

2

---

# ALGORITMOS GENÉTICOS

# ¿QUÉ SON LOS ALGORITMOS GENÉTICOS?

- ▶ Los **algoritmos genéticos** (GA) son una clase de algoritmos de optimización inspirados en el proceso de evolución natural.
- ▶ La técnica se basa en conceptos de “**Selección natural**” y “**Herencia genética**” (Darwin, 1859).
- ▶ Un **algoritmo genético** genera una **población** de **individuos** mediante la reproducción de los **progenitores**.



# ¿PARA QUÉ SIRVEN LOS ALGORITMOS GENÉTICOS?

- ▶ Se utilizan para encontrar **soluciones aproximadas** a problemas de **búsqueda** y **optimización**.

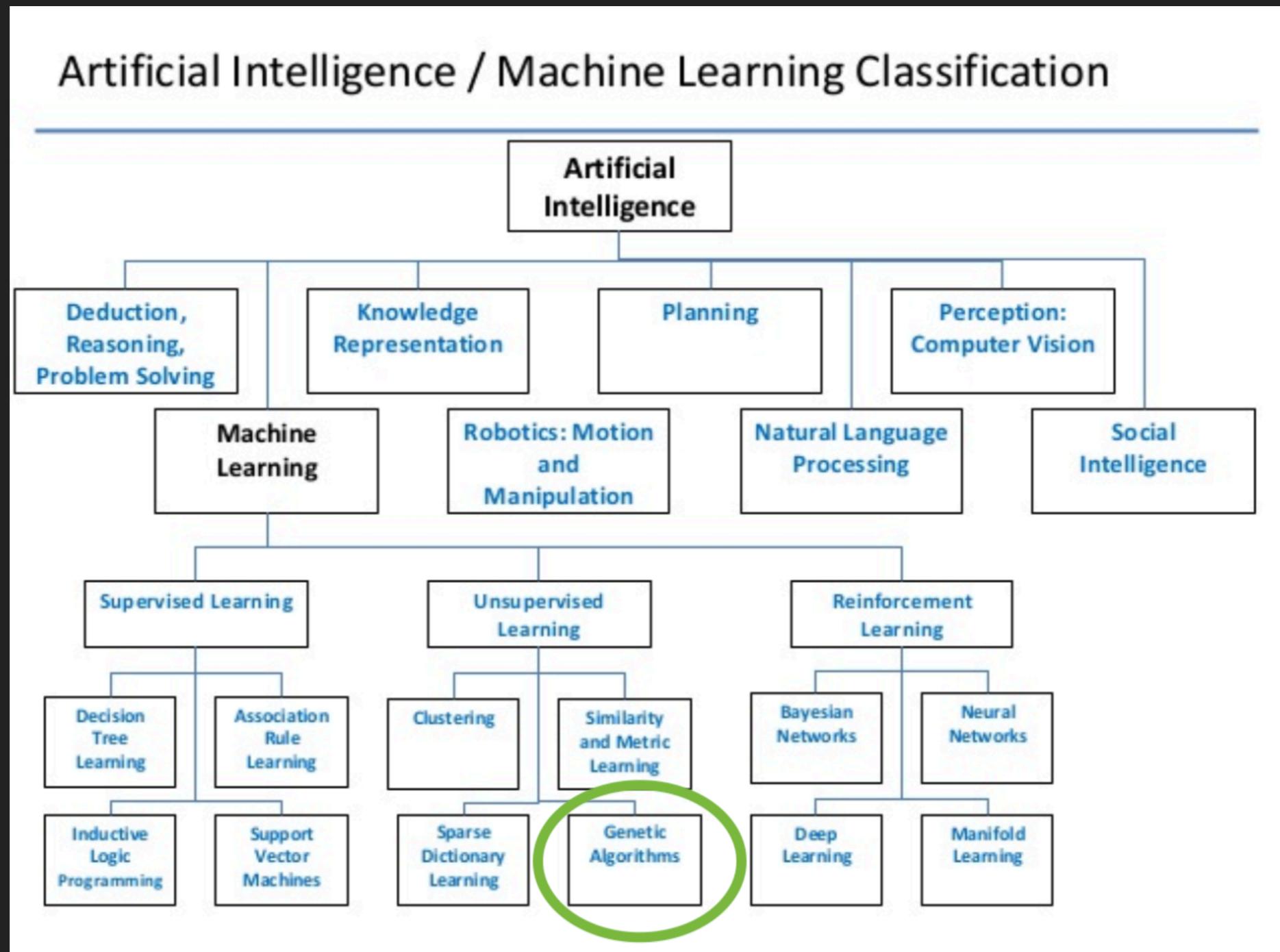


# ¿CUÁNDO Y QUIÉN DESARROLLÓ LOS ALGORITMOS GENÉTICOS?

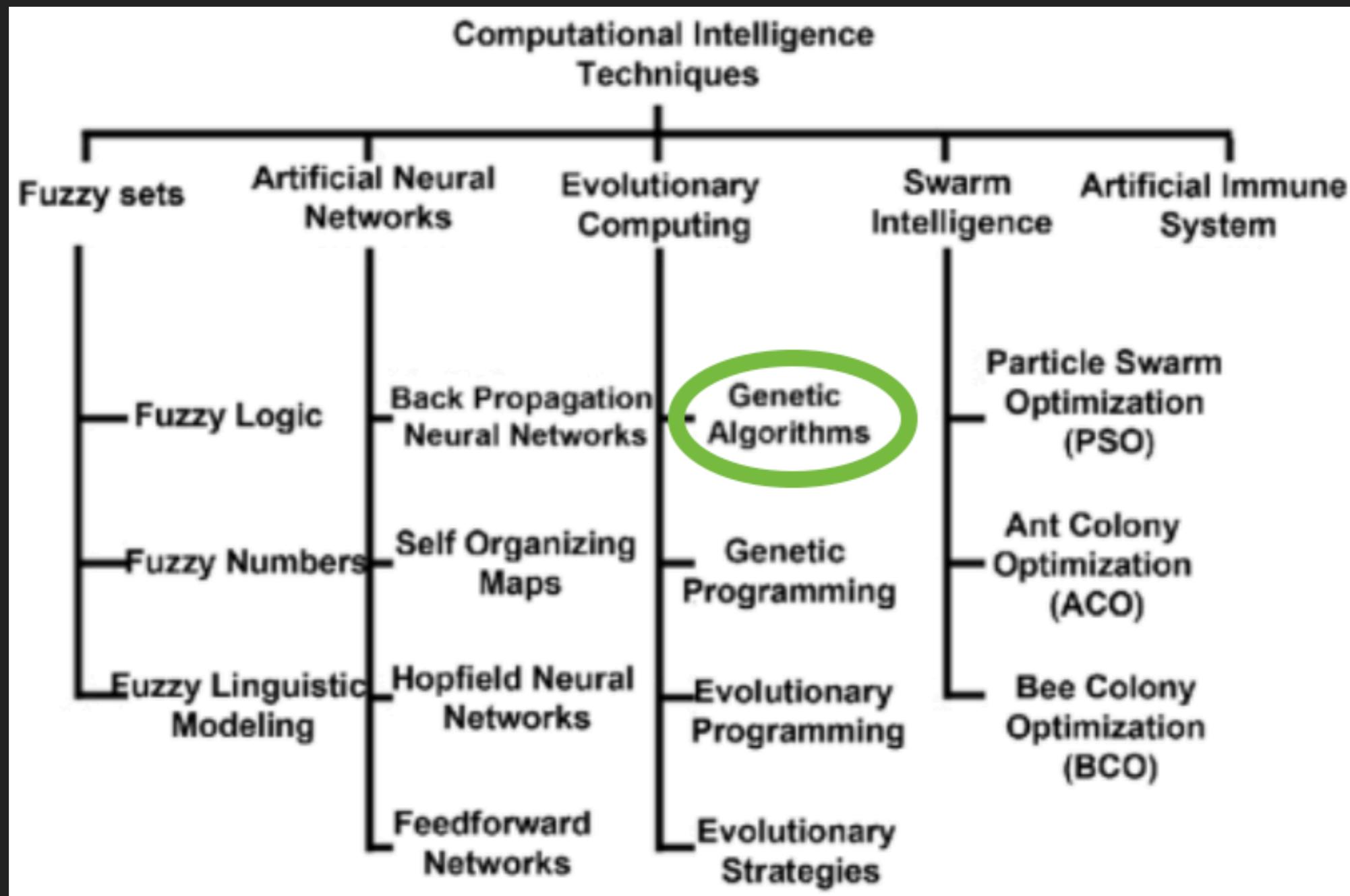
- ▶ 1975 (John Henry Holland, 1929 - 2015)
- ▶ "Adaptation in natural and artificial systems."



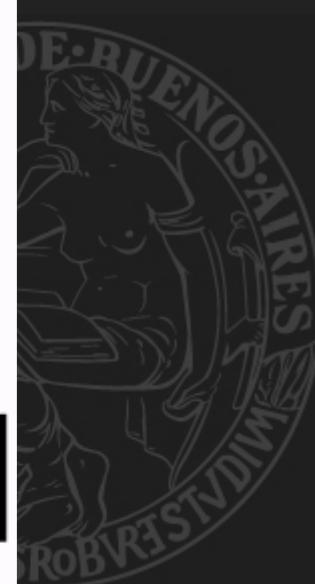
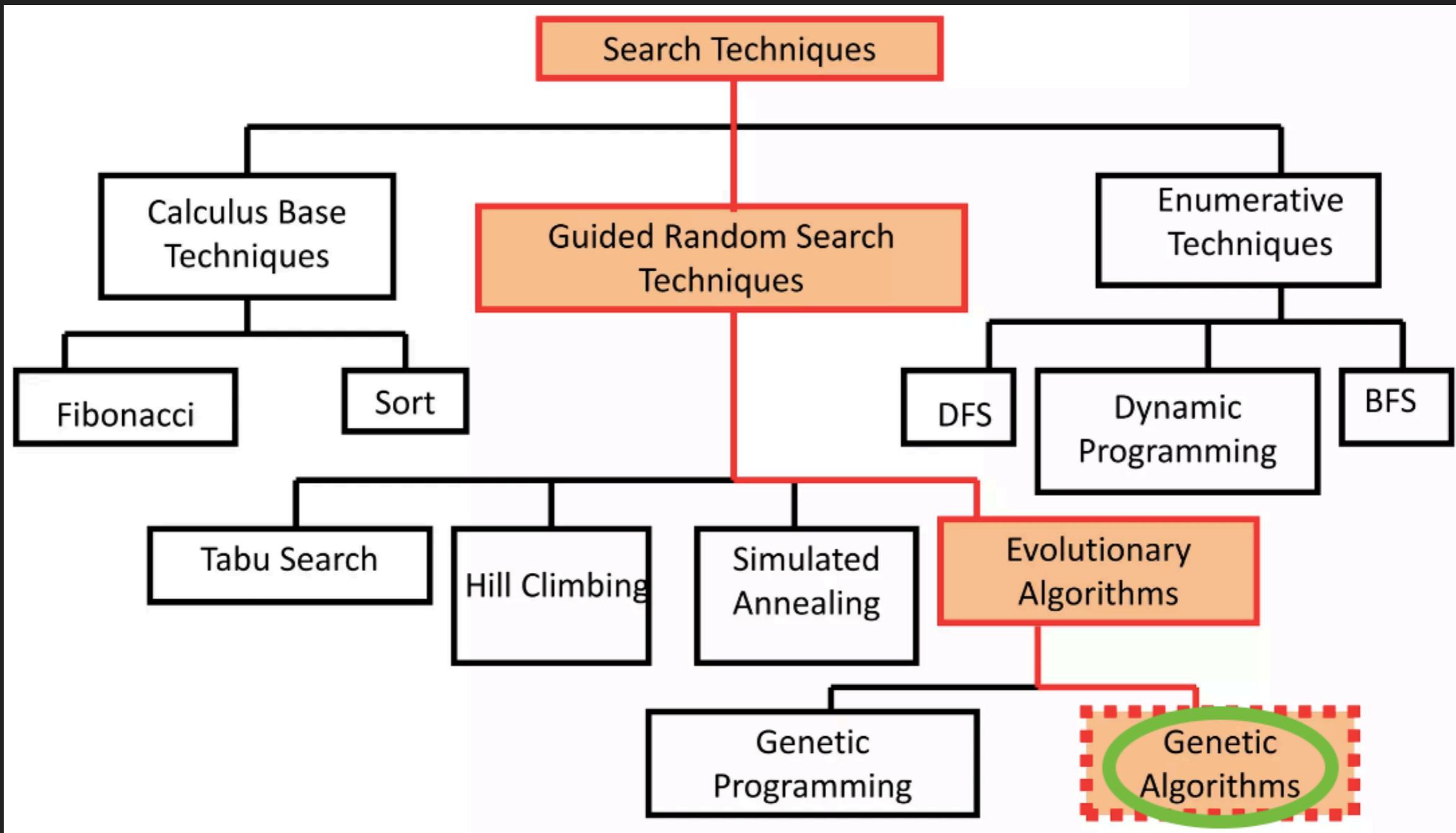
# ESQUEMA DE CLASIFICACIÓN EN EL CAMPO DE LA IA (I)



# ESQUEMA DE CLASIFICACIÓN EN EL CAMPO DE LA IA (II)



# ESQUEMA DE CLASIFICACIÓN EN EL CAMPO DE LA IA (III)



# ESQUEMA DE CLASIFICACIÓN EN EL CAMPO DE LA IA (IV)

6	Popular Evolutionary Algorithm Variants .....	99
6.1	Genetic Algorithms .....	99
6.2	Evolution Strategies .....	101
6.3	Evolutionary Programming .....	103
6.4	Genetic Programming .....	104
6.5	Learning Classifier Systems .....	107
6.6	Differential Evolution .....	110
6.7	Particle Swarm Optimisation .....	112
6.8	Estimation of Distribution Algorithms .....	113

Eiben, A. E., & Smith, J. E. (2015). Introduction to evolutionary computing. Springer-Verlag Berlin Heidelberg.

