Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ «Информатика и системы управления»

КАФЕДРА «Теоретическая информатика и компьютерные технологии»

Лабораторная работа № 1

«Сравнение модели Галилея и модели Ньютона»

по курсу «Моделирование»

Студент группы ИУ9-81Б: Филимонов М. Д.

Преподаватель: Домрачева А. Б.

Москва 2026

1 Цель работы

Изучить и сравнить две модели движения тела: аналитическую модель Галилея без сопротивления воздуха и модель Ньютона с квадратичным сопротивлением воздуха, решаемую методом Рунге-Кутты 4-го порядка.

2 Постановка задачи

Для параметров $\alpha = 45°$, $v_0 = 1$ м/с и начальной точки $(0, 0)$ требуется построить обе траектории, вычислить точную координату падения по оси x, определить время полета и максимальную высоту, а затем сравнить результаты. Для модели Ньютона использовать коэффициент сопротивления $\beta = \frac{cS\rho}{2}$ при $c = 0.15$, $S = 3$, $\rho = 1.225$ кг/м^3.

3 Теоретические основы

3.1 Подраздел

В модели Галилея сопротивление воздуха отсутствует, поэтому движение по осям описывается формулами

$$x(t) = x_0 + v_0 \cos\alpha\, t, \qquad y(t) = y_0 + v_0 \sin\alpha\, t - \frac{gt^2}{2}.$$

После исключения времени получаем уравнение траектории

$$y(x) = -\frac{gx^2}{2v_0^2\cos^2\alpha} + \tan\alpha\, x + y_0.$$

Эта модель позволяет аналитически найти дальность полета и время падения.

3.2 Подраздел

В модели Ньютона вводятся компоненты скорости $u = dx/dt$ и $w = dy/dt$. Система уравнений имеет вид

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = u, \\ \dfrac{dy}{dt} = w, \\ \dfrac{du}{dt} = -\dfrac{\beta}{m} u\sqrt{u^2 + w^2}, \\ \dfrac{dw}{dt} = -g - \dfrac{\beta}{m} w\sqrt{u^2 + w^2}. \end{cases}$$

Здесь β вычисляется по условию задачи, а масса берется для чугунного шарика: $m = \rho_{\text{чугун}} \frac{4}{3}\pi r^3$.

3.3 Подраздел

Для численного решения используется метод Рунге-Кутты 4-го порядка, обеспечивающий хорошую точность на малом шаге интегрирования. Точка падения определяется интерполяцией между соседними шагами, где значение y меняет знак, что позволяет точнее вычислить x_{land}.

4 Программная реализация

```
# PLACEHOLDER:
# Вставьте программный код
def newton_rhs(state, params):
    x, y, u, w = state
    g = params["g"]
    beta = params["beta"]
    m = params["m"]
    speed = (u*u + w*w) ** 0.5
    du_dt = -(beta / m) * u * speed
    dw_dt = -g - (beta / m) * w * speed
    return [u, w, du_dt, dw_dt]
```

```python
def rk4_step(state, dt, rhs, params):
    k1 = rhs(state, params)
    k2 = rhs(state + 0.5 * dt * k1, params)
    k3 = rhs(state + 0.5 * dt * k2, params)
    k4 = rhs(state + dt * k3, params)
    return state + (dt / 6.0) * (k1 + 2*k2 + 2*k3 + k4)
```

5 Анализ результатов

По результатам расчета получено:

- модель Галилея: $x_{\text{land}} = 0.101937$ м, $t_{\text{land}} = 0.144160$ с, $y_{\max} = 0.025484$ м;
- модель Ньютона с сопротивлением: $x_{\text{land}} = 0.061637$ м, $t_{\text{land}} = 0.123878$ с, $y_{\max} = 0.018945$ м;
- разница дальности: $\Delta x = x_{\text{newton}} - x_{\text{galileo}} = -0.040300$ м.

Полученные значения показывают, что учет сопротивления воздуха уменьшает дальность и высоту полета.

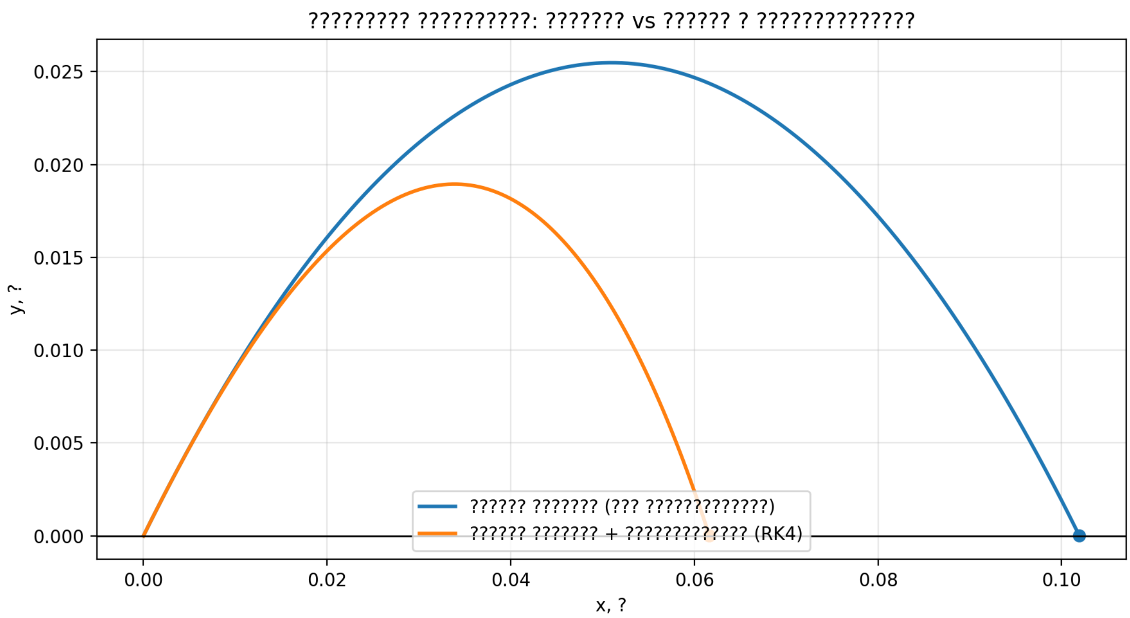

Рис. 1 — Сравнение траекторий в моделях Галилея и Ньютона с сопротивлением воздуха

6 Заключение

В работе выполнено сравнение двух моделей движения при одинаковых начальных условиях. Аналитическая модель Галилея дает большую дальность полета, тогда как модель Ньютона с сопротивлением воздуха показывает более реалистичное уменьшение дальности, времени полета и максимальной высоты. Численный метод Рунге-Кутты 4-го порядка корректно решает систему ОДУ и позволяет точно определять точку падения.