta un importante strumento clinico per verificare lo stato di salute della coclea e, dopo aver fatto accenno ad alcune tecniche psicoacustiche utilizzate in ambito audiologico, si spiegherà come avviene la misurazione delle emissioni in laboratorio.

Attraverso il capitolo 5 si passa dalla fase compilativa della tesi, a quella propriamente sperimentale, con un'illustrazione dettagliata e una presentazione della struttura del programma sviluppato attraverso matlab per simulare le risposte della coclea sottoposta a stimoli di varia natura, sulla riga dei modelli fisico-matematici presentati nel capitolo 3. Nella seconda parte del capitolo verrà presentato come, sempre all'interno di matlab è stata costruita una piattaforma di analisi dei dati che sulla base dei file di output delle simulazioni, permette di ricavare importanti informazioni con un'interfaccia grafica semplice da utilizzare e che offre la possibilità di fare molteplici test sui risultati tra cui analisi di Fourier e analisi tempo-frequenza.

Nel capitolo successivo (6), vengono presentate le linee guida dell'“esperimento numerico” che è stato deciso di portare avanti grazie al software creato, per eseguire delle prove e degli studi specifici su diversi aspetti delle OAEs, mentre nel capitolo 7 sono presentati i grafici e i dati ottenuti dalle simulazioni.

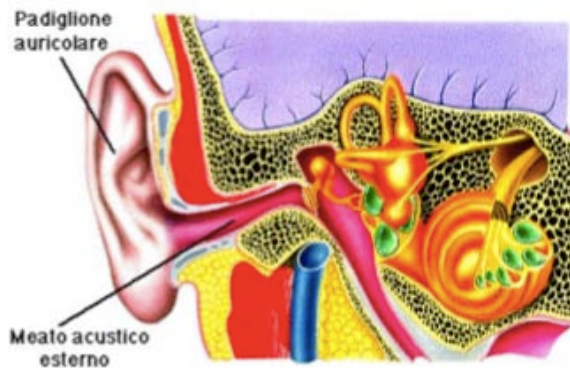
Infine il confronto con i dati di laboratorio e l'analisi dei risultati vengono presentati negli ultimi due capitoli insieme alle conclusioni, che sono seguiti dai ringraziamenti, dalla bibliografia e da una breve appendice su alcuni strumenti utilizzati in questo elaborato.

Dato che più volte verrà fatto riferimento al codice e ai programmi sviluppati con matlab si consiglia di eseguire il download del programma all'indirizzo [29].

## 2. Apparato uditivo

Il sistema uditivo a livello periferico è rappresentato dall'orecchio, che può essere suddiviso in orecchio esterno, orecchio medio e orecchio interno. Ogni parte ha funzioni differenti ma finalità unica: trasformare una variazione di pressione, ossia il suono, in un fenomeno elettrico. Questo, attraverso il ramo cocleare del nervo VIII, raggiunge il Sistema Uditivo Centrale dove, a livello corticale, darà luogo alla percezione uditiva[23].

### 2.1. Orecchio esterno



L'orecchio esterno è essenzialmente un collettore del flusso sonoro incidente, che viene incanalato nel canale uditivo (lungo all'incirca 25-30 mm) e mette in vibrazione la membrana timpanica. Riesce ad incrementare il livello della pressione sonora di 10-12 dB per frequenze attorno ai 3000 Hz (corrispondenti al parlato), mentre ha scarso effetto risonatore per

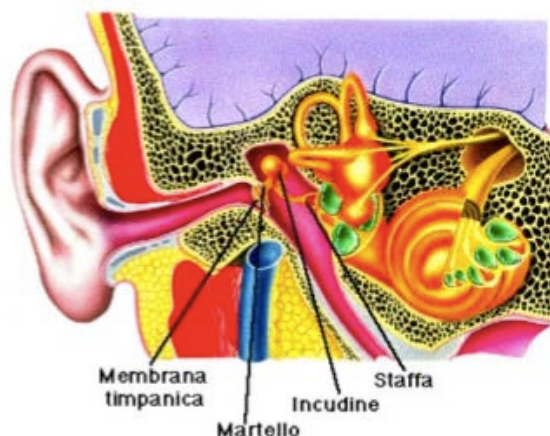
frequenze sotto i 1000 Hz e sopra i 7000 Hz.

Il meato acustico (o più semplicemente canale uditivo) essendo una cavità chiusa ad un'estremità presenta delle frequenze caratteristiche di risonanza centrate intorno alla frequenza

$f_0 \approx \frac{v}{4(L + 0.4d)}$ , dove  $v$  è la velocità del suono,  $L$  la lunghezza del canale e  $d$  il diametro [21].



## 2.2. Orecchio medio



L'orecchio medio trasmette la vibrazione del timpano alla finestra ovale, la membrana posta all'ingresso dell'orecchio interno, tramite un sistema di leve (la catena degli ossicini: incudine, martello, staffa). Il ruolo dell'orecchio medio è essenzialmente quello di amplificatore di pressione, e di adattatore di impedenza.

L'amplificazione di pressione - di un fattore di circa 25 - è ottenuta grazie al grande rapporto tra la superficie del timpano e quella della finestra ovale (ricordiamo la relazione  $p=F/S$ ). La seconda funzione invece, che è forse la più importante, è quella di evitare che la grande differenza di impedenza tra l'ingresso della coclea (propagazione in un liquido) e l'uscita dell'orecchio esterno (propagazione in aria) provochi una riflessione pressoché totale dell'onda sonora incidente.

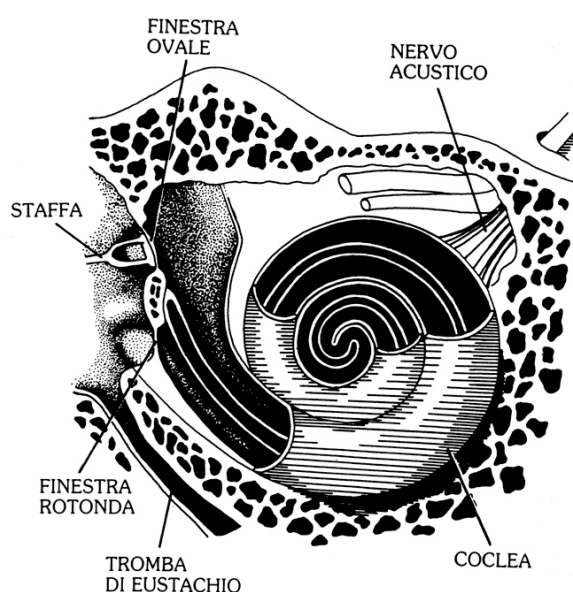


*Fig. (2.2.1)*

Nell'orecchio medio è inoltre presente un meccanismo che protegge da rumori di ampiezza troppo elevata: il piede della staffa (che poggia sulla finestra ovale), è collegato al muscolo stapedio che in presenza di rumori forti si contrae in modo da allontanare la staffa dalla finestra ovale ed attenuare la trasmissione dell'onda incidente. Questo meccanismo, chiamato riflesso acustico (o stapedico), protegge l'orecchio interno in molti casi, ma è inefficiente nel caso di rumori improvvisi o inaspettati (bang), poichè il meccanismo impiega circa 50-100 ms per attivarsi[24].

## 2.3. Orecchio interno

Nonostante sia considerato parte dell'orecchio, non tutto l'orecchio interno è implicato nell'udito. L'orecchio interno è costituito dalla coclea, che fa parte del sistema uditivo, e dal labirinto che non ne fa parte. Il labirinto è una parte importante del sistema vestibolare, che aiuta a mantenere il corpo in equilibrio. Qui ci occuperemo solo della coclea che è l'elemento più delicato ed importante del sistema, ed è qui che viene effettuata l'individuazione della frequenza di un suono, l'amplificazione attiva del suono, e la trasduzione del segnale acustico in un segnale neurale che viene successivamente trasmesso al cervello tramite il nervo acustico.



*Fig. (2.3.1)*

La coclea (termine latino per “chiocciola”) ha una forma a spirale che assomiglia al guscio di una chiocciola. Si può imitare la struttura della coclea avvolgendo una cannuccia da bibita due volte e mezzo intorno alla punta affilata di una matita, come suggeriscono gli autori di un noto manuale di neuroscienze [24]. Nella coclea le pareti del tubo cavo (rappresentato dalla cannuccia) sono costituite d'osso e la colonna centrale della coclea (rappresentata dalla matita) è una struttura conica ossea chiamata modiololo. Il tubo cavo della coclea misura circa 32-35 mm di lunghezza e 2 mm di diametro. Se sezioniamo la coclea trasversalmente (come nella figura a pagina seguente), possiamo vedere come il tubo sia diviso in tre camere contenenti un liquido: la scala vestibolare, la scala media, e la scala timpanica. La membrana di Reissner (sottilissima) separa la scala vestibolare dalla scala media mentre la membrana basilare divide la scala timpanica dalla scala media. L'estremità della membrana basilare più prossima all'orecchio medio è chiamata base, l'estremità opposta apice.

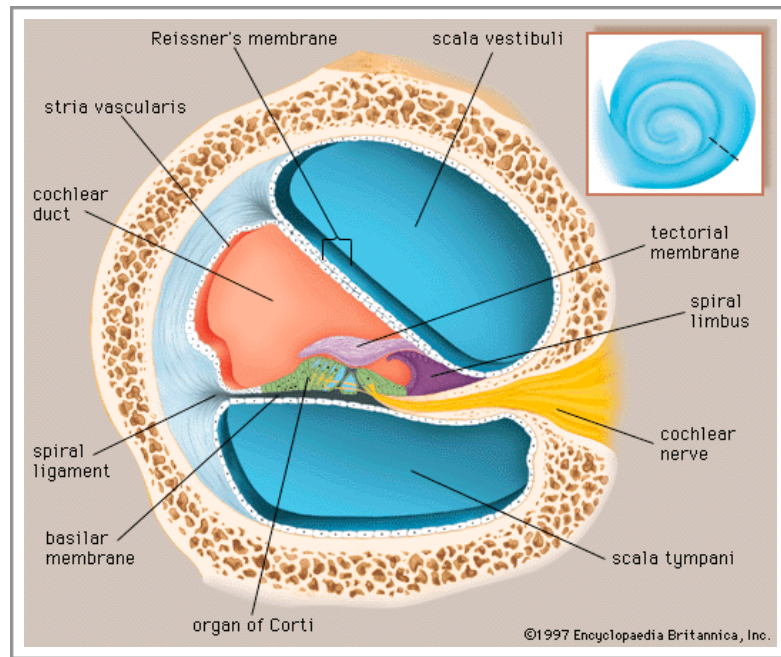


Fig. (2.3.2)

Sulla membrana basilare risiede l'organo di Corti, che contiene i recettori neuronali uditivi; al di sopra di questo organo si trova la membrana tettoria. Sulla membrana basilare è disposta longitudinalmente una fila di cellule ciliate interne - IHC - e tre file di cellule ciliate esterne - OHC -, le cui ciglia toccano la membrana tettoria. Si stima che vi siano circa 3500 cellule ciliate interne e 15000 cellule ciliate esterne lungo la BM (membrana basilare).

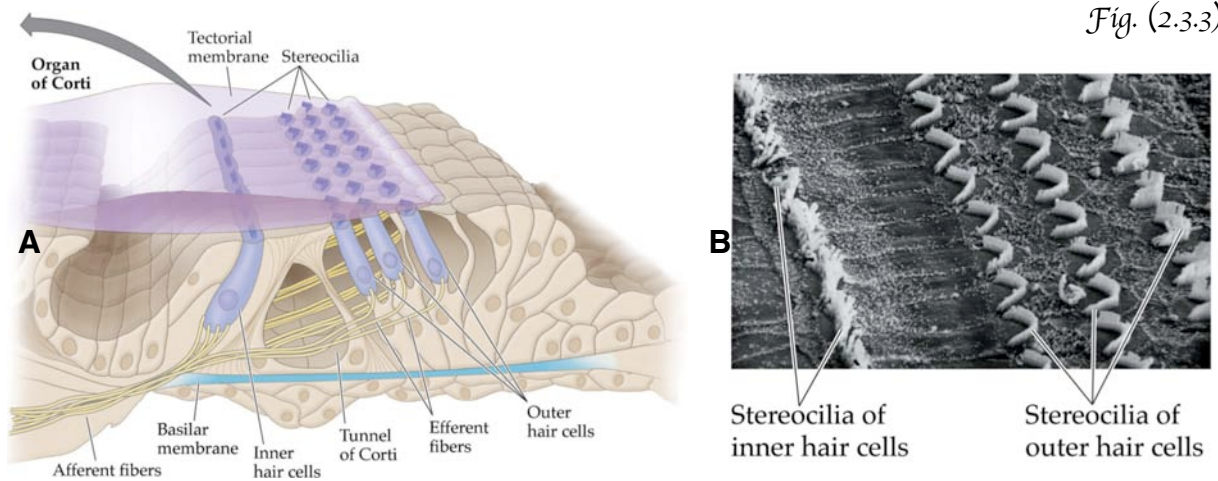


Fig. (2.3.3)

L'illustrazione di sinistra è un ingrandimento della sezione cocleare in cui è visibile la struttura dell'organo di Corti. A destra [22] vi è un immagine al microscopico elettronico dove vengono mostrate le stereociglia delle cellule ciliate, interne ed esterne.

### 2.3.1. Fisica della coclea

Le onde acustiche trasmesse alla finestra ovale generano una pressione differenziale nel fluido tra i semispazi in cui la cavità cocleare è suddivisa; questa pressione differenziale deforma trasversalmente ed elasticamente la partizione cocleare. E' proprio la combinazione di questi due effetti a generare la trasmissione longitudinale nel liquido e la deformazione trasversale della partizione.

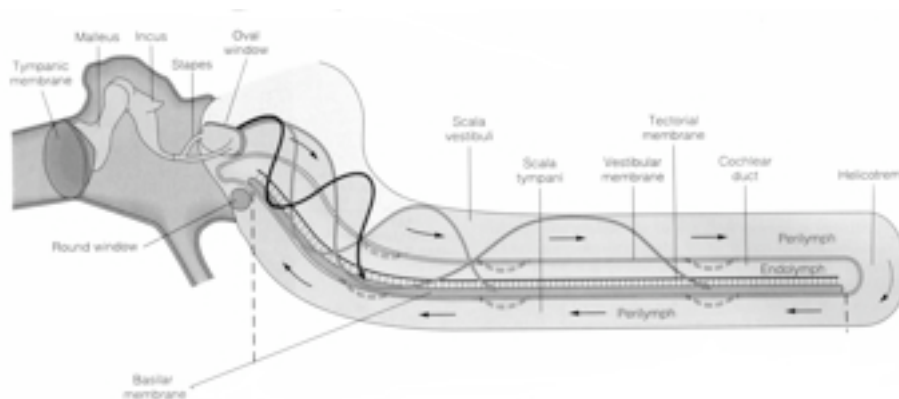
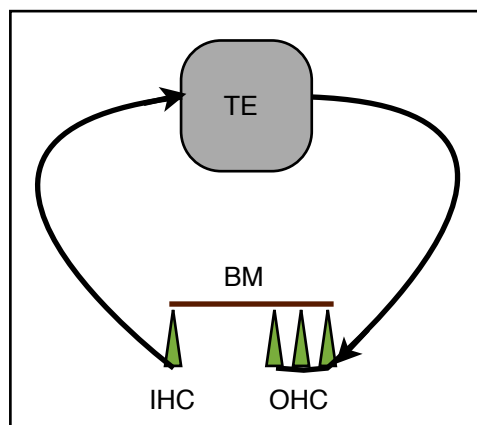


Fig. (2.3.1.1)

La figura sopra mostra la coclea srotolata, e viene evidenziato come la vibrazione si trasmette dal timpano agli ossicini, fino ad arrivare alla finestra ovale, la quale vibrando mette in moto la perilinf contenuta nella scala vestibolare.

### 2.3.2. Processo attivo

L'eccitazione locale della BM provoca il piegamento delle ciglia delle cellule dell'organo di Corti. Ciò attiva un meccanismo di feedback attivo che conferisce al sistema uditivo le sue caratteristiche di sensibilità e di risoluzione in frequenza. Il piegamento delle ciglia delle IHC in un determinato punto  $x_0$  della BM modifica la permeabilità della membrana cellulare agli ioni,



generando un segnale neurale diretto al tronco encefalico (TE). Proprio da qui riparte un segnale elettrico che ritorna alle OHC localizzate in  $x_0$  (le OHC hanno numerose fibre nervose afferenti). Essendo costituite di tessuto muscolare, esse reagiscono alla stimolazione elettrica con una contrazione meccanica che viene amplificata in modo attivo; detta amplificazione si realizza attraverso immissione di potenza da parte del sistema nervoso, ogni qualvolta quella particolare regione viene

eccitata da stimoli acustici. Di conseguenza il segnale prodotto dalle IHC e trasmesso alla corteccia cerebrale risulta fortemente amplificato.

Questo meccanismo anche noto con il nome di amplificatore cocleare è stato dimostrato nel 1991 da Mario Ruggero e Nola Rich dell'Università del Minnesota.

Nella figura successiva è rappresentato il profilo di ampiezza della membrana con e senza amplificazione attiva.

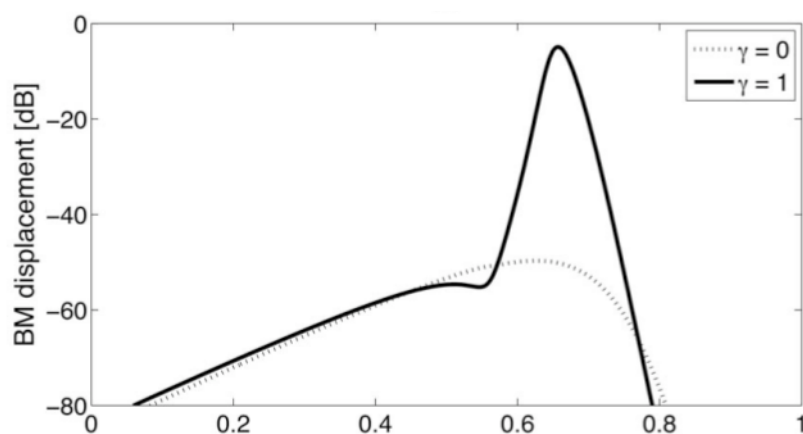


Fig. (2.3.2.1)

Grazie a questo sistema il segnale viene amplificato fino a 50 dB, e la deformazione della membrana basilare causata dal movimento delle cellule cigliate esterne è alla base del fenomeno delle emissioni otoacustiche, che verranno trattate nel capitolo 4. Questo processo di amplificazione presenta inoltre delle non-linearità.

### 2.3.3. Discriminazione della frequenza

Prima di iniziare a parlare della mappa tonotopica della coclea, vorrei premettere una nozione che risale alla metà del secolo scorso: la *legge di Ohm acustica*. Secondo Ohm, il cui punto di vista fu adottato da von Helmholtz, l'orecchio, ricevendo un segnale complesso, opera su di esso un'analisi di Fourier [21]. L'altezza del suono complesso sarebbe definita dalla conoscenza dell'intero quadro delle armoniche.

Questo concetto nel tempo è stato oggetto di molte convalide: nella sua elementare linearità, pur non definendo i meccanismi specifici, né rendendo conto di parecchi aspetti fini della percezione sonora, la legge di Ohm acustica contiene una delle essenziali verità e non presenta incoerenze rispetto alle teorie più accreditate di discriminazione delle altezze.

Nella pagina successiva viene presentata la *teoria posizionale* (o *tonotopica*) che rappresenta la più valida tra le diverse teorie che offrono una spiegazione del meccanismo della discriminazione delle frequenze.

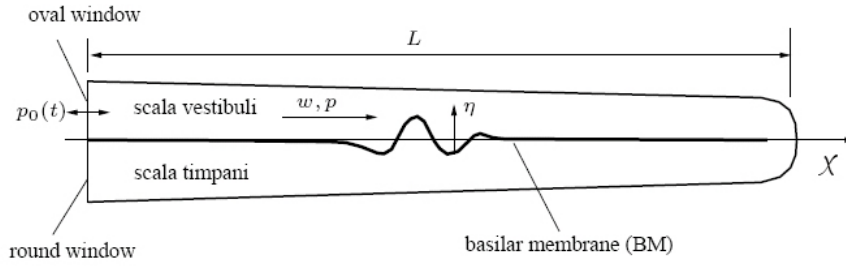


Fig. (2.3.3.1)

Immaginiamo la coclea come schematizzata nella figura sopra. Le proprietà geometriche della cavità e le proprietà di elasticità e densità della BM variano lungo la direzione longitudinale ( $x$ ) in modo da realizzare una condizione di risonanza (ovvero impedenza minima) in posizioni diverse per ogni frequenza.

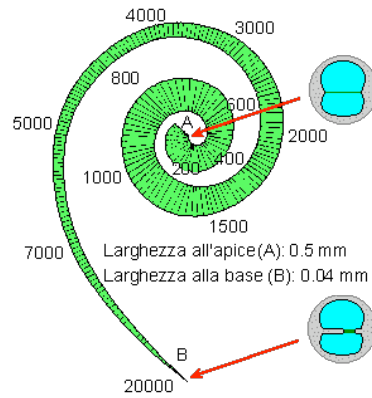


Fig. (2.3.3.2)

In questo modo si può analizzare la cosiddetta mappa di Greenwood<sup>3</sup>, che mette in relazione la posizione con la frequenza locale di risonanza; detta mappa ha una struttura di tipo logaritmico:

$$\omega(x) = \omega_1 + \omega_0 e^{-k_\omega x}$$

Questo tipo di mappa implica che distanze uguali lungo la coclea corrispondano ad intervalli logaritmici di frequenza uguali, ossia che un'ottava (così come una quinta o una decade) corrisponda sempre alla stessa estensione lungo la coclea, indipendentemente dalla frequenza. Il piccolo valore della costante  $\omega_1$ , implica che la discrepanza rispetto ad una mappa perfettamente logaritmica sia apprezzabile solo a frequenze basse. I parametri  $k_\omega$  e  $\omega_0$  sono dei valori costanti legati alla mappa tonotopica dell'orecchio.

<sup>3</sup> D. D. GREENWOOD, 1990, *A cochlear frequency position function for several species - 29 years later*, J.A.S.A no.87



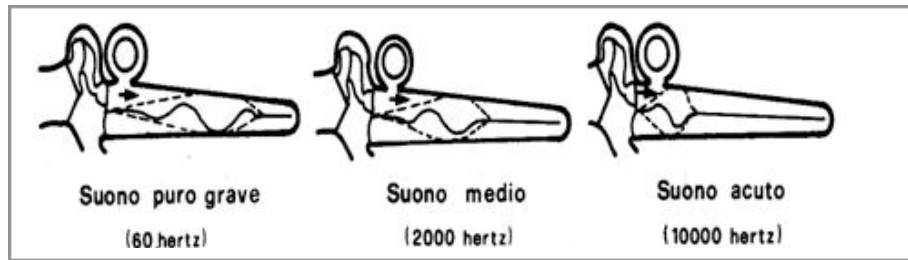


Fig.

Come evidenziato dalla figura sopra possiamo osservare che i siti che risuonano alle frequenze più alte sono collocati nei pressi della base della BM, mentre i suoni gravi risuonano verso l'apice. La deformazione trasversale della partizione nel punto  $x$  della BM stimola localmente le IHC corrispondenti (paragrafo precedente), le quali vanno a generare il segnale neurale diretto verso il sistema nervoso centrale.

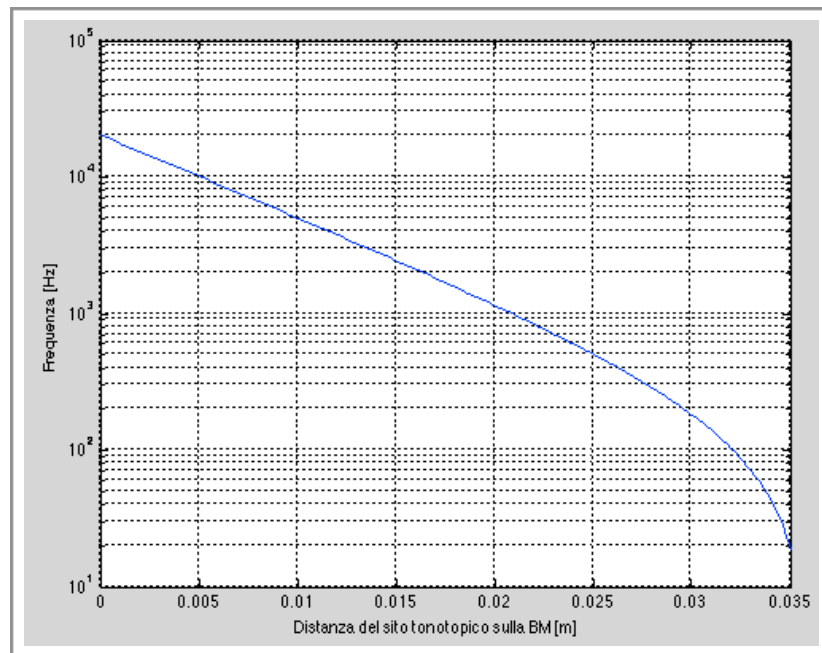


Fig. (3.3.3.2)

Mappa di Greenwood logaritmica che mostra la frequenza di risonanza associata ai diversi siti tonotopici lungo la membrana basilare in funzione della distanza dalla base.

Tra le proprietà importanti dell'udito umano vanno ricordate l'ampio range dinamico e la connessa protezione contro rumori intensi. La prima caratteristica è in parte garantita dalla codifica logaritmica dell'intensità sonora in termini di frequenza degli impulsi neurali trasmessi alla corteccia. La risposta cocleare (non-lineare) tende a saturare bruscamente oltre un certo livello di eccitazione, evitando così che una deformazione troppo ampia della BM possa facilmente provocare un danneggiamento irreversibile delle OHC, anche se in realtà l'esposizione prolungata nel corso degli anni a rumore intenso (> 80-90 dB) provoca comunque il danneggiamento irreversibile delle OHC. Ma il sistema, grazie proprio alla saturazione della risposta, è in grado di assorbire l'effetto di esposizioni di breve durata anche a livelli di rumore assai maggiori.



## 3. Modelli della Coclea

### 3.1. Modelli a singolo oscillatore non lineare

Le proprietà attive e non lineari della risposta cocleare hanno suggerito di schematizzare la risposta ad una determinata frequenza come quella di un oscillatore attivo non lineare. Vari tipi di oscillatori sono stati suggeriti, il più classico tra questi è l'oscillatore di Van der Pol, la cui dinamica libera è descritta dall'equazione:

$$\dot{\xi} + (a\xi^2 - b)\dot{\xi} + \omega_0\xi = 0$$

Nel caso non libero, nel secondo membro comparirà evidentemente un termine forzante, associato allo stimolo.

L'oscillatore di Van der Pol appartiene alla classe degli oscillatori a ciclo limite; in assenza di forzanti esterne, oscilla liberamente alla frequenza di risonanza con ampiezza di equilibrio:

$$\xi_0 = \sqrt{\frac{b}{a}}$$

Il sistema tende al rilassamento spontaneo verso questo valore di ampiezza di oscillazione, per il quale si comporta come un oscillatore libero privo di attrito, poiché per  $\xi = \xi_0$  si annulla il termine di smorzamento.

(3.1.1)

### 3.2. Full cochlear models

I modelli a singolo oscillatore possono spiegare alcune proprietà del sistema uditivo, ma trascurano completamente la propagazione del segnale lungo la coclea, il quale avviene secondo una dinamica legata alle proprietà tonotopicamente risonanti del sistema.

(3.1.2)

Sono stati sviluppati modelli completi della coclea (full cochlear models), basati sul formalismo della linea di trasmissione, sfruttando l'analogia esistente tra questo sistema meccanico e una linea di trasmissione elettrica. In questi modelli la partizione cocleare viene schematizzata come un'unica membrana, che identifichiamo in seguito con la membrana basilare, ignorandone la struttura a sandwich, ma tenendo conto della funzione di questa struttura, che è quella di

mediare il meccanismo di feedback non lineare. Il filtro attivo corrispondente a questo meccanismo compare nelle equazioni della linea come un termine dell'impedenza trasversale.

Le equazioni dei modelli cocleari completi sono:

$$\frac{d^2 P_d}{dx^2} = k_0^2 \sigma_{bm} \ddot{\xi},$$

$$\ddot{\xi} + \gamma_{bm}(x, \xi) \dot{\xi} + \omega_{bm}^2(x) \xi = \frac{P_d}{\sigma_{bm}}$$

dove  $P_d$  e' la pressione differenziale, analoga alla tensione nella linea di trasmissione elettrica,  $\xi$  e' lo spostamento trasversale della BM, analogo alla carica elettrica,

$\sigma_{bm} = 5.5 \cdot 10^{-3} \text{ g cm}^{-2}$  e' la densita' di superficie della BM, e  $k_0 = 31 \text{ cm}^{-1}$  e' una funzione di parametri geometrici e strutturali della coclea. Sia  $P_d$  che  $\xi$  sono funzioni di  $x$  e  $t$ . La linea e' localmente risonante alla frequenza  $\omega_{bm}(x)$  in ogni punto  $x$  lungo la BM. Il coefficiente di smorzamento  $\gamma_{bm}(x, \xi)$  e' in generale una funzione non lineare di  $\xi$ .

Trascurando la nonlinearita'  $\gamma_{bm}(x, \xi) = \Gamma(x)$ , le equazioni linearizzate nel dominio della frequenza diventano:

$$\xi(x, \omega) = \frac{1}{\sigma_{bm} \Delta(x, \omega)} P_d(x, \omega) \quad (3.2.2)$$

e

$$\frac{d^2 P_d(x, \omega)}{dx^2} = -k_0^2 \sigma_{bm} \omega^2 \xi(x, \omega) = k^2(x, \omega) P_d(x, \omega)$$

dove

$$\Delta(x, \omega) = \omega_{bm}^2(x) - \omega^2 + i\omega\Gamma(x)$$

Il vettore d'onda e' legato a frequenza e posizione dalla relazione:

$$k^2(x, \omega) = \frac{-k_0^2 \omega^2}{\Delta(x, \omega)} \quad (3.2.3)$$

da cui si puo' ricavare l'andamento della parte reale del vettore d'onda, associata alla propagazione, e della parte immaginaria, associata alla dissipazione. Si puo' vedere facilmente

che, immediatamente prima della risonanza, la parte reale del vettore d'onda cresce (ossia la lunghezza d'onda si comprime) molto rapidamente, mentre la parte

immaginaria raggiunge il suo massimo alla risonanza, causando un assorbimento totale. Senza entrare nei dettagli, la soluzione delle Eqq. (3.2.5 , 3.2.6) prevede che,

per ogni frequenza, si sviluppi un'onda viaggiante (TW) di pressione differenziale nel fluido e di velocita' trasversale della BM. La velocita' trasversale della membrana cresce rapidamente, come  $k^{3/2}$ , in prossimita' della risonanza, mentre la pressione differenziale decresce come  $k^{-1/2}$ . Nelle immediate vicinanze del sito risonante, lo

spostamento trasversale ha un massimo molto piccolo che stimola il rivelatore cocleare localmente. Di conseguenza l'onda di una data frequenza si propaga fino al proprio sito tonotopico e qui viene amplificata e assorbita, in una ristretta regione cocleare.

### 3.3. Soluzioni numeriche di modelli FCM

Per risolvere numericamente il problema cocleare, in questa tesi si fa riferimento ad una soluzione di tipo matriciale proposta da Elliott [17] nel 2007, che prevede la soluzione di un'equazione differenziale del secondo ordine<sup>4</sup> che descrive la propagazione mono dimensionale dell'onda viaggiante lungo la coclea.

In questa equazione, scritta da de Boer [19] nel 1996,  $p(t)$  rappresenta l'andamento della differenza di pressione attraverso la partizione cocleare e  $\ddot{w}(t)$  l'accelerazione media radiale della partizione. Entrambe queste grandezze sono locali, e quindi sono funzioni anche della variabile  $x$ : per comodità di notazione questa dipendenza è stata soppressa. Dando per assunto che l'altezza della sezione cocleare è uguale sotto e sopra la BM chiamiamo  $H$  una di queste due misure e  $\rho$  la densità del fluido cocleare.

Attraverso le informazioni sul gradiente di pressione sul piede della staffa alla base della membrana, all'elicotrema alla base vengono date le condizioni al contorno per la soluzione dell'equazione. Presso l'elicotrema si assume una differenza di pressione nulla (essendoci un'apertura che collega il dotto cocleare con la scala media), mentre chiamando  $\ddot{w}_s(t)$  l'accelerazione del piede della staffa, possiamo esprimere l'equazione al contorno alla base attraverso

$$\frac{d^2 p(t)}{dx^2} - \frac{2\rho}{H} \ddot{w}(t) = 0 \quad (3.3.1)$$

Questa accelerazione è data da due componenti: la prima è quella dovuta ad una forzante esterna che causa l'eccitazione ( $\ddot{w}_{so}(t)$ ) mentre la seconda -  $\ddot{w}_{sr}(t)$  - è l'accelerazione dovuta al carico della risposta interna .

---

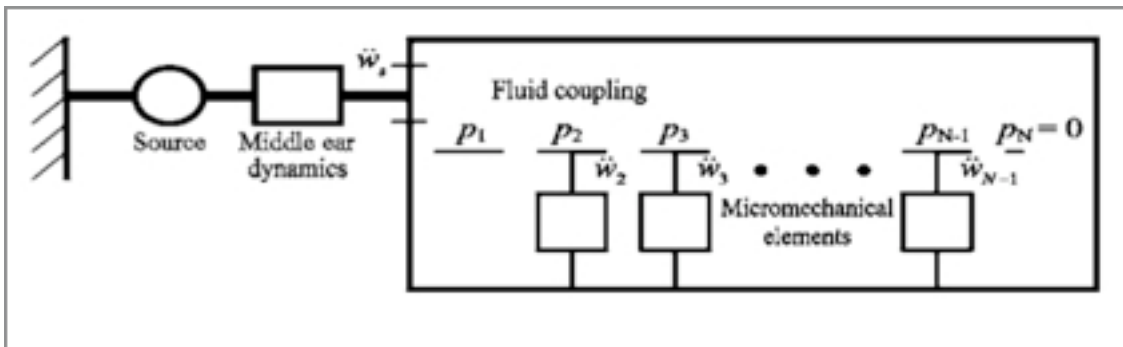
<sup>4</sup> Appendice A3

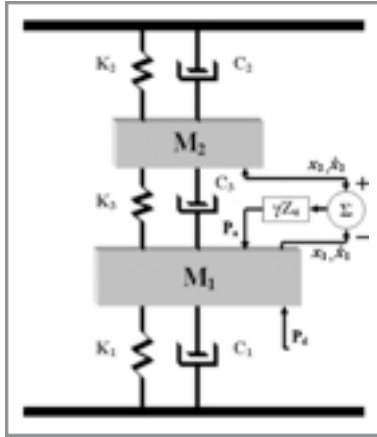
Per poter risolvere numericamente questo sistema, dobbiamo discretizzare il problema, dividendo la coclea in  $N$  partizioni cocleari di lunghezza  $\Delta$  come rappresentato nella figura qui sotto.

$$p(t)|_{x=L} = 0 \quad (3.3.2)$$

In questa rappresentazione discretizzata della coclea sono presenti  $N$  elementi micromeccanici che - come descritto in un articolo di Neely e Kim [18] del '96 - possono essere schematizzati come due masse  $M_1$  e  $M_2$  accoppiate tra loro con delle molle che attraverso un sistema di feedback additivo condizionano le proprie oscillazioni.

$$2\rho\ddot{w}_s(t) = 2\rho\ddot{w}_{so}(t) + 2\rho\ddot{w}_{sr}(t) \quad (3.3.4)$$





L'ammittanza di questo elemento isolato della partizione

Rappresentazione di un singolo elemento micromeccanico proposta da Neely e Kim. I valori di K rappresentano la costante elastica delle molle e C la dissipazione.