# ¿EN QUÉ CONSISTE UN ALGORITMO GENÉTICO? - INICIALIZACIÓN

## INICIO

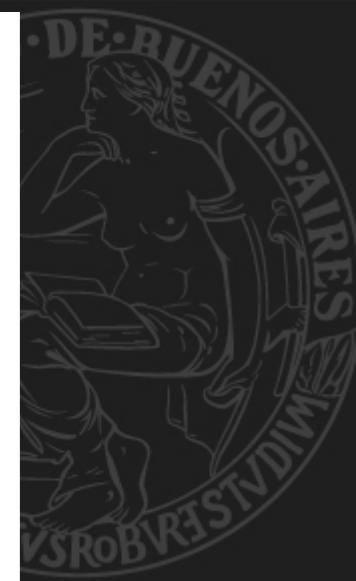
*INICIALIZAR* una población de individuos aleatoriamente  
*EVALUAR* cada individuo

**REPETIR HASTA QUE** (*CONDICIÓN DE TERMINACIÓN* es satisfecha)

- 1 *SELECCIONAR* progenitores
- 2 *RECOMBINAR* pares de progenitores
- 3 *MUTAR* los descendientes resultantes
- 4 *EVALUAR* los descendientes mutados

**FINREPETIR**

**FIN**



# ¿EN QUÉ CONSISTE UN ALGORITMO GENÉTICO? - INICIALIZACIÓN

**INICIO**

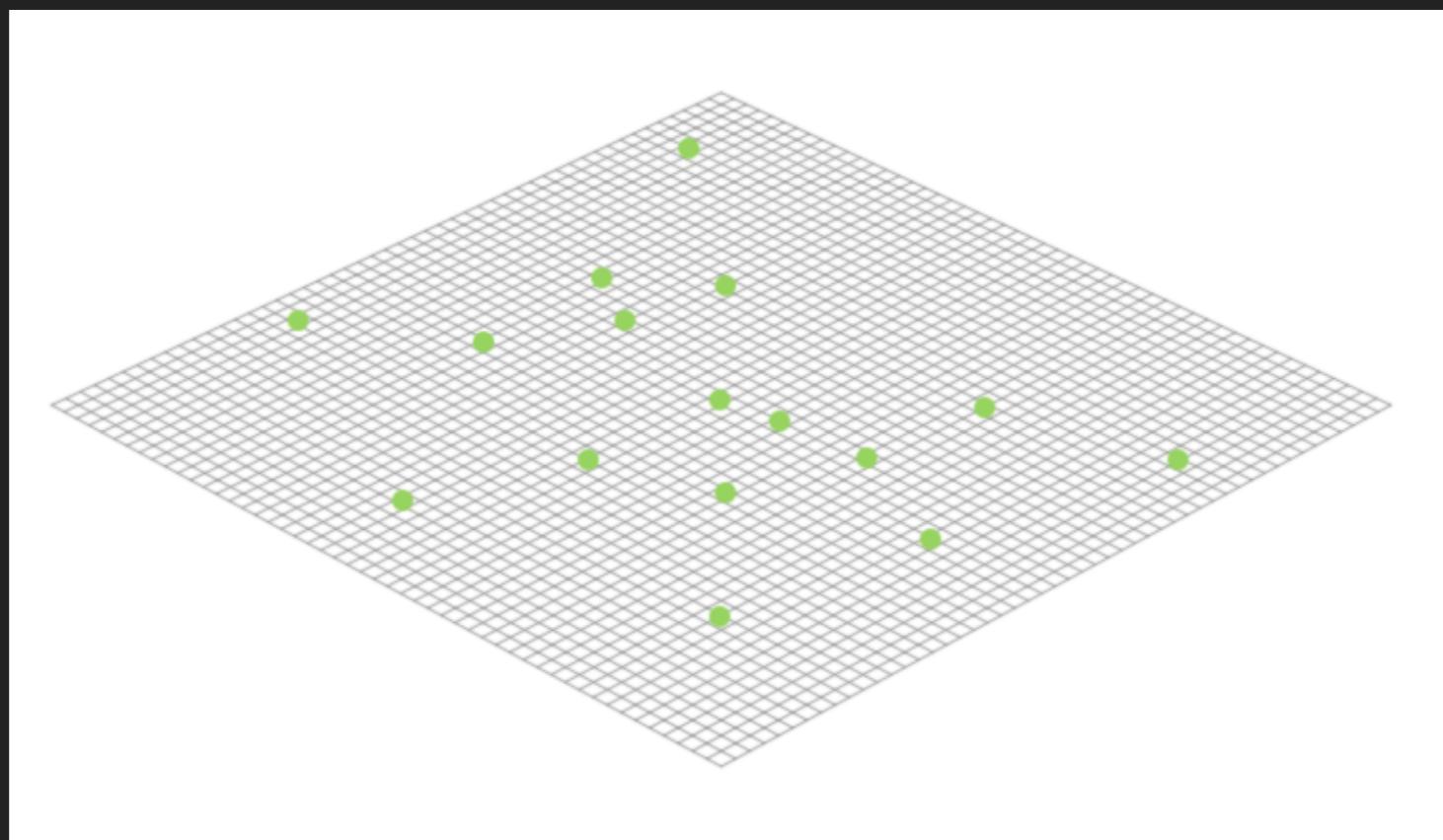
*INICIALIZAR una población de individuos aleatoriamente*

*EVALUAR cada individuo*

**REPETIR HASTA QUE** ( *CONDICIÓN DE TERMINACIÓN* es satisfecha)

- 1 *SELECCIONAR* progenitores
- 2 *RECOMBINAR* pares de progenitores
- 3 *MUTAR* los descendientes resultantes
- 4 *EVALUAR* los descendientes mutados

**FINREPETIR**

**FIN**

# ¿EN QUÉ CONSISTE UN ALGORITMO GENÉTICO? - EVALUACIÓN

**INICIO**

*INICIALIZAR* una población de individuos aleatoriamente

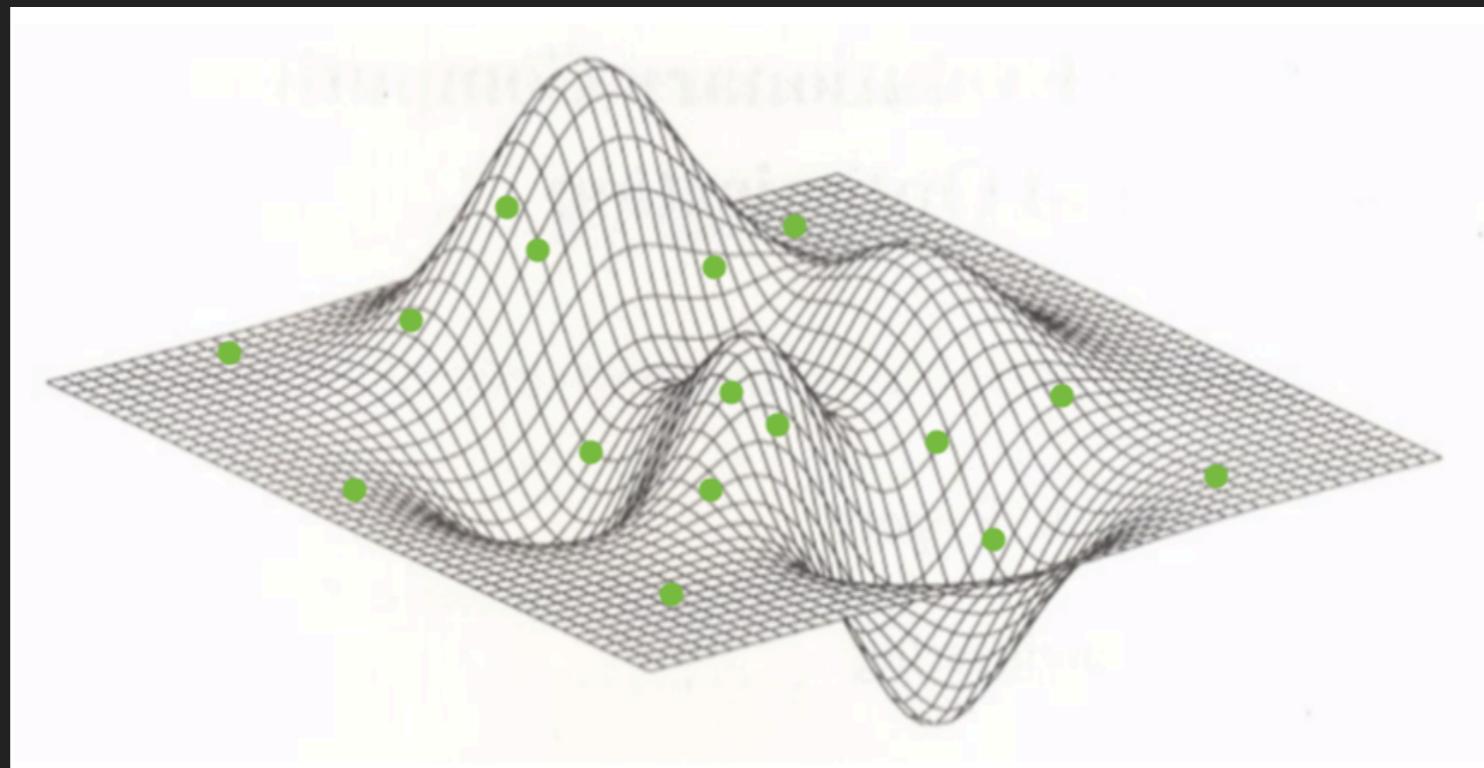
*EVALUAR* cada individuo

**REPETIR HASTA QUE** ( *CONDICIÓN DE TERMINACIÓN* es satisfecha)

- 1 *SELECCIONAR* progenitores
- 2 *RECOMBINAR* pares de progenitores
- 3 *MUTAR* los descendientes resultantes
- 4 *EVALUAR* los descendientes mutados

**FINREPETIR**

**FIN**



# ¿EN QUÉ CONSISTE UN ALGORITMO GENÉTICO? - EVALUACIÓN

**INICIO**

*INICIALIZAR* una población de individuos aleatoriamente  
*EVALUAR* cada individuo

**REPETIR HASTA QUE ( *CONDICIÓN DE TERMINACIÓN* es satisfecha)**

- 1 *SELECCIONAR* progenitores
- 2 *RECOMBINAR* pares de progenitores
- 3 *MUTAR* los descendientes resultantes
- 4 *EVALUAR* los descendientes mutados

**FINREPETIR**

**FIN**



# ¿EN QUÉ CONSISTE UN ALGORITMO GENÉTICO? - SELECCIÓN

**INICIO**

*INICIALIZAR* una población de individuos aleatoriamente

*EVALUAR* cada individuo

**REPETIR HASTA QUE** ( *CONDICIÓN DE TERMINACIÓN* es satisfecha)

    1 *SELECCIONAR* progenitores

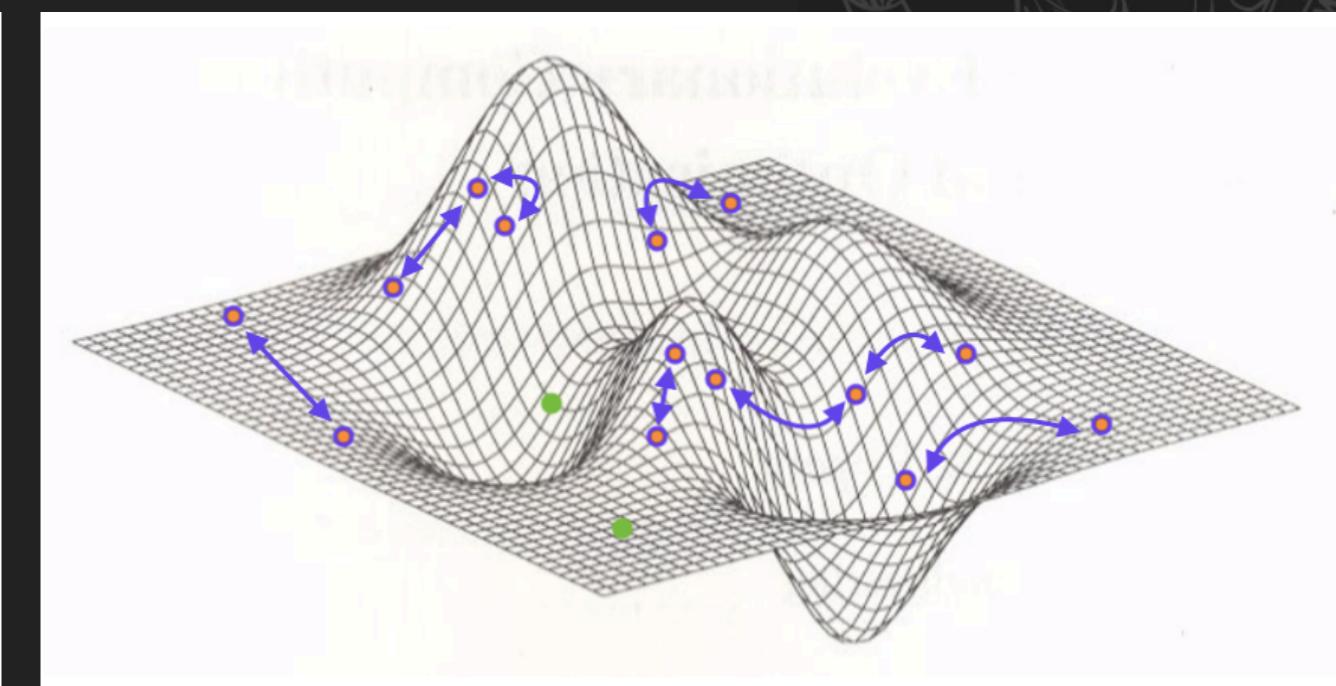
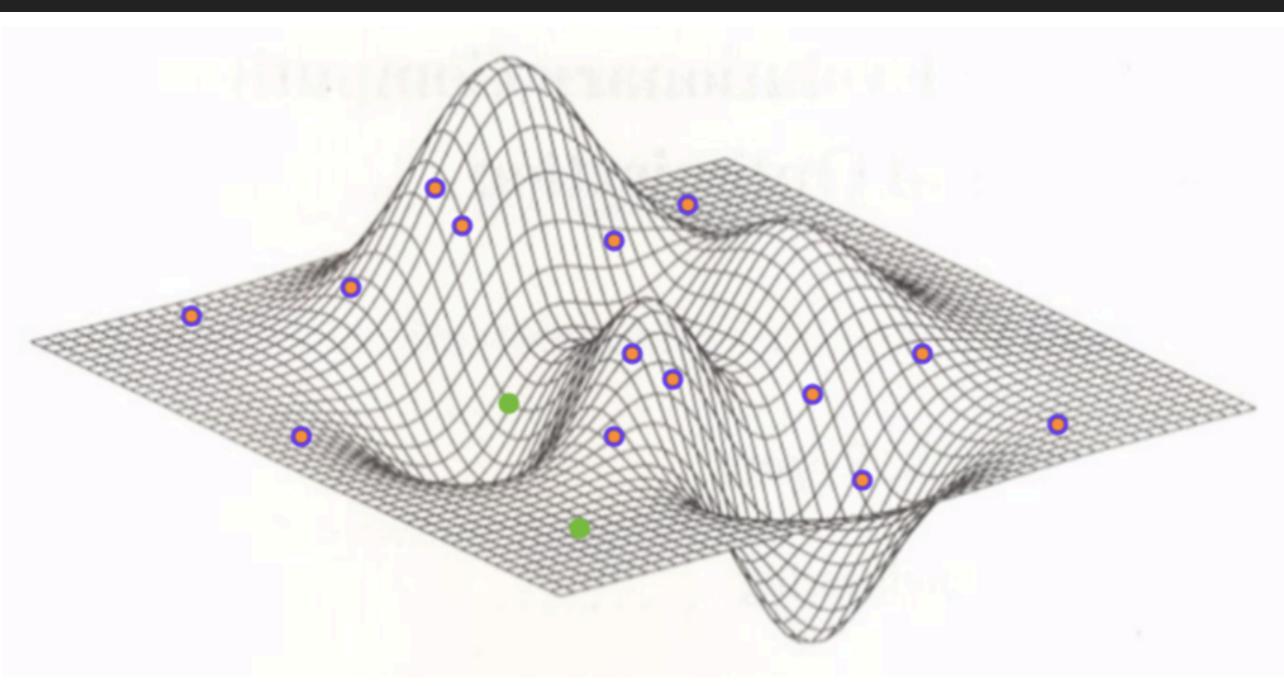
    2 *RECOMBINAR* pares de progenitores

