



Софийски университет "Св. Климент Охридски"
Факултет по математика и информатика

УЧЕБЕН ПРОЕКТ

по

Диференциални уравнения и приложения

спец. Софтуерно инженерство, 2 курс, летен семестър,

учебна година 2020/2021

Тема № СИ21-П-129

13.06.2021

София

Изготвил: Айше Исмаил Джинджи

Ф. No. 62470

Група 5

Оценка :.....

С Ъ Д Ъ Р Ж А Н И Е

1. Тема (задача) на проекта	3
2. Решение на Задачата.	4
2.1. Теоретична част	4
2.2. MatLab код и получени в командния прозорец резултати при изпълнението му	5
2.3. Графики	6
2.4. Коментари към получените с MatLab резултати	6

1. Тема (задание) на проекта

Тема СИ21-П-129. Дадена е задачата на Коши

$$xy' - x^3 = 3y, \quad y(2) = 1.$$

1. Решете символно дадената задача и начертайте с черен цвят графиката на решението ѝ в интервала $[2, 4]$.
2. Начертайте с различни цветове графиките на приближенията на решението получени с метода на Ойлер със стъпки съответно $h_1 = 0.4$, $h_2 = 0.2$, $h_3 = 0.02$ в същия интервал.

2. Решение на задачата

2.1. Теоретична част

$$xy' - x^3 = 3y, y(2) = 1$$

$$xy' = 3y + x^3 : x, x \neq 0 \Rightarrow \text{при } x=0, y=0 \text{ не е р-ие.}$$

не зад. на Йонс

$$y' = \frac{3y}{x} + x^2 \rightarrow \text{линейно уравнение и}$$

$$a = \frac{3}{x}, b = x^2$$

$$y = e^{\int \frac{3}{x} dx} \left[C + \int x^2 e^{-\int \frac{3}{x} dx} dx \right]$$

$$y = e^{3 \ln x} \left[C + \int x^2 e^{-3 \ln x} dx \right]$$

$$y = x^3 \left[C + \int \frac{x^2}{x^3} dx \right]$$

$$y = x^3 \left[C + \int \frac{1}{x} dx \right]$$

$$y = x^3 [C + \ln x], y(2) = 1$$

$$\Rightarrow 1 = 2^3 [C + \ln 2] \Rightarrow C = \frac{1}{8} - \ln 2$$

$$\Rightarrow y = x^3 \left[\frac{1}{8} - \ln 2 + \ln x \right] = \left(\frac{1}{8} - \ln 2 \right) x^3 + x^3 \ln x$$