Le due masse sono collegate tra loro attraverso un sistema di feedback additivo che in funzione di velocità e accelerazione delle due masse reagisce introducendo energia nel sistema

cocleare può essere scritta come

dove

$$Y_p(s) = \frac{b}{g} \left[ Z_1(s) + Z_2(s) \cdot \left( \frac{Z_3(s) - \gamma Z_4(s)}{Z_2(s) + Z_3(s)} \right) \right]^{-1} \quad (3.3.5)$$

$$Z_1(i\omega) = \frac{K_1}{i\omega} + C_1 + i\omega M_1$$

$$Z_2(i\omega) = \frac{K_2}{i\omega} + C_2 + i\omega M_2$$

$$Z_3(i\omega) = \frac{K_3}{i\omega} + C_3$$

$$Z_4(i\omega) = \frac{K_4}{i\omega} + C_4$$

Quantity	Formula (SI)
$K_1(x)$	$1.1 \cdot 10^{10} e^{-400x} \text{ N}^* \text{ m}^{-3}$
$C_1(x)$	$200 + 15 \cdot 000 e^{-200x} \text{ N}^* \text{ s}^* \text{ m}^{-3}$
$M_1$	$3 \cdot 10^{-2} \text{ kg}^* \text{ m}^{-2}$
$K_2(x)$	$7 \cdot 10^7 e^{-440x} \text{ N}^* \text{ m}^{-3}$
$C_2(x)$	$100 e^{-220x} \text{ N}^* \text{ s}^* \text{ m}^{-3}$
$M_2$	$5 \cdot 10^{-3} \text{ kg}^* \text{ m}^{-2}$
$K_3(x)$	$1 \cdot 10^8 e^{-400x} \text{ N}^* \text{ m}^{-3}$
$C_3(x)$	$100 e^{-80x} \text{ N}^* \text{ s}^* \text{ m}^{-3}$
$K_4(x)$	$6.15 \cdot 10^9 e^{-400x} \text{ N}^* \text{ m}^{-3}$
$C_4(x)$	$100 e^{-80x} \text{ N}^* \text{ s}^* \text{ m}^{-3}$
gamma	1
g	1
b	0.4
L	0.025 m
$K_s$	$2.1 \cdot 10^6 \text{ N}^* \text{ m}^{-3}$
$C_s$	$4000 \text{ N}^* \text{ s}^* \text{ m}^{-3}$
$M_s$	$45 \cdot 10^{-2} \text{ kg}^* \text{ m}^{-2}$
$\rho$	$1000 \text{ kg}^* \text{ m}^{-3}$

Tornando quindi all'equazione differenziale

Tabella (3.3.1)

Parametri del modello micromeccanico di Neely e Kim riadattati e convertiti in unità di misura del SI dove:

gamma è il guadagno del sistema di feedback.

b è il rapporto tra lo spostamento medio della BM e lo spostamento massimo.

g rappresenta il gain della leva, L la lunghezza della partizione,  $\rho$  la densità.

I parametri  $K_s$ ,  $C_s$  e  $M_s$  fanno riferimento all'orecchio medio

3.3.1, ora che abbiamo discretizzato il sistema, questa può essere approssimata con le differenze finite. Per n da 2 a N-1

$$\frac{p_{n-1}(t) - 2p_n(t) + p_{n+1}(t)}{\Delta^2} - \frac{2\rho}{H} \ddot{w}_n(t) = 0 \quad (3.3.6)$$

Le condizioni al contorno 4.3.2 e 4.3.3 viste prima diventano

$$p_N(t) = 0 \quad ; \quad \frac{p_2(t) - p_1(t)}{\Delta} - 2\rho \ddot{w}_{sr}(t) = 2\rho \ddot{w}_{so}(t) \quad (3.3.7)$$

E' quindi possibile scrivere l'equazione (3.3.6) in forma matriciale

$$F \cdot p(t) - \ddot{w}(t) = q \quad (3.3.8)$$

dove F è la matrice delle differenze finite, e q il vettore dei termini noti:

$$\frac{H}{2\rho\Delta^2} \begin{bmatrix} -\frac{\Delta}{H} & \frac{\Delta}{H} & 0 & & & 0 \\ 1 & -2 & 1 & & & \\ 0 & 1 & -2 & 1 & & \\ & & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & & 1 & -2 & 1 & 0 \\ & & & & 1 & -2 & 1 \\ 0 & & & & & 0 & -\frac{2\rho\Delta^2}{H} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} p_1(t) \\ p_2(t) \\ \vdots \\ p_{N-1}(t) \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \ddot{w}_{sr}(t) \\ \ddot{w}_2(t) \\ \vdots \\ \ddot{w}_{N-1}(t) \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \ddot{w}_{so}(t) \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.3.9)$$

La dinamica del singolo elemento micromeccanico (per n = 2 : N-1) viene espressa dalla seguente coppia di equazioni:

$$\dot{x}_n(t) = A_n x_n(t) + B_n p_n(t) \quad (3.3.10)$$

$$\dot{w}_n(t) = C_n x_n(t) \quad (3.3.11)$$

dove  $x_n(t)$  è il vettore delle variabili di stato associato con il comportamento interno dell'n-esimo elemento. Per l'orecchio medio (n=1) valgono le due leggi

$$\dot{x}_1(t) = A_1 x_1(t) + B_1 p_1(t) \quad (3.3.12)$$

$$\dot{w}_{sr}(t) = C_1 x_1(t) \quad (3.3.13)$$

In forma generale, tutti questi elementi indipendenti possono essere messi insieme nelle equazioni matriciali seguenti (dopo aver trasposto i vettori  $x(t)$ ,  $\dot{w}(t)$ , e  $p(t)$ )

$$\dot{x}(t) = A_E x(t) + B_E p(t) \quad \dot{w}(t) = C_E x(t) \quad (3.3.14)$$

Il vettore  $x(t)$  complessivo delle variabili di stato non va confuso la variabile spaziale longitudinale utilizzata nell'equazione differenziale (3.3.1).

Le matrici (diagonali a blocchi) sono definite nella maniera seguente:

$$A_E = \begin{bmatrix} A_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & A_2 & & \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ & & & A_{N-1} & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & A_N \end{bmatrix} \quad B_E = \begin{bmatrix} B_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & B_2 & & \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ & & & B_{N-1} & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & B_N \end{bmatrix}$$

$$C_E = \begin{bmatrix} C_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & C_2 & & \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ & & & C_{N-1} & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & C_N \end{bmatrix} \quad (3.3.15)$$

Ora, assumendo che la matrice  $F$  delle differenze finite sia invertibile, scriviamo questa equazione che descrive la variazione di pressione del fluido cocleare:

$$p(t) = F^{-1}\ddot{w}(t) + F^{-1}q(t) = C_E \dot{x}(t) + F^{-1}q(t) \quad (3.3.16)$$

Successivamente, definendo le matrici

$$A = [I - B_E F^{-1} C_E]^{-1} A_E \quad B = [I - B_E F^{-1} C_E]^{-1} B_E \quad u = F^{-1}q \quad (3.3.17)$$

e sostituendo questi valori nella (3.3.13) otteniamo un'equazione complessiva per gli elementi micromeccanici distribuiti, che include le condizioni al contorno, e può essere scritta nella sua forma spaziale come:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (3.3.18)$$

Per capire meglio come utilizzare e sfruttare il metodo matriciale appena esposto, si riporta un esempio pratico.

Il modello micromeccanico di Neely e Kim deve avere due variabili di stato associate a ciascun grado di libertà del sistema. Le quattro variabili (2 per ogni oscillatore) che entrano in gioco per

descrivere il singolo elemento micromeccanico sono le posizioni ( $x_1(t)$  e  $x_2(t)$ ) e le velocità ( $\dot{x}_1(t)$  e  $\dot{x}_2(t)$ ) associate alle due masse  $M_1$  e  $M_2$ .

Definisco il vettore delle variabili di stato (velocità e posizione)  $x_n$  associato all' $n$ -esimo elemento come:

$$x_n := \begin{bmatrix} \dot{x}_1 & x_1 & \dot{x}_2 & x_2 \end{bmatrix}_n^T \quad (3.3.19)$$

In questo modo l'equazione associata viene scritta nella forma

$$\dot{x}_n(t) = A_n x_n(t) + B_n p_n(t) \quad (3.3.20)$$

dove le matrici  $A_n$  e  $B_n$  sono definite [17] come segue:

$$A_n = \begin{bmatrix} -\frac{C_1+C_3-g\gamma C_4}{M_1} & -\frac{K_1+K_3-g\gamma K_4}{M_1} & \frac{C_3-\gamma C_4}{M_1} & \frac{K_3-\gamma K_4}{M_1} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{C_3}{M_2} & \frac{K_3}{M_2} & -\frac{C_2+C_3}{M_2} & \frac{K_2+K_3}{M_2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}_n \quad B_n = \begin{bmatrix} 1/M_1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_n^T \quad (3.3.21)$$

La condizione di contorno alla base della membrana basilare può venir riscritta come

$$p_1(t) = M_s \ddot{w}_{sr}(t) + C_s \dot{w}_{sr}(t) + K_s w_{sr}(t) \quad (3.3.22)$$

dove  $K_s, C_s, M_s$  sono rispettivamente l'elasticità, la dissipazione e la massa dell'elemento associato all'orecchio medio, interfacciato attraverso il piede della staffa alla finestra ovale (Vedere tabella 7.4.1). Questo elemento introduce una risonanza intorno a 1500 Hz.

Definendo  $w_{sr}(t)$  e  $\dot{w}_{sr}(t)$  le due variabili di stato associate a questa partizione, si può scrivere

$$\dot{x}_1(t) = A_1 x_1(t) + B_1 p_1(t) \quad (3.3.23)$$

dove

$$x_1(t) = \begin{bmatrix} \dot{w}_s(t) & w_s(t) \end{bmatrix}^T \quad A_1 = \begin{bmatrix} -\frac{C_s}{M_s} & -\frac{K_s}{M_s} \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad B_1 = \begin{bmatrix} 1/M_s & 0 \end{bmatrix}^T \quad (3.3.24)$$



L'altra condizione al contorno, quella apicale, è invece espressa da

$$x_N = \dot{w}_H \qquad A_N = 0 \qquad B_N = 0 \qquad (3.3.25)$$

Questo metodo numerico per la soluzione del sistema viene utilizzato - con alcune variazioni - nel programma che simula la risposta cocleare sviluppato con matlab in questa tesi. I dettagli su come questo modello è stato implementato sono riportati nel capitolo 5.

## 4. Emissioni Otoacustiche

Le emissioni otoacustiche - spesso conosciute sotto l'acronimo di OAEs<sup>5</sup> - sono segnali acustici misurati nel canale uditivo sia in assenza che in presenza di stimolo acustico, eventualmente somministrato nel canale uditivo stesso.

Questi segnali, i quali possono venir interpretati come “suoni generati dall'orecchio”, possono percorrere all'indietro la membrana basilare e l'orecchio medio per poi venir rivelati come onde acustiche nel canale uditivo attraverso dei microfoni-sonda.

### 4.1. Introduzione

Le emissioni otoacustiche sono state scoperte circa 30 anni fa<sup>6</sup> e da allora hanno offerto a scienziati di tutto il mondo un severo banco di prova sperimentale per i modelli cocleari basati sulla linea di trasmissione tonotopicamente risonante.

Il fatto che questo fenomeno sia intrinsecamente complesso e che i meccanismi di generazione delle emissioni siano tutt'ora ampiamente in discussione, non ha ostacolato lo sviluppo di numerose applicazioni pratiche - soprattutto in ambito clinico e audiologico - le quali permettono di ottenere dallo studio delle OAEs importanti informazioni sullo stato di salute e su eventuali disfunzioni dell'orecchio interno.

Da misurazioni effettuate su un elevato numero di soggetti sono emerse delle lievi differenze nelle intensità di queste emissioni tra orecchio destro e sinistro - nel primo caso maggiori - e tra donne e uomini<sup>7</sup>.

In laboratorio le OAEs sono diventate un'importante sorgente di informazioni su come la coclea reagisce ad uno stimolo sonoro e hanno permesso di acquisire una profonda conoscenza dei complessi fenomeni fisici che hanno luogo all'interno della coclea.

Numerosi esperimenti nel corso degli anni hanno dimostrato che le OAEs sono intimamente connesse ad una caratteristica chiave delle dinamiche cocleari, ovvero quella che prende il nome di “processo attivo” o più nello specifico di “amplificatore cocleare”, che è stato trattato nel paragrafo 2.3.2.

---

<sup>5</sup> OAEs : Oto Acoustic Emission(s)

<sup>6</sup> Nel 1977 David Kemp ha pubblicato il primo lavoro sulla esistenza di risposte evocate nella coclea

<sup>7</sup> Nelle donne l'intensità di emissione è leggermente maggiore. C'è chi ne attribuisce le cause all'estrogeno.

Le OAEs possono essere utilizzate per praticare importanti esperimenti sull'apparato uditivo semplicemente osservando i cambiamenti dell'ampiezza della risposta otoacustica a specifiche condizioni dello stimolo.

Attraverso le OAEs è possibile dimostrare il meccanismo cocleare che permette di selezionare le frequenze, mettere in risalto le non-linearità del sistema orecchio e osservare il deterioramento delle prestazioni di una coclea sottoposta a rumori forti o a certi tipi di medicinali [11].

Le emissioni otoacustiche formano un ponte tra la clinica ed il laboratorio e tra la ricerca sull'orecchio umano e non umano.

Le osservazioni che vengono fatte in questa tesi si riferiscono in particolare all'orecchio umano, ma va fatto notare che il processo attivo che sta dietro alle emissioni otoacustiche è comune a tutti i vertebrati<sup>8</sup>.

## 4.2. Cenni storici

L'idea che l'orecchio possa produrre dei suoni, accompagna la storia dell'uomo da millenni: nasce con la consapevolezza della percezione in uno od entrambi gli orecchi di rumori - sotto forme diverse - provocati da una comune disfunzione dell'apparato uditivo o da eventi traumatici, conosciuti oggi con il nome scientifico di "acufeni"<sup>9</sup> (tinnitus).

David Kemp, che fu poi il primo a rilevare l'esistenza di suoni nel canale uditivo, già non molto tempo dopo essere entrato nel campo dell'audiologia come fisico, dichiara di essersi imbattuto in un medico ed un fisico<sup>10</sup> i quali stavano provando a registrare gli acufeni con un microfono da 2.5 cm posto vicino all'orecchio di un paziente. A volte quando il tintinnio era di tipo click la registrazione aveva successo. Ma nella gran parte dei pazienti affetti da acufeni, anche coloro i quali riportavano sensazioni di forti suoni tonali, nessun suono in uscita dall'orecchio veniva registrato. Tale mancanza di riscontro ha fatto sì che si maturasse nell'ambiente scientifico la convinzione che detto fenomeno fosse solamente soggettivo e che non corrispondesse a emissione di un suono reale.

Uno studio effettuato nel 1971 dal dott. Glanville mise in evidenza delle vere emissioni otoacustiche spontanee provenienti da orecchie con attività anormale iperattiva, e ciò portò alla conclusione che tali suoni fossero causati da 'oscillazioni vascolari'.

Ma già 23 anni prima di queste rilevazioni, nel 1948 Thomas Gold<sup>11</sup> aveva pubblicato un articolo nel quale affermava che nel processo uditivo, all'interno della coclea, per discriminare le

---

<sup>8</sup> Manley (2001)

<sup>9</sup> fischi,ronzii,fruscii,crepitii,soffi,pulsazioni etc.

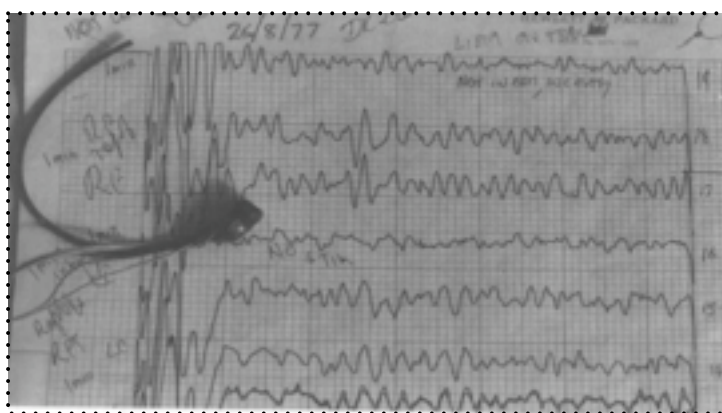
<sup>10</sup> R. Hinchcliffe - J.J. Knight

<sup>11</sup> T. Gold è stato un astrofisico austriaco ( 1920-2004 )

frequenze vi dovesse essere un meccanismo attivo di risonanza: quello che noi adesso chiamiamo processo attivo e del quale sappiamo essere responsabili le cellule ciliate esterne. Gold affermò che nella coclea deve esistere un sistema di controllo che regola precisamente la quantità di feedback positivo per mantenere le performance stabili - il quale noi oggi sappiamo essere vero ed essere regolato dal tronco encefalico. Egli stesso affermò che come manifestazione esterna di questo meccanismo di oscillazione spontanea della coclea vi dovevano essere delle emissioni di un tono all'interno del canale uditivo - che noi ora conosciamo come emissioni spontanee. A quel tempo queste affermazioni furono contrastate da critiche durissime, poiché sia nella convinzione comune, che negli esperimenti scientifici, non si era mai riusciti a registrare niente di simile.

Un importante passo in avanti nella ricerca, fu fatto nel 1960 da Georg von Békésy<sup>12</sup> il quale concentrò i suoi studi sulle modalità di trasmissione dell'onda trasversale all'interno della coclea, a partire dalla finestra ovale, e teorizzò per primo le dinamiche di quella che poi venne chiamata "*Travelling Wave*".

Nell'agosto del 1977 all'interno del seminterrato del Nuffield Hearing and Speech Center di Londra, durante alcuni esperimenti per testare la risonanza delle onde stazionarie della microstruttura acustica, David Kemp registrò quelle che oggi vengono considerate come le prime emissioni otoacustiche rilevate.



Quelle che allora furono considerate come dei semplici 'echi cocleari' dagli stessi scopritori, nel corso degli ultimi 40 anni grazie ad un elevatissimo numero di studi e ricerche, hanno portato a quella che è la nostra attuale conoscenza sulle emissioni otoacustiche, che sappiamo non essere dei semplici echi ma altresì una conseguenza e una prova tangibile del processo di amplificazione attiva e non lineare che avviene all'interno della coclea.

<sup>12</sup> G. von Békésy fu un neurofisiologo ungherese - Premio Nobel per la medicina nel 1961

### 4.3. Diversi tipi di OAEs

Esistono diverse tipologie di emissioni otoacustiche, le quali possono venire suddivise e categorizzate secondo vari criteri: un primo criterio per la classificazione della OAEs viene applicato sulla base dello stimolo utilizzato per evocare le OAEs, mentre una seconda opzione, proposta da Shera e Guinan[5], basa la classificazione sul diverso meccanismo cocleare con le quali le emissioni vengono generate.

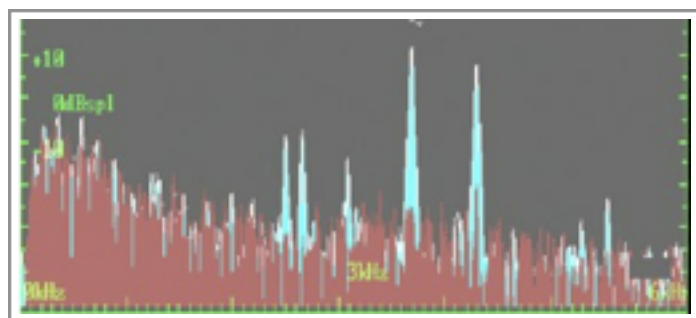
#### 4.3.1. Classificazione secondo il tipo di stimolo

Parliamo di emissioni evocate (EOAE) quando viene somministrato uno stimolo acustico nel canale uditivo immediatamente prima di registrare la risposta, mentre parliamo di emissioni spontanee (SOAE) quando le misurazioni vengono fatte in assenza di stimolo esterno.

Alla prima categoria appartengono diversi tipi di emissioni: vi sono le emissioni evocate da stimoli transienti ( TE<sub>OAE</sub> ), le emissioni evocate da uno stimolo sinusoidale ( SF<sub>OAE</sub> ) e le emissioni prodotte di distorsione ( DP<sub>OAE</sub> ) evocate da due toni di frequenza vicina.

##### 4.3.1.1. SOAE

Le SOAE - Spontaneous OAE -, sono prodotte in assenza di stimolo esterno, e testimoniano inequivocabilmente l'esistenza di un meccanismo amplificatore cocleare attivo non-lineare. La misura delle SOAE richiede microfoni e preamplificatori a basso rumore, e un'integrazione su tempi lunghi (diversi secondi), a causa della piccola ampiezza del segnale ( $< 20$  dB). Sono rilevabili nel 70% circa dei soggetti adulti sani (in particolare nei neonati raggiungono le ampiezze maggiori), e mantengono nel corso degli anni un'ampiezza e frequenza di poco variabile.



In questa figura è illustrato uno spettro di emissioni spontanee - in azzurro - che presenta delle chiare linee piccate a determinate frequenze. In rosso il rumore.

Dati provenienti da strumentazione ILO Echoport 292

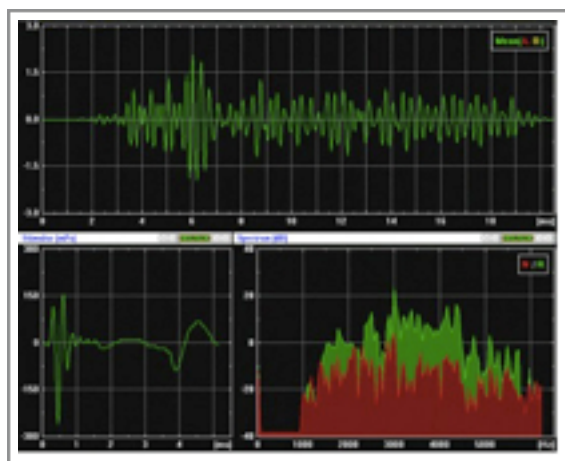
### 4.3.1.2. TEOAE

Le TEOAE - Transient Evoked OAE - sono emissioni evocate da stimolo transiente, ovvero di breve durata temporale che sondano ‘simultaneamente’ la coclea in un ampio range di frequenza, dipendente dalla banda dello stimolo. Le virgolette sono giustificate da due considerazioni :

1. Non tutti gli stimoli transienti sono necessariamente simultanei a tutte le frequenze.
2. Le componenti di differente frequenza dello stimolo devono percorrere un cammino dipendente dalla frequenza per raggiungere il proprio sito tonotopico, dove avviene la generazione delle OAE.

Di conseguenza i generatori delle OAE non sono eccitati simultaneamente da uno stimolo impulsivo, neanche se di durata infinitesimale. E' comunque vero che la coclea è eccitata a più frequenze contemporaneamente da uno stimolo transiente.

Gli stimoli comunemente usati sono: click (impulsi rettangolari di circa durata 100- 200  $\mu s$ ) e i tone-bursts (sinusoidi di durata finita  $\Delta t$  e larghezza di banda  $\Delta f^{-1}$  intorno alla propria frequenza fondamentale). Le otoemissioni generate da click vengono anche chiamate CEOAE: Click Evoked OAE.



Nella figura accanto possiamo osservare nella parte alta la risposta all'impulso (il quale è visibile in basso a sinistra) in funzione del tempo, e nella parte in basso a destra la trasformata di Fourier della risposta - in verde-, che ci da indicazioni sullo spettro della risposta. Quello rappresentato in rosso è il rumore presente nel segnale.

Per ottenere una buona risposta lo spettro dello stimolo deve essere il più possibile piatto.

Dati provenienti da strumentazione *ILO Echoport 292*

Per migliorare il SNR<sup>13</sup> si utilizza la tecnica di “*averaging*” mediando centinaia di risposte sincronizzate dallo stimolo, che viene somministrato tipicamente con un tempo di ripetizione di 20ms, il quale è sufficiente per permettere alla risposta evocata di esaurirsi.

Lo stimolo impulsivo genera il fenomeno del ringing dovuto alla generazione di onde persistenti nel canale uditivo: per ridurre drasticamente il disturbo derivante da questo, si usano delle

<sup>13</sup> Signal to Noise Ratio : è una grandezza numerica che mette in relazione la potenza del segnale utile rispetto a quella del rumore in un qualsiasi sistema di acquisizione, elaborazione o trasmissione dell'informazione

tecniche di finestrazione nel tempo, che impediscono però di avere dati sufficientemente accurati relativi alle frequenze più alte (che sono le prime ad essere riflesse) .

E' possibile analizzare la forma d'onda delle TEOAE con algoritmi tempo-frequenza (Appendice A.2) in modo da ottenere una stima della latenza di ogni componente frequenziale della risposta.

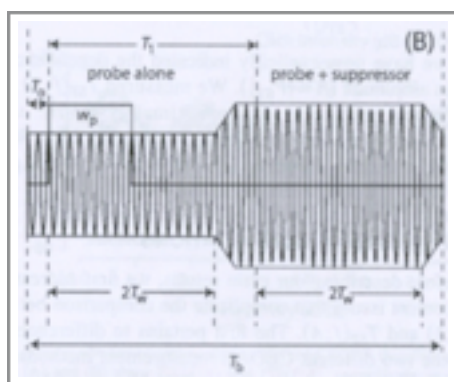
Per esempio l'analisi wavelet fornisce un set di coefficienti wavelet, che sono funzioni del tempo che mostrano l'evoluzione temporale del segnale entro una certa banda di frequenze. Il tempo massimo del coefficiente wavelet associato ad una data banda può essere considerato una buona stima della latenza di quella componente.

### 4.3.1.3. SFOAE

Le SFOAE - Single Frequency OAE - sono evocate da un unico tono continuo - nella fattispecie un'onda sinusoidale monocromatica - in cui la risposta evocata si sovrappone allo stimolo stesso. In questo modo è possibile sondare l'intera membrana basilare per tutta la sua lunghezza incrementando la frequenza di volta in volta, a un passo tanto piccolo quanto maggiore si desidera avere una risoluzione in frequenza elevata. I tempi di un test come questo sono inevitabilmente molto più lunghi rispetto ai tempi con cui si ottiene una risposta TEOAE, ma sono di certo più accurati e non presentano componenti non lineari, poiché ad ogni step viene stimolata una sola zona di BM.

Per evidenziare - rispetto all'intensità dello stimolo somministrato - la debole risposta SFOAE si utilizza una tecnica differenziale<sup>14</sup> che è basata sulla somministrazione alternata dello stimolo sinusoidale - il probe - e dello stesso stimolo sinusoidale sommato ad un tono soppressore di intensità e di frequenza vicina, all'interno della banda critica. La differenza tra il segnale registrato con o senza soppressore contiene alla frequenza dello stimolo solamente la risposta SFOAE, perché lo stimolo si cancella nella differenza e il soppressore ha una frequenza abbastanza

differente da non interferire con il segnale SFOAE.



L'immagine mostra il paradigma di acquisizione a due stadi: l'emissione è calcolata come la componente di Fourier alla frequenza del probe, facendo la differenza complessa tra il probe e il segmento probe - suppressor. Le forme d'onda del probe sono estratte usando delle finestre rettangolari.

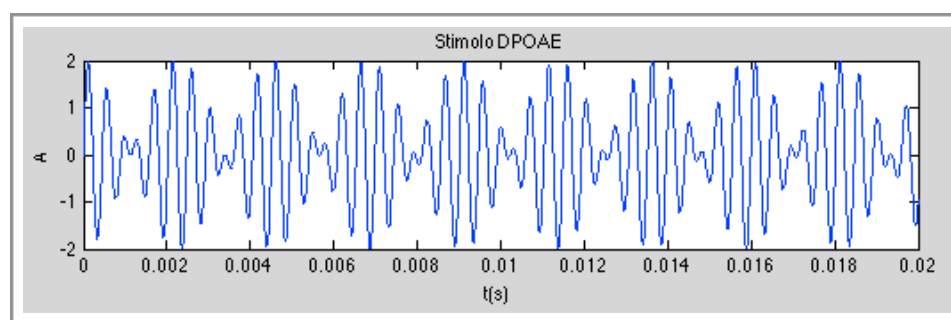
Figura tratta da [6]

<sup>14</sup> Esistono anche altre tecniche qui non trattate per ottenere lo stesso risultato

### 4.3.1.4. DPOAE

I prodotti di distorsione - Distortion Product OAE - sono ampiamente studiati e applicati nella pratica clinica, nonostante la difficoltà interpretativa che pongono, a causa del loro complesso meccanismo di generazione.

Come accennato in precedenza, la risposta della coclea è non lineare. Ciò implica che se una regione cocleare è eccitata contemporaneamente a due diverse frequenze  $f_1$  ed  $f_2$  viene evocata una risposta otoacustica non solo alle due frequenze primarie, ma anche a frequenze combinazioni lineari di  $f_1$  ed  $f_2$ .



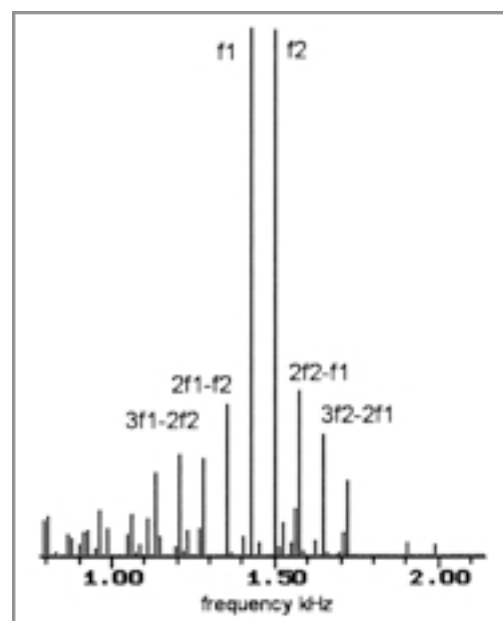
Andamento temporale dello stimolo utilizzato per evocare i prodotti di distorsione. In questo caso abbiamo:

$f_1=2\text{kHz}$  ,  $f_2= 2.44 \text{ kHz}$

La particolare natura cubica[10] della non linearità cocleare giustifica il fatto che la generazione non lineare più intensa si abbia alle frequenze  $2f_1-f_2$  e  $2f_2-f_1$ . Il fatto che la coclea sia tonotopica, ossia che l'eccitazione ad ogni frequenza sia piccola ovunque salvo che in prossimità del proprio sito risonante implica d'altra parte che due frequenze possano eccitare significativamente lo stesso punto della membrana solo se sono vicine fra loro. Per queste ragioni, nella pratica sperimentale, i DPOAE sono generalmente evocati da toni primari in un rapporto di frequenze  $f_2/f_1$  intorno a 1.2, che risulta essere ottimale, e si osserva la risposta non-lineare più intensa, che è quella alla frequenza  $f_{dp}=2f_1-f_2$ . Questo prodotto di distorsione ha due sorgenti. La prima è originata dalla distorsione nonlineare nel sito risonante alla frequenza  $f_2$ , dove c'è la massima sovrapposizione dei due pattern di eccitazione generati dai toni primari. Il tono alla frequenza  $f_{dp}$  generato in  $x(f_2)$  si propaga all'indietro e in avanti lungo la coclea. La parte progressiva dell'onda viene amplificata e riflessa quando raggiunge il proprio sito tonotopico,  $x(f_{dp})$ .

Abbiamo così due onde che tornano indietro verso l'orecchio esterno e contribuiscono al segnale che viene rivelato come DPOAE.

La sovrapposizione dei due segnali provenienti dai due



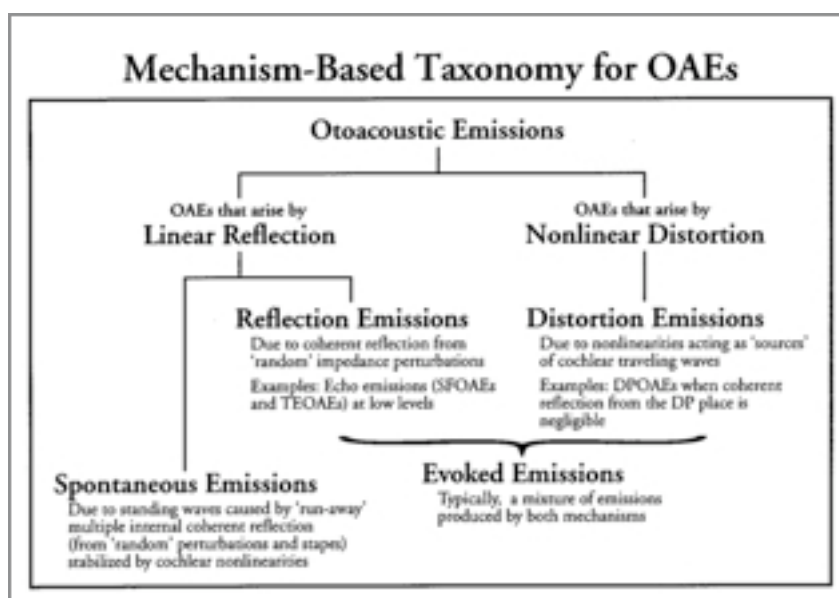


diversi meccanismi produce interferenza più o meno costruttiva a seconda della fase relativa. Si giustifica così l'osservazione della cosiddetta struttura fine<sup>15</sup> dello spettro dei DPOAE, che mostrano pronunciate oscillazioni in funzione della frequenza, dovute alla rapida variazione della relazione di fase tra le due componenti.

### 4.3.2. Classificazione secondo il meccanismo di generazione

Nel 1999 Shera e Guinan in un articolo[5] pubblicato sul 'The Journal of the Acoustical Society of America' suggeriscono che l'origine delle OAEs non sia una sola, ma sia da accreditare a due meccanismi : il meccanismo della riflessione lineare e quello della distorsione non lineare .

Questo comporta che le otoemissioni sono il risultato cumulativo di questi due processi da cui non si può prescindere e il modello che ne scaturisce è anche noto con il nome di “*Two sources interference model*”.