    3 *MUTAR* los descendientes resultantes

    4 *EVALUAR* los descendientes mutados

**FINREPETIR**

**FIN**



# ¿EN QUÉ CONSISTE UN ALGORITMO GENÉTICO? - CRUZA

**INICIO**

*INICIALIZAR* una población de individuos aleatoriamente

*EVALUAR* cada individuo

**REPETIR HASTA QUE** ( *CONDICIÓN DE TERMINACIÓN* es satisfecha)

1 *SELECCIONAR* progenitores

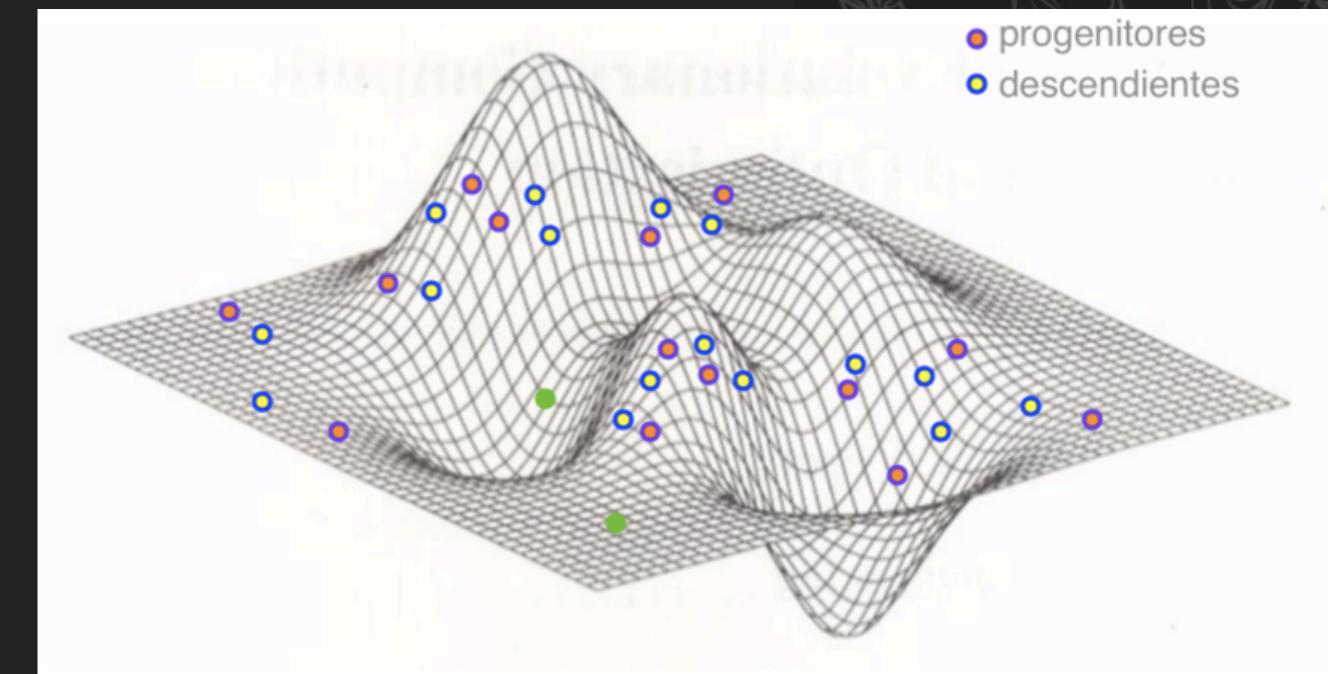
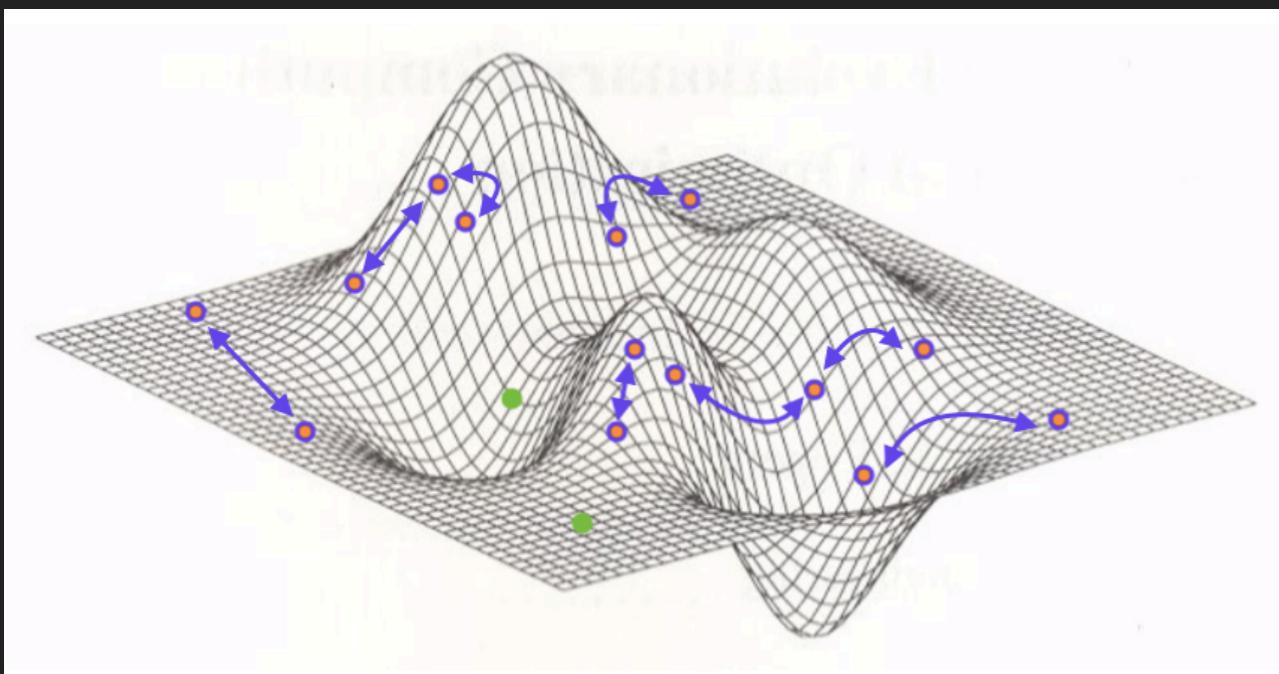
2 *RECOMBINAR* pares de progenitores