$$\Rightarrow y = x^3 \ln x - \left(\ln 2 - \frac{1}{8} \right) x^3$$

2.2. Matlab код

```
function Euler

% Инициализираме параметрите, които ще използваме
x0=2; y0=1; b=4;
h1=0.4; h2=0.2 ; h3=0.02;
xmin=2;
xmax=4;

% Чертаем графиката на решението с черен цвят
hold on;
grid on;
axis([xmin, xmax, -5, 60]);
y=dsolve('x*Dy-x^3=3*y','y(2)=1','x');
x=linspace(xmin,xmax);
plot(x,eval(y),'k');

% Инициализираме масивите
x1=[];y1=[];
x1(1)=x0;y1(1)=y0;

x2=[];y2=[];
x2(1)=x0;y2(1)=y0;

x3=[]; y3=[];
x3(1)=x0; y3(1)=y0;

N=(b-x0);

% Дефинираме функцията
function z=ff(x,y)
    z=(3*y+x^3)/x;
end

% Попълваме масивите
for m=1:(N/h1)
    x1(m+1)=x0+m*h1;
    y1(m+1)=y1(m)+ff(x1(m),y1(m))*h1;
end

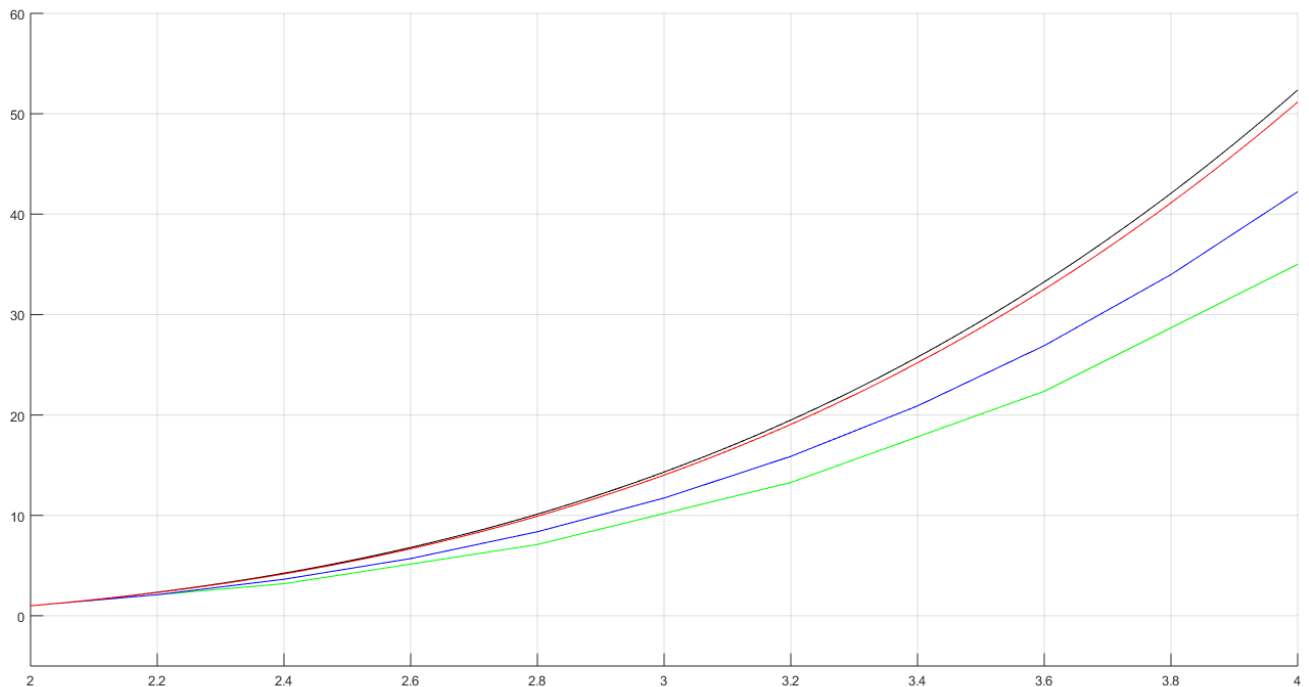
for k=1:(N/h2)
    x2(k+1)=x0+k*h2;
    y2(k+1)=y2(k)+ff(x2(k),y2(k))*h2;
end

for j=1:(N/h3)
    x3(j+1)=x0+j*h3;
    y3(j+1)=y3(j)+ff(x3(j),y3(j))*h3;
end

% Чертаем графиките приближенията
plot(x1,y1,'g',x2,y2,'b',x3,y3,'r')

end
```

2.3. Графики



2.4. Коментари към получените Matlab резултати

На графиката виждаме начертани с различни цветове различните графики в интервала $[2,4]$.

С черен цвят е изобразена графиката на решението на задачата на Коши.

Със зелен цвят е изобразено приближението, получено със стъпка 0.4

Със син цвят е изобразено приближението, получено със стъпка 0.2

С червен цвят е изобразено решението, получено със стъпка 0.02

В Matlab кода на решението на задачата сме подтиснали изхода от командата `dsolve`.

Резултата от символното решение на задачата е:

```
>> Euler()
```

```
y =
```

```
x^3*log(x) - x^3*(log(2) - 1/8)
```