Questa è la classificazione che Shera e Guinan propongono nell'articolo in questione[5], e che è a 10 anni di distanza largamente accettata e confermata.

<sup>15</sup> Il termine struttura fine è comunemente usato per indicare una tipologia di spettro caratterizzato da rapide fluttuazioni di ampiezza evidenziabili solo con tecniche spettroscopiche ad alta risoluzione

Vari esperimenti hanno provato che per livelli dello stimolo sotto una certa soglia la coclea si comporta in maniera approssimativamente lineare, mentre quando si supera questa soglia il comportamento diventa decisamente non lineare, presentando saturazione e distorsione (con la conseguente generazione di frequenze non presenti nello spettro dello stimolo, come nel caso dei prodotti di distorsione).

Il meccanismo della riflessione lineare è invece quello che si associa alla riflessione dell'onda viaggiante sulla membrana basilare nei pressi del sito tonotopico - ovvero laddove l'impedenza trasversale varia bruscamente.

Questo meccanismo è tuttora in discussione e si ritiene generalmente che sia necessario postulare la presenza di irregolarità (roughness) distribuite casualmente nella struttura meccanica della coclea, che fungano da centri di riflessione per l'onda incidente.

## 4.4. Tecniche sperimentali e misurazione di OAE

Come abbiamo già visto prima, lo studio delle otoemissioni rappresenta uno strumento molto efficace per diagnosticare eventuali danni all'apparato uditivo, utile complemento alle tecniche psicoacustiche. La percezione uditiva coinvolge evidentemente anche processi di elaborazione localizzati nella corteccia uditiva. Non tutte le proprietà dell'udito sono quindi spiegabili in termini dei meccanismi periferici, anche se raffinati come quelli cocleari. La psicoacustica fornisce un accesso diretto al "prodotto finito" della elaborazione cerebrale dei segnali acustici. Le categorie della psicoacustica sono legate alla percezione, e si basano quindi sul giudizio del soggetto esaminato per esprimere valutazioni qualitative o quantitative.

Tra le categorie più importanti ricordiamo il concetto di soglia uditiva, ossia la minima intensità sonora percepibile, quello di loudness, e quello di banda critica, ossia l'intervallo di frequenza all'interno del quale la percezione della frequenza centrale è influenzata da stimoli di vario tipo.

La misura della soglia audiometrica si effettua facendo ascoltare al soggetto un tono puro di intensità crescente e decrescente, secondo una sequenza prestabilita, e chiedendogli di manifestare quando lo percepisce. Il minimo livello percepito è una misura della soglia a quella frequenza. L'operazione viene normalmente effettuata alle frequenze di 250, 500, 1k, 2k, 3k, 4k, 6k e 8kHz, producendo quello che si chiama audiogramma, un grafico della soglia uditiva in funzione della frequenza.

La percezione dell'intensità sonora è espressa dal concetto di loudness. Se la scala del loudness utilizza un giudizio soggettivo per comparare intensità diverse, è invece molto interessante il concetto di curve isofoniche (di uguale *loudness*). Se si fa ascoltare a un soggetto un tono di livello noto (ad es. 40 dB) e gli si chiede di individuare il livello di toni di frequenza differente che

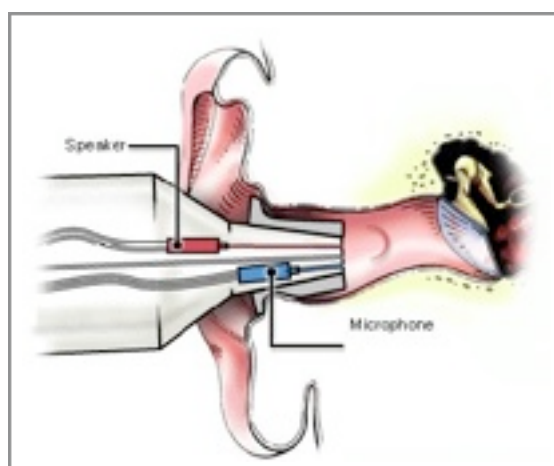
corrisponde alla stessa sensazione di loudness, si ottiene infatti una curva, detta isofonica, che mostra un andamento simile a quello della soglia audiometrica, ed esprime la diversa sensibilità dell'orecchio alle diverse frequenze da un punto di vista percettivo.

Le misure del tuning o della banda critica si ottengono facendo ascoltare un tono di una frequenza data e osservando la modificazione della percezione del tono dovuta alla somministrazione di un altro stimolo, definito mascheratore, che può essere rumore filtrato in una banda di frequenza data. Avvicinando la banda del tono mascheratore alla frequenza del tono, si può individuare a quale distanza in frequenza la percezione del tono scompare, in funzione dell'ampiezza del tono stesso, ottenendo così una curva la cui larghezza è una stima della ampiezza della banda critica. Un'altra classica misura utilizza un mascheratore centrato alla frequenza del tono e ne incrementa la banda, misurando come cresce la soglia per la percezione del tono al crescere della banda del mascheratore. La larghezza di banda per cui la soglia smette di crescere individua in questo caso la banda critica.

Queste tecniche audiometriche non sono obiettive, poiché richiedono l'intervento diretto del paziente il cui giudizio può essere influenzato da diversi fattori personali. Inoltre su alcuni soggetti (si pensi ai neonati) test di questo tipo sono completamente inattuabili.

Tecniche invasive<sup>16</sup> a parte, la misurazione delle emissioni otoacustiche consente di ottenere dei risultati obiettivi - senza la collaborazione del paziente - in tempi ragionevoli e senza richiedere particolari interventi.

Difatti, per registrare le emissioni otoacustiche viene inserita per circa 1 cm nel canale uditivo una piccola sonda<sup>17</sup> contenente un microfono ad alta sensibilità e uno speaker, come vediamo nella figura sottostante.



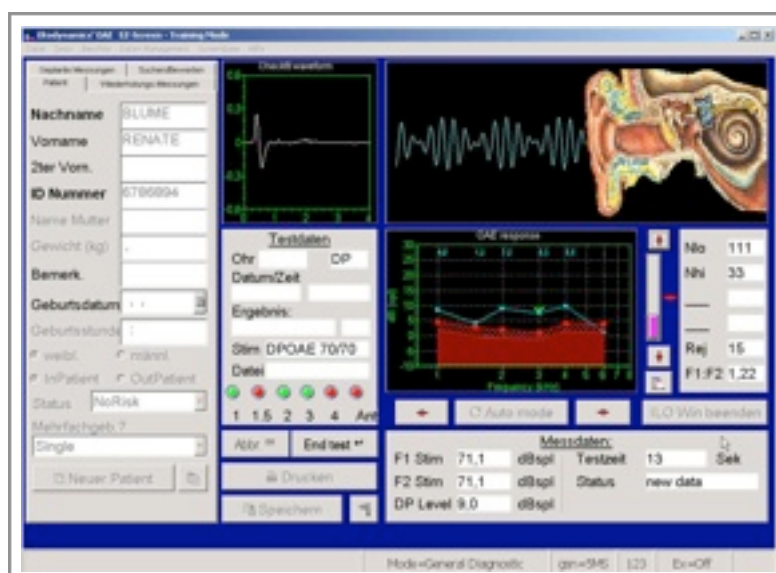
<sup>16</sup> Esistono numerose tecniche di indagine che prevedono l'intervento diretto sulla coclea, tra le quali vale la pena ricordare le misure di velocità di vibrazione della BM mediante interferometria laser.

<sup>17</sup> un'esempio di sonda è rappresentato dalla Etymotics ER10C

La sonda è collegata solitamente ad un preamplificatore e ad una scheda di acquisizione, che possono essere poco ingombranti e portatili come nell' ILO Echoport, che si occupa di campionare i segnali in ingresso.

Per migliorare la qualità dei dati e ridurre al minimo il rumore ambientale, le acquisizioni si possono effettuare in camera anecoica. Inoltre è fondamentale che vi sia un buon accoppiamento tra la sonda e il canale uditivo: in altri termini la sonda deve rimanere immobile nel canale in modo da evitare l'aggiunta di ulteriore rumore che renderebbe le misurazioni imprecise. Per questo motivo al capo della sonda vengono aggiunti dei piccoli beccucci di gomma per favorire un buon posizionamento e un buon isolamento.

La casa produttrice della scheda di acquisizione solitamente fornisce insieme all'hardware un software con un'interfaccia grafica intuitiva che permette di gestire e salvare le simulazioni.

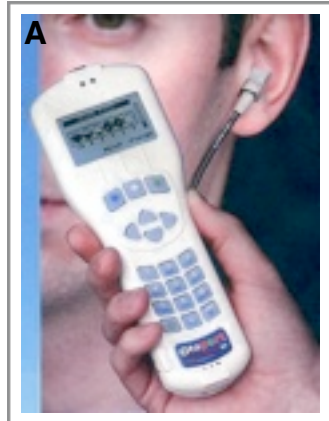


Questo screenshot è stato eseguito su una schermata di Otodynamics' OAE in EZ screen Mode

Prima di cominciare l'acquisizione vera e propria delle OAEs, il software esegue una sincronizzazione e calibrazione dello strumento di trasduzione.

Questo processo, unito ad un buon accoppiamento, permette all'apparato stesso di gestire al meglio i pacchetti d'onda provenienti dalla sonda scartando autonomamente quelli non idonei in termini di rapporto segnale-rumore mediante lo stesso software.

Esistono dei sistemi commerciali, utilizzati spesso per lo screening neonatale, molto più compatti e di facile utilizzo. In altri casi può essere necessario ricorrere a misurazioni personalizzate, e per questo motivo viene richiesto l'utilizzo di una scheda d'acquisizione professionale e gestibile attraverso software flessibili (i.e. *Labview*, *National Instruments*) coi quali si possono creare sistemi di acquisizione ed analisi online e modificare ad esempio i paradigmi di acquisizione.



A: Dispositivo Otocheck Screener (5000€ circa), portatile, compatto, e di semplice utilizzo

B: Scheda di acquisizione National Instruments NI PXI-1042 Q presente presso i laboratori dell'I.S.P.E.S.L. di Monteporzio Catone e interfacciata con l'utente attraverso piattaforma LabView.

C: Fotografia scattata nel laboratorio dell'I.S.P.E.S.L. durante la registrazione di emissioni effettuata su Daniele Nasone nell'ambito della tesi del corso di Acustica 2.

D: Immagine della scheda di acquisizione ILO Echoport portatile con interfaccia USB

I tempi di acquisizione sono variabili e vanno dal minuto circa necessario per registrare delle TEOAE, fino ai 30 minuti per fare una scansione attraverso SFOAE frequenza per frequenza a step di 20-50 Hz.

## 4.5. Latenza delle TEOAE e invarianza di scala (SI)

La relazione sperimentale tra latenza e frequenza può essere interpretata con l'ausilio dei modelli teorici. Nei modelli a linea di trasmissione la latenza delle TEOAE è calcolabile a partire dalla conoscenza della relazione tra il vettore d'onda  $k$ , la frequenza  $\omega$  e la posizione  $x$ . Infatti il tempo impiegato dal pacchetto d'onda di frequenza  $\omega$  per percorrere il cammino fino al sito tonotopico  $x(\omega)$  e tornare indietro come OAE è dato [14] dall'integrale di cammino dell'inverso della velocità di gruppo:

$$\tau(\omega) = 2 \int_0^{x(\omega)} \frac{\partial k(x, \omega)}{\partial \omega} dx \quad (4.5.1)$$

La eq. 3.2.5 permette di calcolare esplicitamente la velocità di gruppo, in funzione della relazione assunta tra  $\Gamma$  e  $\omega$ .

Una proprietà di simmetria importante della coclea, detta invarianza di scala (SI), postula che la fisica sia invariante al variare della frequenza, ossia che le grandezze dimensionali (ad esempio la lunghezza d'onda) non varino per una trasformazione di scala della frequenza.

Cio' significa che il modello non deve contenere esplicitamente scale di frequenza caratteristiche. In realtà questa simmetria non è esattamente verificata nella coclea reale, per lo meno a bassa frequenza, dove il termine  $\omega_1$  della mappa di Greenwood ne introduce una violazione esplicita. Un'ulteriore violazione sarebbe associata ad un'eventuale dipendenza di  $Q$  dalla frequenza. Assumendo che il  $Q$  sia costante, ossia che  $\Gamma$  sia proporzionale a  $\omega$ , si può dimostrare che, tranne che alle basse frequenze, la relazione tra latenza cocleare e frequenza prevista dalla SI è di proporzionalità inversa. È inoltre possibile calcolare l'effetto della violazione della SI associata alla dipendenza di  $Q$  dalla frequenza sulla pendenza della relazione tra latenza e frequenza, ottenendo così una stima indiretta ma obiettiva della curva di tuning  $Q(f)$  a partire da dati otoacustici. Supponendo valida l'invarianza di scala è possibile stimare analiticamente il tempo di latenza di una determinata frequenza risolvendo l'integrale 4.5.1:

Dato che al variare della frequenza  $k$  rimane costante allora

$$\frac{dk(x, \omega)}{d\omega} = 0 = \frac{\partial k}{\partial \omega} + \frac{\partial k}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \omega} \quad \text{e} \quad \frac{\partial x}{\partial \omega} = -\frac{1}{k_\omega \omega} \quad (4.5.2)$$

Sostituendo si ottiene

$$\frac{\partial k}{\partial \omega} - \frac{1}{k_\omega \omega} \frac{\partial k}{\partial x} = 0 \quad (4.5.3)$$

Chiamo  $\hat{k}$  il numero d'onda del sito tonotopico associato alla frequenza  $\omega$ , e  $\hat{x}$  il sito tonotopico corrispondente.

Si può passare al calcolo dell'integrale

$$\tau_r(\omega) = 2 \int_0^{\hat{x}(\omega)} \frac{\partial k(x, \omega)}{\partial \omega} dx = \frac{2}{k_\omega \omega} \int_0^{\hat{x}(\omega)} \frac{\partial k(x, \omega)}{\partial x} dx = \frac{2}{k_\omega \omega} [k(\hat{x}(\omega), \omega) - k(0, \omega)] \approx \frac{2\hat{k}}{\omega k_\omega} \quad (4.5.4)$$

e infine sostituendo i valori di riferimento<sup>18</sup> otteniamo la stima che stavamo cercando:

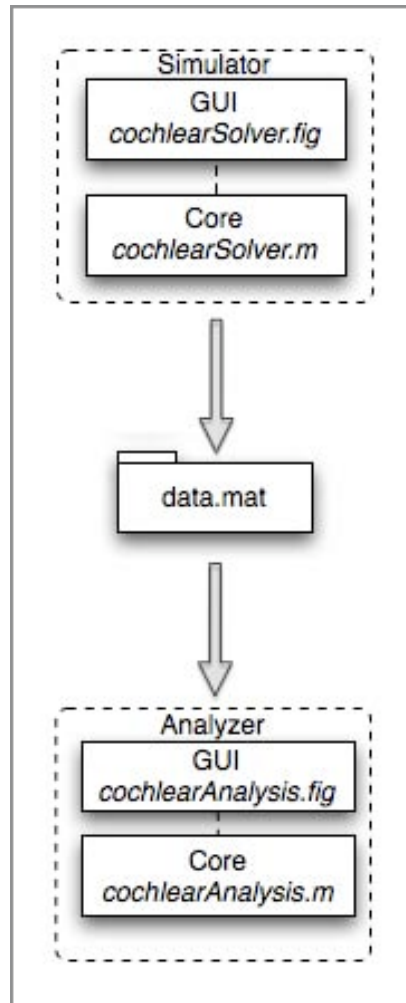
$$\tau_r(\omega) \approx \frac{17_{\text{ms}}}{f_{[\text{kHz}]}} \quad (4.5.5)$$

<sup>18</sup>  $\hat{k} = k(\hat{x}, \omega) = 75 \text{cm}^{-1}, k_\omega = 1.382 \text{cm}^{-1}$  [15]

## 5. FCM:Implementazione in Matlab

In questo capitolo vengono presentati struttura, processo di sviluppo e funzionamento della piattaforma di simulazione cocleare creata per questa tesi (disponibile per il download [29]).

Utilizzando quanto esposto nel terzo capitolo riguardo ai modelli cocleari Full Cochlear Models i metodi numerici per la soluzione delle equazioni della travelling wave lungo la membrana basilare proposti da Tamadge[14] e Elliott[17] sono stati implementati all'interno di `matlab`<sup>19</sup>. Quello che verrà introdotto e spiegato nelle prossime pagine è un modello a singolo oscillatore non lineare attivo, realizzato con il contributo del Prof. Arturo Moleti e della Dott.ssa Renata Sisto<sup>20</sup>.



Il software realizzato, che verrà illustrato dettagliatamente nei paragrafi successivi, è diviso in due parti.

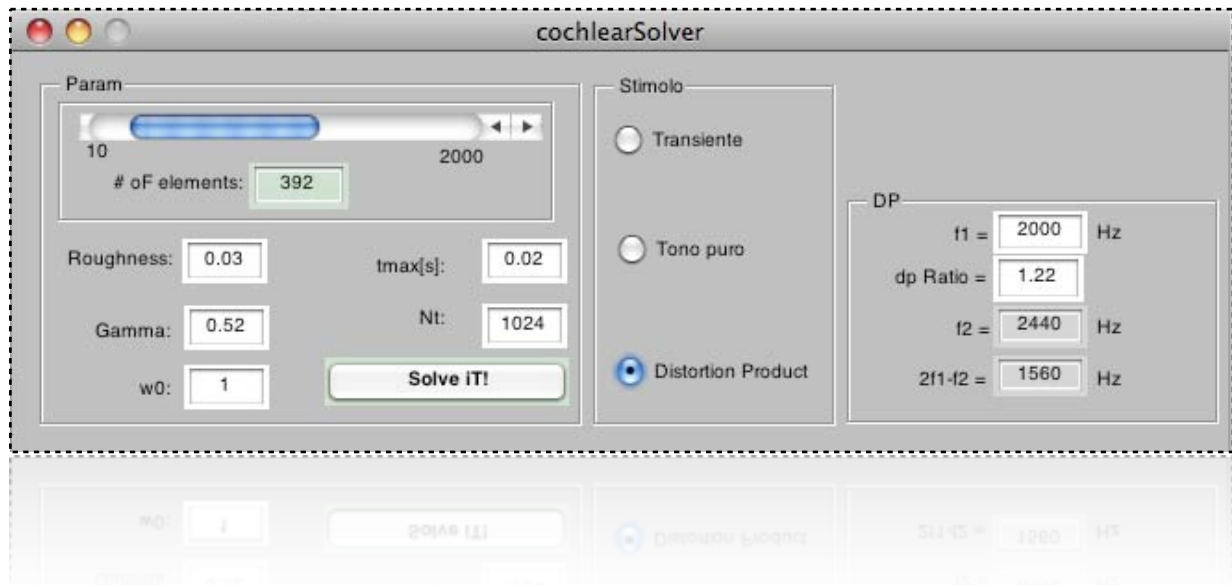
La prima parte - che nella figura di sinistra è inscritta nel rettangolo Simulator - è dedicata alla soluzione del modello numerico : attraverso un'interfaccia grafica viene data all'utente la possibilità di selezionare la tipologia di stimolo da utilizzare (DP - Click - SF ) e diversi parametri della simulazione. L'algoritmo per la soluzione è contenuto all'interno del file `cochlearSolver.m`, che produce come output un file di dati contenente le informazioni e i risultati della simulazione effettuata. Questi dati andranno poi a costituire l'input della parte di software adibita all'analisi dei dati che attraverso una GUI permette all'utente di selezionare quali grafici e analisi visualizzare.

<sup>19</sup> La versione del software utilizzata è : MathWorks Matlab r2008a [7.6.0.324] su piattaforma MacOS X

<sup>20</sup> Dipartimento Igiene del Lavoro, ISPESL, Via Fontana Candida, 1, 00040 Monte Porzio Catone (Roma), Italy

## 5.1. Sviluppo del simulatore cocleare

In questo paragrafo viene illustrata la struttura del programma che si occupa delle simulazioni<sup>21</sup>. Per eseguire una simulazione bisogna eseguire il file `cochlearSolver.m` che fa partire un'interfaccia grafica permettendo all'utente di impostare diversi parametri come illustrato in figura qui sotto.



Spostando lo slider in alto, si fa variare il numero di elementi micromeccanici  $N$ , che è il parametro più rilevante per una buona riuscita della simulazione. Valori di  $N$  piccoli ( $< 100$ ) generano risultati in pochi minuti, ma sono poco attendibili. Compatibilmente con i modelli il numero di partizioni minimo per eseguire delle buone simulazioni deve essere impostato almeno a 200/300 elementi ricordando però che al crescere del numero di partizioni cresce enormemente il tempo di elaborazione richiesto da Matlab (Vedere paragrafo 6.3.3).

Nella parte destra dell'interfaccia è possibile selezionare tre tipi di stimolo da somministrare - Click, DP, e Pure Tone - e per ognuno di essi si possono impostare diversi parametri (nella figura sopra vediamo l'esempio dei prodotti di distorsione).

Editando le text area invece, si possono cambiare in maniera intuitiva dei parametri molto importanti per la simulazione (ampiezza dello stimolo, tempo di acquisizione, ampiezza percentuale della irregolarità della coclea...) senza dover modificare ogni volta il codice.

<sup>21</sup> Contenuto all'interno del file `cochlearSolver.m`



### 5.1.1. Breve spiegazione del codice

In questa sezione vengono visualizzate le parti di codice più importante commentate.

Il file in questione si trova in ~cochlearSolver.m<sup>22</sup>, ed è diviso in due macrosezioni : nella parte alta del sorgente vi è tutta la parte relativa agli oggetti grafici dell'interfaccia. I passaggi da evidenziare di questa sezione, sono le azioni contenute nella funzione associata alla pressione del bottone "Solve it!": vengono letti dai diversi campi i valori da assegnare ai parametri, convertiti nel giusto formato tramite cast, e successivamente richiamata la funzione `cochleaSolver` con i parametri appena elaborati.

```
function solveBtn_Callback(hObject, eventdata, handles)
N=int32(get(handles.nSlider,'Value'));
eps=str2double(get(handles.epsilon,'String'));
gam=str2double(get(handles.gamma,'String'));
omega0=str2double(get(handles.w0Edit,'String'));
enneti = str2double(get(handles.NtEdit,'String'));
tm = str2double(get(handles.tmaxEdit,'String'));
if (strcmp(get(handles.tePanel,'Visible'),'on'))
    sType = 0;
elseif (strcmp(get(handles.sfPanel,'Visible'),'on'))
    sType = 1;
    sSf = str2double(get(handles.sfEdit,'String'));
elseif (strcmp(get(handles.dpPanel,'Visible'),'on'))
    sType = 2;
    sF1 = str2double(get(handles.f1,'String'));
    sF2 = str2double(get(handles.f2,'String'));
else
end
teType = get(handles.teSelect,'Value');
%Nell'ultima riga si richiama il solver con i parametri raccolti
cochleaSolver(N,eps,gam,sType,sSf,sF1,sF2,omega0,enneti,tm,teType);
```

Nella prima parte di `cochlearSolver` avvengono le inizializzazioni delle variabili tramite la funzione `repmat`<sup>23</sup> l'assegnazione di alcune variabili, la creazione delle matrici, la selezione del tipo di stimolo e la scelta del nome del file.

Parte del codice - commentato e rivisto - è riportato nella pagina seguente tralasciando alcune istruzioni poco importanti ai fini della tesi.

<sup>22</sup> Dove il simbolo '~' si riferisce alla directory dove risiede il programma.

<sup>23</sup> Con `repmat (val,n,m)` si inizializza una matrice di n righe e m colonne contenente 'val' in ogni posizione

```

function
cochleaSolver(sezioni,roughness,gain,sType,sSf,sF1,sF2,omegazero,enneti,tm,teType)

timeTot = tic;%Parte il timer

Date = data(); freq=sSf;f1=sF1; f2=sF2; beginTime=ora();
N=double(sezioni); %Numero di elementi micromeccanici
eps=roughness; % Parametro di roughness (x100)
gamma = gain; w0= omegazero; Nt= enneti;
tmax = tm; N1 = 2;% gradi di libertà del singolo elemento micromeccanico
n = N*N1+2+1; % dimensione matrice di massa
ncb = N+2; % colonne di B (righe di C, righe e col. di F)
Nx=175 ; %numero di partizioni per il plot (def:175)
y0 = repmat(0,n,1); % condizione iniziale
tspan = [0; tmax];% range temporale per la soluzione
:
:
:

Qf=6; L = 0.035; D=L/N; H=0.001; kw=138.2;
lambda = (L/30)^2; % Banda critica^2 circa un terzo d'ottava

% Parametri relativi all'orecchio medio ( Talmadge )
Ks = 2.1* 10^8;
Cs = 5000;
Ms = 1.85;
ro = 1000;
M1 = 5.5*10^(-2);
K = 1; q(1) =1;

%Creazio dell'id del file a partire da giorno mese minuto e ora corrente
(MMGG.hhmm)
c = clock ;
fileId = strcat(num2str(c(3), '%d'), '-',num2str(c(2), '%d'),'@',num2str(c(4),
'%d'), '-',num2str(c(5), '%d'));

if(sType == 0 ) prefix = 'TE_';
elseif(sType == 1 ) prefix = 'SF_';
elseif (sType == 2 ) prefix = 'DP_';
end
filename = strcat(prefix,'N',num2str(N, '%d'),'__',fileId,'.mat');
outdir = 'output/';
dest = strcat(outdir,filename);

%Riempimento vettori e matrici necessarie per la soluzione numerica (Vedere Cap3)
for j =1:N
x(j) = L*j/N;
K1(j) = M1*(-2*pi*145+(2*pi*20655)*exp(-kw*x(j)))^2; % Mappa di greenwood ( M*w^2)
M12(j) = -K1(j)*(1+eps*(rand(1)-0.5))/ M1;
C1(j)= sqrt(M1*K1(j))/Qf; %M*Gamma
M11(j) = -C1(j)/M1;
Mso = [M11(j) M12(j); 1 0];
outm = blkdiag(outm,Mso); % costruzione della matrice AE
Cmat(j+1,N1*(j-1)+3)=1;
Bmat(N1*(j-1)+3,j+1)=1/M1;
end
:
:
:

```

```

:
:
A1=[-Cs/Ms -Ks/Ms; 1 0];
An=0;
outm = blkdiag(A1,outm);
outm = blkdiag(outm,An);%Contiene l'equazione differenziale
Bmat(1,1)=1/Ms;
Bmat(2,1)=0;
Cmat(1,1)=1;
Cmat(1,2)=0;
Bmat(n,ncb)=0;
Cmat(ncb,n)=0;
e = ones(ncb,1);
F = spdiags([e -2*e e], -1:1, ncb, ncb); % operatore alle differenze finite
F(1,1)=-D/H;
F(1,2)=D/H;
F(ncb,ncb-1)=0;
F(ncb,ncb)=-2*ro*D^2/H;
F=F/(2*ro*D^2/H); % normalizzazione matrice F
Finv = inv(F);

```

Le operazioni eseguite fino a questo punto del programma sono delle operazioni di preparazione di matrici e variabili necessarie a risolvere il modello numerico.

Nel riquadro sotto è mostrata la funzione che calcola la matrice di massa<sup>24</sup>

```

function Mt = mass(t,y)
for i=1:ncb-1
    sum(i)=0;
    for j = 1:ncb-1
        B(i,j)=0;
        ef = gamma*(1-(7*10^6*y(j*2,:))^2)/sqrt(lambda*pi)*exp(-((x(i)-x(j))^2/lambda));
        sum(i) = sum(i) + ef*D;%Integrazione su x
    end
    alpha(i) = sum(i);
end
for L2=1:ncb-K
    B(L2+K,L2)=-alpha(L2); %matrice di accoppiamento non lineare
end
B(ncb,ncb)=0; Bnl = B + eye(ncb); binv =inv(Bnl);
Cnl = -Bnl + eye(ncb); ; % G*A di Xin
Mass = eye(n)-Bmat*Mass1*Cmat;
Mt = Mass;
end

```

In questa funzione si esegue un'integrazione lungo la x della membrana basilare, inserendo il termine ef che introduce nel sistema una componente attiva ed una passiva non lineare.

---

La suite ODE di matlab risolve equazioni della forma  $M(t,y)y' = f(t,y)$ , dove M viene chiamata matrice di massa. Per ulteriori informazioni, si veda l' Appendice A.3

$$ef = \gamma \frac{(1 - (7 \cdot 10^6 y_{2j})^2) \cdot e^{-\frac{1}{\lambda}(x_i - x_j)^2}}{\sqrt{\pi\lambda}} \quad (5.1.1)$$

Mentre il denominatore serve unicamente a normalizzare la funzione, il primo fattore al numeratore funziona da anti-damping (feedback attivo), mentre il secondo, un termine dissipativo non lineare, viene attivato solamente quando l'escursione della membrana basilare supera una certa soglia (circa 140 nm) sotto la quale la BM si comporta invece in maniera lineare. Utilizziamo l'indice 2j per estrarre dal vettore della soluzione, che contiene, per ogni sito cocleare, velocità e spostamento trasversali, solamente lo spostamento della BM.

La funzione esponenziale invece, simula il fenomeno della banda critica: come si vede dall'equazione, quando due frequenze stimolano contemporaneamente due zone di membrana basilare distanti tra loro meno di un trentesimo circa di tutta la lunghezza della BM ( $\sqrt{\lambda}$ ) si attiva questo termine che causa interazione tra le due partizioni adiacenti. In questo modo lo smorzamento in  $x_j$  non dipende più solamente da  $y_j$  ma anche da  $y(j \pm \frac{\sqrt{\lambda}}{2})$ . Il termine  $\gamma$  che

moltiplica entrambi i termini definisce l'ammontare di entrambe le non linearità.

Questo tipo di legge di smorzamento riprende uno studio effettuato da Y. Kim e J. Xin[20] dove però il termine attivo di antidamping è implementato in maniera differente.

Se invece si vuole sperimentare cosa succede con un modello lineare, si può eseguire il file ~ talmadgeSolver.m dove è implementato un modello di coclea semplificato, senza il termine non lineare.

## 5.1.2. Descrizione dei parametri

Nella tabella seguente è riportato un elenco delle principali variabili usate dal programma e i loro significato.

Variabile	Tipo	Descrizione
timeTot	double	Il tempo totale di esecuzione del programma gestito dalla funzione <i>tic toc</i>
beginTime	double	Orario in cui la simulazione viene lanciata
Date	double	Data corrente
freq	double	Frequenza [Hz] della sinusoide nel caso si tratti di simulazione SFOAE
f1	double	Frequenza [Hz] del primo tono primario delle DP
f2	double	Frequenza [Hz] del secondo tono primario delle DP
sType	int	Tipo di stimolo [0=TEOAE,1=SFOAE,2=DPOAE]
N	int	Numero di elementi micromeccanici del sistema
eps	double	Parametro che esprime in percentuale l'irregolarità della BM ( <i>roughness</i> )
gamma	double	$\gamma$ associato all'amplificatore cocleare ( amount di feedback attivo )
w0	double	Ampiezza dello stimolo
tmax	double	Tempo [ s ] di acquisizione del segnale
n	int	Dimensione della matrice di massa
ncb	int	Numero di colonne di C e righe di B
Nx	int	Numero di partizioni da visualizzare nel surf3D
Nt	int	Numero di campioni temporali
y0	double(n)	Condizione iniziale
kw	double	$k_{\omega}$ associato alla mappa di Greenwood
x	double(ncb)	Contiene la distanza in [m] delle partizioni dalla base della BM
M1	double	Massa dell'oscillatore [Kg]
K1	double(N)	$M_1 \cdot \omega^2$ . Contiene la mappa di Greenwood
C1	double(N)	$M_1 \cdot \gamma$
Qf	double	Fattore di qualità del singolo oscillatore micromeccanico
L	double	Lunghezza della BM [m]
H	double	altezza della coclea [m]
D	double	Distanza tra due partizioni adiacenti[m]
ro	double	Densità del fluido [Kg/m^3]
lambda	double	Distanza al quadrato entro la quale due partizioni che interagiscono tra loro
dest	char	Stringa contenente il nome e la directory del file di output
F	double(ncb,ncb)	Operatore alle differenze finite
fftVal	double(Nt)	Vettore contenente lo spettro del segnale registrato
solution	double(Nt,N)	Matrice della soluzione dell'equazione differenziale
subsolution	double(Nt,Nx)	Matrice della soluzione dell'equazione differenziale sottocampionata

### 5.1.3. Diversi tipi di stimolo

Al fine di ottenere una buona risposta cocleare, è necessario analizzare e capire bene come costruire e disegnare le funzioni da sottoporre all'ingresso della coclea.

Specialmente per le TEOAE è importante che lo stimolo abbia uno spettro sufficientemente piatto in un determinato range di frequenza.

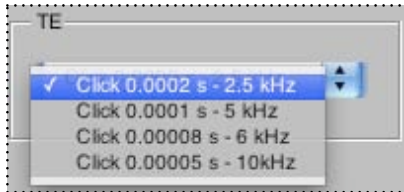
Richiamando l'analisi di Fourier<sup>25</sup> è facile capire che tipo di funzione può offrire uno spettro simile considerando ad esempio che la trasformata di Fourier di una funzione rettangolare è costituita dalla funzione seno cardinale che ricordiamo essere definita come:

$$\text{sinc}(t) \doteq \frac{\text{sen}(\pi t)}{\pi t} \quad (5.1.3.1)$$

Per evocare risposte transienti la funzione stimolo  $s(t)$  che viene utilizzata dal solver è

$$s(t) = \text{sinc}\left(\frac{t - t_0}{\alpha}\right) \quad (5.1.3.2)$$

dove  $t_0$  rappresenta un parametro di offset temporale utile a prevenire irregolarità nello spettro dovute alle discontinuità nei pressi dello zero, e  $\alpha$  è la durata dello stimolo. Si osservi che al diminuire della durata dello stimolo la larghezza dello spettro aumenta. Lo studio delle emissioni otoacustiche viene solitamente effettuato nella banda compresa tra 200 Hz e 8 kHz e proprio per questa ragione i valori di  $\alpha$  che vengono utilizzati sono dell'ordine di  $10^{-5}$ ,  $10^{-4}$  secondi circa.