3 *MUTAR* los descendientes resultantes

4 *EVALUAR* los descendientes mutados

**FINREPETIR**

**FIN**



# ¿EN QUÉ CONSISTE UN ALGORITMO GENÉTICO? - MUTACIÓN

**INICIO**

*INICIALIZAR* una población de individuos aleatoriamente

*EVALUAR* cada individuo

**REPETIR HASTA QUE** ( *CONDICIÓN DE TERMINACIÓN* es satisfecha)

1 *SELECCIONAR* progenitores

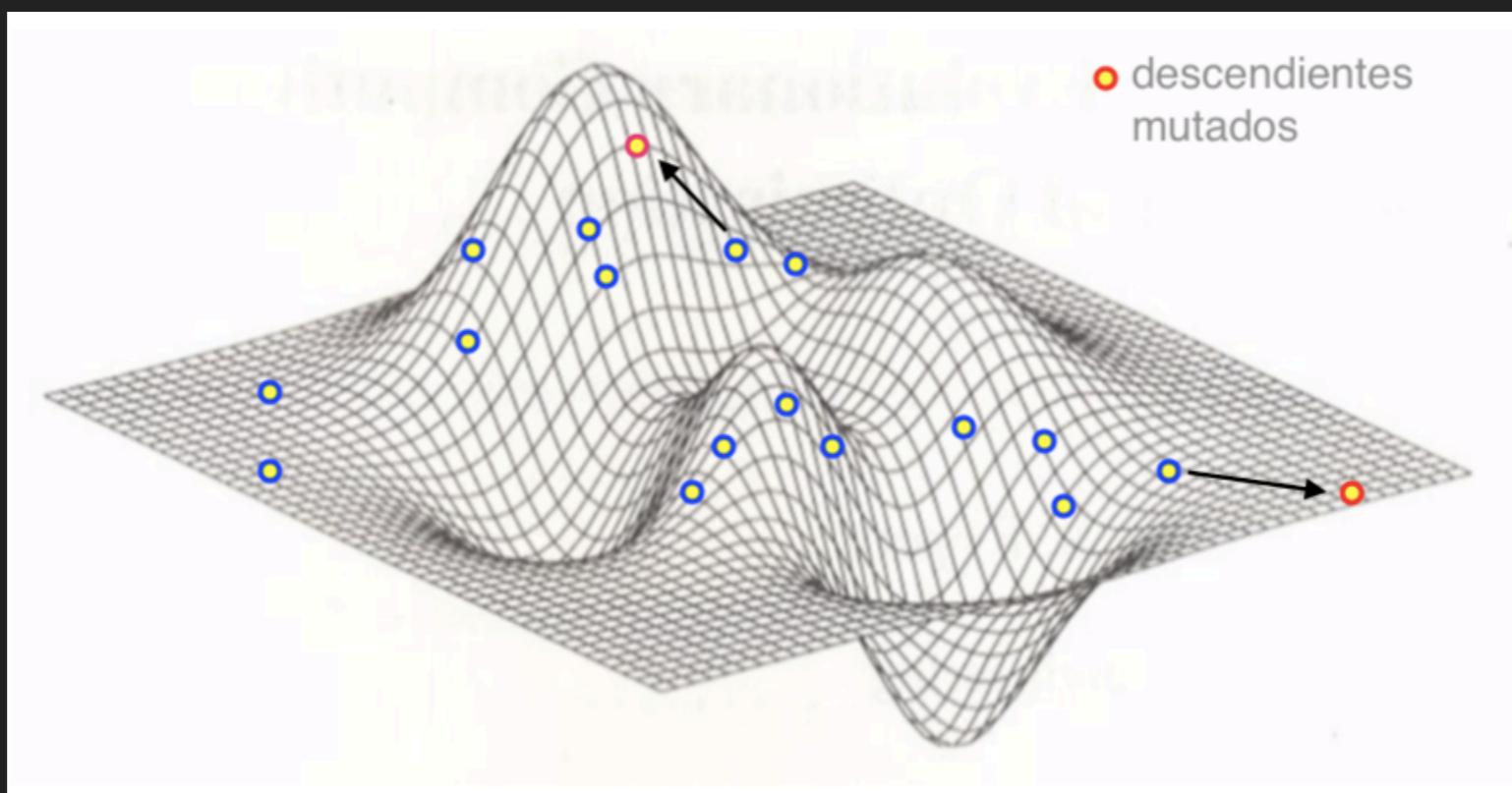
2 *RECOMBINAR* pares de progenitores

3 **MUTAR** los descendientes resultantes

4 *EVALUAR* los descendientes mutados

**FINREPETIR**

**FIN**



# ¿EN QUÉ CONSISTE UN ALGORITMO GENÉTICO? - EVALUACIÓN

**INICIO**

*INICIALIZAR* una población de individuos aleatoriamente

*EVALUAR* cada individuo

**REPETIR HASTA QUE** ( *CONDICIÓN DE TERMINACIÓN* es satisfecha)

1 *SELECCIONAR* progenitores

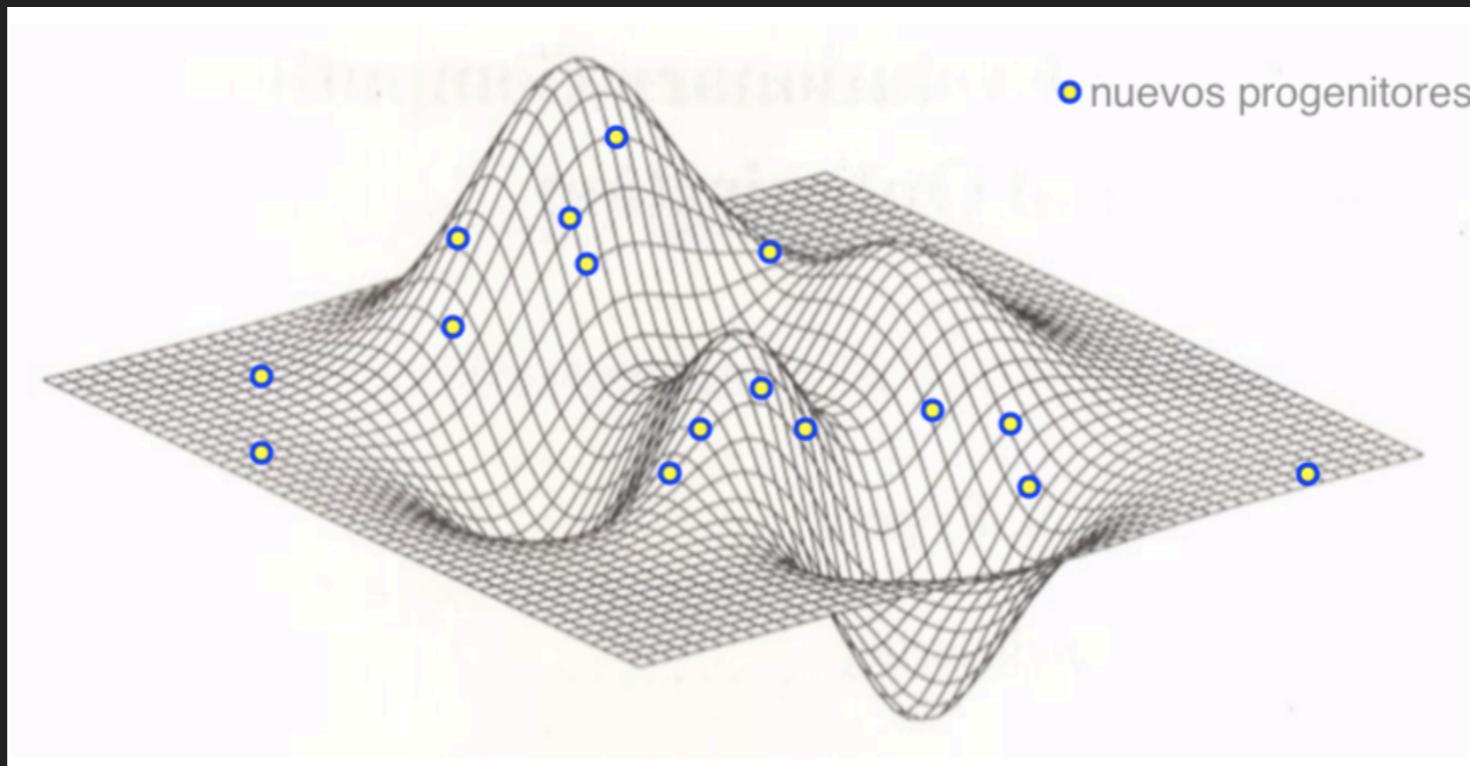
2 *RECOMBINAR* pares de progenitores

3 *MUTAR* los descendientes resultantes

4 *EVALUAR* los descendientes mutados

**FINREPETIR**

**FIN**



# ¿HASTA CUÁNDO DEBO ITERAR?

- ▶ Hasta encontrar el óptimo o un valor aproximado a él.
- ▶ ¿Como se que alcancé el óptimo?
- ▶ Criterios:
  - ✓ **Búsqueda:** Encontrar **cualquier** solución que cumpla con ciertos criterios.
  - ✓ **Optimización:** Encontrar **la mejor** solución posible según una función objetivo.



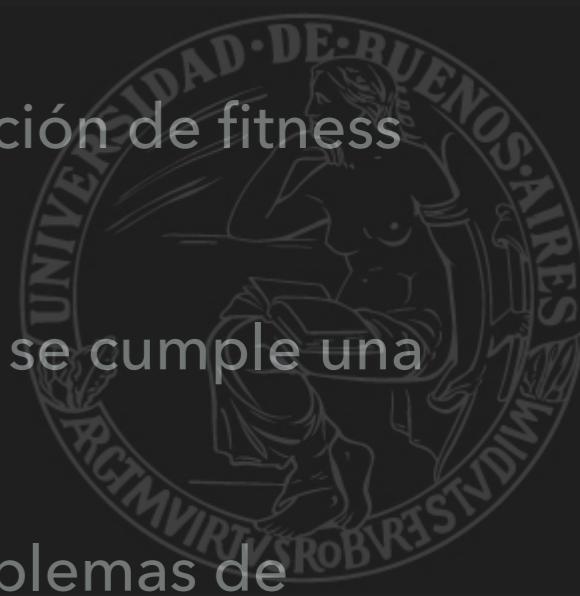
## MODELOS DE AG

- ▶ **Modelo generacional:** Durante cada iteración se crea una población completa con nuevos individuos. La nueva población reemplaza directamente a la antigua.
- ▶ **Modelo estacionario:** Durante cada iteración se escogen solo dos progenitores de la población y se les aplican los operadores genéticos. El/los descendiente/s reemplaza/n a uno/dos cromosoma/s de la población inicial



# CARACTERÍSTICAS

- ▶ Basados en **población**: los AG trabajan con una población de soluciones potenciales en lugar de una única solución.
- ▶ Orientados al **fitness**: las soluciones se evalúan en función de una función de fitness (**aptitud**) que cuantifica su calidad.
- ▶ **Iterativos**: el proceso se repite durante varias **generaciones** hasta que se cumple una condición de terminación.
- ▶ **Robustez**: los AG son robustos (pueden manejar una variedad de problemas de optimización).
- ▶ **Paralelismo**: el enfoque basado en la población permite el paralelismo en los cálculos.
- ▶ **Exploración y explotación**: los AG equilibran la exploración del espacio de búsqueda y la explotación de las mejores soluciones encontradas.

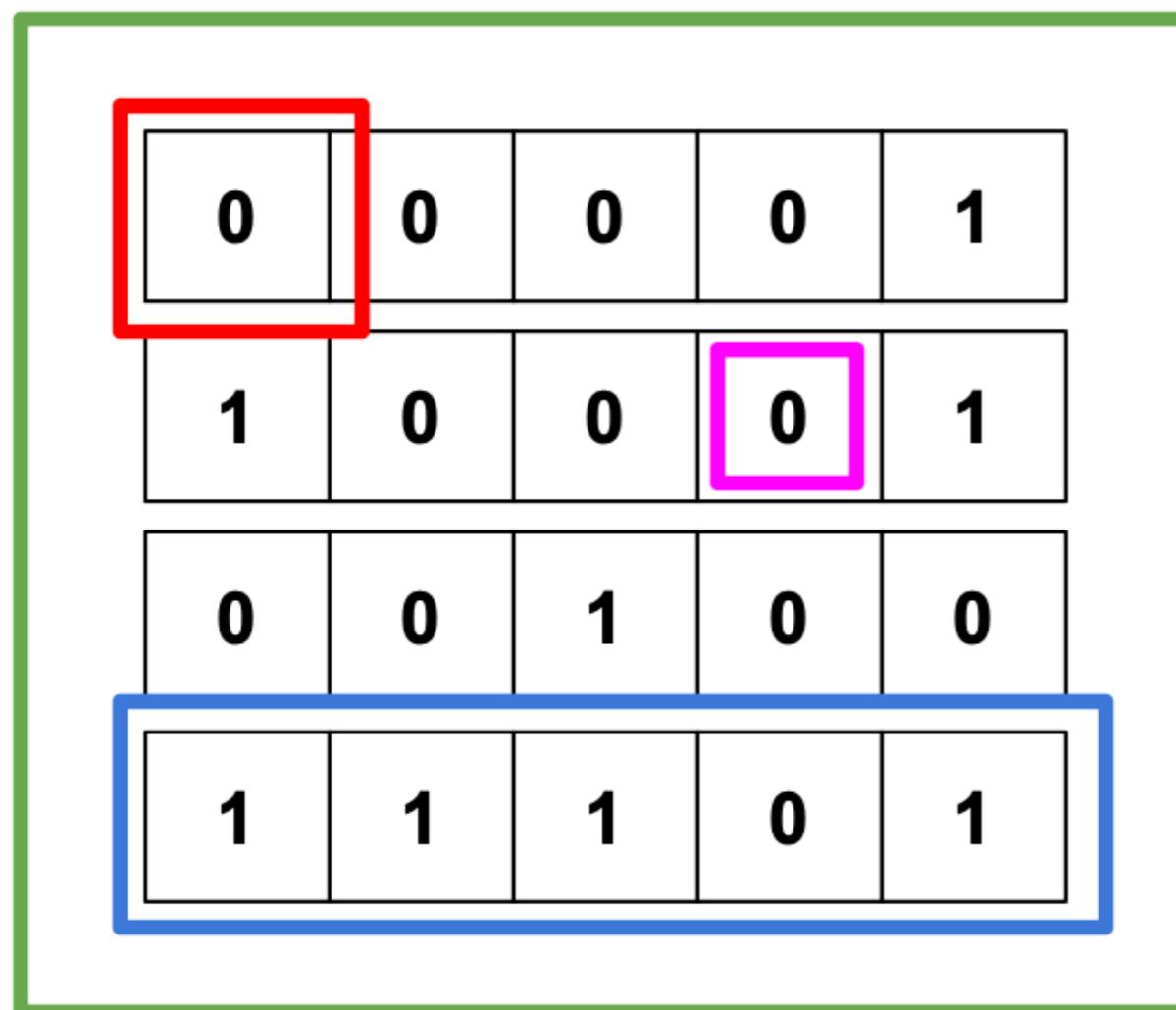


# COMO DESARROLLAR UN AG

- ▶ Elegir una **representación**
- ▶ Establecer una **población inicial** de individuos
- ▶ **Evaluar** los individuos
- ▶ Decidir cómo **seleccionar** los individuos para ser progenitores
- ▶ Aplicar operador de **cruce** adecuado
- ▶ Aplicar operador de **mutación** adecuado
- ▶ Definir cómo **reemplazar** a los progenitores
- ▶ Decidir la condición de **finalización** del algoritmo



# REPRESENTACIÓN DE INDIVIDUOS DE LA POBLACIÓN (I)



*Population*

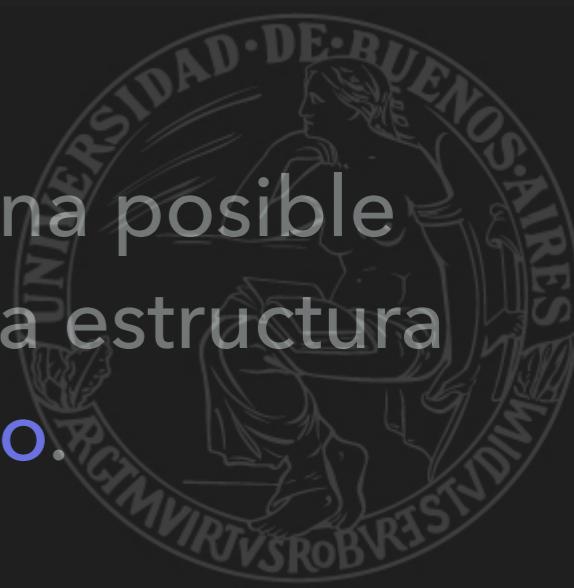
*Chromosome*

*Gene*

*Allele*

## REPRESENTACIÓN DE INDIVIDUOS DE LA POBLACIÓN (II)

- ▶ **Población:** Es un conjunto de posibles soluciones (cromosomas).
- ▶ **Cromosoma:** Es una representación codificada de una posible solución al problema que se está resolviendo. Es una estructura que contiene **genes**. Se denomina también **individuo**.
- ▶ **Gen:** Es la unidad mínima de información en un **cromosoma**.
- ▶ **Alelo:** Representa un valor específico de un **gen** dentro de un cromosoma. Es uno de los posibles valores que un gen puede tomar.



## REPRESENTACIÓN DE INDIVIDUOS DE LA POBLACIÓN (III)

- ▶ Población:

[5, 2, 1, 8] <- Cromosoma 1

[2, 9, 0, 4] <- Cromosoma 2

[6, 7, 3, 8] <- Cromosoma 3

- ▶ Cromosoma 1: [5, 2, 1, 8]
- ▶ Gen: [Gen 1, Gen 2, Gen 3, Gen 4], es la posición en el vector del cromosoma.
- ▶ Alelo: El alelo del Gen 1 es 5, el alelo del Gen 2 es 2, etc.



## REPRESENTACIÓN DE INDIVIDUOS DE LA POBLACIÓN (IV)

**Genotipo:**  

1	0	1	0	0	0	1	1
---	---	---	---	---	---	---	---

**Fenotipo:**  
= 163



## REPRESENTACIÓN DE INDIVIDUOS DE LA POBLACIÓN (V)

- ▶ **Genotipo:** Representa la configuración interna de una solución candidata, generalmente codificada como una cadena de bits, números, o símbolos.
- ▶ **Fenotipo:** Es la manifestación externa y observable de un conjunto de genes (genotipo). Es la solución específica que resulta de los valores representados por el genotipo.



