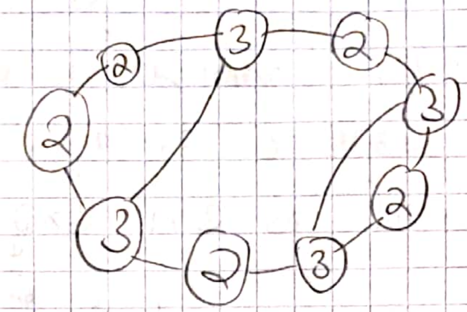
אדוה כהן

לוגיקה תרגיל 10

2. (2) אין גרף כזה, משום שיש קודקוד עם דרגה 0 שאף אחד לא מקושר אליו ויש קודקוד עם דרגה 5 שחייב להיות מקושר לכל השאר לכן סתירה.

(3)



(1) אין גרף כזה, סכום הדרגות בגרף אי-זוגי - 19.

3. נתון: G גרף לא מכוון שאינו קשר.

צ"ל: $\bar{G}$ קשיר.

הוכחה:

נניח בשלילה ש-$\bar{G}$ לא קשר. כלומר ב-$\bar{G}$ יש לפחות 2 רכיבי קשירות.
יהי v קודקוד ברכיב קשירות אחד ו-u ברכיב קשירות אחר.
לא קיימת צלע $\{v,u\}$ ב-$\bar{G}$, כלומר כן קיימת צלע $\{v,u\}$ ב-G, כלומר G קשיר, (כי בין כל 2 קודקודים שניקח יהיה קשר) וזה בסתירה לנתון ש-G אינו קשיר.

מ.ש.ל.

4. נתון: G גרף לא מכוון קשר, S קבוצה חלקית של V.

צ"ל: קיים קודקוד שלא שייך ל-S שיש לו שכן ב-S.

הוכחה:

מכיוון ש-G גרף מכוון, קיים קודקוד $u \in G$ אך $u \notin S$ וקודקוד $v \in S$ כך שיש מסלול ביניהם, כלומר יש קודקוד בין u ל-v שנמצא במסלול ביניהם שהוא שכן של מישהו מ-S על מנת להגיע ל-v. מ.ש.ל.

.5 $X=\{0,1,2,3,4\}$

אם $v=\{c,d\}$, $u=\{a,b\}$, אז בינהם אם $u\cap v=\emptyset$

(ד) יש 10 קודקודים $\binom{5}{2}$ (בחור 2 מתוך 5.

עכשיו כל קודקוד לא יכול להיות מחובר לקודקוד שמכיל חלק מאיבריו, לכן לכל קודקוד יורד 6 אופציות מה שיש לו 6 אופציות כי 3×2 והם 3 פה להוריד - 3

אופציות חיבור לפי המס' חוץ ממה שכבר מחובר עכשיו

בקיצור: $\boxed{15} = \frac{6\times10}{2} - \frac{9\times10}{2} \Leftarrow \left(\frac{3\times5}{2}\right)$

(ג) לא הוא יותר ללא מעגלים, בגלל שיש 10 קודקודים ו-15 צלעות. לפי משפט 3 בגרף שלנו: $10 \geq 15$ מס' צלעות גדול ממס' הקודקודים ולכן יש מעגל ולכן הגרף אינו עץ.

6. בגרף מכוון ללא לולאות עצמיות מקסימום צלעות: $(n-1)n$

הוכחה:

לכל קודקוד יש מקסימום $n-1$ קודקודים לשלוח אל (כולם חוץ מעצמו) מכיוון שאמרנו ללא לולאות עצמיות, יש n קודקודים ולכן $(n-1)n$ צלעות.

מש"ל