Nella figura è visualizzato uno screenshot della GUI del solver che permette di selezionare tra stimoli click di diversa durata prima di lanciare la simulazione. Il valore in kHz rappresenta la frequenza massima di estensione dello spettro relativo a quello stimolo

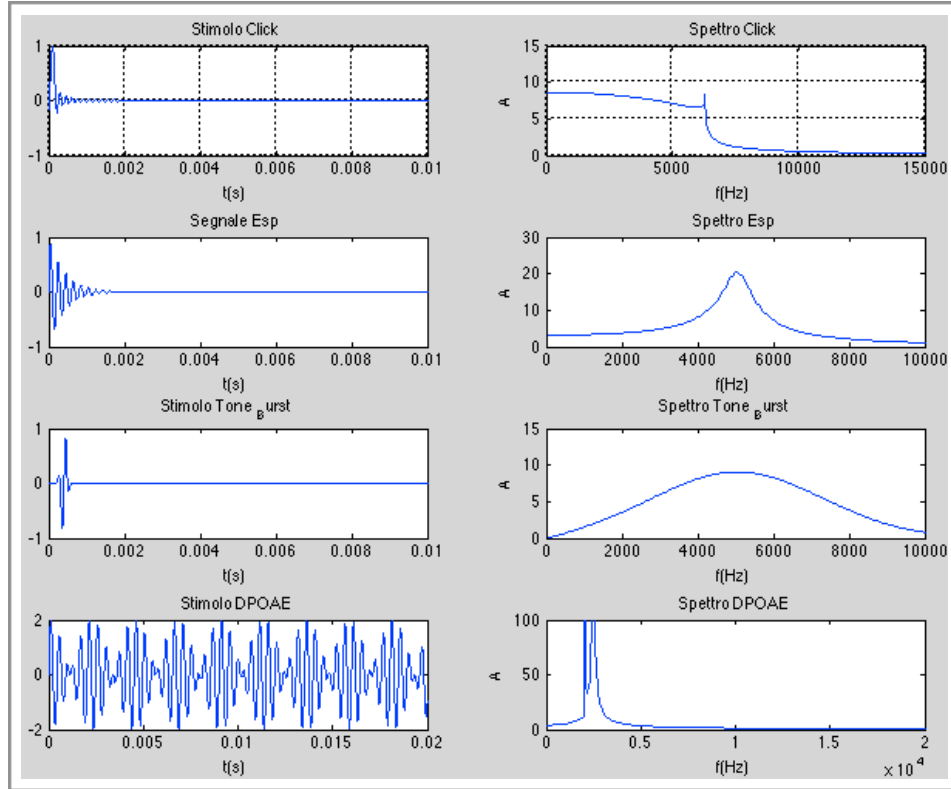
Per generare prodotti di distorsione la funzione  $s(t)$  dello stimolo è rappresentata dalla semplice somma di due sinusoidi<sup>26</sup> di frequenza rispettivamente  $f_2$  e  $f_1$ .

$$s(t) = 3 \sin(2\pi f_1 t) + \sin(2\pi f_2 t) \quad (5.1.3.3)$$

<sup>25</sup> Vedere Appendice A.1

<sup>26</sup> L'intensità del tono primario  $f_1$  è circa di 10 dB maggiore rispetto a quella di  $f_2$ : infatti c'è un fattore 3 che moltiplica la prima sinusoide.

Esistono anche numerose funzioni che permettono di ottenere dei buoni stimoli transienti, ma nel programma da me sviluppato le TEOAE sono evocate da stimoli generati dal seno cardinale. La figura sottostante rappresenta l'andamento temporale di alcuni stimoli nella parte sinistra, e la loro risposta in frequenza sulla destra, ottenuta effettuando una FFT.



Plot generato con matlab ( file ~ stimoli.m)

A: Stimolo transiente di tipo sinc generato dalla funzione  $s(t) = \text{sinc}\left(\frac{t - 0.0001}{0.00008}\right)$

B: Altro stimolo associato alla funzione  $s(t) = e^{-\left(\frac{t}{0.0004}\right)} \cdot \sin(2\pi \cdot 5000 \cdot t)$

C: Tone Burst generato dalla funzione:  $s(t) = e^{-\left(\frac{t - 0.0004}{0.0001}\right)^2} \cdot \sin(2\pi \cdot 5000 \cdot t)$

D: Prodotti di distorsione. Nello spettro sono chiaramente visibili le righe a f1 e f2  
 $s(t) = \sin(2\pi \cdot 2000 \cdot t) + \sin(2\pi \cdot 2440 \cdot t)$

### 5.1.4. Calcolo della soluzione

Per calcolare la soluzione, bisogna innanzitutto assegnare alla variabile  $y_p$ , la funzione stimolo:

```
%Stimolo -----
function yp = f(t,y)
    if (sType == 0) %TEOAE
        if(teType==1) stimLenght = 0.0002;
        elseif(teType==2) stimLenght = 0.0001;
        elseif(teType==3) stimLenght = 0.00008;
        elseif(teType==4) stimLenght = 0.00005;
        end
        yp = outm*y+w0*Bmat*q*sinc((t-0.0002)/stimLenght);
    elseif (sType == 1)%SFOAE
        yp= outm*y+w0*Bmat*q*sin(2*t*pi*freq);
    elseif (sType == 2)%DPOAE
        yp = outm*y+w0*Bmat*q*(3*sin(2*pi*f1*t)+sin(2*pi*f2*t) );
    else
```

$y_p$  è la derivata di  $y$  che esprime l'equazione differenziale definita dalla matrice  $outm$ , con il termine noto forzante applicato alla base attraverso il vettore  $q$  (un vettore con la prima componente ad 1 e tutte le altre poste a 0).

La funzione  $f(t,y)$ , insieme alla matrice di massa esposta nel paragrafo 5.1.1, va a costituire parte dell'input della routine di matlab che risolve equazioni differenziali ordinarie (Ordinary Differential Equations): `ode15s`.<sup>27</sup> L'equazione di cui viene richiesta la soluzione è un'equazione differenziale con *stiffness*<sup>28</sup>, il che rende `ode15s` il miglior metodo in matlab per la risoluzione di questo tipo di equazioni.

```
%Indico all'interno della variabile options, la matrice di massa
%da utilizzare(vista nel paragrafo 5.2.1 )
options = odeset('Mass',@mass,'MStateDep','strong');

[t,y] = ode15s(@f,tspan,y0,options);
%Vengono salvati nel vettore colonna t i punti temporali, e in y la
%soluzione dell'equazione. y0 è un vettore con le condizioni
%iniziali,tspan è il vettore che specifica l'intervallo di
%integrazione, la funzione f è la derivata dello stimolo (vedere
%l'help di matlab per ulteriori dettagli)
```

<sup>27</sup> Esistono diverse routine che risolvono equazioni differenziali. In rete sul sito MathWorks è disponibile per il download gratuito una guida completa alla Suite Ode\_all'indirizzo [28], oppure [27]

<sup>28</sup> Si dice 'stiff ODE' un'equazione differenziale ordinaria che ha una regione transiente il quale comportamento è in scala differente da quella della zona fuori dal transiente. Per approfondimenti si veda [30]



La soluzione temporale viene salvata nella variabile  $\mathbf{t}$  (che ha dimensione variabile) mentre la soluzione spaziale nella variabile  $\mathbf{y}$  (dove alternate sono memorizzate posizione  $y$  e velocità  $\dot{y}$ ).

La variabilità nella dimensione di  $\mathbf{t}$ , dovuta al tipo di algoritmo utilizzato da `ode15s`, richiede di effettuare un campionamento temporale che porti le dimensioni della soluzione ad un valore fisso ( $Nt$ ).

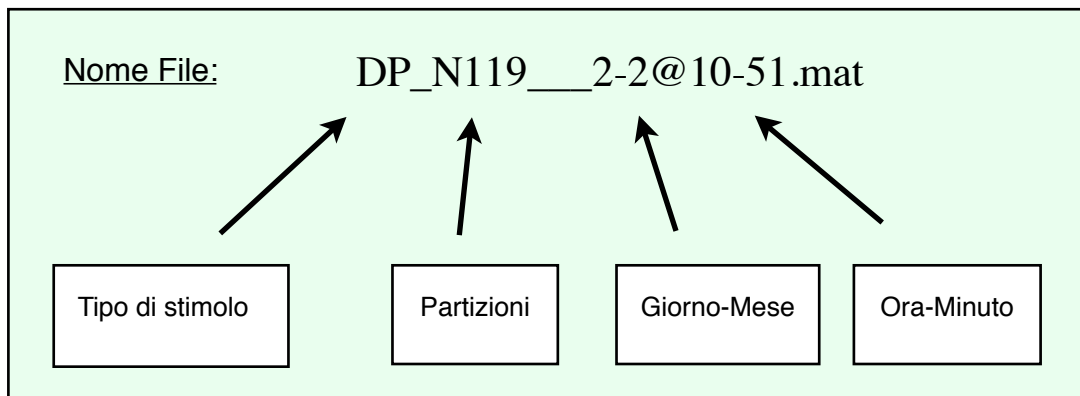
Nel riquadro qui sotto si vede come il programma esegue il sottocampionamento in questione e, dopo aver calcolato la FFT del segnale, assegna alla variabile `solution` il risultato dell'elaborazione.

```
st =size(t);
dtf=tmax/Nt; %Distanza tra uno step e l'altro
for j=1:N
ysel(:,j)= y(:,j*2); %Seleziona le posizioni della BM scartando le velocità
end
for it=1:Nt
    for jt=1:st-1
        %tramite istruzioni logiche porta il numero di campioni da st a Nt
        ys(it,:)=ys(it,:)+(t(jt+1)>it*dtf).*(t(jt)<it*dtf).*(ysel(jt,:)+
            (ysel(jt+1,:)-ysel(jt,:))./(t(jt+1)-t(jt)).*(it*dtf-t(jt)));
    end
end
solution = ys * 10^6 ;
```

### 5.1.5. Dati di output

A esecuzione terminata il programma salva i dati rilevanti su un file con estensione ‘.mat’ all’interno della directory ~ /output .

Il nome di questo file contiene anch’esso delle informazioni preziose, per poter riconoscere - senza necessità di dovere aprire il file stesso - una certa simulazione a partire dal nome del file (vedere esempio in figura sotto).



L’orario e la data presenti nel nome del file sono riferiti all’istante in cui il programma conclude la simulazione.

Nel file di output vengono memorizzate tutte le informazioni importanti riguardanti la simulazione, dal numero di partizioni al tipo di stimolo utilizzato, passando per i diversi parametri dell’orecchio medio, e arrivando fino alla matrice con la soluzione dell’equazione differenziale (**solution**) .

Name ▲	Value
Cs	4000
D	3.0973e-04
ab Date	'2009/1/31'
H	1.0000e-03
Ks	100000000
L	0.0350
M1	0.0550
Ms	1
N	113
Nt	1024
Nx	175
Qf	6
ab beginTime	'10:31:37'
epsilon	0.0300
f1	2020
f2	2.4644e+03
fftVal	<513x1 double>
fftx	<1x513 double>
freq	0
gamma2	0.5200
lambda	1.3611e-06
ro	1000
sType	2
solution	<1024x113 dou...
subsolution	<1024x175 dou...
subsurfx	<1x175 double>
surfx	<1x113 double>
surfy	<1x1024 double>
timeElapsed	1.6325e+03
tmax	0.0200
w0	1

Nella figura sotto si vede lo screenshot della directory che mostra una lista di file di output provenienti da varie simulazioni.

Nella figura di sinistra è mostrato a titolo d'esempio un file di output preso, dove sulla sinistra vi è il nome del

Name	Date
DP_Talm_N400__4-2@10-39.mat	2/4
DP_Talm_N400__4-2@11-21.mat	2/4
DP_Talm_N600__4-2@10-32.mat	2/4
SF_N10__29-1@17-7.mat	1/2
SF_N205__29-1@12-59.mat	1/2
SF_N309__29-1@10-48.mat	1/2
SF_N316__29-1@15-27.mat	1/2
SF_N507__25-1@17-59.mat	1/2
TE_N30__2-2@11-22.mat	2/2
TE_N50__27-1@13-4.mat	1/2
TE_N100__27-1@11-14.mat	1/2
TE_N100__27-1@11-54.mat	1/2
TE_N100__27-1@13-9.mat	1/2
TE_N100__27-1@13-23.mat	1/2
TE_N100__28-1@10-33.mat	1/2
TE_N150__3-2@12-48.mat	2/3

## 5.1.6. Tempi di elaborazione

Il tempo di elaborazione è il tempo che trascorre da quando viene lanciata la simulazione somministrando lo stimolo a quando i dati di output vengono salvati su file.

Questo tempo totale viene attraverso l'uso della funzione `tic toc`<sup>29</sup> di matlab e incluso nella lista di parametri da salvare.

Attraverso diverse prove e l'utilizzo di diversi timer parziali, si è subito visto che il tempo di calcolo totale è quasi coincidente con il tempo che la funzione `ode15s` impiega a calcolare la soluzione dell'equazione differenziale; il tempo utilizzato per il calcolo della FFT e le altre operazioni è praticamente trascurabile.

Il parametro principale che determina la durata dell'esecuzione del programma è il numero di elementi micromeccanici  $N$  che viene scelto per la simulazione.

<sup>29</sup> Con il comando `tic` viene fatto partire il timer, mentre con il comando `t=toc` si memorizza il tempo trascorso fino in secondi

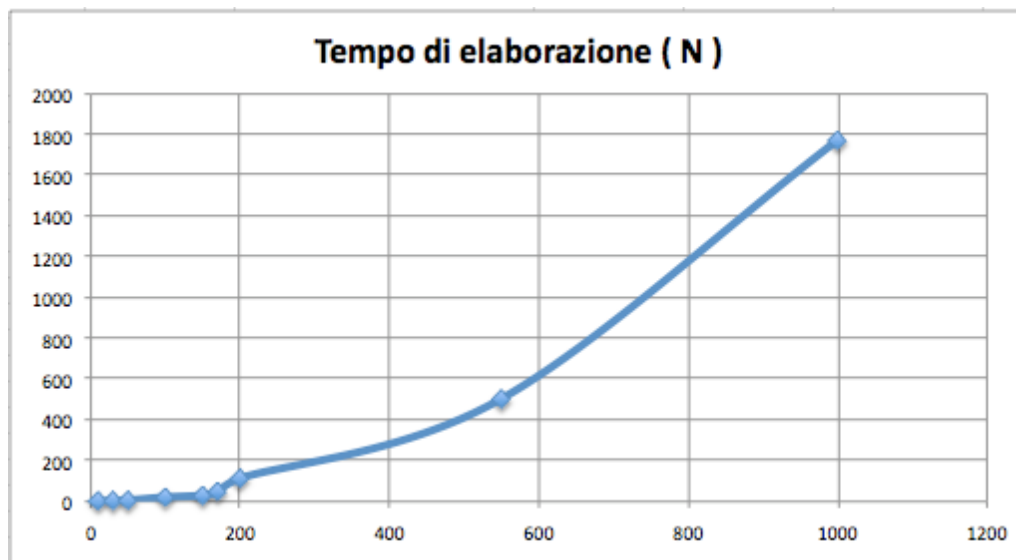
Come già visto in precedenza, per ottenere dei risultati accettabili e realistici il numero delle partizioni non dovrebbe scendere sotto 200: con un numero di oscillatori più basso si incorre nel rischio di registrare false emissioni causate dalle discontinuità introdotte da un numero di partizioni decisamente insufficiente, o addirittura di non registrarle affatto.

All'aumentare di  $N$  però il tempo che il solver impiega a risolvere il sistema cresce enormemente : si va dai 3-4 minuti circa per valori di  $N = 100$ , fino ad arrivare alle 35 ore circa, necessarie per risolvere una coclea virtuale con 1500 oscillatori.

Per ottenere i risultati presentati in questa tesi è stato utilizzato un Mac Book Pro con una memoria SDRAM DDR2 da 4Gb (667 MHz) e processore Intel Core 2 Duo a 2.4 GHz.

I tempi riportati fanno quindi riferimento alle prestazioni specifiche del calcolatore appena nominato. E' inoltre stato constatato che il passaggio <sup>30</sup> da 2Gb a 4Gb di memoria non ha portato a notevoli cambiamenti nei tempi di elaborazione, ma ha permesso di poter lanciare contemporaneamente aperte più simulazioni anche durante un normale utilizzo del laptop, il che ha ridotto notevolmente il tempo di lavoro.

Il tempo di calcolo, oltre che dal parametro  $N$ , è influenzato inoltre - anche se in misura decisamente ridotta - da altri fattori, quali l'ampiezza e la tipologia di stimolo. Per stimoli di tipo transiente il tempo di calcolo a parità di numero di partizioni è maggiore rispetto a quello per stimoli DP.



Tempo di elaborazione espresso in minuti in funzione del numero di partizioni  $N$ . I dati fanno riferimento a stimoli di tipo click

<sup>30</sup> Il laptop era inizialmente dotato di 2Gb di Ram, e ha impiegato 3176 secondi per una simulazione con 300 partizioni. La stessa simulazione eseguita con 4Gb ha richiesto un tempo di elaborazione di 3098 secondi. E' evidente che su un tempo di quasi un'ora di calcolo un guadagno di 80 secondi circa è praticamente trascurabile.

## 5.2. Analizzatore dei dati

In questa seconda parte del capitolo si parlerà della parte del software che è stata sviluppata con il fine di analizzare e visualizzare velocemente in maniera dinamica i dati di output prodotti dal solver.

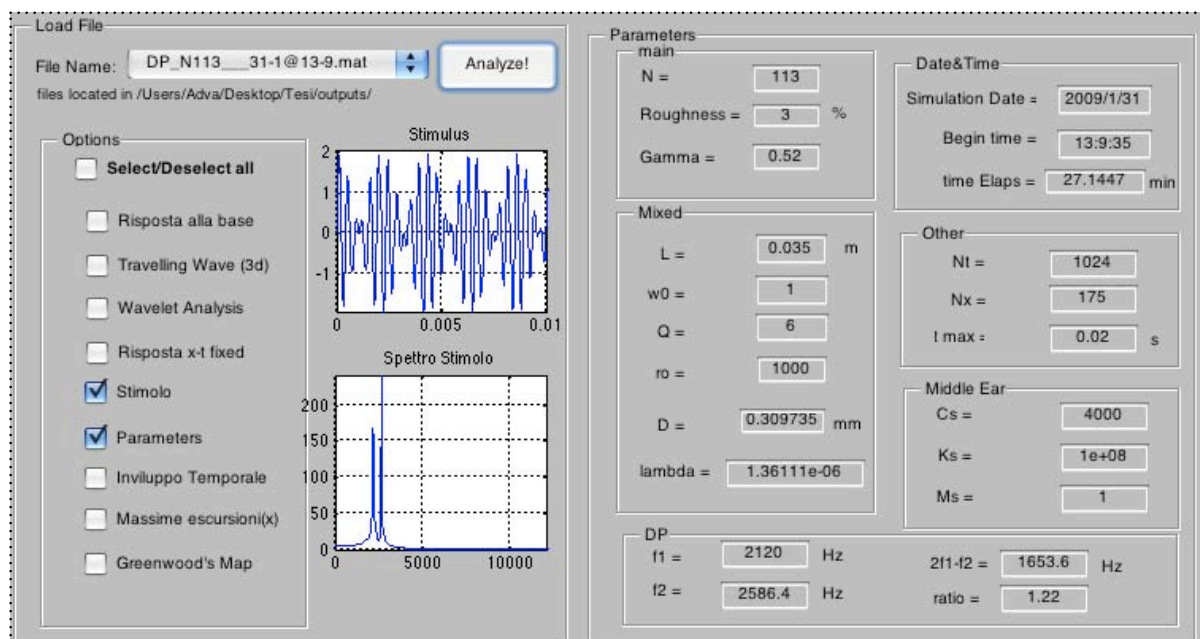
Il programma - che è possibile eseguire dal file `cochlearAnalysis.m`-, permette di elaborare i file di output che sono presenti nella directory `~/output`, eseguendo su di essi vari test che verranno approfonditi nei paragrafi successivi.

La prima operazione che il software compie dopo che l'utente ha selezionato il file da analizzare è quella di caricare all'interno del workspace le variabili e i dati che andranno trattati tramite la funzione `importfile`.

```
function importfile(fileToRead1)
newData1 = load('-mat', fileToRead1);
vars = fieldnames(newData1);
for i = 1:length(vars)
    assignin('base', vars{i}, newData1.(vars{i}));
end
end
```

### 5.2.1. GUI

Per permettere una miglior gestione dei diversi grafici e parametri con cui il programma lavora, e per permettere all'utente maneggiare di con più facilità i risultati, è stata costruita un'interfaccia grafica semplice e intuitiva.



In alto a sinistra è presente un menù a tendina contenente la lista dei file presenti nella directory `~/output`. Dopo aver selezionato il file corrispondente alla simulazione alla quale si è interessati, si possono selezionare da una lista di *checkbox* quali grafici visualizzare e quale analisi effettuare. Nella figura precedente, la quale fa riferimento a una simulazione in cui si sono utilizzati i prodotti di distorsione, si nota che la parte destra dell'interfaccia contiene la lista di parametri importanti della simulazione: numero di partizioni, tempo di elaborazione, ora e data della simulazione, parametri dell'orecchio medio, frequenze  $f_1$ ,  $f_2$ ,  $f_{DP}$ , ampiezza dello stimolo, e altri ancora.

Questi parametri vengono visualizzati quando si spunta la check box 'Parameters'.

Sempre nella figura precedente si vede come anche la voce 'Stimolo' è stata selezionata: infatti sono visualizzati due piccoli plot dove viene mostrato l'andamento temporale e lo spettro dello stimolo utilizzato.

Le altre voci della lista che non sono state selezionate verranno approfondite nei paragrafi successivi. Le più importanti features sono state implementate in maniera modulare all'interno di diversi file `.m` e `.fig` presenti all'interno della stessa directory del solver e dell'analyzer.

## 5.2.2.R isposta alla Base

Nei file `base.m` e `base.fig` è presente il codice che permette la visualizzazione dell'andamento temporale del segnale alla base della membrana basilare ( $x=0$ ), punto in cui è possibile visualizzare sia lo stimolo in ingresso che la risposta otoacustica.

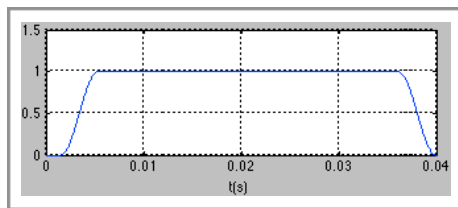
Le informazioni relative alla base sono contenute all'interno di `solution(:,1)`, ovvero la prima colonna della matrice `solution`.

Per poter visualizzare meglio la risposta otoacustica è necessario finestrare il segnale nel tempo con una finestra che tagli lo stimolo iniziale rendendo visibili le emissioni, specialmente quando si ha a che vedere con stimoli transienti.

Senza questa finestra risulta difficile evidenziare la risposta, che ha un'ampiezza decisamente minore<sup>31</sup> di quella dello stimolo. A questo scopo è stata creata una funzione finestra per la quale moltiplicare il segnale, che rimane identicamente pari a 0 per 2.5 ms, e che impiega altri 2.5 ms per raggiungere un'ampiezza pari ad 1, ampiezza che viene tenuta costante prima di decadere a 0 2.5 ms prima della fine del tempo di acquisizione elementare `tmax`.

---

<sup>31</sup> l'ampiezza della risposta dipende sia dal tipo di stimolo che dall'ampiezza di questo. E' mediamente dell'ordine dei 20-40 dB in meno rispetto a quella dello stimolo.

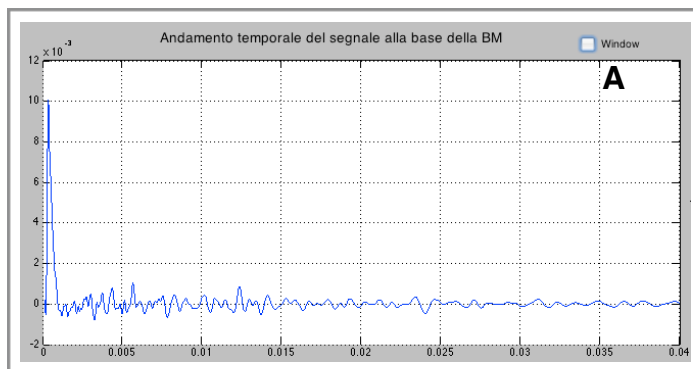


```
nZeri= int32((Nt*0.0015)/tmax);% # samples = 25ms
window = repmat(0,Nt,1);
tukey=tukeywin(Nt - nZeri,0.20); %Finestra di Tukey
for i=nZeri:Nt-1
    window(i,1)=tukey(i-nZeri+1);
end
```

In questa figura è mostrato l'andamento della finestra (  $t_{max} = 0.04$  sec).

Sulla destra le righe di codice attraverso le quali avviene la finestratura del segnale. Si è utilizzata la Finestra di Tukey ( Appendice A.4 ) come base di partenza, aggiungendo a monte della finestra originale 25ms di zeri.

Nella figura seguente si vede la differenza tra il segnale originale( A ) registrato alla base della BM e il segnale stesso dopo essere stato sottoposto a finestratura ( B ) .



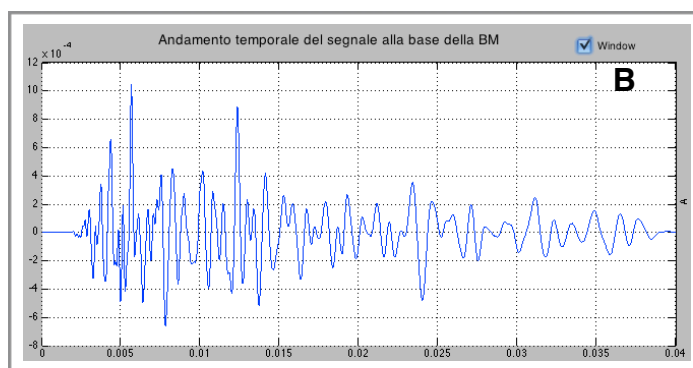
E' evidente che , mentre inizialmente la risposta è dominata dall'ampiezza dello stimolo,nella figura B è invece chiaramente visibile la risposta cocleare.

Bisogna far notare una conseguenza importante di questa operazione di finestratura: ricordando la struttura della mappa tonotopica, è evidente che le

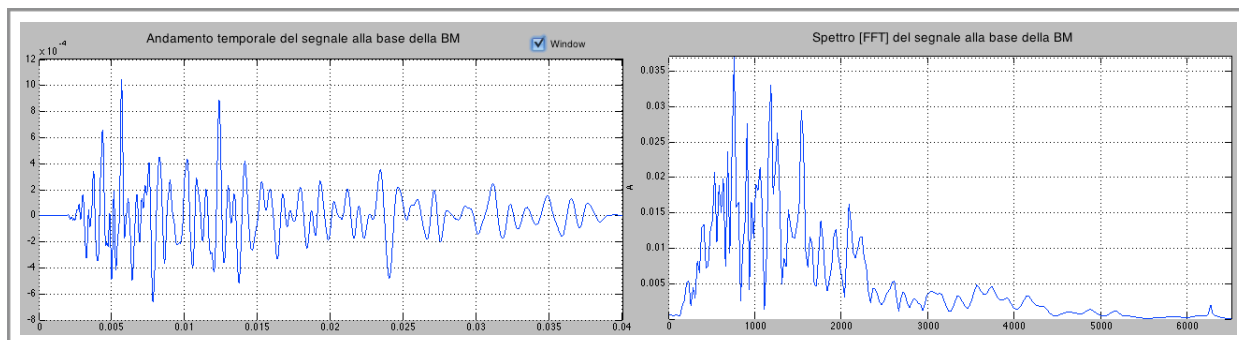
frequenze alte localizzate vicino alla base della BM, risponderanno dopo pochissimi ms, ma la risposta è difficile da analizzare poiché nel segnale è ancora forte la coda dello stimolo e con

l'operazione di finestratura vengono perse completamente le componenti della risposta a frequenze molto alte ( $> 8$  kHz) .

Questo problema si riscontra anche con la registrazione di emissioni otoacustiche di laboratorio, aggravato dalla presenza del prolungato ringing lineare nel canale uditivo.



Nella GUI, oltre all'andamento temporale della risposta, è stato inserito nella parte destra lo spettro ottenuto tramite FFT , come è possibile vedere nella figura nella pagina successiva.

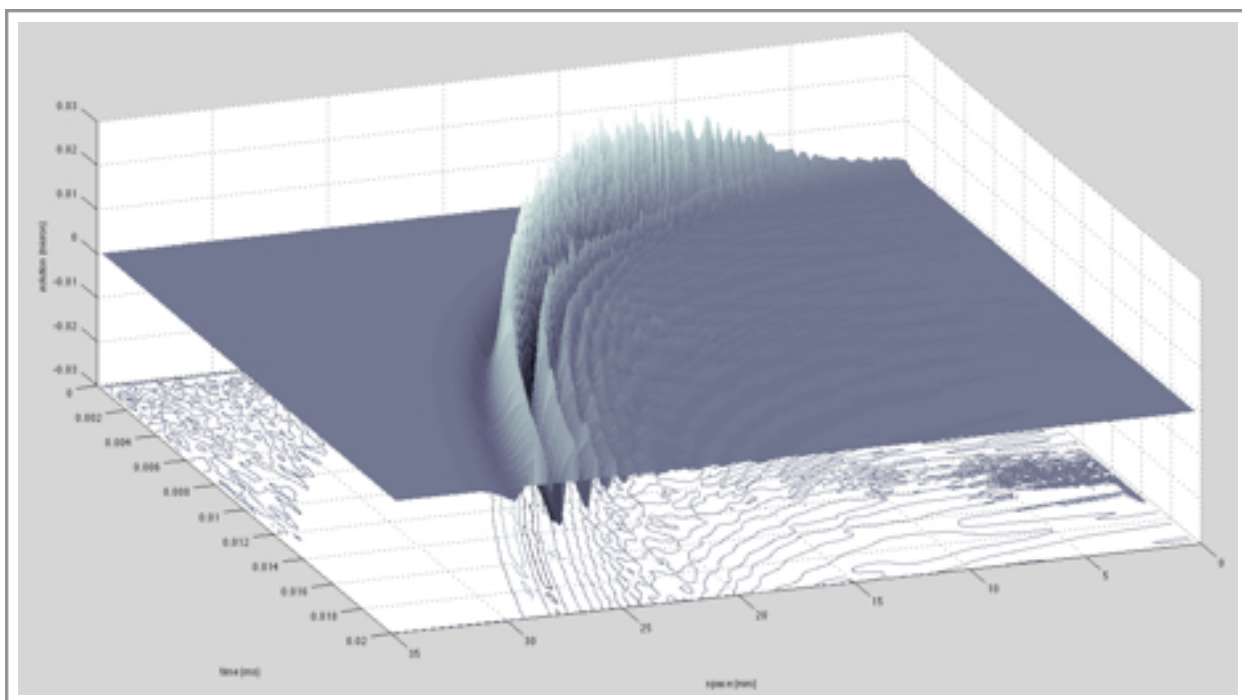


In questa figura vediamo uno screenshot di come si presenta nella sua completezza la GUI `base.fig`. Sulla sinistra l'andamento temporale (finestrato) della risposta, e sulla destra la sua FFT. Questo tipo di grafico è molto utile nell'analisi dei dati e nell'identificazione delle otoemissioni.

### 5.2.3. Travelling Wave

Un altro strumento di analisi molto importante per lo studio del comportamento della coclea è quello - visualizzabile spuntando l'opzione travelling wave - che ci mostra l'andamento temporale dell'ampiezza della BM esteso a tutta la lunghezza della coclea.

Questo tipo di plot tridimensionale rappresenta la deformazione della membrana basilare (asse z) in tutta la sua estensione spaziale (asse x) durante tutta la durata dell'acquisizione (asse y).





Tramite il bottone `rotate3D` presente nella toolbar è possibile ruotare il grafico e ottenere diverse prospettive interessanti per l'analisi dell'onda viaggiante. Al fine di visualizzare questo tipo di grafico è stata utilizzata la funzione `surf` di matlab che oltre a disegnare il grafico 3D tradizionale - `surf` - traccia delle proiezioni sul piano  $z=0$ .

Matlab impiega molta memoria per *renderizzare* grafici di questo tipo e quando il numero di partizioni è molto elevato può risultare lento e scomodo. Per questo motivo è stato eseguito un sottocampionamento spaziale che riduce le partizioni da plottare ad un numero  $N_x$  fissato nel solver (di default 175) senza incidere sulla forma dell'onda mostrata.

Inoltre per migliorare l'impatto grafico del plot viene utilizzata un' interpolazione di tipo *flat* e una mappa di colori *bone*<sup>32</sup>.

Nel riquadro sotto si mostra la parte di codice che si occupa del plot.

```
if(N>Nx) %Controlla se utilizzare la soluzione originale o quella sottocampionata
    surf(subsurfx,surfy,subsolution);
else
    surf(surfx,surfy,solution);
end
shading flat; %Imposta il tipo di interpolazione
colormap(bone); %Imposta la mappa di colori
view(160,45);%Imposta il punto di vista 3D definito da angolo di azimuth e distanza
xlabel('space (mm)'); ylabel('time (ms)'); zlabel('solution (micron)'); %Label
```

## 5.2.4. Wavelet Analysis

Per studiare il tempo impiegato da ogni componente frequenziale della risposta otoacustica a tornare indietro fino all'orecchio medio, si possono usare vari algoritmi di analisi tempo frequenza. E' stato scelto di utilizzare la trasformata wavelet, perché attraverso i suoi coefficienti offre contemporaneamente una buona risoluzione temporale alle alte frequenze e una buona risoluzione i frequenza alle basse frequenze. Il segnale su cui viene effettuata l'analisi è la risposta alla base della BM, moltiplicata per la finestra vista prima nel 5.2.2. Abbiamo a che fare quindi con segnali che variano rapidamente nel tempo, ed algoritmi come quello della STFT<sup>33</sup> che hanno una risoluzione fissata, si rivelano inadeguati.

<sup>32</sup> Vedere l'help di Matlab per ulteriori informazioni sul rendering dei plot

<sup>33</sup> Short Time Fourier Transform. Vedere appendice 2

Senza entrare nei dettagli del funzionamento dell'analisi wavelet (per i quali si rimanda all'appendice *A.2* sull'analisi tempo-frequenza), ricordiamone la definizione, che verrà utilizzata per implementare questo tipo di algoritmo in matlab.

La trasformata wavelet è definita come

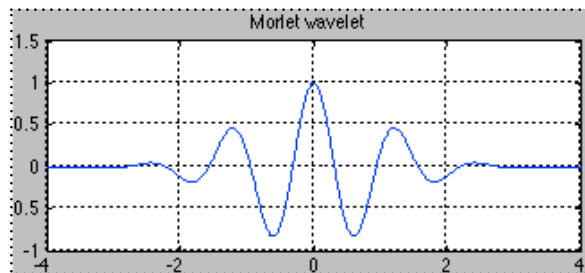
$$WT(\tau, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \cdot h_{\alpha} \left( \frac{t - \tau}{\alpha} \right) dt \quad (5.2.4.1)$$

dove i coefficienti wavelet  $h_{\alpha}$  sono definiti da

$$h_{\alpha}(t) = \frac{1}{\sqrt{|\alpha|}} h \left( \frac{t - u}{\alpha} \right) \quad (5.2.4.2)$$

La funzione  $h_0(t)$  è definita wavelet madre e deve soddisfare dei semplici requisiti (tra questi ricordiamo che la funzione deve essere oscillante a media nulla ed avere norma pari ad 1).

Esistono vari tipi di funzioni che soddisfano queste condizioni e quella utilizzata nel programma di analisi è la wavelet di Morlet, che vediamo nel grafico qui sotto.