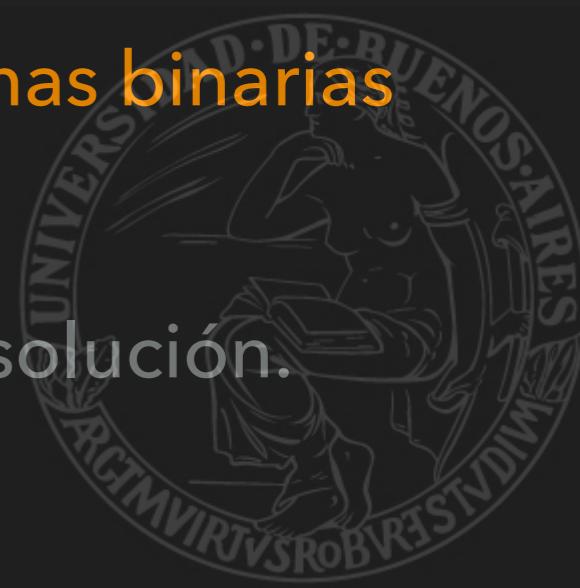
## REPRESENTACIÓN DE INDIVIDUOS DE LA POBLACIÓN (VI)

- ✓ Representación binaria
- ✓ Representación con números reales
- ✓ Representación de orden



## REPRESENTACIÓN DE INDIVIDUOS DE LA POBLACIÓN (VII)

- ▶ Representación binaria
- ▶ Los **individuos (cromosomas)** se representan como **cadenas binarias** de longitud fija.
- ▶ Cada **bit (alelo)** de la cadena representa una parte de la solución.
- ▶ Ejemplo:  $I_1 = 10110010$
- ▶  $I_1_{\text{entero}} = 1 \cdot 2^7 + 0 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = 128 + 32 + 16 + 2 = 178$
- ▶ Los individuos binarios pueden representar números con n decimales de precisión.



## REPRESENTACIÓN DE INDIVIDUOS DE LA POBLACIÓN (VIII)

- ▶ Representación con números reales
- ▶ Los **individuos** se representan como matrices de números reales.
- ▶ Ejemplo:  $I2 = [3.5, 2.1, -1.4, 0.9]$



## REPRESENTACIÓN DE INDIVIDUOS DE LA POBLACIÓN (IX)

- ▶ Representación de orden
- ▶ Los **individuos** se representan con permutaciones.  
 $I_3 = [7, 2, 4, 9, 3, 1, 5]$
- ▶ Se emplea en problemas de secuenciación.
- ▶ Ejemplo: Viajante de Comercio. Las ciudades se identifican con números naturales.



## QUE ES LA FUNCIÓN FITNESS (APTITUD)

- ▶ La función de **aptitud** es aquella función específica de un problema que evalúa y asigna una puntuación de **aptitud** a cada individuo de la población.
- ▶ La puntuación de **aptitud** indica qué tan bien un individuo resuelve el problema.



## FUNCIÓN FITNESS Y FUNCIÓN OBJETIVO (II)

- ▶ Para un problema de **maximización**, la función de aptitud podría ser directamente el valor de la función objetivo.
- ▶ Para un problema de **minimización**, podría ser el inverso del valor de la función objetivo.



## FUNCIÓN FITNESS Y FUNCIÓN OBJETIVO (II)

- ▶ Ejemplo A: Supongamos que tenemos una función objetivo  $f(x) = x^2$
- ▶ Se busca **maximizar**  $f(x)$
- ▶ Si un cromosoma  $x$  (convertido a enteros) tiene un valor de  $x=5, \Rightarrow f(5) = 25$
- ▶ La **aptitud** de este cromosoma será 25, es decir,  $\text{aptitud}(x)= f(x)$



## FUNCIÓN FITNESS Y FUNCIÓN OBJETIVO (III)

- ▶ Ejemplo B: Supongamos que tenemos una función objetivo  
 $f(x) = x^2$
- ▶ Se busca **minimizar**  $f(x)$
- ▶ Si un cromosoma **x** (convertido a enteros) tiene un valor de  
 $x=5, \Rightarrow f(5) = 25$
- ▶ La **aptitud** de este cromosoma podría ser el inverso del valor de la función objetivo:  $\text{aptitud}(x) = 1/(f(x) + 1)$
- ▶ La **aptitud** de este cromosoma será:  $1/(25 + 1) = 1/26$



## POBLACIÓN INICIAL

- ▶ La **población inicial** es un conjunto de individuos generado aleatoriamente al ejecutar el AG.
- ▶ El **tamaño de la población** es el número de individuos que participarán del proceso de búsqueda de una solución.
- ▶ Ejemplo: P es una población formada por 5 individuos.

$$P = [10110010, 11001101, 00110101, 11100010, 00011110]$$



## OPERADORES GENÉTICOS

- ▶ Los **operadores genéticos** se utilizan para gestionar la evolución de la población.
- ▶ Los principales operadores genéticos son:
  - ✓ Selección
  - ✓ Cruza
  - ✓ Mutación



## OPERADORES GENÉTICOS - SELECCIÓN

✓ Selección

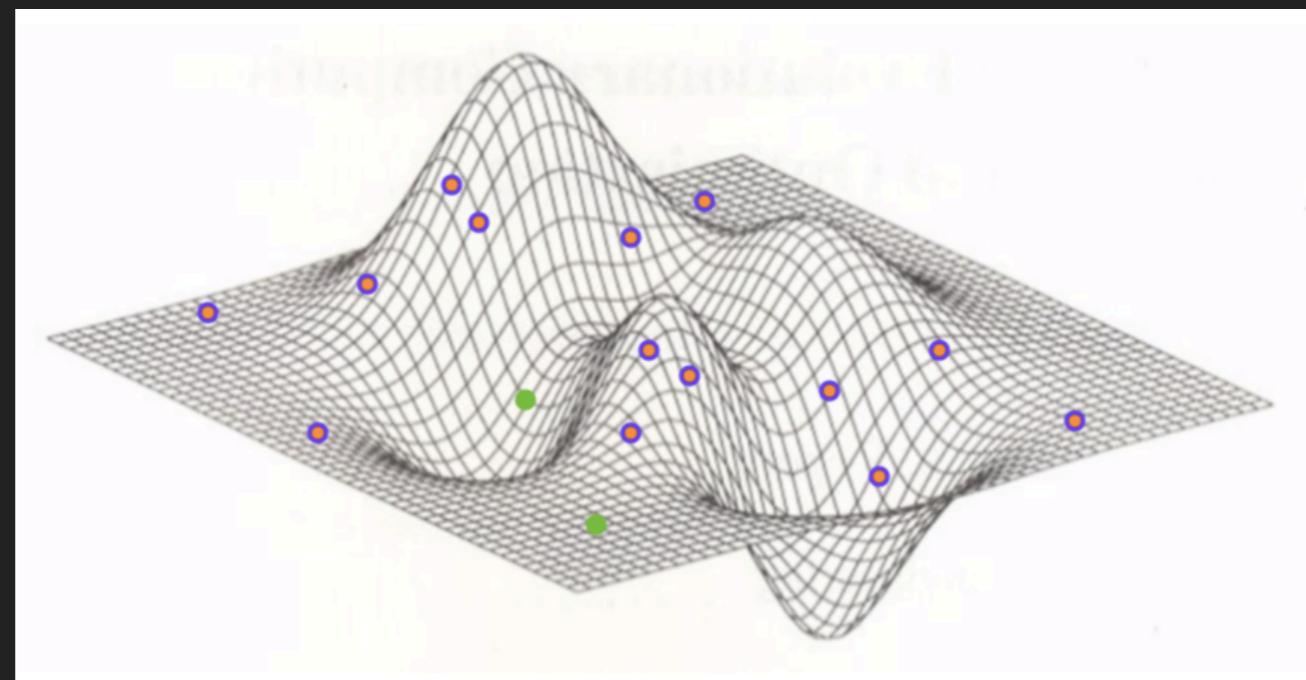
✓ Cruza

✓ Mutación



## OPERADORES GENÉTICOS - SELECCIÓN

- ▶ ¿Para qué sirve la Selección?
- ▶ Para elegir un grupo de individuos de la población (cromosomas) para que luego se reproduzcan.



## OPERADORES GENÉTICOS - SELECCIÓN

- ▶ Operadores de selección:

- ✓ Selección por Ruleta (Roulette wheel selection (RWS) o Fitness proportionate selection (FPS))
- ✓ Selección por Torneo (Tournament selection (TS))
- ✓ Selección por Ranking (Linear rank selection (LRS))
- ✓ Otros



## OPERADORES GENÉTICOS - SELECCIÓN

- ✓ Selección por Ruleta
- ✓ Selección por Torneo
- ✓ Selección por Ranking



## OPERADOR DE SELECCIÓN - SELECCIÓN PROPORCIONAL DE APTITUD (FPS)

- ▶ También llamado "Roulette Wheel".
- ▶ El FPS es el operador de selección original de Holland.
- ▶ La probabilidad de que un individuo sea seleccionado para reproducirse es la aptitud de ese individuo dividida por la sumatoria de aptitudes de la población.

$$P_s = \frac{f(i)}{\sum_{i=1}^N f(i)}$$



## OPERADOR DE SELECCIÓN - SELECCIÓN PROPORCIONAL DE APTITUD (FPS)

- ▶ Este método (**ruleta**) está basado en el conocimiento de toda la población.
- ▶ **Población muy grande** o está excesivamente distribuida la selección por **ruleta** requiere mucho tiempo de procesamiento (> costo computacional).

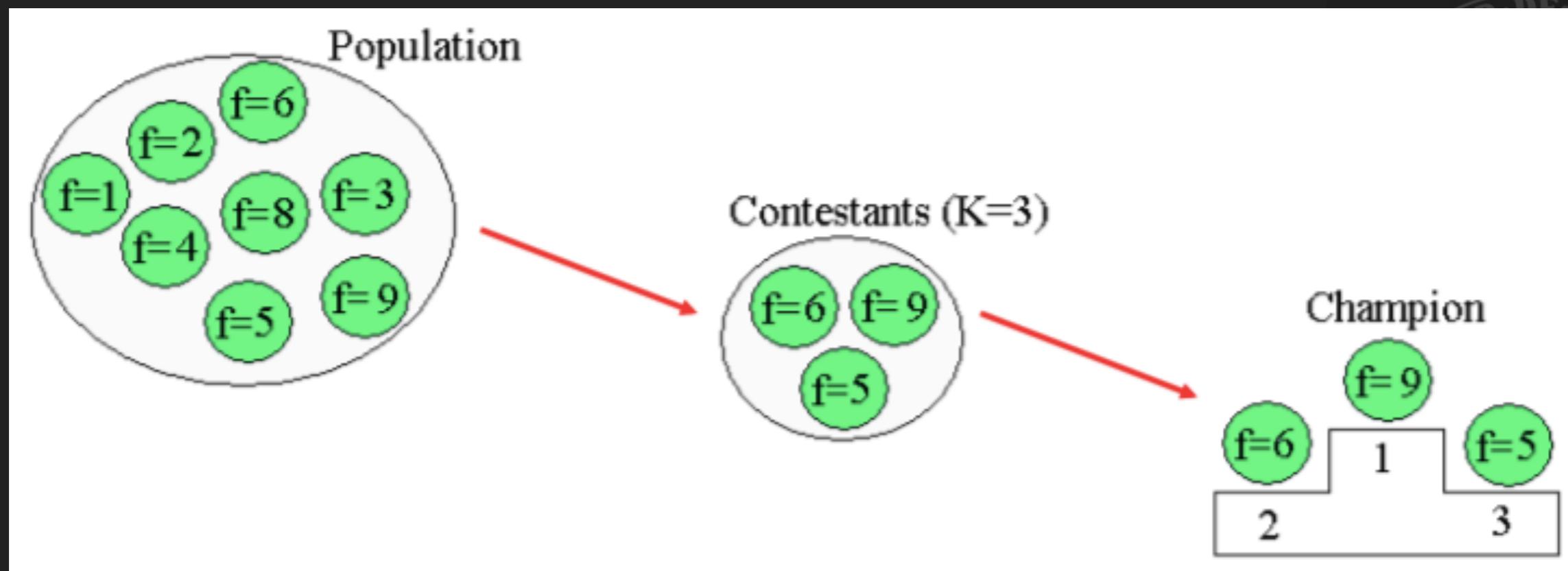


## OPERADORES GENÉTICOS - SELECCIÓN

- ✓ Selección por Ruleta
- ✓ Selección por Torneo
- ✓ Selección por Ranking



## OPERADOR DE SELECCIÓN - SELECCIÓN POR TORNEO (I)



## OPERADOR DE SELECCIÓN - SELECCIÓN POR TORNEO (II)

$I_1 = 100011101 <- f(I_1)$

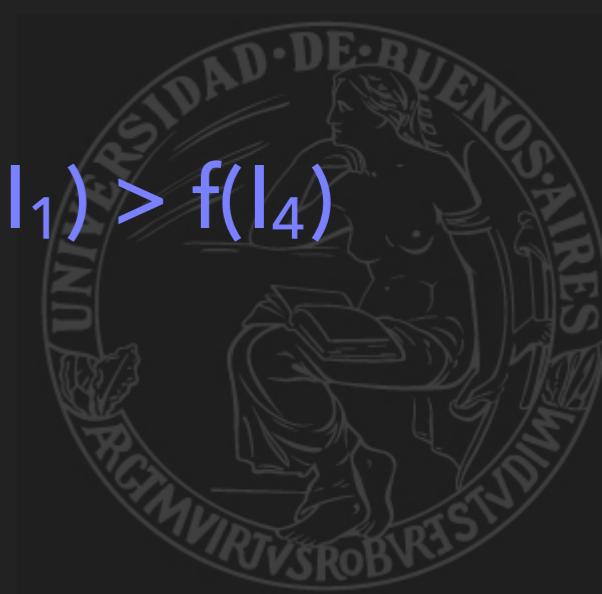
$I_2 = 000010010$

$I_3 = 101011010$

$I_4 = 010111010 <- f(I_4)$

Comparo:  $f(I_1) > f(I_4)$

Se selecciona  $f(I_1)$  si el problema es de maximización



## OPERADOR DE SELECCIÓN - SELECCIÓN POR TORNEO (III)

### ► Selección por torneos

- ✓ No requiere ningún conocimiento de la población, ni una medida cuantificable de calidad.
- ✓ Se basa en comparar y clasificar a dos o más individuos cualesquiera.



