בס"ד

לוגיקה תרגיל 8

1. (ב)

$$\neg\big(\exists x(P(x)\wedge Q(x)) \rightarrow \forall x(P(x)\rightarrow Q(x))\big) \equiv$$

$$\neg\big(\neg(\exists x(P(x)\wedge Q(x))) \vee \forall x(\neg P(x)\vee Q(x))\big) \equiv$$

$$\boxed{\exists x(P(x)\wedge Q(x)) \wedge \exists x(P(x)\wedge \neg Q(x))}$$

2. (ב)

$$\{\forall x(P(x)\vee Q(x)),\ \forall x(\neg P(x))\} \vdash \exists x(Q(x))$$

1.	$\forall x(P(x)\vee Q(x))$	P R_1
2.	$P(x)\vee Q(x)$	1 R_5
3.	$\forall x(\neg P(x))$	P R_1
4.	$\neg P(x)$	3 R_5
5.	$Q(x)$	$2,4, I_6, R_2$
6.	$\boxed{\exists x(Q(x))}$	$5, R_7$

מ.ש.ל

3.

$$\{\neg\forall x(P(x)\wedge Q(x)),\ \forall x(P(x))\} \vdash \neg\forall x(Q(x))$$

1.	$\neg\forall x(P(x)\wedge Q(x))$	P R_1
2.	$\exists x(\neg P(x)\vee \neg Q(x))$	$1, E_{24}, R_2$
3.	$\neg P(x)\vee\neg Q(x)$	$2, R_6$ אי אפשר להפעיל R_8 על x
4.	$\forall x(P(x))$	P R_1
5.	$P(x)$	$4, R_5$
6.	$\neg Q(x)$	$3,5, I_6, R_2$
7.	$\exists x(\neg Q(x))$	$6, R_7$
8.	$\neg\forall x(\neg\neg Q(x))$	$7, E_{24}, R_2$
9.	$\boxed{\neg\forall x(Q(x))}$	$8, E_1, R_2$

מ.ש.ל

בס"ד

2. (1)

$\{\forall x(P(x)\to(Q(y)\wedge R(x))), \exists x P(x)\} \vdash Q(y)\wedge\exists x(P(x)\wedge R(x))$

1.	$\forall x(P(x)\to(Q(y)\wedge R(x)))$	P R_1
2.	$\exists x P(x)$	P R_1
3.	$P(x)$	2, R_6
4.	$\forall x(\neg P(x)\vee(Q(y)\wedge R(x)))$	1, E_{20}
5.	$\neg P(x)\vee(Q(y)\wedge R(x)))$	4, R_5
6.	$Q(y)\wedge R(x)$	3, 5, I_6, R_2
7.	$Q(y)$	6, I_3, R_2
8.	$R(x)$	6, I_4, R_2
9.	$\exists x R(x)$	8, R_7, R_2
10.	$\exists x(P(x)\wedge R(x))$	2, 9, I_{15}, R_2
11.	$Q(y)\wedge\exists x(P(x)\wedge R(x))$	7, 10, I_5, R_2

(ליד שורה 3: אני אומר R_8 →)

מ.ש.ל

3. (2)

$\{\exists x P(x), \exists x Q(x)\} \vdash \exists x(P(x)\wedge Q(x))$

1.	$\exists x P(x)$	P R_1
2.	$\exists x Q(x)$	P R_1
3.	$\exists x(P(x)\wedge Q(x))$	1, 2, I_{15}, R_2

(3)

$\{\forall x(P(x)\to Q(x))\} \vdash \forall x P(x)\to\forall x Q(x)$

1.	$\forall x(P(x)\to Q(x))$	P R_1
2.	$\forall P(x)\to\forall x Q(x)$	1, I_{20}, R_2

4. (א) יש טעות במעבר בגלל שורה (3) אסור להפעיל R_8

E_6 w,z | הפעלנו בשורה (4) למרות שיש חופשיים בנוסחה מ-R_6.

(ד) הפרכה: $D=\{a,b\}$, $P=\{(a,a),(b,b)\}$

לא מקיים $\exists y\forall x P(x,y)$ אך מקיים $\forall x\exists y P(x,y)$.