Funzione ottenuta attraverso il codice :

```
lb = -4; ub = 4; n = 1000;
[psi,x] = morlet(lb,ub,n);
plot(x,psi)
```

Questa funzione, opportunamente traslata (parametro  $u$ ) e dilatata (parametro  $\alpha$ ) rappresenta la base sulla quale eseguire la proiezione del segnale.

Lo studio dei coefficienti wavelet offre preziose informazioni sul tempo di latenza delle varie componenti frequenziali del segnale. Suddividendo lo spettro in bande e calcolando il massimo dei coefficienti, si trova una buona stima del tempo che impiega ogni componente a rispondere.

Per effettuare l'analisi sul segnale in ingresso, abbiamo suddiviso lo spettro in bande di larghezza

```
a(1)=4;
for n=1:15
    a(n+1)=4*2^(n/3);
end
```

pari a  $1/3$  di ottava creando un vettore di 16 elementi che rappresenta i diversi valori assunti dal parametro di scala  $\alpha$  nel calcolo dei coefficienti wavelet.

Dopo aver inizializzato il vettore  $a()$ , si procede con il calcolo dei coefficienti wavelet utilizzando la funzione `cwt(input, scaleVector, 'WaveletName')` come nel riquadro successivo.

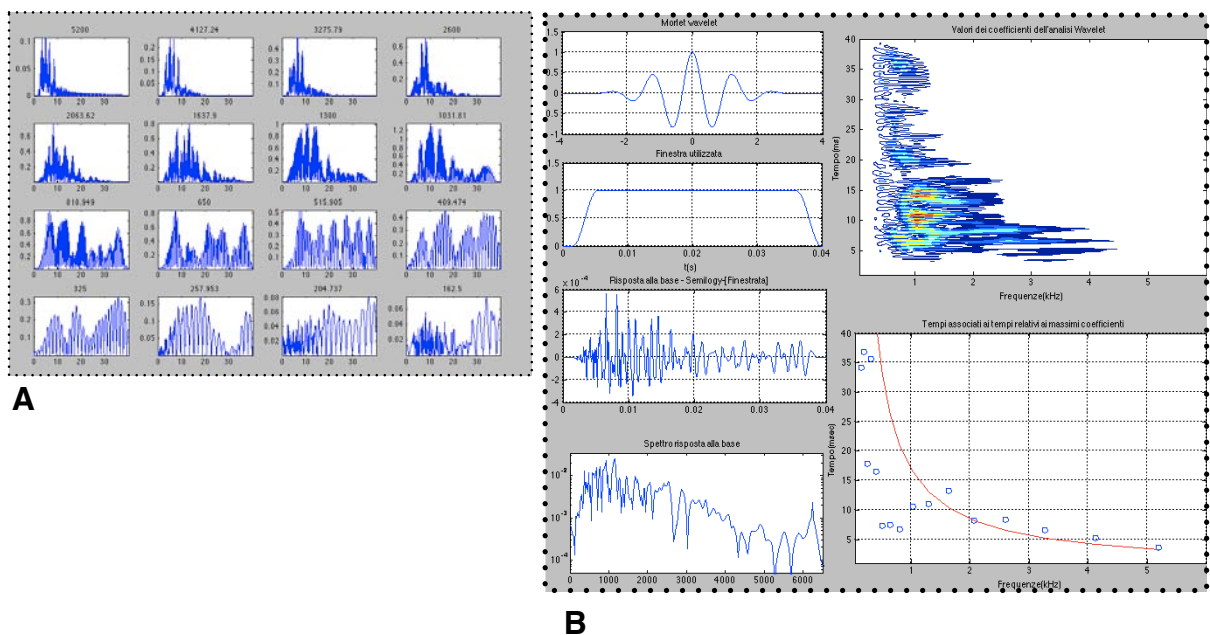
```
nCampioni = Nt;
Tempo_campionamento=tmax/1024;
Tempo_totale=tmax;
coefs(:, :, 1) = cwt(segnale,a,'morl');
```

Successivamente per ogni coefficiente viene memorizzato il massimo e il tempo a cui si verifica questo massimo (riquadro sotto).

```
for f=1:n+1
[s r] = max(abs(coefs(f, :, 1)));
max_coefs(f,1)= s;
tempo_max(f,1)= r;
end
```

E' proprio questo tempo che fornisce una stima del tempo di latenza per ognuna delle 16 bande di frequenza selezionate. Una volta calcolati tutti i dati vengono visualizzate due schermate, una delle quali [fig.A] contiene l'andamento dei 16 coefficienti wavelet come nell'esempio in figura qui sotto, dove la banda di riferimento è riportata sopra ogni coefficiente.

Gli altri dati vengono invece rappresentati in un'altra schermata [fig.B], contenente diverse informazioni: la wavelet, la finestra, la risposta alla base, lo spettro della risposta alla base, e due grafici che rappresentano l'andamento tempo-frequenza.

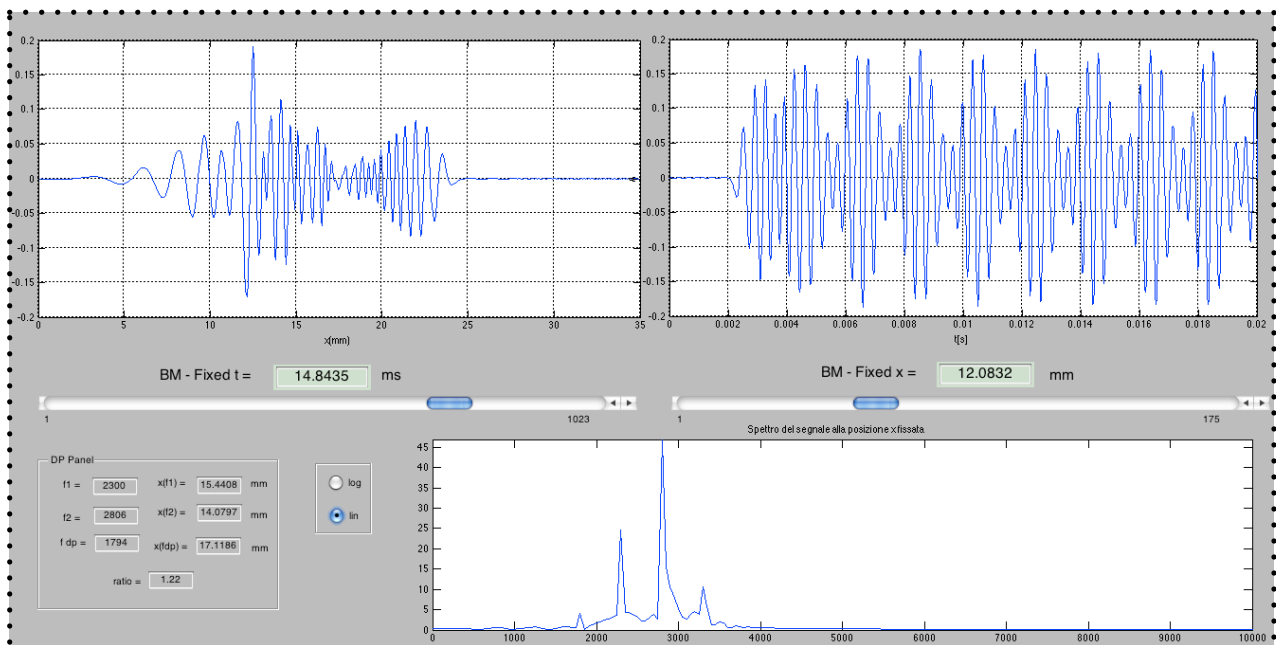


### 5.2.5. Risposta x-t fissati

Una delle features più utili per analizzare il comportamento della membrana basilare in maniera flessibile viene visualizzato quando si seleziona dalla GUI principale la voce 'Risposta x-t fixed' . Da un lato viene data all'utente la possibilità di fissare un valore del tempo  $t$  e vedere il comportamento dell'intera BM in quell'istante. E' come se venisse scattata una fotografia dello stato del sistema.

Facendo scorrere - in maniera automatizzata o meno questo valore di  $t$  -, si crea un'animazione in cui si vede come l'onda si trasmette lungo la membrana al trascorrere del tempo.

Dall'altro lato invece vi è la possibilità di fissare la posizione  $x$  lungo la membrana basilare e visualizzare cosa avviene in quel determinato sito durante tutto il tempo di acquisizione. Nella parte bassa viene mostrato lo spettro del segnale corrispondente al sito tonotopico  $x$ .



In questa figura è mostrata un esempio di come viene visualizzata l'interfaccia t-x fixed. Lo Stimolo è costituito dalla somma di due sinusoidi (DP) .

In alto a sinistra viene mostrata l'escursione della membrana basilare al tempo  $t=14.8435$  ms .

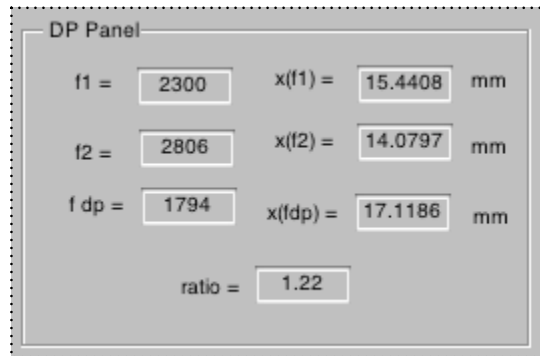
In alto a destra invece l'evoluzione temporale dell'onda nella posizione  $x=12.0832$  mm, e in basso la sua FFT, che nello specifico caso mostra i picchi in corrispondenza delle frequenze primarie  $f_1$  ed  $f_2$  e dei prodotti di distorsione, non presenti nello stimolo e generati non linearmente nella coclea.

Come si vede nella figura sopra, sia la posizione  $x$  che il tempo  $t$  possono essere modificati attraverso degli slider orizzontali.

Un'interfaccia di questo tipo permette di poter andare a studiare cosa succede alla membrana basilare in una determinata posizione (per esempio nei prodotti di distorsione è interessante

analizzare cosa succede nel sito di generazione  $f_2$  o direttamente in corrispondenza della posizione associata ad  $f_{dp}$ ).

Proprio a questo scopo, nel caso in cui si tratti di una simulazione di DP, in basso a sinistra viene visualizzato un pannellino con le indicazioni utili sulla posizione del sito di generazione di  $f_1$ ,  $f_2$  e  $f_{dp}$ , trovati attraverso la funzione `getX()` illustrata nel paragrafo successivo. In figura qui sotto un esempio.



E' inoltre possibile sfruttando il grafico t-fixed (quello di sinistra) seguire l'andamento temporale dell'onda viaggiante.

Accanto alla FFT è presente un radiobutton che permette di scegliere di cambiare la scala dell'asse y, da lineare (`plot`) a logaritmica (`semilogy`).

## 5.2.6. Mappa di Greenwood

Spuntando la checkbox 'Greenwood' vengono visualizzati due grafici che mostrano la corrispondenza tra la posizione del sito tonotopico lungo la BM e la frequenza di risonanza caratteristica in quel punto.

Per calcolare la corrispondenza esatta tra la frequenza e la distanza dalla base della membrana basilare (e viceversa) ci sono due funzioni apposite contenute nei file `getX.m` e `getFreq.m`. Le unità di misura a cui fanno riferimento sono i metri per la distanza e gli Hertz per la frequenza.

**A:**

$$\text{freq}(X_{\text{pos}}) = -\omega_1 + \omega_0 e^{-k_\omega X_{\text{pos}}}$$

```
function freq = getFreq(x)
freq = -145 + 20655 * exp(-(138.2 * x));
end
```

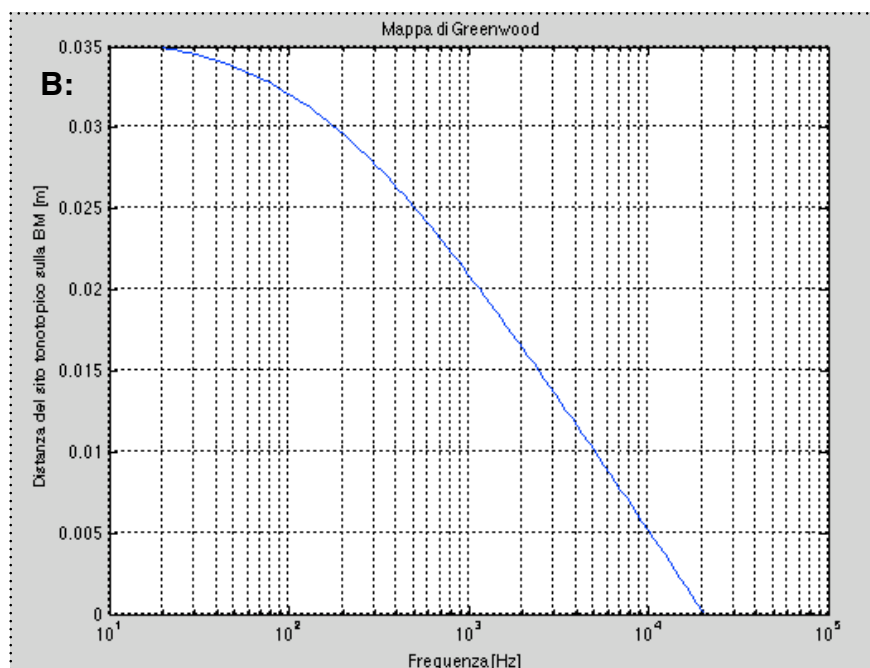
**B:**

$$X_{\text{pos}}(\text{freq}) = -\frac{1}{k_\omega} \cdot \log\left(\frac{\text{freq} + \omega_1}{\omega_1}\right)$$

```
function pos = getX(f)
pos = ( -1/138.2 * log((f+145)/20655));
end
```

Qui sopra vediamo la legge che lega la frequenza alla posizione del sito di risonanza lungo la BM - sulla sinistra - e sulla destra la funzione inversa. Immediatamente sotto la funzione corrispondente in matlab.

Il grafico visualizzato nei due plot rappresenta la mappa di Greenwood di cui si è già discusso nel paragrafo 2.3.3 e visualizzato nella figura qui sotto.



## 6. *D*escrizione dell'esperimento

Sfruttando le potenzialità e la semplicità d'uso del framework costruito all'interno di matlab (Capitolo precedente), vi è la possibilità di eseguire un elevato numero di simulazioni della risposta cocleare, variando numerosi parametri dell'orecchio interno e dell'orecchio medio, in tempi relativamente brevi.

Queste simulazioni offrono un vivace banco di prova per analizzare e studiare a fondo le caratteristiche della coclea e soprattutto per verificare la validità dei modelli teorici attraverso il confronto tra i risultati 'virtuali' e quelli ottenuti attraverso misure sperimentali di laboratorio.

Unendo le capacità analitiche personali e gli strumenti forniti dal software di analisi costruito all'interno di matlab, è possibile fare numerose osservazioni che permettono di ampliare e migliorare sperimentalmente le nostre conoscenze sulle OAEs e di ottenere importanti risultati.

Il numero di ricerche e test che possono venir eseguiti partendo dall'analisi dei dati ottenuti è pressoché illimitato: questo ha portato sin dall'inizio a dover compiere delle scelte mirate ed orientare gli studi in alcune direzioni determinate, anche alla luce dei risultati ottenuti di volta in volta nelle diverse simulazioni.

Proprio per questo motivo l'esperimento portato avanti in questa tesi è stato diviso in due parti: nella prima parte i test sono eseguiti sulle emissioni evocate da uno stimolo transiente (TEOAE), mentre nella seconda parte l'attenzione è rivolta ai prodotti di distorsione (DPOAE).

Come già spiegato nel capitolo 4, il software di matlab simula il comportamento della coclea partendo dal punto della membrana basilare in corrispondenza della finestra ovale - la base - arrivando fino all'apice. Questo significa che non viene considerato quanto avviene a livello di orecchio medio (catena degli ossicini, timpano) e orecchio esterno (canale uditivo e padiglione auricolare).

Nell'analisi dei dati e nelle conclusioni, verranno approfonditi e tenuti in considerazione sia il ritardo introdotto dall'orecchio medio (dell'ordine di  $100 \mu s$ ) che le distorsioni dovute alla risonanza e la trasmissione dello stimolo in ingresso e della risposta in uscita attraverso l'orecchio medio.

Nei due paragrafi successivi vengono affrontati nel dettaglio la tipologia di test che si intende effettuare e quali risultati ci si attendono.

## 6.1. Stimoli transienti

Test effettuati sttoponendo la coclea virtuale ad uno stimolo transiente di tipo click, in varie simulazioni, e analizzandone i dati di output.

### • 6.1.1 Roughness

Si proverà a verificare che con dei livelli dello stimolo bassi nella risposta della cocleare, non si registrano emissioni otoacustiche a meno che non siano presenti delle irregolarità nella membrana basilare, simulate da un termine casuale di roughness.

Con questo termine posto a zero, la BM risulterà essere priva di irregolarità e in questo modo ci si aspetta che non possano venir generate OAEs dal meccanismo della riflessione lineare. Inoltre ricordiamo che l'altro meccanismo di generazione delle OAEs - quello della distorsione non lineare - si attiva solamente per alti livelli dello stimolo (paragrafo 4.5) . Da questa prima batteria di simulazioni ci aspettiamo quindi, coerentemente con i modelli e le previsioni teoriche, di non registrare alcuna emissione otoacustica.

Inserendo poi in un secondo momento il termine di roughness diverso da zero che simula delle piccole<sup>34</sup> irregolarità casuali nella BM, ci aspettiamo di rilevare delle emissioni, causate dalla riflessione dell'onda incidente.

### • 6.1.2 Latenza-Frequenza

Si proverà a eseguire un'analisi tempo-frequenza sulle emissioni per mettere in evidenza il tempo di risposta di ciascuna componente frequenziale. Sappiamo che la coclea è tonotopica - ovvero che ogni sito sulla membrana risuona a una determinata frequenza - e che le basse frequenze risuonano verso l'apice della BM mentre le alte risuonano verso la base. Questo significa, in termini di ritardo della risposta, che le componenti della risposta a bassa frequenza devono effettuare un percorso più lungo di andata e ritorno (roundtrip) rispetto a quelle ad alta frequenza. Nel paragrafo 4.5 è stata mostrato un metodo che permette di determinare il tempo di latenza di una determinata frequenza in maniera analitica.

Verrà effettuata un analisi dei risultati ottenuti dalle simulazioni di matlab e un confronto con le previsioni teorico-analitiche e con dei risultati ottenuti in laboratorio<sup>35</sup> mediando le risposte otoacustiche di 16 orecchi.

---

<sup>34</sup> Dell'ordine dello 0.3% circa

<sup>35</sup> Dati ottenuti da [13] nei laboratori di Monteporzio Catone dell' I.S.P.E.S.L.



Si farà inoltre un confronto tra i tempi di latenza ottenuti attraverso l'analisi tempo-frequenza del segnale di risposta alla base della BM, e i tempi ottenuti moltiplicando per due il tempo a cui si raggiunge la massima escursione della BM nei diversi siti tonotopici.

Se l'otoemissione registrata alla Base è stata generata presso il sito tonotopico di riferimento ci si aspetta che il valore del tempo di latenza misurato in questi due modi diversi risulti essere uguale. In caso contrario questo significherebbe che le emissioni registrate alla base sono causate da un altro tipo di riflessione durante il cammino in avanti e non solo nel sito di risonanza.

#### • 6.1.3 Q variabile

Si proverà a rendere dinamico - ovvero funzione della frequenza - il fattore di qualità  $Q$  associato al singolo oscillatore micromeccanico sostituendolo al valore costante utilizzato inizialmente nel modello di matlab.

Disegnare una funzione che determini l'andamento  $Q(f)$ , in modo da rendere i risultati ottenuti dalle simulazioni il più possibile fedeli a quelli ottenuti in laboratorio.

#### • 6.1.4 Ampiezza dello stimolo

Si proverà a studiare l'andamento dell'ampiezza della risposta, in funzione dell'ampiezza dello stimolo. Dai modelli teorici che studiano le non linearità del sistema-orecchio [10] ci si aspetta che, ad alti livelli di stimolo, l'ampiezza della risposta non sia più lineare nello stimolo, ma proporzionale alla radice cubica dell'intensità dello stimolo.

## 6.2. Prodotti di distorsione

Sottoponendo la coclea virtuale ad uno stimolo composto dalla somma di due sinusoidi di frequenza vicina tra loro<sup>36</sup> (  $f_2/f_1 = 1.22$  ), dopo aver effettuato parecchie simulazioni verranno eseguite delle verifiche sui risultati.

### • 6.2.1 : Bassa Risoluzione

Tenendo costante il rapporto  $f_2 / f_1 = 1.22$ , verranno fatte partire 10 simulazioni facendo variare  $f_1$  (e di conseguenza  $f_2$ ) in un ampio range, tra 1 e 8 kHz a passi di terzi di ottava<sup>37</sup>.

Verrà mostrata l'ampiezza dello spettro della risposta nel sito di generazione ( $f_2$ ) e nel sito di risonanza del prodotto di distorsione principale ( $f_{DP} = 2f_1 - f_2$ ) in funzione di  $f_2$ , per osservarne l'andamento sulle tre ottave analizzate.

### • 6.2.2 : Alta Risoluzione

Tenendo ancora costante il rapporto  $f_2 / f_1 = 1.22$ , verranno lanciate 10 simulazioni facendo variare  $f_1$  (e di conseguenza  $f_2$ ) questa volta in un piccolo range, tra 2 e 2.2 kHz con passo  $\Delta f = 20\text{Hz}$ .

Verranno mostrati l'ampiezza dello spettro della risposta nel sito di generazione ( $f_2$ ) e nel sito di risonanza del prodotto di distorsione principale ( $f_{DP} = 2f_1 - f_2$ ) in funzione di  $f_2$  e verrà osservato l'andamento. Quello che si pensa di ottenere è una struttura fine causata dall'alternarsi dell'interferenza più o meno costruttiva tra le due sorgenti di generazione del DP (si veda il paragrafo 4.3.1.4).

Inoltre, avendo un'alta risoluzione in frequenza (20Hz) è possibile analizzare l'andamento della fase in funzione di  $f_2$ , che permette di osservare se la fase è rotante o costante.

<sup>36</sup> Il rapporto di 1.22 è considerato ottimale per la generazione di prodotti di distorsione nell'orecchio umano

<sup>37</sup> Fissato  $f_1(1)=1000$ , Calcolo i rimanenti 9 valori di  $f_1$  come  $f_1(n) = f_1(1) \cdot 2^{\frac{n}{3}}$ ;  $n = 2, \dots, 10$

### • 6.2.3 Non-Linearità

Verranno analizzate delle simulazioni in matlab utilizzando il modello proposto da Talmadge [14] (implementato nel file ~ talmadgeSolver.m ), dove non è presente il termine della non linearità, per evidenziare poi nell'output l'assenza di generazione dei prodotti di distorsione.

# 7. Risultati delle simulazioni

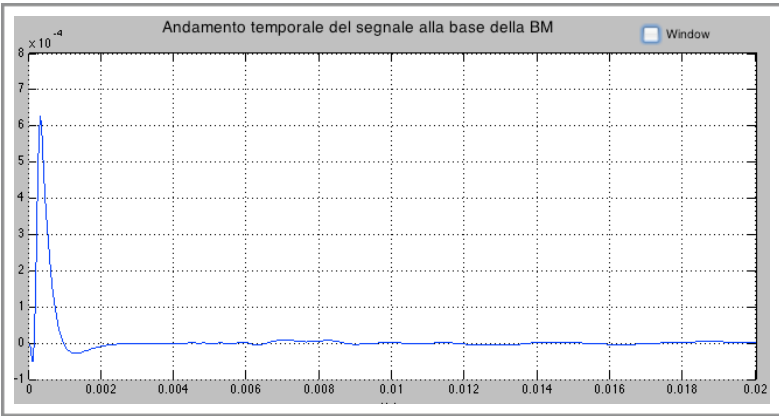
In questa sezione sono presentati i risultati delle simulazioni cocleari, seguendo la scaletta con cui l’esperimento è stato introdotto nel capitolo precedente, punto per punto. Accanto ai grafici e ai plot ci sarà una tabellina che riassume i parametri principali con cui la simulazione è stata eseguita.

## 7.1. Stimoli transienti

In questa prima parte vengono mostrati i risultati ottenuti scegliendo uno stimolo di tipo click, che genera quindi delle TEOAEs.

- 7.1.1 Roughness

Si vuole provare a verificare il duplice meccanismo di generazione delle emissioni partendo da una simulazione con il termine di roughness posto a zero (che elimina le emissioni dovute a riflessione lineare) e un livello dello stimolo basso (che non vada ad evocare il meccanismo di distorsione non lineare) . Dalla figura sotto si vede come alla base non vi sia alcuna risposta otoacustica: rimane solamente la coda dello stimolo.

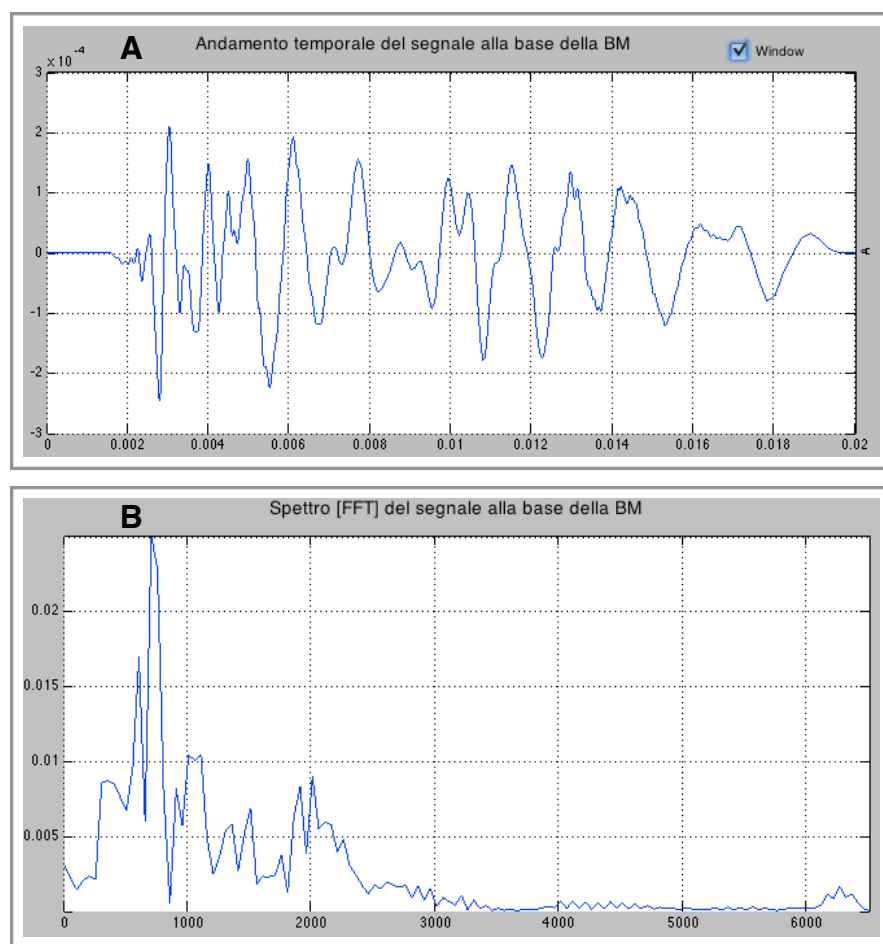


Parametro	Val
Stimolo	Click 6kHz
Ampiezza(w0)	2
Partizioni (N)	259
tmax	0.02
Roughness(eps)	0

(7.1)

Questo conferma le predizioni teoriche le quali affermano che senza roughness e con un livello basso dello stimolo, alla base della BM non si registrano otoemissioni. Le oscillazioni dell’ordine di  $10^{-5}$  dB presenti nel segnale sono dovute ad un numero di partizioni insufficiente, che ha come conseguenza delle piccole riflessioni sulle discontinuità.

Vediamo ora cosa succede lanciando una simulazione con gli stessi parametri di prima, ma introducendo delle irregolarità lungo la BM del 3%.



Parametro	Val
Stimolo	Click 6kHz
Ampiezza(w0)	2
Partizioni (N)	259
tmax	0.02
Roughness(eps)	<b>0.03</b>

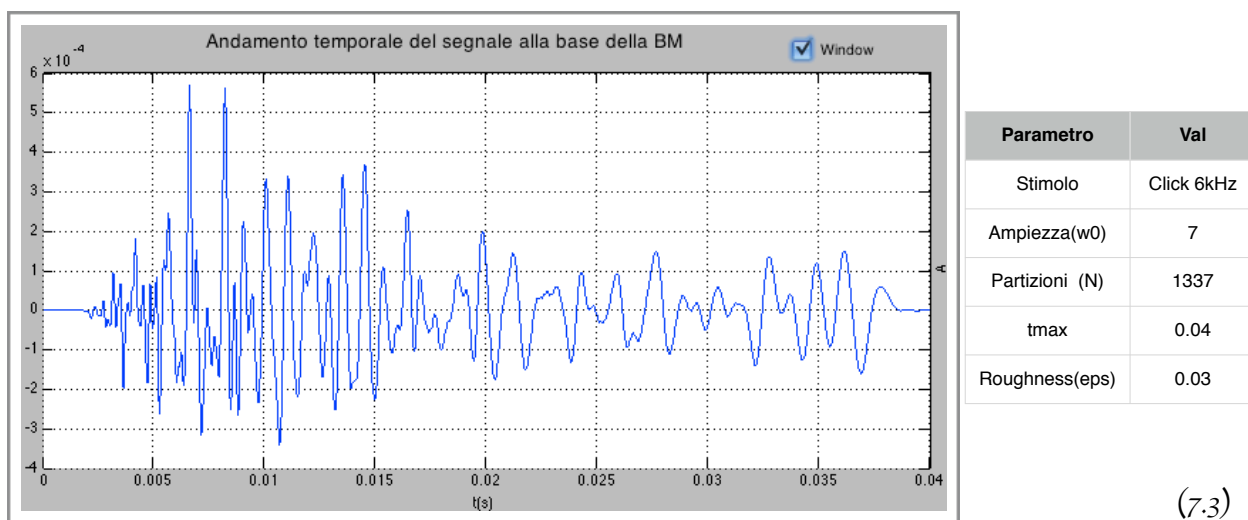
(7.2)

In questo caso, come è possibile osservare dalla figura A, la quale mostra l'andamento temporale dello spostamento della BM alla base, si vede chiaramente che con l'introduzione della roughness si verifica una riflessione dell'onda incidente, che torna indietro fino alla base della membrana basilare. Per evidenziare ulteriormente le emissioni il segnale è stato finestrato. Nella figura B è mostrato lo spettro della risposta. Questo risultato è in accordo con le previsioni teoriche (paragrafo 4.5).

La 'qualità' di questa risposta non è elevatissima (risulta infatti essere decisamente irregolare e mancano quasi completamente le componenti della risposta nella banda tra 3 e 6 kHz) a causa soprattutto del basso numero di partizioni ( $N=259$ ), ma questo non è determinante ai fini del risultato che si voleva evidenziare in questa parte di esperimento, ossia la presenza o meno di una risposta di origine cocleare.

### • 7.1.2 Latenza-Frequenza

Per stimare il tempo di latenza di ciascuna componente frequenziale della risposta tramite l'analisi wavelet, si è scelto di analizzare i risultati di una simulazione con un numero di partizioni elevato ( $N=1337$ ).

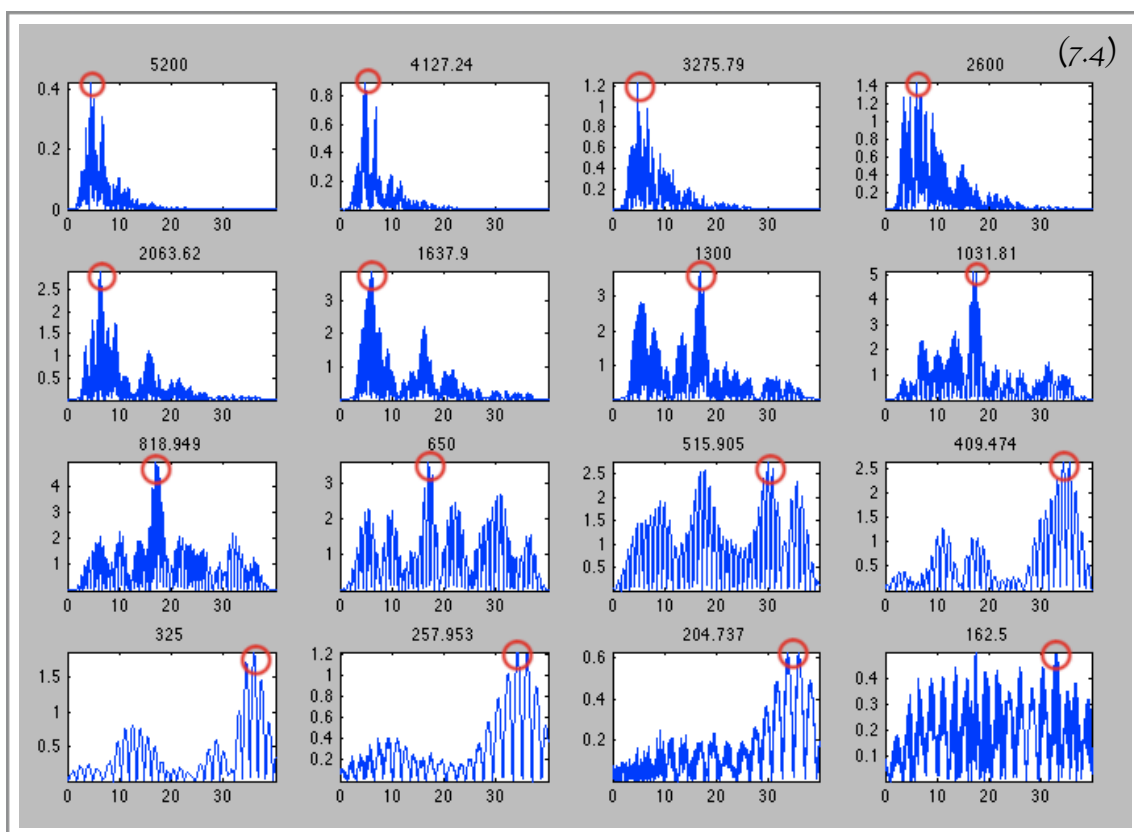


Dal grafico sopra, il quale mostra la risposta della membrana basilare alla base, è facile vedere come nella prima parte della risposta siano dominanti le alte frequenze (oscillazioni rapide), mentre nella seconda parte siano prevalenti le frequenze più basse. A differenza delle simulazioni precedenti, per le quali il tempo di acquisizione  $t_{max}$  era stato fissato a 0.02 s, per dare il tempo anche alle frequenze più basse di ritornare indietro dal proprio sito tonotopico, in questa simulazione il tempo di acquisizione è stato esteso fino a 0.04 s.