## OPERADORES GENÉTICOS - SELECCIÓN

- ✓ Selección por Ruleta
- ✓ Selección por Torneo
- ✓ Selección por Ranking



## OPERADORES GENÉTICOS - SELECCIÓN

### ✓ Selección por Ranking

- Linear Ranking Selection
- Exponential Ranking Selection
- Boltzmann Selection
- Otros



## OPERADORES GENÉTICOS - SELECCIÓN

- Linear Ranking Selection

Individual	Fitness	Rank	$P_{selLR} \ (s = 2)$	$P_{selLR} \ (s = 1.5)$
A	1	0	0	0.167
B	4	1	0.33	0.33
C	5	2	0.67	0.5

- Se genera un número aleatorio  $r$ , si  $r \leq P_{selLR}$  se elige al individuo de rango  $i$ .

# OPERADOR DE SELECCIÓN - SELECCIÓN POR RANKING (I)

## ► Selección por ranking lineal (pasos)

- ✓ Se ordena la población por aptitud en forma ascendente.
- ✓ Se asigna Rango = 0 al peor individuo y Rango = N-1 al mejor.
- ✓ Se calcula la probabilidad de selección del individuo  $i$  según:

$$P_i = \frac{2 - s}{N} + \frac{2i(s - 1)}{N(N - 1)}$$

donde:

- $P_i$  es la probabilidad de selección del individuo de rango  $i$ ,
- $s$  es el parámetro de selección ( $1 < s \leq 2$ ),
- $N$  es el tamaño de la población,
- $i$  es la posición o rango del individuo (0 es el peor y  $N-1$  es el mejor)



# OPERADORES GENÉTICOS - CRUZA

✓ Selección

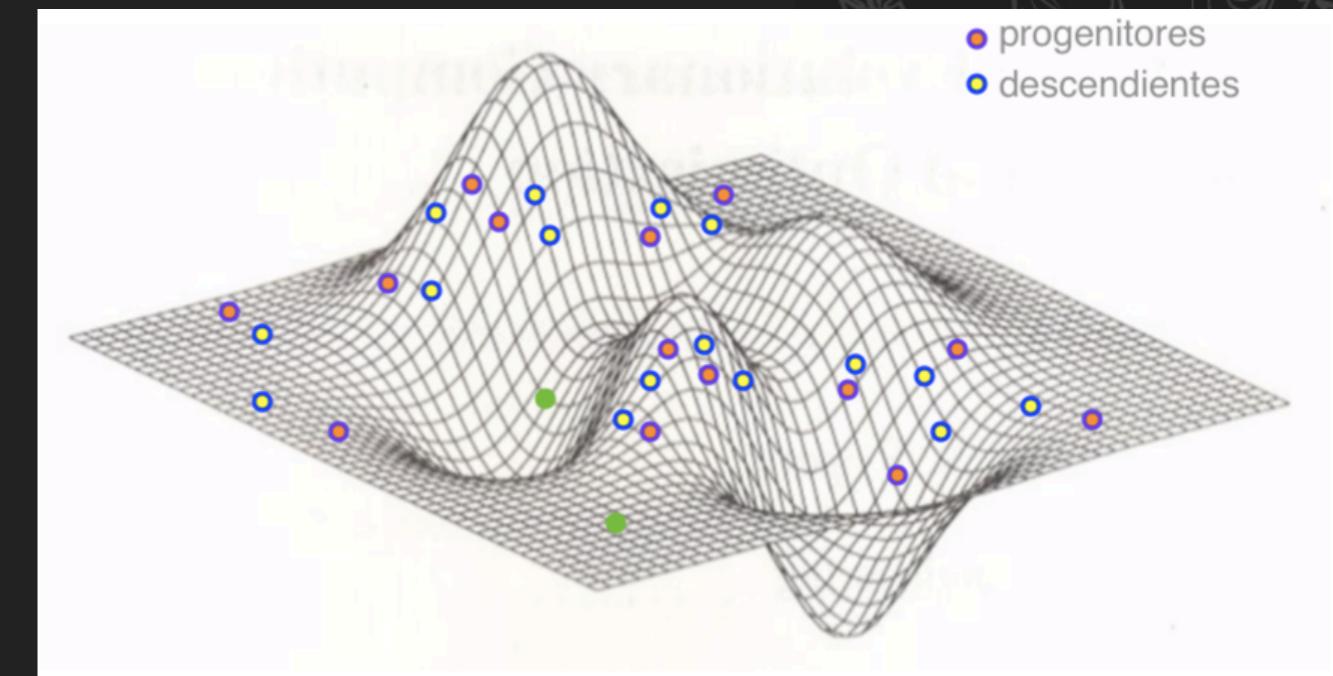
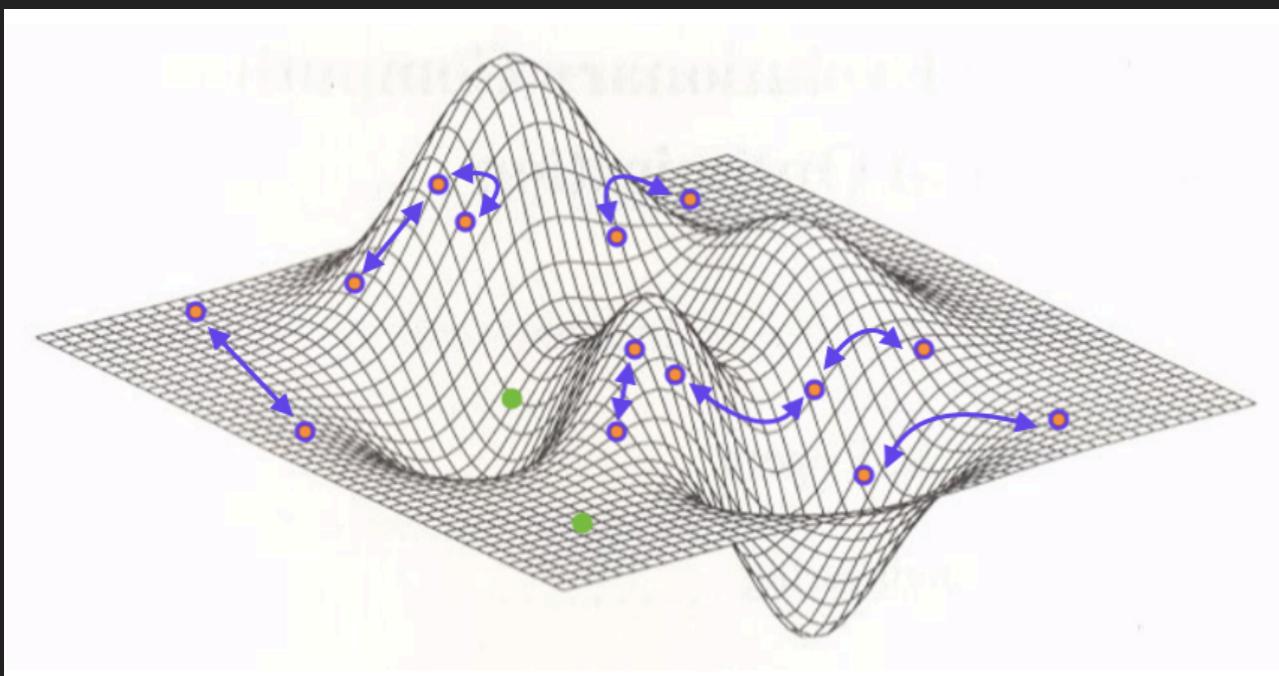
✓ Cruza

✓ Mutación



## OPERADORES GENÉTICOS - CRUZA

- ▶ ¿Para qué sirve la **Cruza**?
- ▶ Genera **nuevos individuos** (descendientes) combinando características de sus progenitores.



## OPERADORES GENÉTICOS - CRUZA

- ▶ Se asigna un número aleatorio entre 0 y 1 a cada individuo seleccionado.

$$I_1 = 100011101 \rightarrow r_1 = 0.39$$

$$I_2 = 001011010 \rightarrow r_2 = 0.92$$

$$I_3 = 001011010 \rightarrow r_3 = 0.06$$

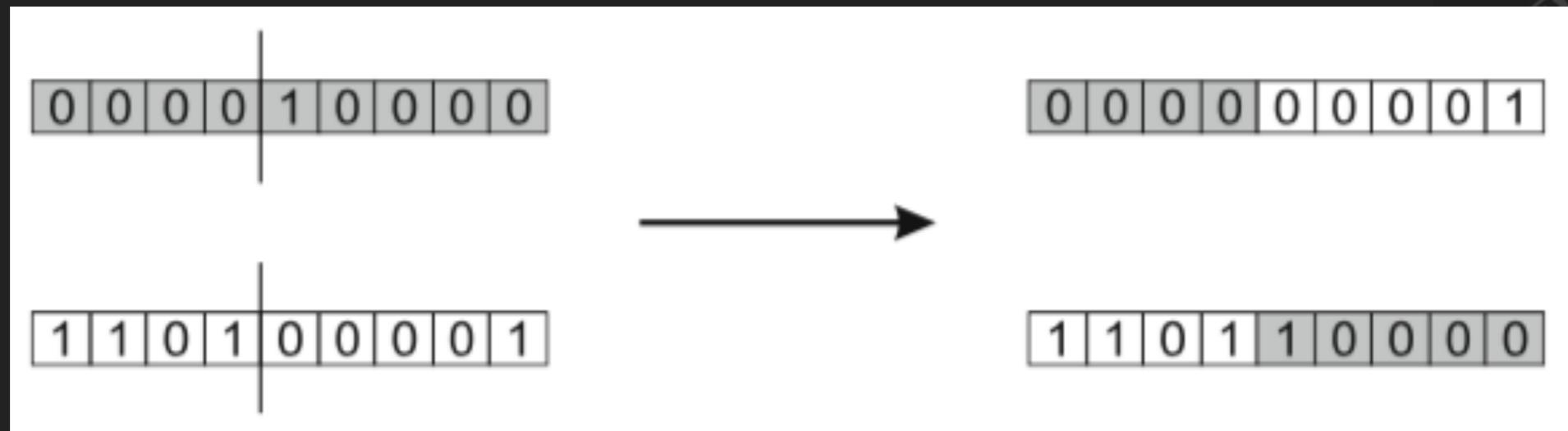
...

$$I_N = 110111010 \rightarrow r_N = 0.27$$

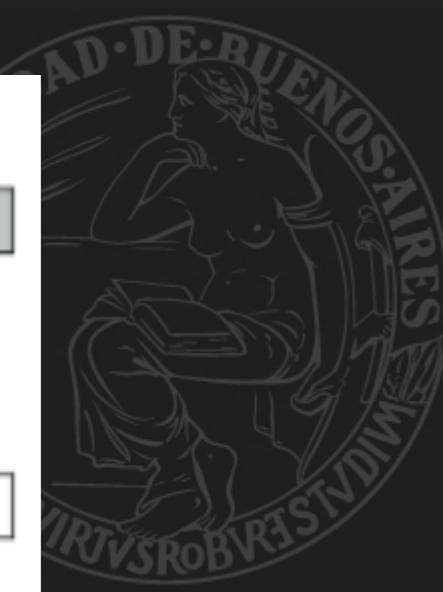
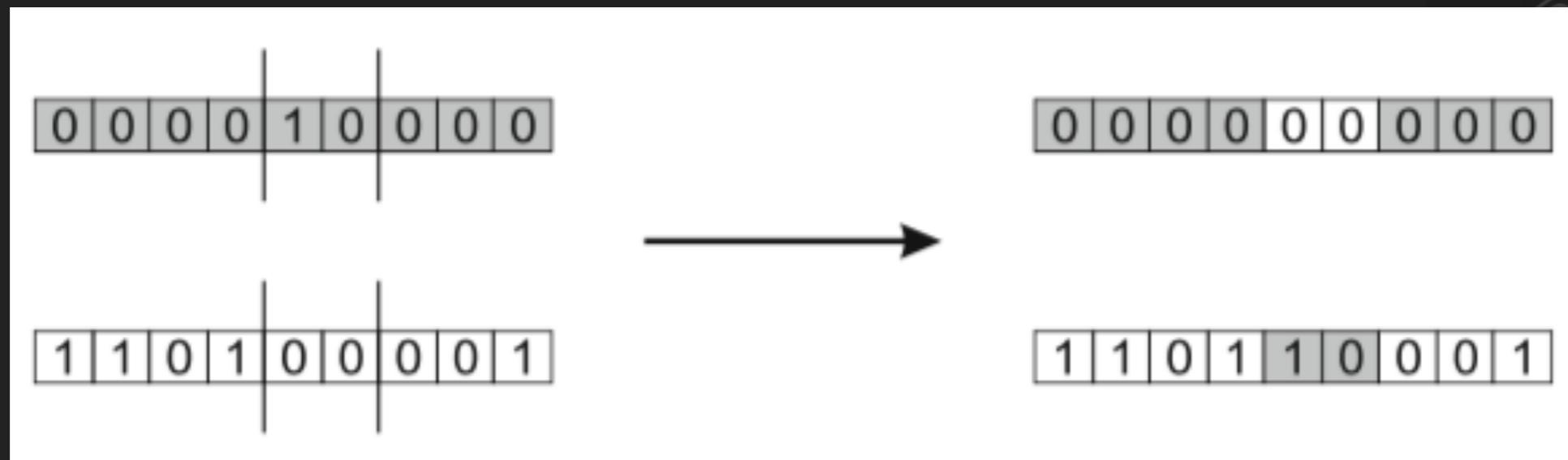
- ▶ Se comparan los  $r_i$  con una probabilidad de cruza preestablecida en el algoritmo.  
Ejemplo:  $p_{\text{cruza}} = 0.8$
- ▶ Si  $r_i < p_{\text{cruza}}$  entonces se produce la cruza entre los individuos que cumplen con esa condición.



