

$$\begin{aligned}
 & \neg [\exists x (P(x) \wedge Q(x)) \rightarrow \forall x (P(x) \rightarrow Q(x))] \stackrel{E_{20}^{10-10}}{\Leftrightarrow} \neg [\neg \exists x (P(x) \wedge Q(x)) \vee \forall x (\neg P(x) \vee Q(x))] \quad (1) \\
 & \stackrel{E_{16}, E_9}{\Leftrightarrow} \exists x (P(x) \wedge Q(x)) \wedge \neg [\forall x (\neg P(x) \vee Q(x))] \stackrel{I_1^{10}, P, \neg}{\Leftrightarrow} \exists x (P(x) \wedge Q(x)) \wedge \exists x (\neg (\neg P(x) \vee Q(x))) \\
 & \stackrel{E_{16}, E_9}{\Leftrightarrow} \exists x [P(x) \wedge Q(x)] \wedge \exists x [P(x) \wedge \neg Q(x)] \stackrel{I_1^{10}, P, \neg}{\Leftrightarrow} \exists x [P(x) \wedge Q(x)] \wedge \exists x [P(x) \wedge \neg Q(x)]
 \end{aligned}$$

(1) $\exists x P(x)$	P, R1	(1) $\forall x (P(x) \vee Q(x))$	P, R1
(2) $P(t/x)$	1, R6	(2) $P(y/x) \vee Q(y/x)$	1, R5
(3) $\forall x [P(x) \rightarrow (Q(x) \wedge R(x))]$	P, R1	(3) $\forall x (\neg P(x))$	P, R1
(4) $P(t/x) \rightarrow [Q(y) \wedge R(t/x)]$	3, R5	(4) $\neg P(y/x)$	3, R5
(5) $Q(y) \wedge R(t/x)$	2, 4, I1, R2	(5) $Q(y/x)$	2, 4, I6, R2
(6) $Q(y)$	6, I3, R2	(6) $\exists x Q(x)$	5, R7
(7) $R(t/x)$	6, I4, R2		
(8) $P(t/x) \wedge R(t/x)$	2, 8, I5, R2		
(9) $\exists x (P(x) \wedge R(x))$	9, R7		
(10) $Q(y) \wedge \exists x (P(x) \wedge R(x))$	7, 10, I5, R2		

(א) טעות! בשורה 4 אסור להניח $P(y)$ מכיוון ש y מופיע בשפתה חופשי בשורה 2 (במ. R6)
 (ב) הטענה נכונה! תהליך ההיסק המתאים הוא אותו תהליך רק שבדין להוסיף את שורות 3, 4 לפני השורות 1, 2 (כי אז בשלשלתם ב R6 זה סביר חוקי, וב R5 מותר תמיד להוסיף).

(ג) טעות! בשורה 4 אסור להניח $\forall x (P(x, w))$ כי z מופיע בשפתה חופשי בשורה 3 שהתקבלה ב R6 (במ. R8)

(ד) הטענה אינה נכונה! הוכחה: נבחר את עולם הדיון להיות 20 האנשים שאני מלמד במחלקה. $P(x, y)$ - x עומד ליד y אבי הפסוק $\forall x \exists y (P(x, y))$ מתקיים כי לכל אדם במחלקה יש אדם שהוא עומד לידו ואילו $\exists x \forall y (P(x, y))$ לא מתקיים כי ברור שיש קדם אף אדם שכולם עומדים לידו.

5

הזכירה אינה נכונה! הוכחה: נבחר עולם דיון בו יש כלב אחד וחמור אחד ונצטר

$P(x)$ x הוא כלב, $Q(x)$ x הוא חמור. אזי ברור שיש כלב העולם הדיון $(\exists x P(x))$

וכן ברור שיש חמור העולם הדיון $(\exists x Q(x))$ אך ברור שאין איבר העולם הדיון

שהוא גם כלב וגם חמור $(\exists x (P(x) \wedge Q(x)))$ חמור

6

הטענה נכונה! הוכחה:

P, R_1

I_6

$1, I_2, R_2$

(1) $\forall x (P(x) \rightarrow Q(x))$

(2) $\forall x P(x) \rightarrow \forall x Q(x)$

(מה יש לעזוב, אין לי מושג 2)

7

הטענה נכונה! הוכחה:

P, R_1

I_2

$1, I_2, R_2$

(1) $\forall x (P(x) \rightarrow Q(x))$

(2) $\exists x P(x) \rightarrow \exists x Q(x)$