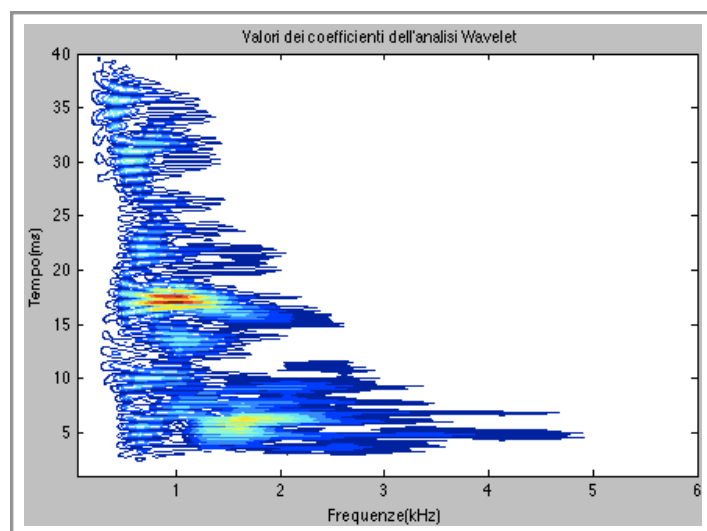
Il maggior ritardo nella risposta delle componenti a bassa frequenza è dovuto alla maggior distanza del sito tonotopico dalla base della BM rispetto alle componenti ad alta frequenza, il cui sito si trova vicino alla base.

Per poter stimare con una discreta precisione il tempo che impiega ciascuna frequenza a raggiungere il proprio sito tonotopico e ritornare indietro sino alla base, bisogna calcolare i coefficienti wavelet dopo aver suddiviso lo spettro a cui siamo interessati in bande larghe circa  $\frac{1}{3}$  di ottava.

Nella figura seguente sono riportati i 16 coefficienti wavelet, che coprono la banda da 160 Hz a 5.2 kHz: ogni coefficiente è rappresentato in un grafico con il tempo sull'asse delle ascisse e l'ampiezza su quello delle ordinate. Il numero che si legge sopra ad ogni coefficiente si riferisce alla frequenza a cui quel coefficiente fa riferimento, mentre il cerchietto rosso individua il massimo di ogni coefficiente.



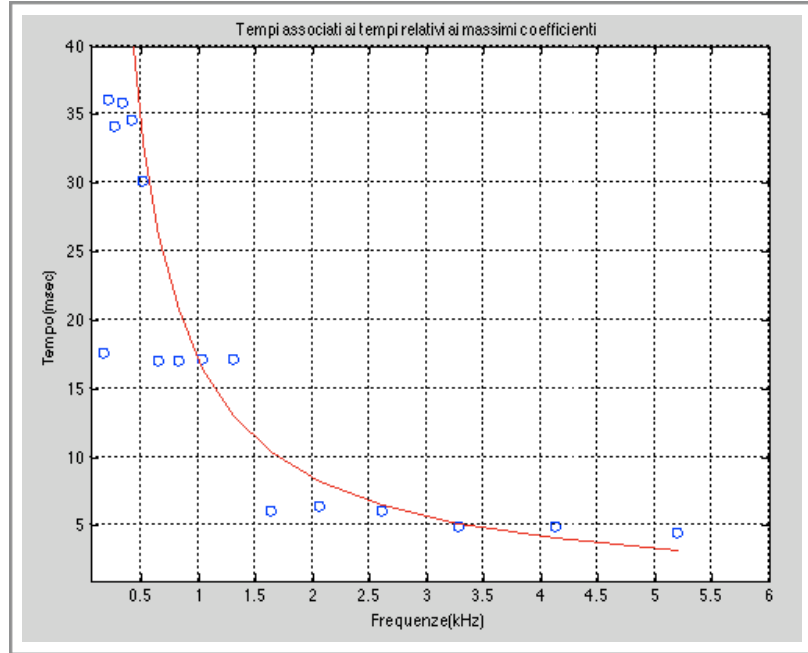
Sono proprio i tempi dei valori cerchiati che forniscono la stima della latenza, e che possiamo vedere rappresentati nell'immagine seguente dalla funzione contour di matlab, in cui è visibile l'andamento della latenza in funzione della frequenza.



(7.5)

Nella rappresentazione successiva , viene presentato l'andamento tempo-frequenza della risposta (cerchietti blu), paragonata all'andamento ideale che questa dovrebbe avere (in rosso - ottenuta dall'equazione (4.7.5) )

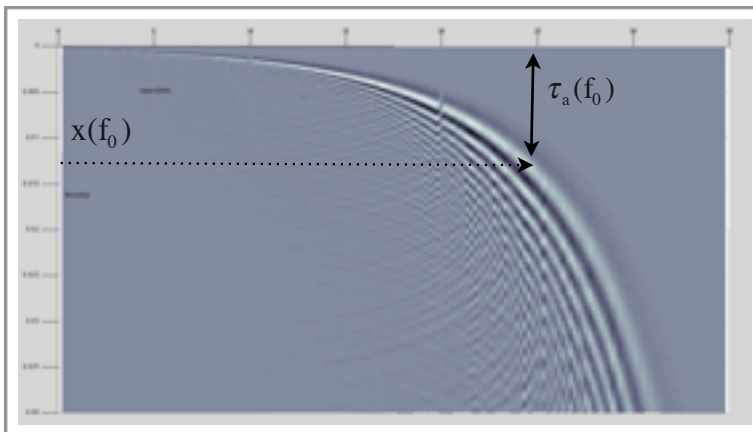
$$\tau_{rt}(\omega) \approx \frac{17_{ms}}{f_{[Hz]}}$$



(7.6)

Il risultato ottenuto è abbastanza soddisfacente e si avvicina molto alla previsione teorica, presentando tempi di risposta intorno ai 5ms per le alte frequenze, fino ad arrivare ai 35ms per le frequenze più basse. Per ottenere dei risultati più attendibili bisognerebbe mediare decine di risposte otoacustiche di questo tipo.

Ora si esegue un confronto tra i tempi appena calcolati con i coefficienti wavelet e gli stessi tempi ricavati moltiplicando per 2 il tempo che impiegano le diverse componenti dell'onda viaggiante a raggiungere il proprio sito tonotopico (in termini di escursione della BM).



La figura si riferisce alla simulazione precedente ed è stata ottenuta ruotando il grafico 3D della TW fino a visualizzare il piano x, t con il tempo sulle ordinate e spazio sulle ascisse.

Da questa immagine è facile visualizzare la propagazione dell'onda e il tempo al quale raggiunge la massima ampiezza (nei pressi dei diversi siti di risonanza).

Il tempo  $\tau_a(f_0)$  rappresenta il tempo impiegato dalla componente  $f_0$  a raggiungere il proprio sito risonante

(7.7)

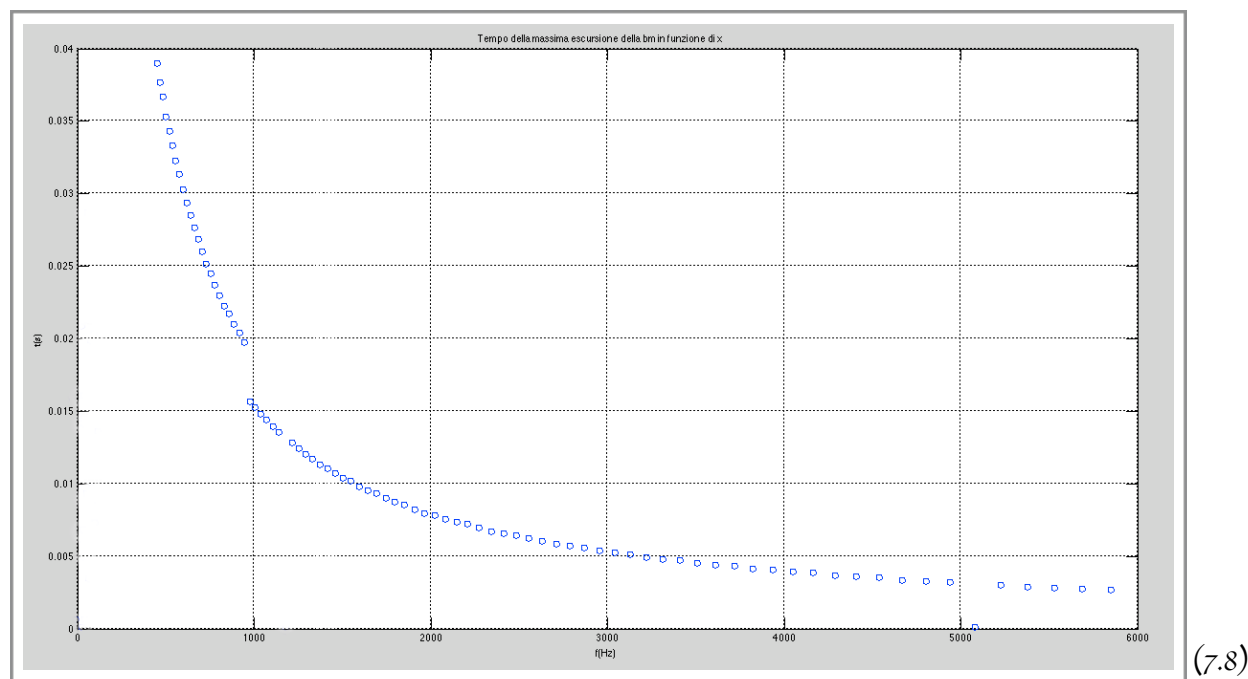


Chiamando  $\tau_a(f_0)$  il tempo che impiega l'onda viaggiante a raggiungere il sito risonante della frequenza  $f_0$ , e supponendo che le diverse componenti frequenziali della risposta otoacustica siano causate proprio dalle riflessioni nei propri siti risonanti, calcoliamo il round trip time ( $\tau_{rt}$ ) - ovvero il tempo che impiega l'onda a raggiungere il proprio sito risonante e a tornare indietro - moltiplicando per 2 il tempo di andata  $\tau_a$ .

Per calcolare il  $\tau_{rt}$  di ogni componente frequenziale abbiamo utilizzato il seguente codice matlab

```
inviluppoX=repmat(0,1,newN);
for j=1:newN
    [c,i] = max(sol(:,j));
    inviluppoX(j) = i ;
end
plot(getFreq(x/1000),2*(inviluppoX/Nt * tmax),'ob');
xlabel('f(Hz)'); ylabel('t(s)');
axis([0 6000 0 0.04]);
grid on
end
```

ottenendo come output la figura seguente che rappresenta  $\tau_a(f)$ , e sembra essere decisamente coerente con le latenze ottenute tramite analisi wavelet ( figura 7.7) .



In questa figura si evidenzia il round trip time in funzione della frequenza. I tempi sono compatibili con ottenuti dall'analisi wavelet, a conferma che le emissioni sono causate dalla riflessione lineare laddove vi è una brusca variazione di impedenza, ovvero presso il sito tonotopico. Il salto intorno a un kHz è dovuto a delle imprecisioni nel calcolo della massima escursione della BM.

### • 7.1.3 Q Variabile

Nel capitolo 3 sui modelli cocleari si è visto che è necessario postulare la presenza di un filtro attivo ad alto fattore di merito  $Q$  per amplificare il segnale nella coclea e che questo meccanismo è alla base della generazione di emissioni otoacustiche.

Gli attuali modelli della coclea a linea di trasmissione (Full Cochlear Models), come già accennato nel paragrafo 3.7, sono basati sulla proprietà di invarianza di scala (SI), e assumendo quindi che  $Q$  sia costante, la relazione prevista tra latenza e frequenza sarebbe quindi di proporzionalità inversa ( $\tau_{rt} \approx \omega^{-1}$ ).

In realtà tale proprietà non è verificata a basse frequenze, come testimonia la mappa di Greenwood, ed è violata dalla dipendenza del fattore di merito dalla frequenza, testimoniata anche da misure psicoacustiche del tuning (5.6).

Sperimentalmente [13] si è trovato da misure precedenti che i dati sulle TEOAE possono essere interpretati assumendo per  $Q$  una legge di potenza:

$$Q(f) = Q_0 f^b \quad (7.1.3.1)$$

Il coefficiente  $b$  può essere visto come una indicazione della violazione dell'invarianza di scala. Per  $f = 1\text{kHz}$  le curve passano per lo stesso valore  $Q_0$  indipendentemente dal valore di  $b$ . Il parametro  $Q_0$  è calcolato a partire da  $\omega_0$ .

Ponendo ad esempio  $b = 1/2$  otteniamo che

$$Q \sim \sqrt{f} \Rightarrow \tau \sim \frac{\hat{k}}{f} = \frac{\hat{k}_0 \sqrt{Q_0/Q}}{f} \sim f^{-3/4} \quad (7.1.3.2)$$

Dopo aver fatto queste considerazioni sulla variabilità di  $Q$ , è stato implementato in matlab un vettore dinamico che sostituisce il valore costante di  $Q$  utilizzato fino ad ora il cui andamento è controllabile attraverso il parametro  $b$ .

Nel riquadro seguente si mostra il codice matlab, e nella figura accanto e l'andamento del valore di  $Q$  in funzione della frequenza ( $b=0.5$ ).

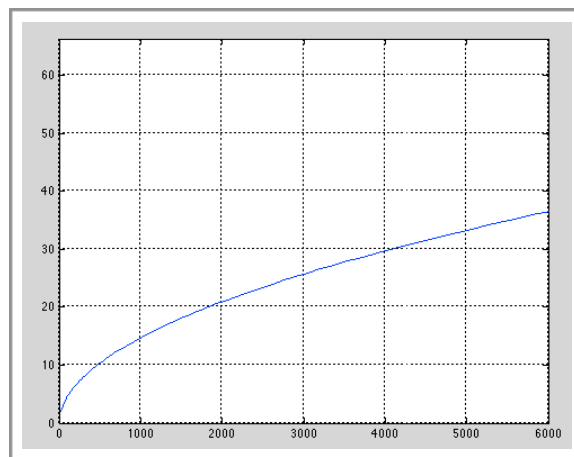
```

Q0=20800/5035 * 2*pi;%Circa 26
b=1/2;
for j =1:N
    currentFreq = getFreq(D*j)/1000;
    Q(j)=Q0*currentFreq^b;
end

```

Fig 7.9

Andamento del fattore di merito  $Q$  in funzione della frequenza ( $Q \sim \sqrt{f}$ )



Per verificare che tipo di risultato ha l'introduzione di un fattore di merito  $Q$  dinamico sui rapporti latenza frequenza, si può osservare il risultato ottenuto dall'analisi wavelet, e sulle curve latenza-frequenza ottenute interpolando i massimi dei coefficienti wavelet. Sono state eseguite tre simulazioni ( $N=888$ ) di TEOAE, e si è fatto variare il parametro  $b$  di violazione dell'invarianza di scala.

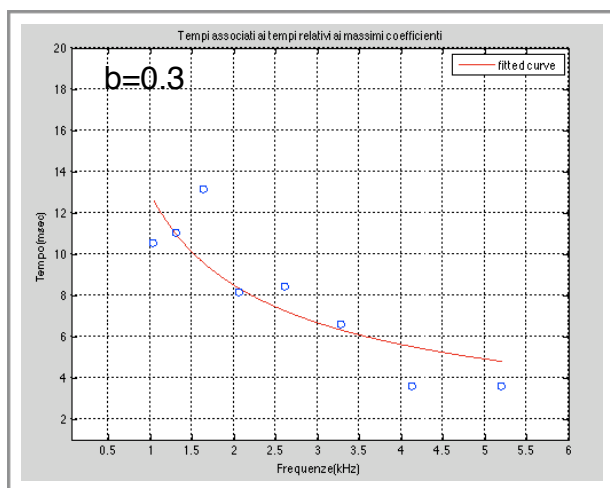
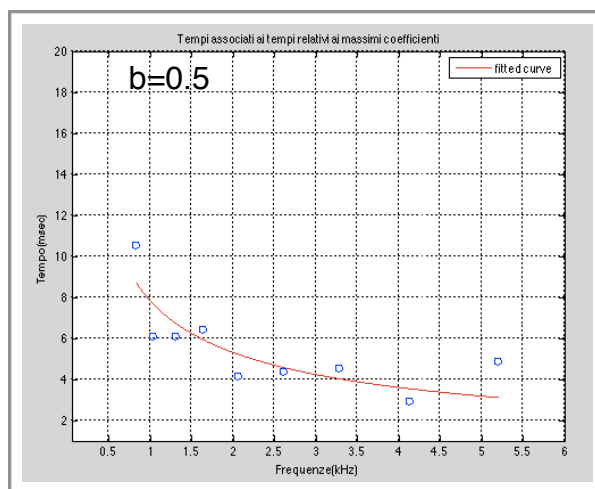
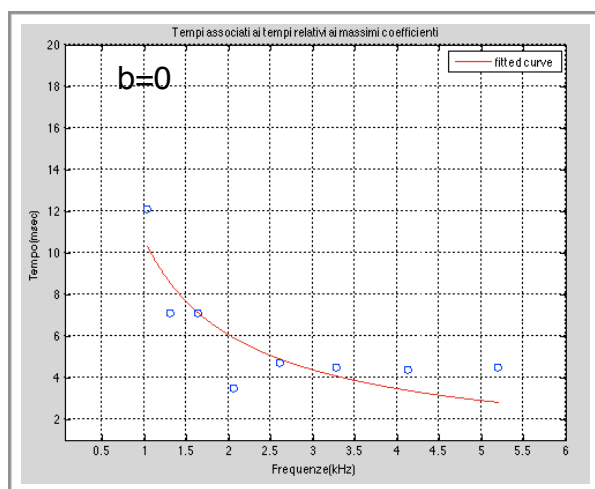


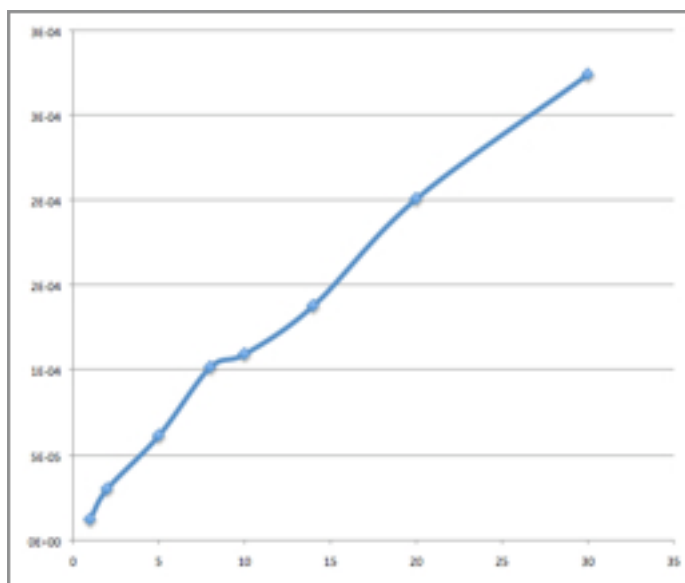
Fig 7.10

Questi tre grafici mostrano l'andamento latenza-frequenza della risposta cocleare con diversi valori del parametro  $b$  di violazione dell'invarianza di scala. La curva in rosso è ottenuta attraverso la funzione `fit` di matlab interpolando i punti identificati dai cerchietti in blu.

#### • 7.1.4 Ampiezza dello stimolo

In questa sezione si vuole mostrare come varia l'ampiezza della risposta, al variare dell'ampiezza dello stimolo. Per fare questo sono state eseguite 8 simulazioni con 350 partizioni, e facendo variare l'ampiezza ( $w_0$ ) dello stimolo da 0.5 a 30.

Il grafico ottenuto è quello in figura sotto dove sull'asse delle x c'è il valore di  $w_0$  di ampiezza dello stimolo, e sull'asse y il valore rms della risposta misurata alla base della BM.



(7.11)

Come si evince dalla figura l'andamento della risposta è estremamente lineare, mentre ci aspettavamo che, per valori di ampiezza dello stimolo oltre una certa soglia, la risposta cominciasse a saturare a causa del termine non-lineare con un andamento del tipo  $\sim w_0^{1/3}$ .

La non linearità è introdotta (equazione 5.1.1) dal termine  $e_f$  della matrice di massa e si attiva quando l'oscillazione supera una certa soglia [10].

In queste simulazioni la soglia utilizzata è 140nm, e l'andamento lineare del grafico è dovuto al fatto che questa soglia nelle simulazioni viene raggiunta a malapena. A conferma di questo fatto si può analizzare la massima ampiezza raggiunta dalla BM nel grafico 3D della travelling wave. In questo modo la risposta non viene saturata ma il termine nonlineare si comporta come una piccola perturbazione, in grado di produrre prodotti di distorsione, ma non saturazione. Provando ad abbassare la soglia a cui viene attivata la non linearità, ci si imbatte in problemi numerici che non si è riusciti per ora a risolvere (bisognerebbe lavorare sulla funzione `ode15s`), e matlab interrompe l'esecuzione della simulazione. Le simulazioni eseguite risentiranno perciò solo in parte dell'effetto non-lineare.

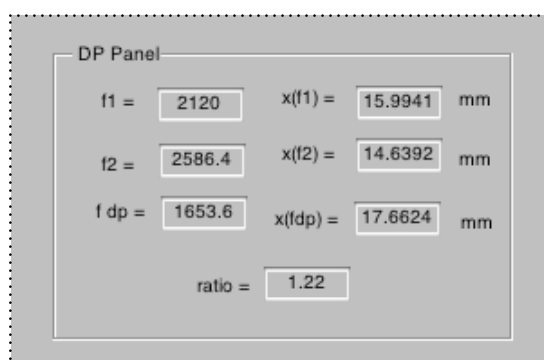
## 7.2. Prodotti di distorsione

In questa sezione sono presentati i risultati delle simulazioni che generano prodotti di distorsione (Paragrafo 4.4.1.3), seguendo la scaletta con cui l'esperimento è stato introdotto nel capitolo precedente, punto per punto.

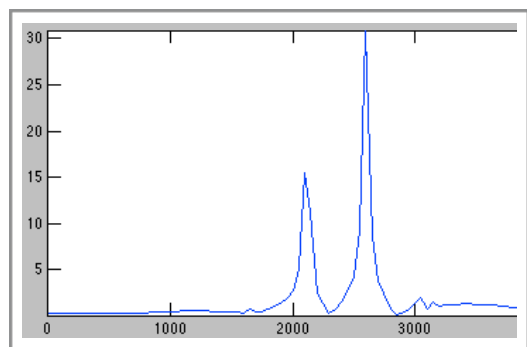
I risultati ottenuti sono molto buoni anche con un numero di partizioni modesto e confermano sia le previsioni teoriche che i dati sperimentali legati ai meccanismi di generazione dei DP.

Grazie al software, che permette di studiare le oscillazioni della membrana basilare nel tempo in un sito fissato (Paragrafo 5.3.5), è possibile vedere cosa succede spostandosi lungo la BM, e avvicinandosi ai siti di risonanza delle frequenze  $f_1$ ,  $f_2$  e  $f_{dp}$ .

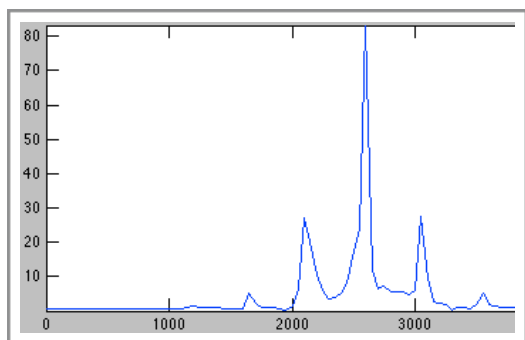
Nella figura sotto sono mostrate le frequenze primarie, il DP principale ( $2f_1-f_2$ ) e i siti risonanti corrispondenti, utilizzati in una simulazione con 200 partizioni a titolo di esempio.



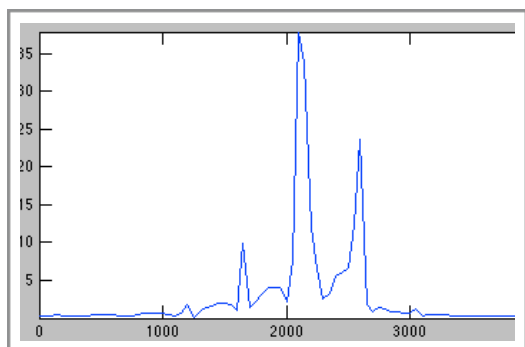
Nell'interfaccia *x-t fixed*, spostando lo slider, si mostra cosa accade allo spettro muovendosi lungo la BM, mano a mano che ci si avvicina ai diversi siti di risonanza.



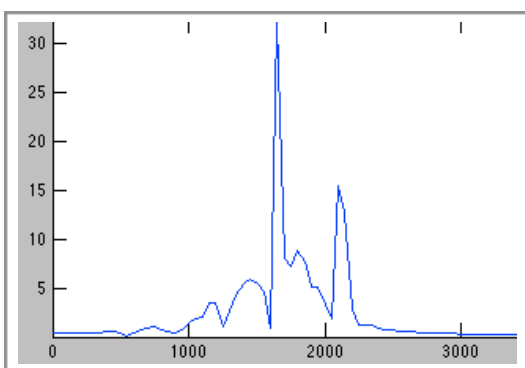
A: Questa figura rappresenta lo spettro dell'onda nella posizione  $x=10\text{mm}$  dove, non essendo ancora nei dintorni dei siti risonanti, non si nota nessun prodotto di distorsione ma solamente i due picchi corrispondenti ai due toni primari  $f_1$  e  $f_2$ .



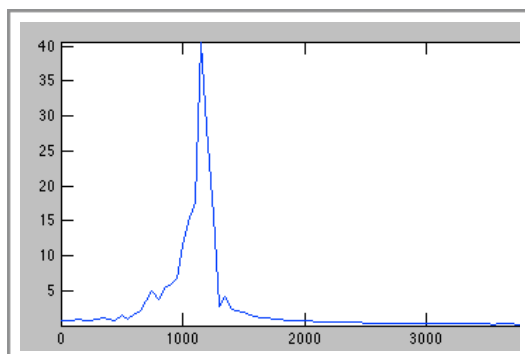
**B:** Spostandosi in avanti lungo la BM fino a raggiungere la posizione  $x=14\text{mm}$ , ovvero nei pressi del sito tonotopico di  $f_2$ , si nota come l'ampiezza della componente  $f_2$  aumenta notevolmente, e vengono formati dei prodotti di distorsione (*sidebands*) in accordo con il meccanismo proposto da Shera e Guinan[5].



**C:** Qui vediamo quanto avviene nei pressi del sito di  $f_1$ , ovvero  $x=16\text{mm}$ . L'ampiezza della componente  $f_2$  si è ridotta notevolmente, a causa dell'assorbimento risonante in  $x(f_2)$ , mentre l'ampiezza di  $f_1$  è massima. Inoltre dato che ci stiamo avvicinando al sito di risonanza di  $f_{dp}$ , anche la componente a 1600 Hz è aumentata.



**D:** Nel sito tonotopico di  $f_{dp}$ , ovvero  $x=17.5\text{mm}$ , non vi è più traccia della componente  $f_2$  essendo stata completamente assorbita, l'ampiezza di  $f_1$  si sta riducendo anch'essa notevolmente, mentre è massima l'ampiezza di  $f_{dp}$ .



**E:** Nella zona successiva (ovvero avvicinandosi all'apice) si osserva la scomparsa progressiva, prima della componente  $f_1$ , e poi della componente  $f_{dp}$ , lasciando spazio alle componenti dei prodotti di distorsione di ordine superiore, a frequenze più basse.

La sequenza che si è appena mostrato, è in pieno accordo con i modelli teorici.

### • 7.2.1 Bassa risoluzione

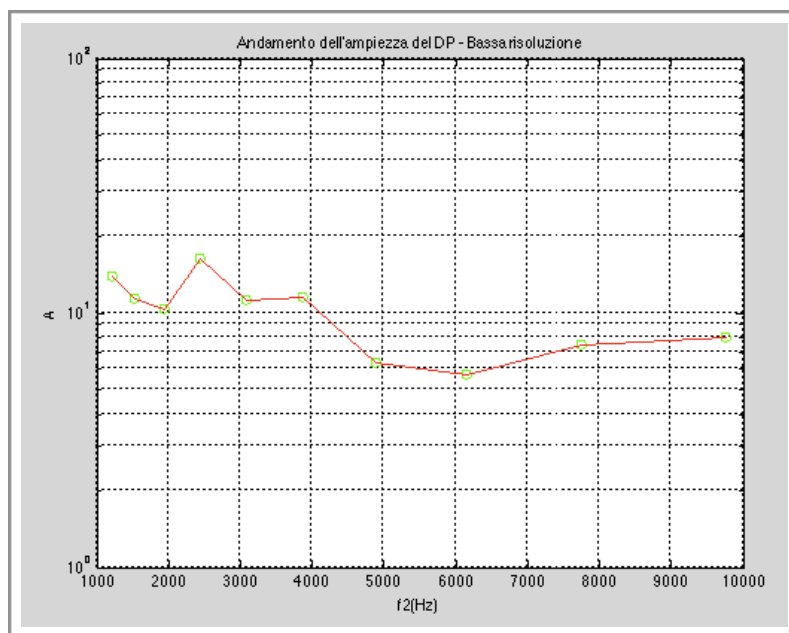
Si ricorda che in questa fase dell'esperimento si vuole mostrare l'andamento dell'ampiezza dello spettro al crescere di  $f_1$  in una banda di tre ottave.

Per fare questo sono state eseguite diverse simulazioni mantenendo costante il rapporto  $f_2 / f_1 = 1.22$  e facendo variare  $f_1$  (e di conseguenza  $f_2$ ) in un ampio range, tra 1 e 8 kHz a passi di terzi di ottava.

I risultati delle simulazioni e i programmi utilizzati per automatizzare l'elaborazione si trovano nei file all'interno dei file della directory  $\sim /DP\_analysis$ , sotto forma di tabelle e *m\_files* di matlab, dove si sono dovute effettuare alcune operazioni per valutare lo scostamento tra il sito tonotopico di  $f_0$  previsto teoricamente (mappa di Greenwood) e l'effettivo punto in cui si verifica il massimo. Tale scostamento viene minimizzato aumentando il numero di partizioni.

Nella figura seguente viene mostrato il grafico logaritmico che mostra l'ampiezza del prodotto di distorsione  $f_{dp}$  misurata nel sito di  $x(f_{dp})$ , in funzione di  $f_2$ .

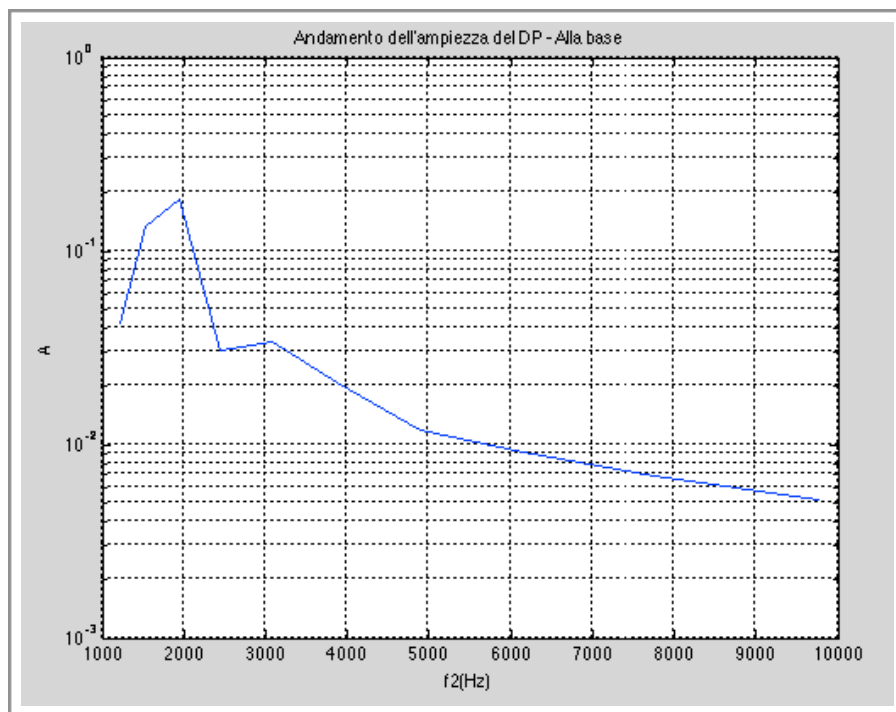
Un grafico di questo tipo è chiamato DPgramma.



(7.12)

Questo grafico è in accordo con le previsioni teoriche poiché lungo le tre ottave presenta un andamento regolare, e a causa della scarsa risoluzione in frequenza non si osserva una struttura fine. Il picco presente vicino a  $f_2=2.3$  kHz (quindi  $f_1 \approx 1.8$  kHz) è conseguenza della frequenza di risonanza dell'orecchio medio.

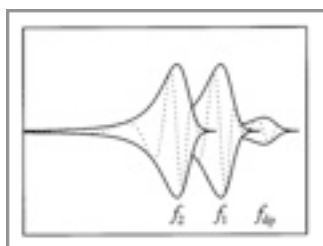
Lo stesso tipo di misura è stato effettuato alla base della BM, misurando quindi l'ampiezza delle emissioni otoacustiche alla frequenza  $f_{dp}$ , ottenendo come output il grafico in figura sotto.



(7.13)

Il livello di distorsione è visibilmente troppo basso (discussione al paragrafo 7.1.4) per ottenere una risposta otoacustica ragionevole alla frequenza  $f_{dp}$ , difatti l'ampiezza massima qui è di  $\approx 10^{-1}$ . Nonostante questo, è visibile il picco di massima ampiezza intorno alla frequenza di risonanza dell'orecchio medio, seguito da un andamento decrescente, in maniera analoga a quanto avviene nel sito  $f_{dp}$  (fig. 7.12).

Anche in questo caso per ottenere un andamento più ragionevole sarebbe necessario abbassare la soglia entro la quale la non-linearità viene attivata (eq 5.1.1).

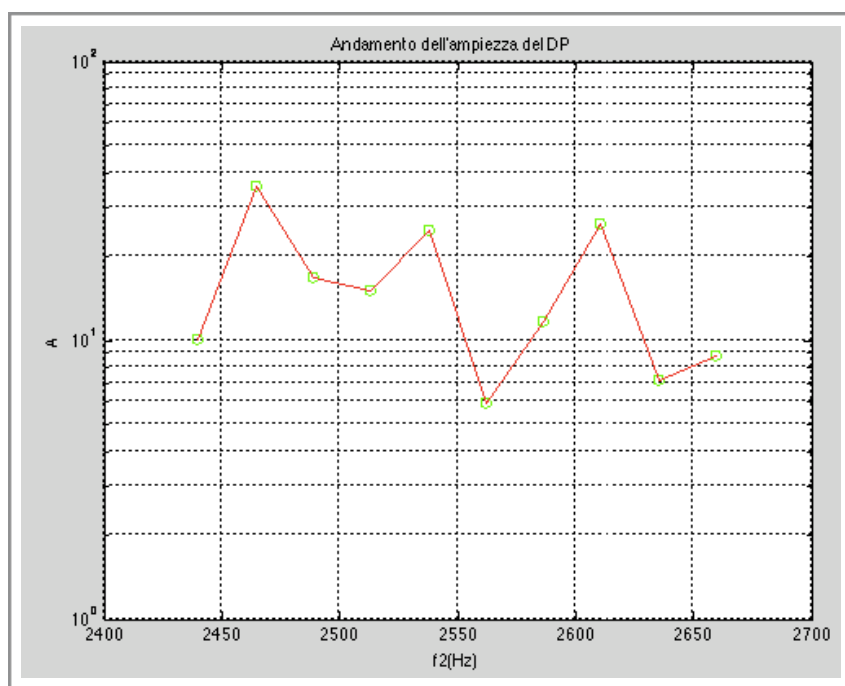


Involuppo temporale lungo la membrana basilare che mostra la disposizione dei punti risonanti dei toni primari e del prodotto di distorsione.