# CRUZA MONOPUNTO

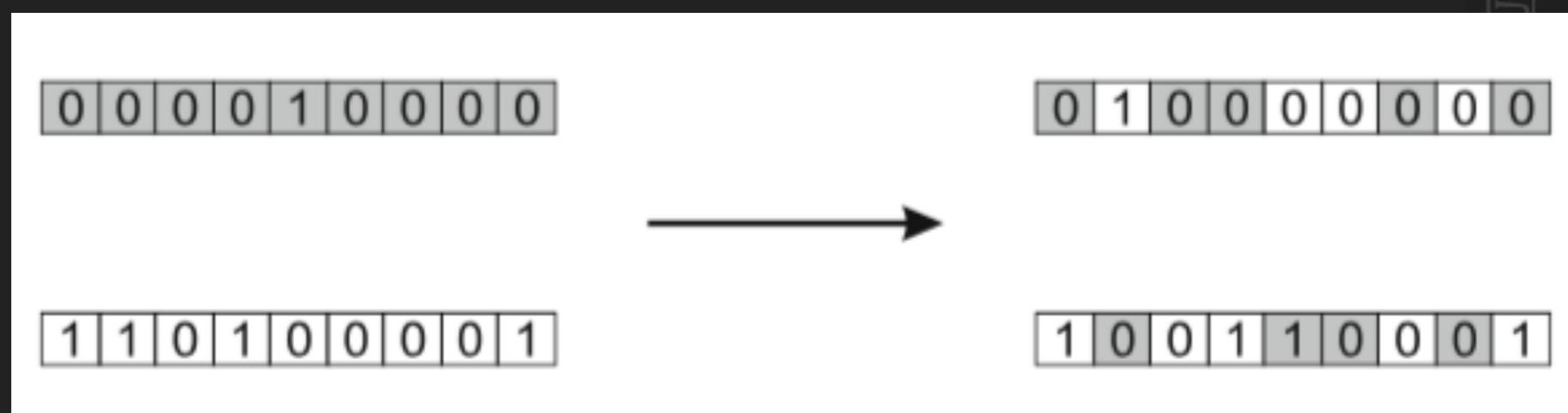


# CRUZA MULTIPUNTO



## CRUZA UNIFORME

- Para cada posición (gen) se decide aleatoriamente si se intercambian las posiciones.



## OPERADORES GENÉTICOS - SELECCIÓN

✓ Selección

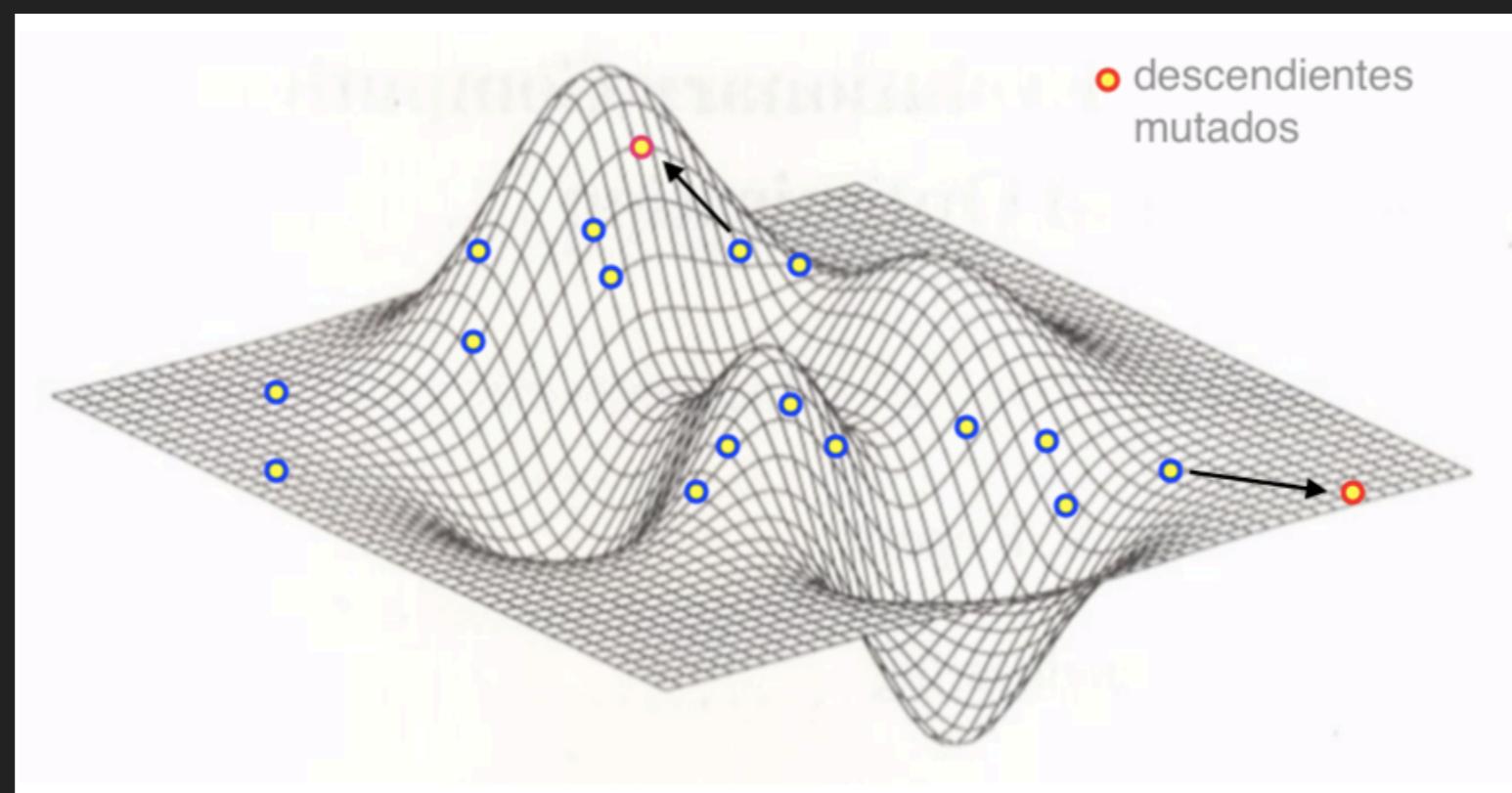
✓ Cruza

✓ Mutación



## OPERADORES GENÉTICOS - SELECCIÓN

- ▶ ¿Para qué sirve la **Mutación**?
- ▶ Introduce **variabilidad** en la población para evitar la convergencia prematura.



## MUTACIÓN

- ▶ Consiste en alterar un alelo ubicado en un gen elegido aleatoriamente



- ▶ Se emplea una probabilidad  $P_m$  muy baja generalmente.
- ▶ Para cada gen de un individuo se genera un número aleatorio  $R_m$  en el intervalo  $(0, 1)$  y se compara con  $P_m$
- ▶ Si  $R_m < P_m$  se muta el alelo correspondiente al gen correspondiente.



# PROPÓSITO DE LA MUTACIÓN



- ▶ La mutación tiene como objetivo principal introducir diversidad genética en la población.
- ▶ Sin mutación, los algoritmos genéticos corren el riesgo de converger prematuramente hacia una solución subóptima, ya que podría no haber suficiente exploración del espacio de búsqueda.



## TASA (O PROBABILIDAD) DE MUTACIÓN

- ▶ La tasa de mutación (**Pm**) es un parámetro crítico que debe ajustarse con cuidado.
- ▶ Pm demasiado alta => búsqueda excesivamente aleatoria y **dificulta la convergencia** hacia soluciones óptimas.
- ▶ Pm demasiado baja => puede no introducir suficiente **variabilidad** en la población y el algoritmo podría quedarse estancado en mínimos locales.
- ▶ Se utiliza por lo general **Pm = 0.1 o inferior**



## COMO REEMPLAZAR A LOS PROGENITORES

- ▶ En el **modelo generacional**, la nueva población de descendientes sustituye completamente a la anterior.
- ▶ El no reemplazar al mejor cromosoma (o a los mejores cromosomas) de la población se conoce como **Elitismo**
- ▶ El **Elitismo** se utiliza en los modelos generacionales con la finalidad de no perder la mejor (o las mejores) solución/es encontrada/s.



## EJEMPLO (MAXIMIZAR $X^2$ Y SELECCIÓN POR RULETA)

- ▶ Maximizar la función  $f(x) = x^2$  en el intervalo  $[0, 31]$
- ▶ Representación (binario):  $2^5 = 32 \rightarrow 5$  dígitos, 0 (00000) a 31 (11111)
- ▶  $1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 31$
- ▶ Suponemos una población inicial  $N = 4$
- ▶ Población inicial aleatoria:

I<sub>1</sub> = 01101

I<sub>2</sub> = 01000

I<sub>3</sub> = 11000

I<sub>4</sub> = 10011



## EJEMPLO (MAXIMIZAR X<sup>2</sup> Y SELECCIÓN POR RULETA)

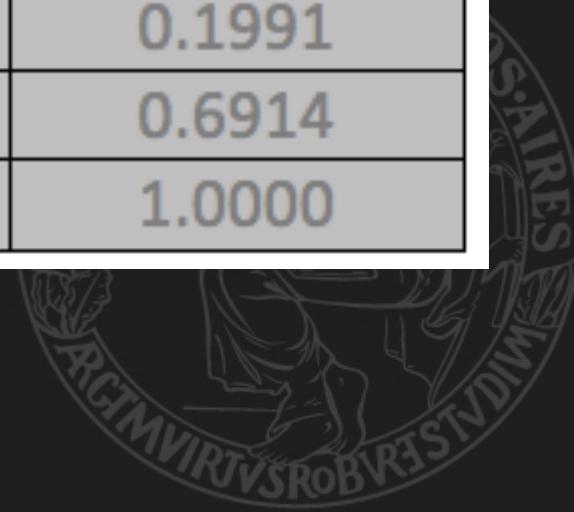
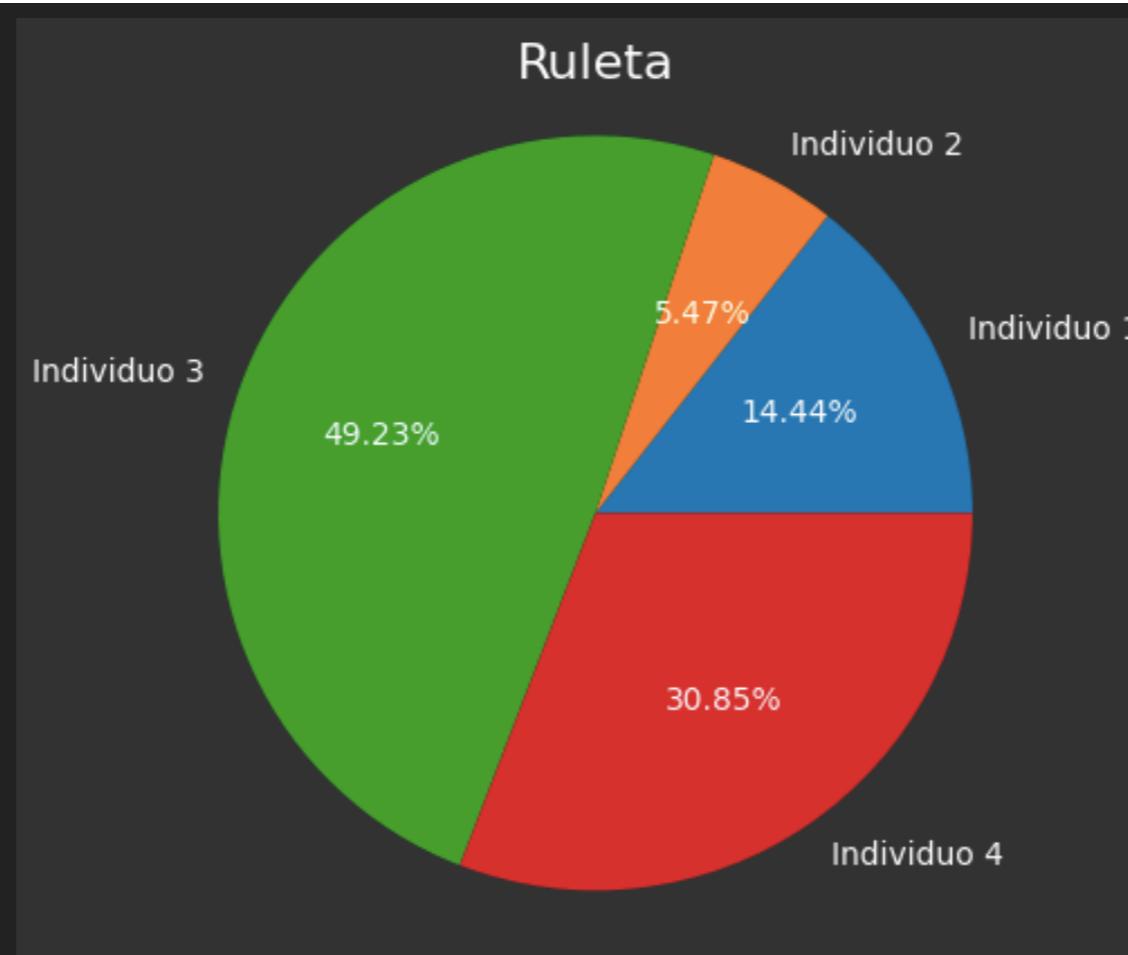
### ► Iteración 1

Individuo	Población	X	f(x) = x <sup>2</sup>	Aptitud	Probabilidad acumulada
1	01101	13	169	169/1170≈0.1444	0.1444
2	01000	8	64	64/1170≈0.0547	0.1991
3	11000	24	576	576/1170≈0.4923	0.6914
4	10011	19	361	361/1170≈0.3085	1.0000

►  $\sum f(x) = 169 + 64 + 576 + 361 = 1170$

## EJEMPLO (MAXIMIZAR $X^2$ Y SELECCIÓN POR RULETA)

Individuo	Población	X	$f(x) = x^2$	Aptitud	Probabilidad acumulada
1	01101	13	169	$169/1170 \approx 0.1444$	0.1444
2	01000	8	64	$64/1170 \approx 0.0547$	0.1991
3	11000	24	576	$576/1170 \approx 0.4923$	0.6914
4	10011	19	361	$361/1170 \approx 0.3085$	1.0000