### • 7.2.2 Alta risoluzione

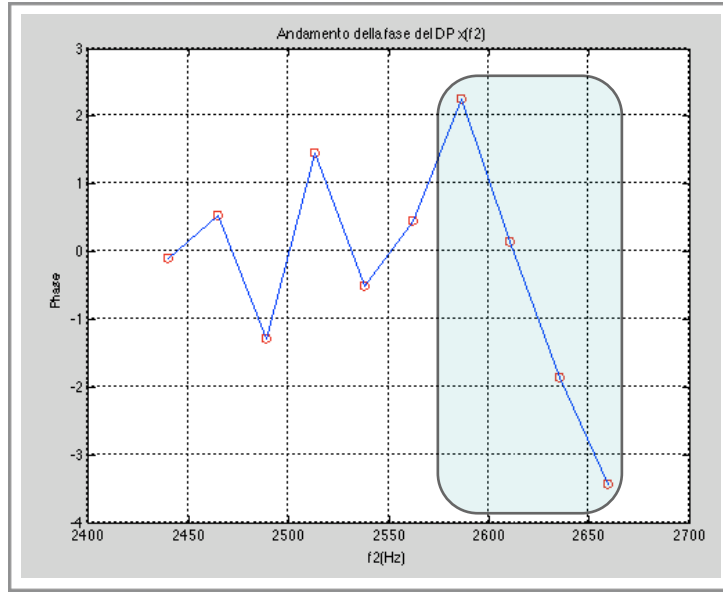
Tenendo ancora costante il rapporto  $f_1/f_2 = 1.22$ , sono state eseguite diverse simulazioni facendo variare  $f_1$  (e di conseguenza  $f_2$ ) questa volta in un piccolo range, tra 2 e 2.2 kHz a distanza  $\Delta f = 20\text{Hz}$ . Sotto il risultato ottenuto nel DPgramma mostra l'ampiezza del DP principale in funzione di  $f_2$ .



(7.14)

In questo DPgramma diversamente dal precedente (7.12) siamo in possesso di una risoluzione in frequenza decisamente alta (20 Hz), e questo ci permette di osservare le conseguenze del duplice meccanismo di generazione dei prodotti di distorsione. Il primo viene generato nel sito  $x(f_2)$  dove è massima l'ampiezza della sovrapposizione dei pattern di interferenza e viene riflesso all'indietro verso la base, mentre parte della travelling wave continua il suo cammino verso l'apice. Quando incontra il sito tonotopico di  $f_{dp}$ , la brusca variazione di impedenza causerà in parte una riflessione all'indietro dell'onda incidente alla frequenza  $f_{dp}$ . I due prodotti di distorsione  $f_{dp}$ , generati dai due meccanismi diversi in due siti diversi hanno delle fasi differenti (la prima è costante e la seconda ruota rapidamente): la conseguenza del fenomeno appena illustrato si può osservare nella struttura fine (rapide oscillazioni) della figura sopra (DPgramma 7.14), causate dall'interferenza più o meno costruttiva delle due onde.

Essendo in possesso dei dati, questa volta ad alta risoluzione, è stato possibile analizzare anche i dati sulla fase del DP misurata in  $x(f_{dp})$  e riportata nella figura seguente:

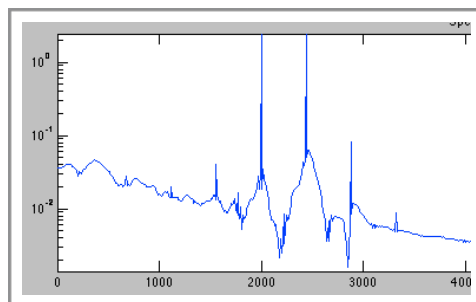


(7.15)

Mentre i primi punti sono da scartare (poiché probabilmente in quella zona sono non trascurabili gli effetti dei toni primari  $f_1$  e  $f_2$ ) nella zona evidenziata in azzurro i punti si presentano allineati a formare una retta in cui la fase ha una pendenza ben definita. Lo studio di questa pendenza fornisce informazioni utili a stimare il tempo di latenza associato alla frequenza in questione attraverso quello che si chiama gradiente di fase, ed è definito dalla relazione

$$\tau = \frac{-d\phi}{d\omega} = \frac{-\Delta\phi}{2\pi\Delta f}$$

Un altro risultato interessante è stato ottenuto osservando lo spettro della risposta otoacustica alla base: dalla figura sotto si vede che nella risposta, oltre ai picchi corrispondenti ai due toni primari  $f_1$  e  $f_2$ , sono presenti delle linee in corrispondenza dei DP più importanti ( $2f_2-f_1$  e  $2f_1-f_2$ ).

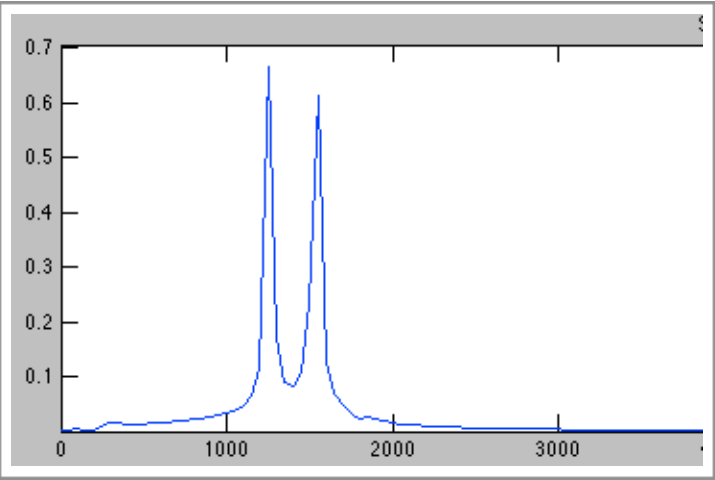


(7.17)

• 7.2.3 Non-linearità

In questo paragrafo viene semplicemente dimostrato che non vi è la generazione di alcun prodotto di distorsione se si modifica la matrice di massa (all'interno della quale è contenuto il termine non lineare) affinché essa diventi lineare.

La funzione mass viene modificata eliminando i termini nonlocali e nonlineari, riducendo l'equazione differenziale che descrive ogni partizione a quella di un oscillatore armonico passivo, annullando di fatto il meccanismo che produce i prodotti di distorsione.



Parametro	Val
Stimolo	DP
$f_1$	1259.9
$f_2$	1537.08
$f_{dp}(2f_1-f_2)$	982.82
Ampiezza(w0)	8
Partizioni (N)	400
tmax	0.02
Roughness(eps)	0.03

(7.18)

Nella figura sopra è rappresentata la risposta in frequenza della coclea localizzata nel sito di risonanza di  $f_2$ , dove dovrebbe avere origine il prodotto di distorsione  $2f_1-f_2$ .

Le uniche frequenze presenti sono quelle dei toni primari, a testimonianza che non vi è alcuna generazione di DP.

Il sito di risonanza di  $f_2$  calcolato tramite la funzione `getX(f)` è `getX(982.72)=21.04mm`

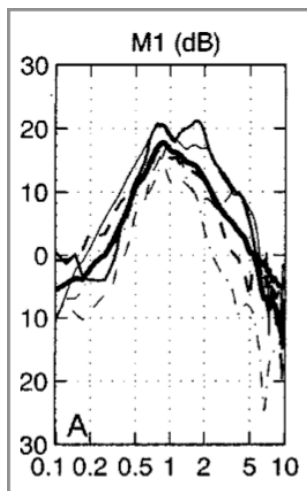
## 8. Osservazioni e Confronto

### 8.1. Effetti dell'orecchio medio

Il primo elemento da tenere in considerazione se si vogliono fare dei confronti tra risultati provenienti da simulazioni e dati di laboratorio è che, mentre nel simulatore i dati di riferimento per lo studio delle OAEs sono presi analizzando il segnale alla base della membrana basilare, in laboratorio le emissioni sono registrate nel canale uditivo.

La stessa cosa vale anche per lo stimolo: in laboratorio viene somministrato nel meato acustico, mentre nelle simulazioni viene eccitato direttamente il piede della staffa.

Se si vuole quindi fare un confronto, bisogna considerare che nelle misurazioni di emissioni entrano in gioco le dinamiche dell'orecchio medio il quale introduce oltre ad un ovvio ma trascurabile ritardo temporale ( $\approx 100 \mu s$ ), delle distorsioni dovute alla trasmissione (sia in avanti che indietro).



In uno studio del 2003 Sunil Puria ha dimostrato che l'orecchio medio si comporta come un filtro risonante intorno alla propria frequenza di risonanza (Figura a lato).

Nel modello cocleare utilizzato in queste simulazioni la frequenza di risonanza è pari a 1500 Hz.

$$\sqrt{\frac{K_s}{M_s}} \approx 1.5 \text{ kHz}$$

Per questo motivo, per quanto si provi a ridurre la durata temporale dello stimolo per ottenere uno spettro esteso in frequenza non si riesce ad arrivare ad avere uno spettro piatto per più di 2-3 kHz, proprio a

causa della distorsione introdotta dai parametri relativi all'orecchio medio ( $K_s$ ,  $C_s$ ,  $M_s$ ).

Diversamente avviene nelle misure sperimentali dove, i valori relativi allo stimolo sono registrati nell'condotto uditivo (paragrafo 4.4), e non risentono quindi degli effetti introdotti dalla trasmissione dell'orecchio medio. Nonostante questo lo stimolo effettivo che raggiunge poi la base della BM risulterà essere filtrato e, a meno che non si utilizzino tecniche invasive, non è possibile registrare lo stimolo effettivo che sollecita la finestra ovale.

## 8.2. Dati sperimentali

In questo paragrafo verranno mostrati e commentati alcuni grafici relativi a delle vere otoemissioni registrate presso i laboratori dell I.S.P.E.S.L.. I dati si riferiscono alle orecchie del sottoscritto e del collega D. Nasone i quali si sono sottoposti ad alcuni test[12] per studiare le TEOAE (attraverso interfaccia ILO Echoport) e le SFOAE (scheda di acquisizione National Instrument unita ad una *patch* di LabView).

Per evocare le TEOAE è stato somministrato nel canale uditivo uno stimolo di tipo *click* con diversi valori di intensità (figura sotto).

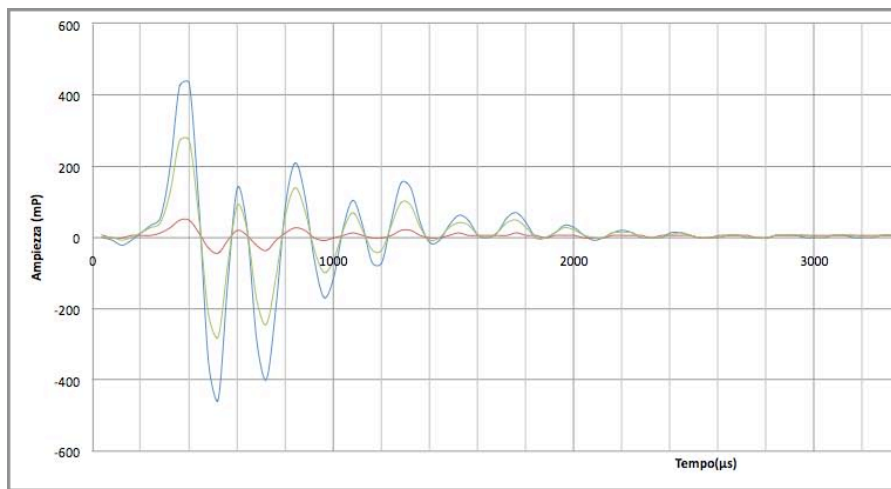


Fig. (8.2.1)

Andamento temporale dello stimolo di tipo click registrato attraverso la sonda *Etymotics ER10C* nell'orecchio destro di Daniele Nasone. I livelli dello stimolo sono rispettivamente : 69,79 e 89 dB

Nella tabella seguente sono mostrati i dati più importanti utilizzati per la registrazione dei segnali tra cui il numero dei campioni relativi alla risposta e allo stimolo, la frequenza di campionamento  $f_c$  e il tempo di acquisizione.

	Stimolo	Risposta
# campioni	128	512
$f_c$	25kHz	25kHz
$\Delta t$	40μs	40μs
Durata	5,12ms	20,48ms
Risoluzione frequenza	193,313Hz	48,828Hz

Dati relativi alle acquisizioni delle emissioni TEOAE in laboratorio.

Osserviamo che nella maggior parte delle simulazioni matlab presentate nel capitolo precedente erano stati utilizzati 1024 campioni per un tempo di acquisizione pari a 20ms. La risoluzione in frequenza di questi dati risulta quindi essere la metà rispetto alle simulazioni.

Lo spettro della risposta otoacustica dell'orecchio destro di Nasone è riportata nelle figure sotto, dove le tre diverse curve sono riferite ai tre diversi livelli dello stimolo.

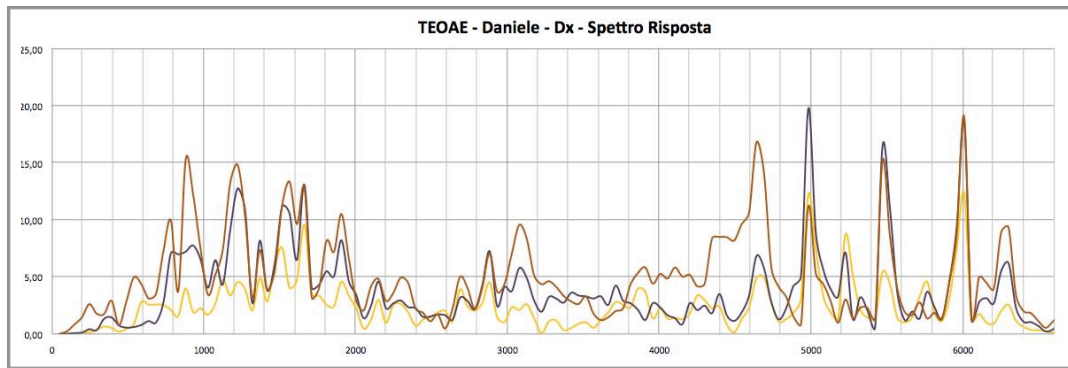


Fig. (8.2.2)

Spettro esteso a 6kHz della risposta TEOAE relativa all'orecchio destro di Nasone. Nell'area evidenziata sono inquadrati dei picchi decisamente aspri ad alta frequenza.

Analizzando altri dati siamo riusciti a identificare in quei picchi delle fortissime emissioni spontanee (SOAE), che testimoniano un ottimo funzionamento del meccanismo di feedback attivo ad alta frequenza nell'orecchio in questione. Nei risultati delle simulazioni di matlab non è possibile evidenziare emissioni spontanee, che potrebbero essere incluse nel modello utilizzato modificando i parametri dell'amplificazione attiva in alcuni siti per renderli instabili, e quindi

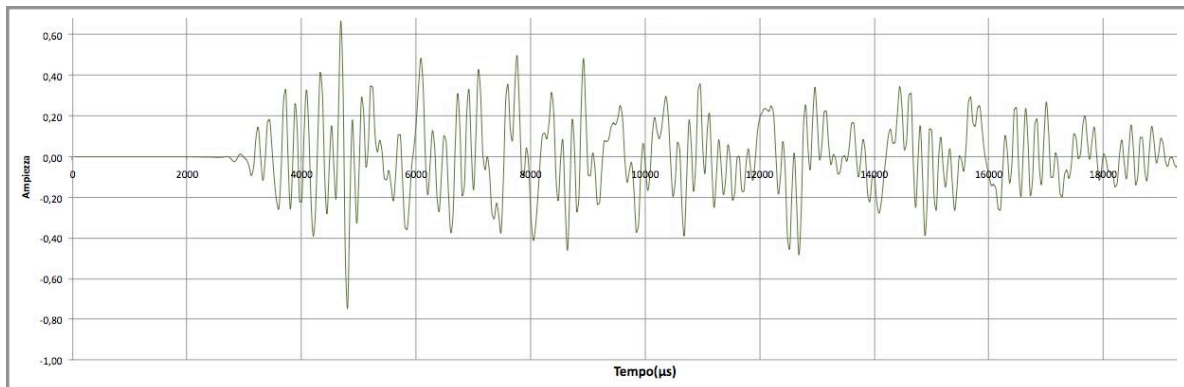


Fig. (8.2.3)

In questa figura è rappresentato l'andamento temporale delle emissioni otoacustiche di cui si è mostrato lo spettro nell'immagine precedente. La risposta è caratterizzata, come è evidente, da rapide oscillazioni ad alta frequenza, che dominano il segnale per tutta la sua durata, e sono causate dalle emissioni spontanee viste sopra.

La prima parte della risposta è stata tagliata da una finestra temporale per eliminare lo stimolo proprio come nelle simulazioni viste nel capitolo precedente.

Nelle fasi successive dell'elaborazione dei dati, è stata calcolata la Funzione di Trasferimento dell'orecchio: Chiamando  $Y(s)$  la trasformata (complessa) della risposta e  $X(s)$  la trasformata (sempre complessa) dello stimolo, la TF si calcola come:

$$H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)}$$

Ricordando che sia  $Y$  che  $X$  sono grandezze complesse (ed hanno quindi modulo e fase), per calcolare il modulo della TF si fa il rapporto tra i moduli, mentre per la fase si esegue la sottrazione tra le fasi.

Per poter eseguire questa operazione tra stimolo e risposta (che hanno durata e risoluzione diversa) è stato necessario eseguire un'interpolazione lineare sullo spettro dello stimolo (originariamente è composto da 64 campioni) per portare il numero di campioni a 256 e poter eseguire così le operazioni di calcolo della TF.

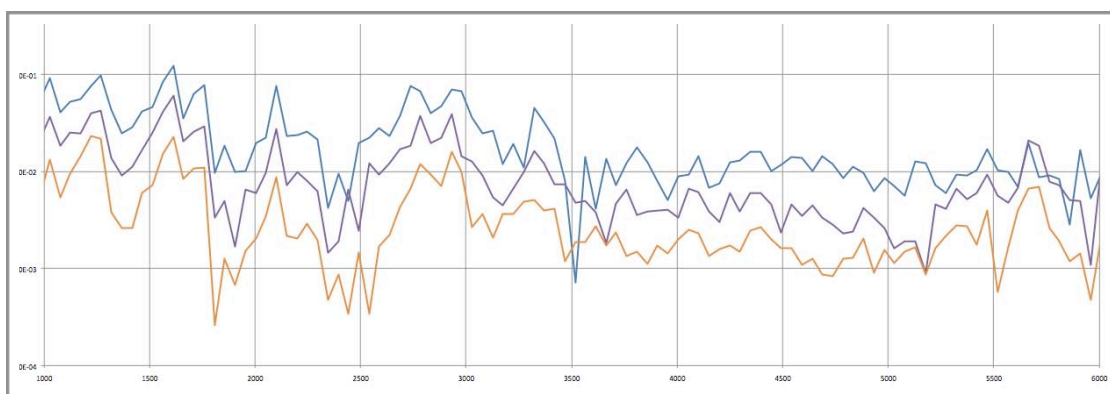


Fig. (8.2.4)

In questa figura si vede il modulo della funzione di trasferimento relativa all'orecchio sinistro di Nasone, dove al contrario del destro non si manifestano grosse emissioni spontanee ad alta frequenza. Le tre curve si riferiscono a tre livelli dello stimolo differenti, ed evidenziano che la TF diminuisce all'aumentare dello stimolo (arancione 90 dB, blu 70 dB)

La fase della funzione di trasferimento, che varia tra  $-\pi$  e  $\pi$ , è stata *srotolata* tramite la funzione `unwrap` e riportata nella figura sotto.

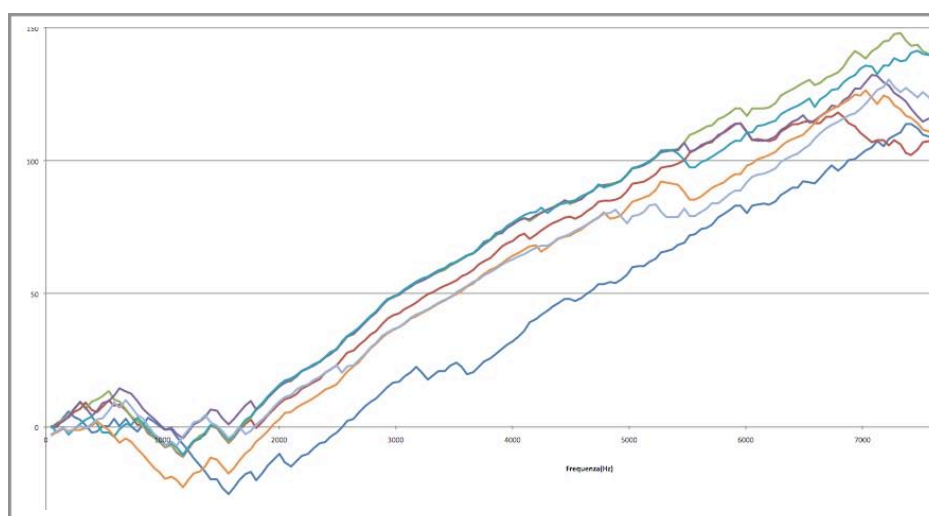


Fig. (8.2.5)

Fase della Funzione di trasferimento TEOAE in funzione della frequenza, ottenuta attraverso la funzione `unwrap` (dall'inglese *srotolare*).

Nella figura successiva si mette a confronto lo spettro delle emissioni TEOAE acquisite nel mio orecchio destro a diversi livelli di stimolo (**A**) con una risposta simulata attraverso il programma sviluppato in matlab (**B**).

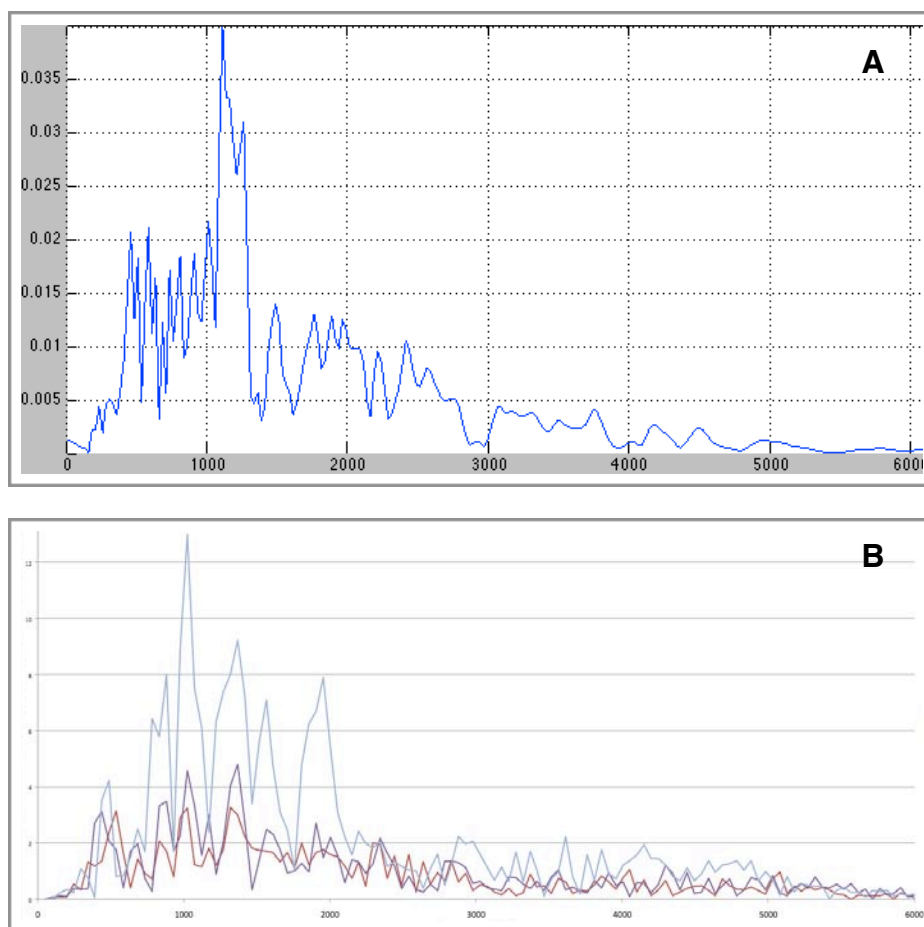


Fig. (8.2.6)

Lo spettro delle emissioni ottenuto dalla simulazione matlab risulta essere in linea con i dati sperimentali registrati in laboratorio, a conferma del fatto che il modello fisico-matematico da noi implementato in questa tesi è coerente non solo con le previsioni teoriche ma anche con le emissioni acquisite sperimentalmente.

Ulteriori conferme sul buon funzionamento del simulatore cocleare si ottengono osservando i risultati sperimentali [13] sul tempo di latenza delle TEOAE di 16 orecchie stimato attraverso l'analisi wavelet. Questa volta oltre all'analisi tempo-frequenza c'è stato bisogno di mediare i coefficienti.



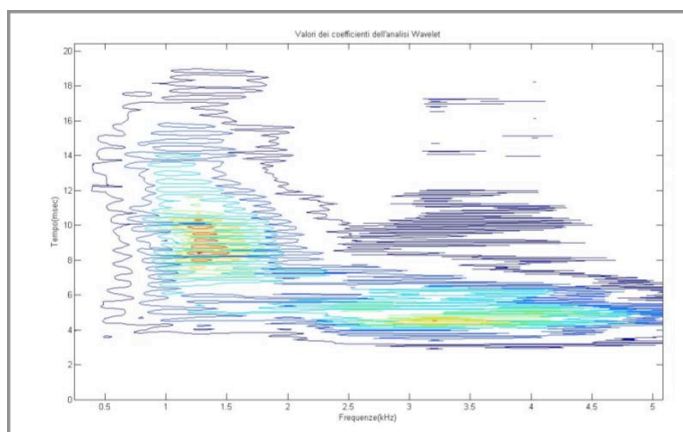


Fig. (8.2.7)

**Contour** della matrice contenente i tempi di latenza delle diverse componenti frequenziali di 16 risposte otoacustiche misurate in laboratorio [13], nella banda tra 0.5 e 6 kHz. Questo grafico può essere paragonato con la figura 7.5., la quale mostra lo stesso tipo di immagine, ma ottenuta attraverso una singola simulazione in matlab. L'andamento risulta essere simile.

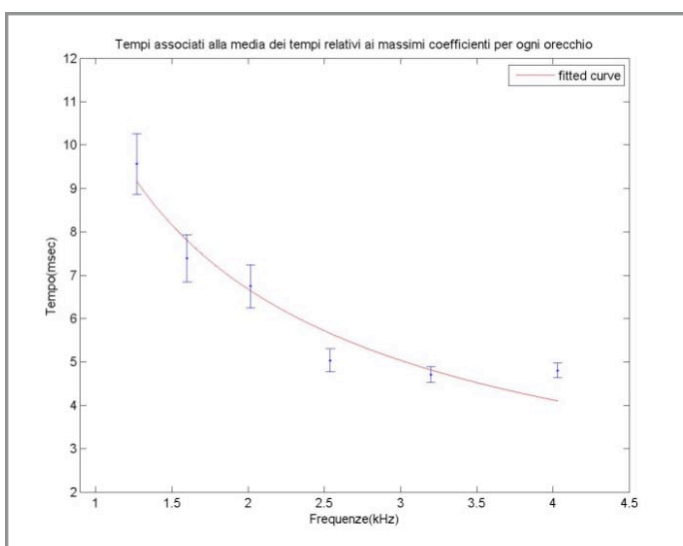


Fig. (8.2.8)

La curva in rosso rappresenta il fit dei tempi di latenza ottenuti calcolando il massimo dei diversi coefficienti wavelet nella banda tra 1 e 4 kHz . I tempi che vediamo in questo grafico ottenuti per via sperimentale, sono paragonabili con i risultati delle simulazioni (7.10). Un'analisi più approfondita [13] sui tempi di latenza delle TEOAE evidenzia come anche sperimentalmente si verifichi una violazione dell'invarianza di scala. Per far aderire meglio i dati simulati a quelli sperimentali, bisogna quindi utilizzare un fattore di qualità  $Q$  che sia funzione della frequenza, proprio come fatto nel nostro esperimento 7.1.3

Tornando alle misure sperimentali delle emissioni acquisite sul mio collega, è interessante mettere a confronto - relativamente allo stesso orecchio - la funzione di trasferimento ottenuta con le TEOAE con quella ottenuta attraverso dalle SFOAE nella banda tra 1 e 6 kHz.

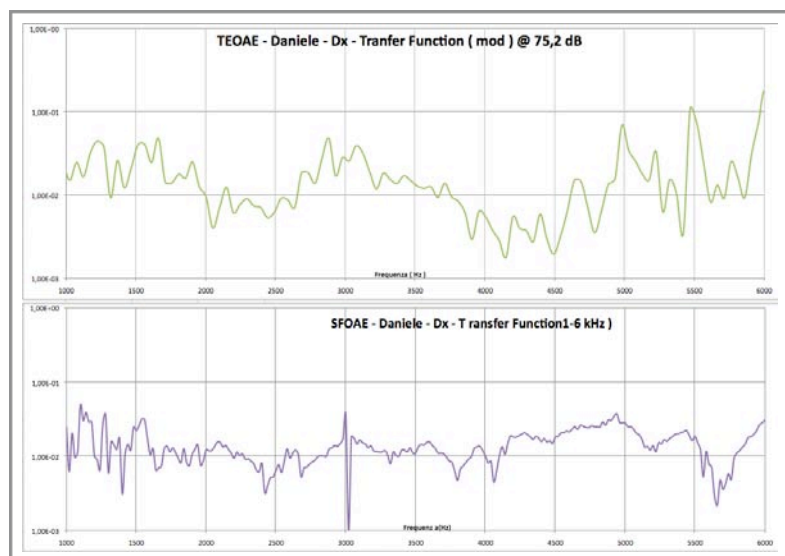


Fig. (8.2.9)

Nella parte alta della figura, in verde si vede lo spettro della risposta otoacustica dell'orecchio destro di Nasone ottenuta tramite TEOAE, mentre nella parte bassa in viola c'è la risposta dello stesso orecchio ottenuta però attraverso SFOAE, ovvero con una scansione della coclea eseguita con stimoli sinusoidali.

Nella figura 8.2.9 nella pagina precedente sono state messe a paragone le TEOAE evocate da uno stimolo a 75,2 dB con le SFOAE il cui valore di ampiezza dello stimolo è 45 dB. Questo perché, mentre nello stimolo delle SF tutti i 45 dB sono concentrati in una banda estremamente stretta, nei 75 dB del click, l'energia è distribuita su una banda decisamente più larga. Con nostra estrema soddisfazione, come messo in evidenza dal grafico sopra, l'andamento delle due TF (tra 1 e 6 kHz) è decisamente simile, a meno di qualche imprecisione dovuta al rumore o a un accoppiamento sonda-orecchio non perfetta.

Questo permette di azzardare una conclusione: siccome vi è la quasi certezza che nella risposta alle SFOAE non vi sia traccia del meccanismo di distorsione non lineare - fenomeno causato dalla copresenza di più frequenze - ed essendo l'andamento della risposta delle TEOAE molto simile alle prime, fino ad almeno 75 dB anche per le TEOAE il meccanismo di generazione è prevalentemente quello della riflessione lineare.

Un altro paragone interessante che si può fare tra le SFOAE e le TEOAE, analogo al precedente, può essere fatto mettendo a confronto, invece che il modulo della funzione di trasferimento, la fase della risposta.

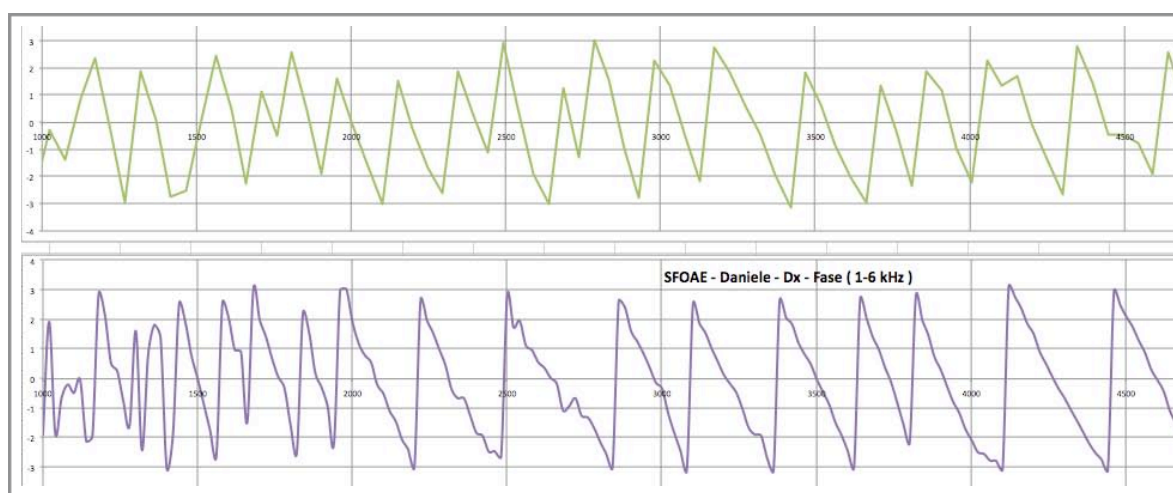


Fig. (8.2.10)

Nella parte alta della figura, in verde si vede la fase della risposta otoacustica dell'orecchio destro di Nasone ottenuta tramite TEOAE, mentre nella parte bassa in viola c'è la fase dello stesso orecchio ottenuta però attraverso SFOAE nella banda compresa tra 1 e 4 kHz. Si osservi come con l'aumentare della frequenza la pendenza dei vari segmenti, che da' una stima del tempo di latenza, diminuisca coerentemente con le previsioni teoriche della mappa di Greenwood dove le alte frequenze che hanno il sito di risonanza vicino alla base rispondono prima delle alte .

## 9. Conclusioni

Arrivati a questo punto, dove il software è stato ultimato, le simulazioni eseguite, l'output analizzato e confrontato con i dati acquisiti sperimentalmente, non resta altro da fare che trarre le conclusioni, riassumendo come è stato svolto il lavoro, a quali risultati questo ha portato e quali strade future lascia aperte.

La profonda conoscenza del funzionamento dell'apparato uditivo e dei più sofisticati meccanismi che avvengono nella coclea, hanno portato a studiare e sviluppare dei modelli fisico-matematici dell'orecchio interno, i quali permettono di aiutare a fare chiarezza sui complessi fenomeni che avvengono a livello periferico nella percezione dei suoni.

L'udito costituisce uno strumento essenziale, poiché rappresenta l'interfaccia tra gli spazi sonori esterni e la percezione soggettiva dei suoni. I delicatissimi meccanismi ad esso legati sono tuttora oggetto di studio e solamente negli ultimi anni si sta arrivando ad una comprensione più ampia di quanto avviene sia a livello periferico (orecchio) che centrale (sistema nervoso).

In questa tesi è stato affrontato uno studio approfondito sulle emissioni otoacustiche, che da 30 anni a questa parte rappresentano un validissimo strumento che permette di valutare in maniera analitica e completamente non invasiva quanto accade all'interno della coclea. Grazie al supporto dei modelli fisici e matematici che negli anni si sono andati raffinando è stato possibile chiarire molti dubbi connessi con al curioso fenomeno delle OAEs, generate dal sistema di feedback attivo che fa contrarre le cellule ciliate dell'organo del Corti, amplificando il segnale in ingresso[2].

La modellistica cocleare più avanzata schematizza la coclea come formata da un numero finito di oscillatori attivi non-lineari e disposti su una linea di trasmissione (Full Coclear Models) ed è stata studiata e approfondita in questa tesi.

Sulla riga di questi modelli FCM è stato sviluppato, all'interno di matlab un software che permette di simulare la risposta acustica di una coclea 'virtuale' alla quale viene somministrato uno stimolo.

Attraverso questo modello sono stati eseguiti numerosi test sperimentali progettati nel capitolo 6, i quali risultati (presentati per intero nel capitolo 7) hanno fornito numerosi spunti di riflessione sia per quanto riguarda i modelli utilizzati, che per quanto riguarda il fenomeno delle OAEs.

Nel paragrafo 8.2 è possibile analizzare i risultati di otoemissioni ottenute tramite misurazioni sperimentali e confrontarli con l'output delle simulazioni. I risultati virtuali per molti aspetti sono

decisamente coerenti con quelli sperimentali e questo va a supportare la validità dei modelli FCM a oscillatore attivo non lineare.

Attraverso l'esperimento effettuato nei capitoli 6 e 7 e lo studio dei risultati delle simulazioni, si è riusciti ad isolare i due diversi meccanismi di generazione delle OAEs (paragrafo 4.3.2) confermando (paragrafo 7.1.1) le previsioni teoriche secondo le quali per avere riflessione lineare è necessario postulare la presenza di irregolarità lungo la BM (roughness), e per attivare il meccanismo di distorsione non lineare bisogna superare un certo livello di stimolo.

Gli studi effettuati sui tempi di latenza delle TEOAEs, attraverso un'analisi tempo - frequenza condotta sui coefficienti wavelet nel paragrafo 7.1.3 e un confronto con i risultati sperimentali, hanno evidenziato l'esigenza di introdurre nel modello fisico un fattore di qualità  $Q$  dell'oscillatore non più costante ma funzione della frequenza, violando l'invarianza di scala (SI) prevista da alcuni modelli teorici.

E' stato messo in evidenza poi (paragrafo 7.1.2) come le emissioni otoacustiche che si registrano alla base sono generate proprio nel sito tonotopico di risonanza. Quest'ultimo risultato è stato ottenuto confrontando il tempo di latenza caratteristico associato alle differenti componenti frequenziali delle TEOAE ricavato dall'analisi wavelet della risposta otoacustica alla base, con il tempo impiegato dalle singole componenti dell'onda viaggiante a raggiungere il proprio sito tonotopico (figura 7.8, round trip time) e tornare indietro.

Nel paragrafo 7.3 si è mostrato come i prodotti di distorsione (DP) non compaiono se si azzerà il termine non-locale e non-lineare nel simulatore, mentre quando è attivato, e con un numero di partizioni  $N$  sufficiente, si osservano distintamente (figura 7.17), nella risposta otoacustica alla base, le frequenze dei DP, che non erano presenti nello stimolo.

Attraverso il software di analisi dei dati sviluppato contestualmente a questa tesi, è chiaramente visibile, nella sequenza di immagini riportate nella sezione 7.2, il processo che porta alla formazione e alla generazione dei DP lungo la membrana basilare.

Inoltre nella struttura fine del DPgramma ottenuto con un'alta risoluzione in frequenza (paragrafo 7.2.2), si osserva come l'interferenza più o meno costruttiva tra le due sorgenti di generazione del DP (una con fase rotante e una con fase costante) dà origine a delle rapide oscillazioni nello spettro.

Dall'analisi dei dati delle simulazioni emergono inoltre importanti dati su come la trasmissione in avanti e indietro dell'orecchio medio sia coinvolta nello studio delle emissioni otoacustiche:

l'effetto di questa trasmissione è visibile sia sullo stimolo in ingresso (paragrafo 8.1) che sulla risposta in uscita (paragrafo 7.2.1).

L'analisi effettuata nel paragrafo 7.1.4 sull'ampiezza delle TEOAE in funzione dell'ampiezza dello stimolo, mostra che la non linearità che si dovrebbe manifestare con una saturazione della risposta per alti livelli dello stimolo, si manifesta in realtà con degli effetti molto piccoli o a volte nulli. Alzando notevolmente il livello dello stimolo (oppure abbassando il livello minimo al quale la non-linearità si attiva) il programma che esegue le simulazioni si blocca non riuscendo a completare l'esecuzione. Questo è un problema che ha bisogno di essere risolto attraverso l'ottimizzazione dei metodi utilizzati da matlab per risolvere l'equazione differenziale, e non è stato affrontato in questa tesi.

Tutti questi risultati rappresentano solamente una parte di quello che è potenzialmente possibile fare con un programma del genere: il framework sviluppato costituisce un ottimo punto di partenza per le simulazioni cocleari e grazie alla sua flessibilità offre numerose possibilità di miglioramento.

Una delle prime cose che andrebbero migliorate, lavorando numericamente sulle *routine* della suite ODE15, è l'algoritmo di risoluzione dell'equazione, che andrebbe modellato sul problema cocleare nonlineare.

Si potrebbero inoltre introdurre delle anomalie nei parametri dell'amplificazione attiva, localizzate casualmente lungo la BM, che provochino delle emissioni spontanee (SOAE), come avviene nell'orecchio.

Sfruttando infine la modellistica attuale che studia l'orecchio medio e l'orecchio esterno, esiste la possibilità di creare un simulatore completo che tenga in considerazione tutti i numerosi fenomeni che coinvolgono l'udito.

Queste conoscenze unite ad una maggiore capacità di calcolo, e ad uno studio approfondito sulla psicoacustica e la percezione dei suoni a livello centrale, potrebbe portare un giorno ad avere dei programmi che simulino l'intero apparato uditivo.

Per ora ci "accontentiamo".

# 10. Ringraziamenti

A conclusione di questo lavoro di tesi, è doveroso porre i miei più sentiti ringraziamenti alle persone che ho avuto modo di conoscere in questo importante periodo della mia vita e che mi hanno aiutato a crescere sia dal punto di vista intellettuale sia dal punto di vista umano. E' difficile in poche righe ricordare tutte le persone che, a vario titolo, hanno contribuito a rendere migliore questo periodo.

Il mio ringraziamento più sentito va al relatore di questa tesi, il Prof. Arturo Moleti, che ha dimostrato fin dall'inizio grande competenza, passione per il lavoro di ricerca e un' immensa disponibilità; elementi questi, senza i quali sarebbe stato per me molto difficile muovermi all'interno di un campo così ampio e complesso come quello delle emissioni otoacustiche. La mia stima per lui è dovuta, oltre che alla sua profonda esperienza e conoscenza nel settore, alla grande umanità con la quale ha saputo aiutarmi in tutti i momenti di difficoltà. L'entusiasmo e l'impegno che ho mantenuto durante il mio lavoro di tesi trovano giustificazione nella sapiente direzione profusa dal mio relatore.

Un ringraziamento particolare va al mio collega Daniele Nasone, il quale ha affrontato insieme a me i numerosi problemi incontrati nella nostra prima avventura nel mondo delle OAEs durante la stesura di uno documento[12] per il corso di Acustica 2.

Un grazie speciale anche alla Dott.ssa Renata Sisto, che ci ha ospitato presso i laboratori dell' I.S.P.E.S.L. permettendoci di eseguire delle misurazioni sperimentali di emissioni e ci ha aiutato nelle prime fase dell'analisi dei dati, contribuendo allo sviluppo della piattaforma per le simulazioni in matlab.

Grazie anche ad Alessia Cicotelli che mi ha fornito i dati da lei raccolti in laboratorio, sui quali è stata eseguita poi l'analisi tempo-frequenza.

Questo lavoro di tesi è prima di tutto frutto della somma delle conoscenze trasversali che il corso di laurea in Scienze dei Media e della Comunicazione mi ha fornito: attraverso il mio percorso di studio in tre anni ho acquisito le competenze matematiche, fisiche, informatiche e musicali (ma non solo) necessarie alla realizzazione di questo progetto, che per me rappresenta una sintesi di ciò che ho appreso in questo corso di laurea.

Per questo motivo mi sento in dovere di ringraziare tutti i professori che mi hanno formato, trasmettendomi passione e conoscenza attraverso il loro lavoro. In particolare ringrazio il contro

relatore Prof. Giuseppe Pucacco, docente di Acustica, che ha contribuito in gran parte ad arricchire la mia preparazione e mi ha dato possibilità di scoprire il complesso fenomeno delle otoemissioni.

Ringrazio tutti i professori dell'area matematica incontrati durante il percorso di studi, che sono riusciti nell'impresa di farmi amare ed appassionare a questa materia. Per nominarne alcuni vorrei ringraziare il Prof. Roselli, il Prof. Di Fiore, il Prof. Picardello, la Prof.ssa Bruni e il Prof. Valdinoci.

Non possono mancare in questo elenco, la sentita e dovuta gratitudine ai Proff. : Salvato, docente di Fisica Sperimentale, Panfilo, docente di Elementi di Armonia e Contrappunto, e Cosimi, docente di Musica Elettronica.

In particolare c'è una persona all'interno del corpo docente che più di tutti ha saputo trasmettermi la sua vera passione: mi riferisco al carissimo professore e amico Paolo Emilio Selva dal quale ho appreso e rielaborato moltissime importanti lezioni di programmazione e soprattutto di vita. Insieme a lui ho imparato che quando c'è vera passione e dedizione per un progetto, anche quello che potrebbe sembrare faticoso, non toglie entusiasmo, ma anzi, ti incita a proseguire.

Un altro grande esempio lampante di impegno nel lavoro, a cui tengo far giungere la mia profonda riconoscenza, è il Prof. Giovannella, che rappresenta un pilastro fondamentale del corso di laurea, sempre disponibile e vicino alle esigenze dello studente.

Con la speranza e l'augurio di non essermi dimenticato nessuno, vorrei passare a ringraziare gli amici che più di tutti in questo periodo mi hanno aiutato nel lavoro e mi sono stati vicino. In ordine completamente casuale, e scusandomi in anticipo con tutti quelli che dimenticherò, un grazie enorme va a Mattia, Emanuele, Azzurra, Alessandro, Marco, Federica, Rebecca, Francesco, Valerio, Mirza, Manuele, Dan, Valentina, Cristina, Giulia, Giorgio, Dora, Mario, Diego, Flavia e Alice.

Per concludere vorrei dedicare questa tesi alle due persone alle quali devo tutto ciò che sono e che non ho ancora nominato: i miei genitori, i quali hanno sempre creduto in me e nelle mie potenzialità, hanno sostenuto il costo dei miei studi e mi sono stati vicini nei momenti difficili.

# 11. Riferimenti Bibliografici

[1] GEOFFREY A. MANLEY, RICHARD R. FAY, ARTHUR N. POPPER, 2008, *Active process and Otoacoustic Emissions*, 1° ed. New York: Springer

[2] R. PROBST, B. LONSBURY, K. MARTIN, 1990, *A review of otoacoustic emissions*, J. Acoust. Soc. Am Vol. 89, No. 5

[3] STAVROS HATZOPOULOS, "Introduzione alle emissioni otoacustiche", [http://www.otoemissions.org/www.oae.it/download/FESPA\\_courses/OAEs.pdf](http://www.otoemissions.org/www.oae.it/download/FESPA_courses/OAEs.pdf)

[4] JUN CHENG, *Signal processing approaches on otoacoustic emissions*, Thesis - Karolinska Institutet, Stockholm, Sweden

[5] CHRISTOPHER A. SHERA, JOHN J. GUINIAN JR., 1999, *Evoked otoacoustic emissions arise by two fundamentally different mechanisms: A taxonomy for mammalian OAEs*, J. Acoust. Soc. Am., Vol. 105, No. 2

[6] RADHA KALLURI, CHRISTOPHER A. SHERA, 2007, *Near equivalence of human click-evoked and stimulus-frequency otoacoustic emissions*, J. Acoust. Soc. Am., Vol. 121, No. 4

[7] KIM S. SCHAIRER, JOHN C. ELLISON et al., 2006, *Use of stimulus-frequency otoacoustic emission latency and level to investigate cochlear mechanism in human ears*, J. Acoust. Soc. Am., Vol. 120, No. 2

[8] SUNIL PURIA, 2003, *Measurements of human middle ear forward and reverse acoustic: Implications for otoacoustic emissions*, J. Acoust. Soc. Am Vol. 113, No. 5

[9] DAVID J M ROBINSON, MALCOLM O J HAWKSFORD, *Psychoacoustic models and non-linear human hearing*, Centre for Audio Research and Engineering

[10] V.M. EGUILUZ, M. OSPECK, Y. CHOE, A.J. HUDSPETH, M.O. MAGNASCO, 2000, *Essential Nonlinearities in Hearing*, Physical Review Letters, Vol. 84, No. 22

[11] L. MARSHALL et al., 2009, *Detecting incipient inner-ear damage from impulse noise with otoacoustic emissions*, J. Acoust. Soc. Am Vol. 125, No. 2

[12] N. PATERNOSTER, D. NASONE, 2007, *SFOAE e TEOAE : Analisi e acquisizione dei dati*, Tesina d'esame Acustica 2: Università degli studi di Roma Tor Vergata

[13] A. CICCOTELLI, I. SARRA, 2006, *Tesina sperimentale: Analisi Wavelet delle TEOAE*, Università degli studi di Roma Tor Vergata

[14] C.L. TALMADGE et al., 1998, *Modeling otoacoustic emission and hearing threshold fine structures*, J. Acoust. Soc. Am Vol. 104, No. 3



- [15]C.L. TALMADGE et al,2000,*Modeling the combined effects of basilar membrane nonlinearity and roughness on stimulus frequency otoacoustic emission fine structure*, J. Acoust. Soc. Am Vol. 108,No. 6
- [16]STEPHEN J. ELLIOTT,EMERY M. KU , BEN LINETON ,2007,*Time domain model of a nonlinear inhomogeneous cochlea*,Mechanism of Hearing Workshop 2008,Keele University,UK
- [17]STEPHEN J. ELLIOT,EMERY M. KU , BEN LINETON ,2007,*A state space model for cochlear mechanics*, J. Acoust. Soc. Am Vol. 122,No. 5
- [18]S.T. NEELY, D.O. KIM, 1968,*A model for active elements in cochlear biomechanics*, J. Acoust. Soc. Am Vol. 79,No. 5
- [19]E. DE BOER,1996,*Mechanism of the cochlea: modelling effects*,The cochlea,Springer-Verlag:New York
- [20]YONGSAM KIM, JACK XIN,2005, *A two-dimensional nonlinear nonlocal feed-forward cochlear model and time domain computation of multitone interactions*,Multiscale Model. Simul.,Vol.4,No.2
- [21]ANDREA FROVA,1999,*Fisica nella Musica*,1° ed. Bologna:Zanichelli
- [22]GIUSEPPE BALBONI,et.al,2000,*Anatomia Umana Vol.3*,3° ed. Milano:edi.ermes
- [23]ROBERT M. BERNE,MATTHEW N. LEVY, BRUCE M. KOEPPEN, BRUCE A. STANTON,*Physiology*,5° ed. New York:Elsevier Inc.
- [24]MARK F. BEAR,BARRY W. CONNORS,MICHEAL A. PARADISO ,2002,*Neruroscience: Exploring the Brain*,2° ed. USA:Masson
- [25]ERIC R. KANDEL, JAMES H. SCHWARTZ,THOMAS M. JESSEL,2003,*Principles of Neural Science* , 3° ed. (s.l.) : Casa editrice ambrosiana
- [26]STEPHANE MALLAT,1998,*Wavelet tour of Signal Processing*, 2° ed. London:Accademic Press
- [27]<http://www.mathworks.com/support/tech-notes/1500/1510.html>
- [28][http://www.mathworks.com/access/helpdesk/help/pdf\\_doc/otherdocs/ode\\_suite.pdf](http://www.mathworks.com/access/helpdesk/help/pdf_doc/otherdocs/ode_suite.pdf)
- [29][http://www.lize.it/OAE\\_Thesis/Paternoster\\_cochlearSimulator.zip](http://www.lize.it/OAE_Thesis/Paternoster_cochlearSimulator.zip)
- [30][http://www.mathworks.com/company/newsletters/news\\_notes/clevescorner/may03\\_cleve.html](http://www.mathworks.com/company/newsletters/news_notes/clevescorner/may03_cleve.html)

# Appendice

## A.1 Analisi di Fourier

All'inizio del diciannovesimo secolo, J. B. J. Fourier, alle prese con l'equazione del calore, fu condotto dalle sue ricerche a scoprire che alcune funzioni possono essere viste come somma di infinite opportune funzioni sinusoidali. In questo modo, funzioni molto complicate possono essere scomposte in una serie di funzioni semplici. Nel caso di segnali audio ad esempio è possibile scomporre il segnale originale in tutte le sue componenti frequenziali.

La serie di Fourier, che prende il nome dal matematico francese, per una funzione  $f(x)$  periodica di periodo  $2T$  e a quadrato sommabile sul periodo è definita da:

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left[ a_n \cos\left(\frac{\pi n}{T} x\right) + b_n \sin\left(\frac{\pi n}{T} x\right) \right] = \sum_{n \in \mathbb{Z}} C_n e^{i \frac{n\pi}{T} x} \quad (\mathcal{A}.1.1)$$

dove  $a_n$ ,  $b_n$  e  $C_n$  sono detti coefficienti di Fourier e si calcolano nel modo seguente:

$$a_n = \frac{1}{T} \int_0^{2T} f(x) \cdot \cos\left(\frac{\pi n}{T} x\right) dx \quad b_n = \frac{1}{T} \int_0^{2T} f(x) \cdot \sin\left(\frac{\pi n}{T} x\right) dx \quad (\mathcal{A}.1.2)$$

$$C_n = \frac{1}{2T} \int_0^{2T} f(x) \cdot e^{-i \frac{n\pi}{T} x} dx \quad (\mathcal{A}.1.3)$$

Passando da funzioni nel mondo del continuo a segnali campionati, i quali sono discretizzati, viene comunemente utilizzata la DFT (Discrete Fourier Transform) la quale trasforma una funzione, che normalmente si trova nel dominio del tempo, in un'altra funzione che la rappresenta nel dominio della frequenza.

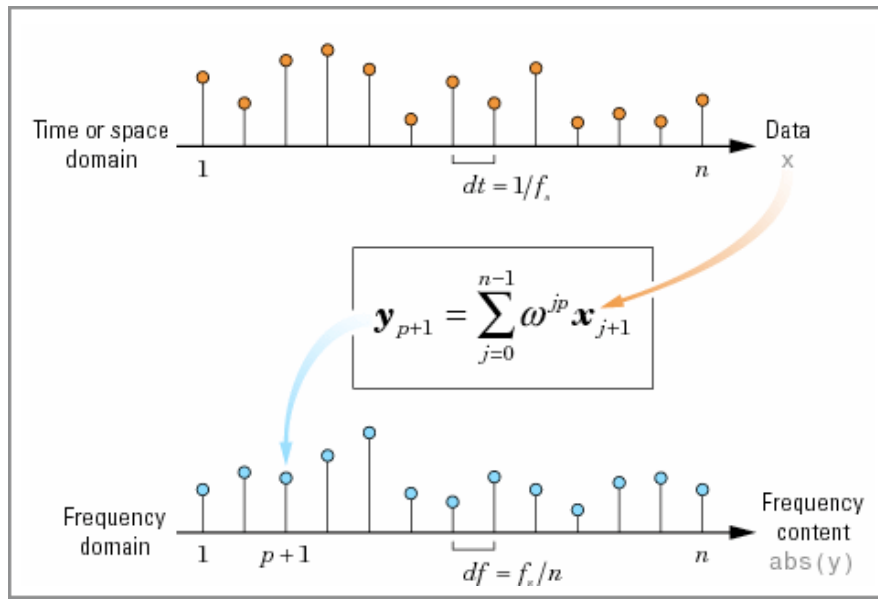
La DFT richiede che la funzione di partenza sia discreta e che abbia valori non nulli in intervalli finiti. Se la funzione in questione è dunque una sequenza finita di  $N$  numeri (reali o complessi) nella forma  $X = \{x_0, x_1, \dots, x_{N-1}\}$  allora la sua DFT sarà definita dalla sequenza di coefficienti complessi :

$$\hat{x}_n = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} x_k \cdot e^{-2\pi i n k / N} \quad \text{con } n = 0, 1, \dots, N-1 \quad (\mathcal{A}.1.4)$$

Definendo  $\omega = e^{-i2\pi/N}$  la DFT può essere scritta in maniera compatta nella forma

$$\hat{x}_n = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} x_k \cdot \omega^{nk} \quad (\mathcal{A}.1.5)$$

Nella figura seguente, tratta dalla guida di matlab è rappresentato un esempio di DFT eseguita su un segnale discretizzato nel dominio del tempo.



(Fig A.1.1)

Utilizzando l'algoritmo della DFT il calcolo diretto di questa somma richiede un numero di operazioni aritmetiche dell'ordine di  $O(N^2)$ . Dato che nella pratica comune si ha a che fare con valori di  $N$  molto elevati, è stato introdotto un algoritmo per il calcolo della DFT che alleggerisce notevolmente il carico di operazioni fino a un numero di operazioni  $O(N \log_2 N)$ .

Questo algoritmo prende il nome di FFT - Fast Fourier Transform - e attraverso delle operazioni di decimazione nel tempo, la successione di campioni  $X$  di lunghezza  $N$  (solitamente viene suddivisa in due successioni di lunghezza  $N/2$  che contengono rispettivamente gli elementi con indice pari e quelli con indice dispari della successione originaria. Proseguendo iterativamente questo processo di decimazione sulle sottosuccessioni, è possibile calcolare la FFT di  $X$  come combinazione lineare delle DFT effettuate sulle diverse sottosuccessioni derivanti dalla scomposizione.

## A.2 Analisi Tempo-Frequenza

Molti importanti segnali biologici sono non periodici e non stazionari ovvero la loro composizione spettrale varia significativamente nel tempo, anche su tempi scala relativamente rapidi. Un segnale è approssimativamente stazionario quando la sua composizione spettrale varia su tempi scala assai più lunghi dell'inverso della frequenza minima di interesse.

In questo caso si può monitorarne la variazione temporale della composizione spettrale utilizzando tecniche di analisi tempo-frequenza assai semplici. E' sufficiente analizzare il segnale con la tecnica di Fourier su intervalli consecutivi di lunghezza  $T$ , separati da un intervallo  $T$  e valutare le variazioni degli spettri frequenza per frequenza. Segnali decisamente non stazionari richiedono tecniche tempo-frequenza vere e proprie. La tecnica STFT (Short Time Fourier Transform) o WFT (Windowed Fourier Transform) è stata introdotta da Gabor nel 1946. La STFT è una funzione del tempo e della frequenza, così definita [27]:

$$\text{STFT}(\tau, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)g(t - \tau)e^{-i\omega t} dt \quad (\text{A.2.1})$$

dove  $g(t)$  è una funzione finestra pari (simmetrica rispetto allo zero), che definisce un intervallo temporale all'interno del quale il segnale può essere assunto approssimativamente stazionario.

A differenza dell'analisi di Fourier, un'analisi di questo tipo, tramite la finestra permette di fissare oltre che frequenza, anche il tempo in cui osservare il comportamento del segnale.

La STFT può essere vista come una successione di FT applicate ad un segnale finestrato intorno a tempi  $\tau$ , o, equivalentemente, come una proiezione di tutto il segnale su una base di sinusoidi finestate intorno a tempi  $\tau$ , o, ancora, come l'applicazione di un banco di filtri passa banda aventi come risposta impulsiva la finestra modulata alla frequenza  $\omega$ . Il risultato della STFT è una ripartizione dell'energia del segnale nello spazio tempo-frequenza con una risoluzione nel tempo e nella frequenza determinata dalla scelta della finestra. Infatti la risoluzione temporale è ovviamente direttamente legata alla larghezza temporale della finestra  $g(t)$ , mentre la risoluzione in frequenza dipende dalla larghezza della FT della finestra stessa nel dominio della frequenza  $G(\omega)$ . Naturalmente, queste due larghezze sono inversamente proporzionali, essendo il loro prodotto limitato inferiormente dal "principio di indeterminazione":

$$\Delta t \Delta \omega \geq \frac{1}{2} \quad (\text{A.2.2})$$

Molto spesso i segnali reali sono caratterizzati da una componente a bassa frequenza che varia lentamente e da una componente ad alta frequenza che varia più rapidamente.

Bisognerebbe quindi poter disporre di una migliore risoluzione temporale alle alte frequenze, per seguirne la rapida evoluzione, mentre alle basse frequenze sarebbe più importante poter contare su una migliore risoluzione in frequenza, per discriminare frequenze vicine che contengano informazione differente.

Questa linea di ragionamento ha portato all'introduzione di una nuova tecnica di analisi tempo-frequenza, chiamata analisi wavelet. La trasformata wavelet (WT) è basata su un'idea leggermente diversa. La base su cui si effettua lo sviluppo non è data da funzioni sinusoidali finestrate come nella STFT, ma da funzioni oscillanti localizzate nel tempo, dette appunto wavelet, dipendenti da un parametro di scala che ne definisce la frequenza e insieme la durata :

$$WT(\tau, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \cdot h_{\alpha} \left( \frac{t - \tau}{\alpha} \right) dt \quad (\mathcal{A}.2.3)$$

dove

$$h_{\alpha}(t) = \frac{1}{\sqrt{|\alpha|}} h \left( \frac{t - u}{\alpha} \right) \quad (\mathcal{A}.2.4)$$

Le wavelet usate nella decomposizione WT sono versioni scalate e traslate nel tempo di una wavelet fondamentale  $h_0(t)$ , definita wavelet madre, che deve godere di alcune semplici proprietà:

$$i) \quad h_0(t) \in L^2(\mathbb{R}) \quad (\mathcal{A}.2.5)$$

$$ii) \quad \int_{-\infty}^{+\infty} h_0(t) dt = 0 \quad (\mathcal{A}.2.6)$$

$$iii) \quad \|h_0(t)\|^2 = 1 \quad (\mathcal{A}.2.7)$$

Al variare del parametro di scala  $\alpha$  la wavelet si dilata/contrae nel tempo e contemporaneamente la frequenza fondamentale della oscillazione varia. La durata, e quindi la risoluzione temporale della wavelet, non è costante ma si contrae ad alta frequenza e si dilata a bassa frequenza, mantenendo costante il numero di oscillazioni nella wavelet, che rimane sempre simile alla wavelet madre. In questo modo viene realizzata un'analisi tempo-frequenza in cui risoluzione temporale e frequenziale sono sempre legate dal prodotto di indeterminazione, ma non sono più costanti. Ciò che si mantiene costante è la indeterminazione relativa  $\Delta f/f$ .

## A.3 ODE e metodo delle differenze finite

In matematica un'equazione differenziale ordinaria (Ordinary Differential Equation) è una relazione che contiene funzioni di una sola variabile indipendente e una o più delle sue derivate rispetto a quella variabile. Questo tipo di equazioni in fisica sono particolarmente adatte a descrivere fenomeni che si estendono nello spazio in funzione del tempo. Un esempio semplice di ODE è rappresentato dalla seconda legge di Newton sul moto di una particella di massa  $m$ :

$$m \frac{d^2 x(t)}{dt^2} = F(x(t)) \quad (\text{A.3.1})$$

In generale, se indichiamo con  $y^{(n)}$  l' $n$ -esima derivata di  $y$ , allora un'equazione nella forma

$$y^{(n)} = F(x, y, y', \dots, y^{(n-1)}) \quad (\text{A.3.2})$$

è detta equazione differenziale ordinaria di ordine  $n$ .

Numerosi studi si sono concentrati sulla soluzione delle ODE che, nel caso in cui l'equazione sia lineare<sup>38</sup> può essere risolta attraverso dei metodi analitici. Sfortunatamente la maggior parte delle equazioni differenziali interessanti per la fisica sono non-lineari e, a parte qualche rara eccezione, non possono essere risolte esattamente.

Utilizzando dei metodi numerici, attraverso i calcolatori è possibile determinare delle approssimazioni delle soluzioni.

Nel capitolo 3 è stato presentato un modello spaziale in cui la membrana basilare è vista come un insieme di oscillatori micromeccanici adiacenti l'uno all'altro lungo una linea di trasmissione.

Sollecitando l'oscillatore nella posizione  $x=0$ , ovvero quello corrispondente al piede della staffa, viene generata un'onda di pressione viaggiante che si propaga lungo tutta la membrana basilare e si è visto come la propagazione di quest'onda può essere descritta attraverso un'equazione differenziale ordinaria del secondo ordine (3.3.1).

Sempre nello stesso capitolo è stato introdotto un metodo numerico per la soluzione dell'equazione differenziale che fa uso di una matrice  $F$  nell'equazione 3.3.8, chiamata matrice dei coefficienti delle differenze finite. Ricordiamo com'è fatta questa matrice:

---

<sup>38</sup>Un'equazione differenziale è detta *lineare* se  $F$  può essere scritta come combinazione lineare delle derivate di  $y$

$$F = \begin{bmatrix} -\frac{\Delta}{H} & \frac{\Delta}{H} & 0 & & & & 0 \\ 1 & -2 & 1 & & & & \\ 0 & 1 & -2 & 1 & & & \\ & & \ddots & \ddots & \ddots & & \\ & & & 1 & -2 & 1 & 0 \\ & & & & 1 & -2 & 1 \\ 0 & & & & & 0 & -\frac{2\rho\Delta^2}{H} \end{bmatrix} \quad (\mathcal{A.3.2})$$

L'idea di base dei metodi che utilizzano le differenze finite è quella di sostituire alle derivate i rapporti incrementali, dato che il limite di questi è appunto la derivata:

$$g'(x) \approx \frac{g(x+h) - g(x)}{h} \quad (\mathcal{A.3.3})$$

dove  $h$  è un parametro di discretizzazione (positivo).

Quando nell'equazione 3.3.8 si esegue il prodotto righe per colonne  $F \times p(t)$  tra la matrice  $F$  e il vettore che contiene la pressione  $p(t)$  quello che si ottiene è

$$\frac{p_{n-1}(t) - 2p_n(t) + p_{n+1}(t)}{\Delta^2} \quad (\mathcal{A.3.4})$$

che altro non è che un' approssimazione della derivata seconda della pressione rispetto al tempo.

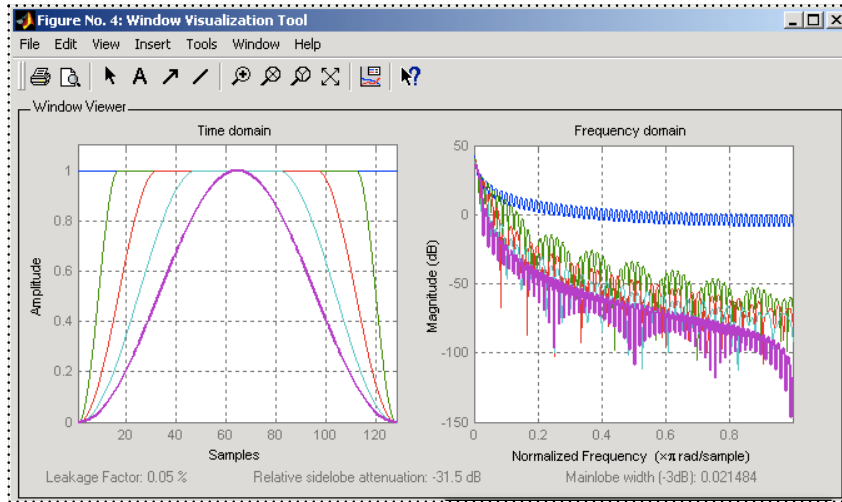
Per trovare la soluzione approssimate di equazioni differenziali ordinarie attraverso matlab, si utilizzano le funzioni contenute nella suite `ode15` descritte nel dettaglio nei manuali di MathWorks ([27],[28]).

## A.4 Finestra di Tukey

Nel paragrafo 5.2.2, per cercare di eliminare dalla risposta otoacustica lo stimolo iniziale, si è fatto ricorso ad una finestra temporale costruita ad hoc, basata su una funzione preconfezionata in matlab: la finestra di Tukey.

Si è ritenuto che questa finestra di tipo flat-top fosse la più adatta tra le diverse opzioni offerte da matlab.

Per generare una finestra di questo tipo si utilizza il comando `tukeywin(L,r)` dove `L` è il numero di punti mentre `r` rappresenta lo *slope* (pendenza di salita e discesa). Nell'esempio seguente si vede il profilo della finestra e la risposta in frequenza al variare del parametro di slope.



```
L=128;
t0=tukeywin(L,0);
t25=tukeywin(L,0.25);
t5=tukeywin(L); % r=0.5
t75=tukeywin(L,0.75);
t1=tukeywin(L,1);
wvtool(t0,t25,t5,t75,t1)
```

Sopra, il codice che genera l'immagine a sinistra, che mostra la finestra al variare del parametro `r` e la sua risposta in frequenza

Nell'analizzatore di dati abbiamo impostato il valore `r=0.20`, così da rendere il tempo di salita (e di discesa) di circa 25ms.

Nel riquadro sotto si trova l'algoritmo utilizzato per calcolare i coefficienti della finestra di Tukey:

$$w(n) = \begin{cases} 1 & 0 \leq |n| \leq \alpha \frac{N}{2} \\ \frac{1}{2} \left( 1 + \cos \left( \pi \frac{n - \alpha \frac{N}{2}}{2(1 - \alpha) \frac{N}{2}} \right) \right) & \alpha \frac{N}{2} \leq |n| \leq \frac{N}{2} \end{cases} \quad (\text{A.4.1})$$



*“Nessuna cosa giuge alla mente senza prima essere stata nei sensi”*

George Berkeley

*Fine*