## EJEMPLO (MAXIMIZAR $X^2$ Y SELECCIÓN POR RULETA)

- ▶ Para cada individuo se genera un numero aleatorio con probabilidad uniforme.
- ▶  $[r_1 \ r_2 \ r_3 \ r_4] = [0.58 \ 0.84 \ 0.11 \ 0.43]$
- ▶ 4 lanzamientos de ruleta



Individuo	Población	X	$f(x) = x^2$	Aptitud	Probabilidad acumulada
1	01101	13	169	$169/1170 \approx 0.1444$	0.1444
2	01000	8	64	$64/1170 \approx 0.0547$	0.1991
3	11000	24	576	$576/1170 \approx 0.4923$	0.6914
4	10011	19	361	$361/1170 \approx 0.3085$	1.0000

## EJEMPLO (MAXIMIZAR X<sup>2</sup> Y SELECCIÓN POR RULETA)

- ▶  $[r_1 \ r_2 \ r_3 \ r_4] = [0.58 \ 0.84 \ 0.11 \ 0.43]$
- ▶  $0.1991 < r_1 = 0.58 < 0.6914 \rightarrow$  se selecciona a  $I_3$
- ▶  $0.6914 < r_2 = 0.84 < 1.000 \rightarrow$  se selecciona a  $I_4$
- ▶  $0.0 < r_3 = 0.11 < 0.1444 \rightarrow$  se selecciona a  $I_1$
- ▶  $0.1991 < r_4 = 0.43 < 0.6914 \rightarrow$  se selecciona a  $I_3$



Individuo	Población	X	$f(x) = x^2$	Aptitud	Probabilidad acumulada
1	01101	13	169	$169/1170 \approx 0.1444$	0.1444
2	01000	8	64	$64/1170 \approx 0.0547$	0.1991
3	11000	24	576	$576/1170 \approx 0.4923$	0.6914
4	10011	19	361	$361/1170 \approx 0.3085$	1.0000

## EJEMPLO (MAXIMIZAR $X^2$ Y SELECCIÓN POR RULETA)

- ▶ Progenitores:

I3 con I4 (11000 con 10011)

I1 con I3 (01101 con 11000)

- ▶ Suponemos cruza monopunto luego del gen 2



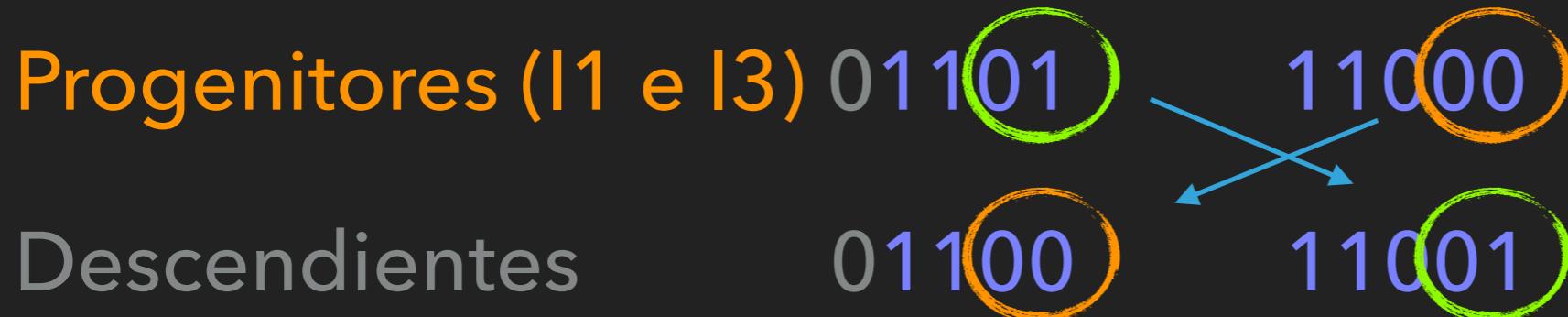
## EJEMPLO (MAXIMIZAR $X^2$ Y SELECCIÓN POR RULETA)

- ▶ Progenitores:

I3 con I4 (11000 con 10011)

I1 con I3 (01101 con 11000)

- ▶ Suponemos cruza monopunto luego del gen 3

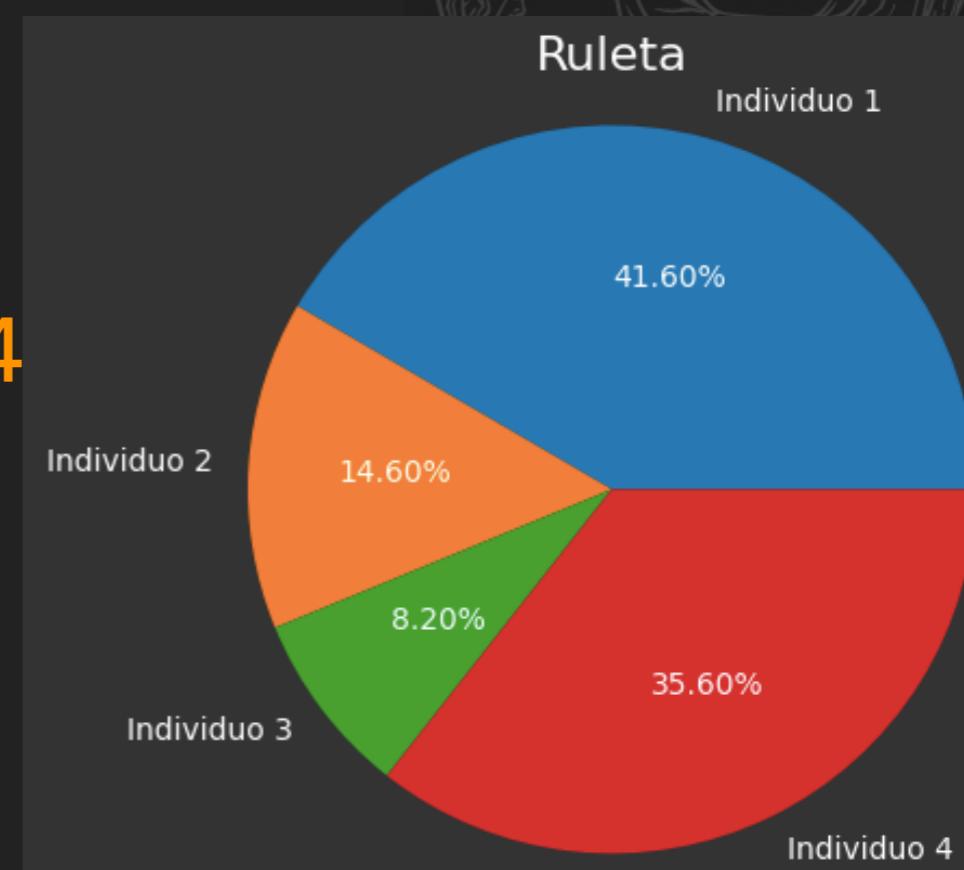


## EJEMPLO (MAXIMIZAR $X^2$ Y SELECCIÓN POR RULETA)

Individuo	Población	X	$f(x) = x^2$	Aptitud	Probabilidad acumulada
1'	11011	27	729	729/1754≈0.416	0.416
2'	10000	16	256	256/1754≈0.146	0.562
3'	01100	12	144	144/1754≈0.082	0.644
4'	11001	25	625	625/1754≈0.356	1.0000

▶ Iteración 2

$$\nabla f(x) = 729 + 256 + 144 + 625 = 1754$$



## EJEMPLO (MAXIMIZAR $X^2$ Y SELECCIÓN POR RULETA)

- ▶ Para cada individuo  $I'$  se genera un numero aleatorio con probabilidad uniforme.
- ▶  $[r_1 \ r_2 \ r_3 \ r_4] = [0.62 \ 0.7 \ 0.47 \ 0.79]$
- ▶ ¿Cuales serán los individuos seleccionados?



Individuo	Población	X	$f(x) = x^2$	Aptitud	Probabilidad acumulada
1'	11011	27	729	729/1754≈0.416	0.416
2'	10000	16	256	256/1754≈0.146	0.562
3'	01100	12	144	144/1754≈0.082	0.644
4'	11001	25	625	625/1754≈0.356	1.0000

## EJEMPLO (MAXIMIZAR X<sup>2</sup> Y SELECCIÓN POR RULETA)

- ▶  $[r_1' \ r_2' \ r_3' \ r_4'] = [0.62 \ 0.7 \ 0.47 \ 0.79]$
- ▶  $0.562 < r_1' = 0.62 < 0.644 \rightarrow$  se selecciona a  $I_{3'}$
- ▶  $0.644 < r_2' = 0.7 < 1.000 \rightarrow$  se selecciona a  $I_{4'}$
- ▶  $0.416 < r_3' = 0.47 < 0.562 \rightarrow$  se selecciona a  $I_{2'}$
- ▶  $0.644 < r_4' = 0.79 < 1.000 \rightarrow$  se selecciona a  $I_{4'}$



Individuo	Población	X	$f(x) = x^2$	Aptitud	Probabilidad acumulada
1'	11011	27	729	729/1754≈0.416	0.416
2'	10000	16	256	256/1754≈0.146	0.562
3'	01100	12	144	144/1754≈0.082	0.644
4'	11001	25	625	625/1754≈0.356	1.0000

## EJEMPLO (MAXIMIZAR $X^2$ Y SELECCIÓN POR RULETA)

- ▶ Progenitores:

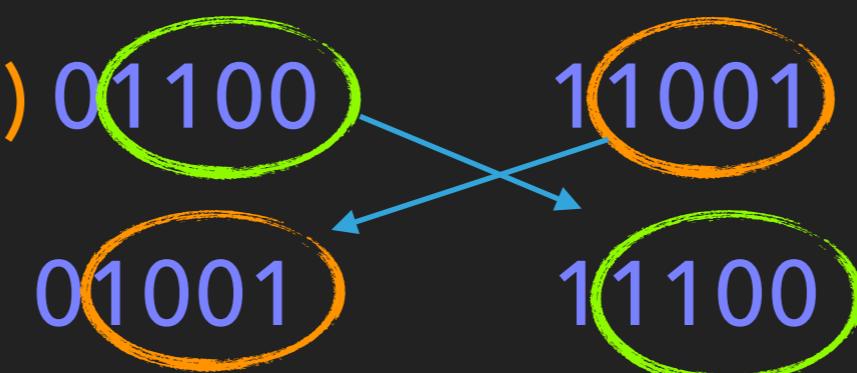
I3' con I4' (01100 con 11001)

I2' con I4' (10000 con 11001)

- ▶ Suponemos cruza monopunto luego del gen 1

Progenitores (I3' e I4') 01100

Descendientes



## EJEMPLO (MAXIMIZAR $X^2$ Y SELECCIÓN POR RULETA)

- ▶ Progenitores:

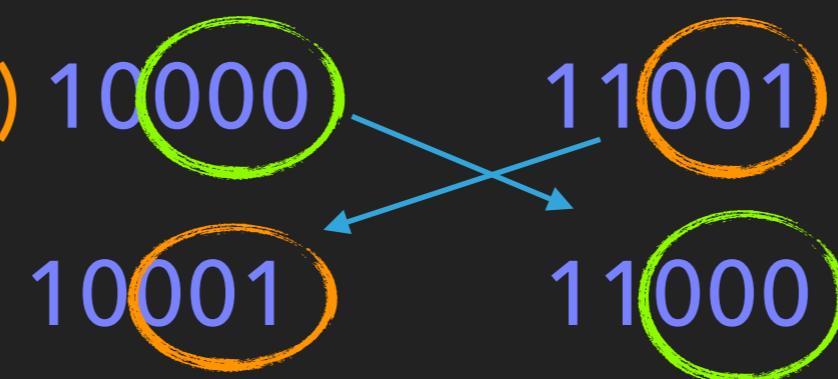
I3' con I4' (01100 con 11001)

I2' con I4' (10000 con 11001)

- ▶ Suponemos cruza monopunto luego del gen 2

Progenitores (I2' e I4') 10000

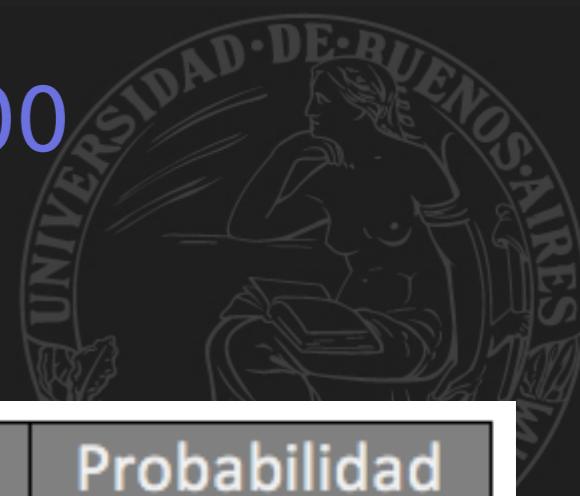
Descendientes



## EJEMPLO (MAXIMIZAR $X^2$ Y SELECCIÓN POR RULETA)

- ▶ Nuevos progenitores:

$$I1'' = 01001, I2'' = 11100, I3'' = 10001, I4'' = 11000$$



Individuo	Población	X	$f(x) = x^2$	Aptitud	Probabilidad acumulada
1''	01001	9	81	81/1730≈0.047	0.047
2''	11100	28	784	784/1730≈0.453	0.500
3''	10001	17	289	289/1730≈0.167	0.667
4''	11000	24	576	576/1730≈0.333	1.0000

## EJEMPLO (MAXIMIZAR $X^2$ Y SELECCIÓN POR RULETA)

- ▶ Continuar iterando (producir nuevas generaciones) hasta alcanzar el óptimo exacto o aproximado....



## COMO ESTABLECER PRECISIÓN CON DECIMALES EN UN INDIVIDUO BINARIO.

- ▶ Supongamos que debemos optimizar la siguiente función objetivo:

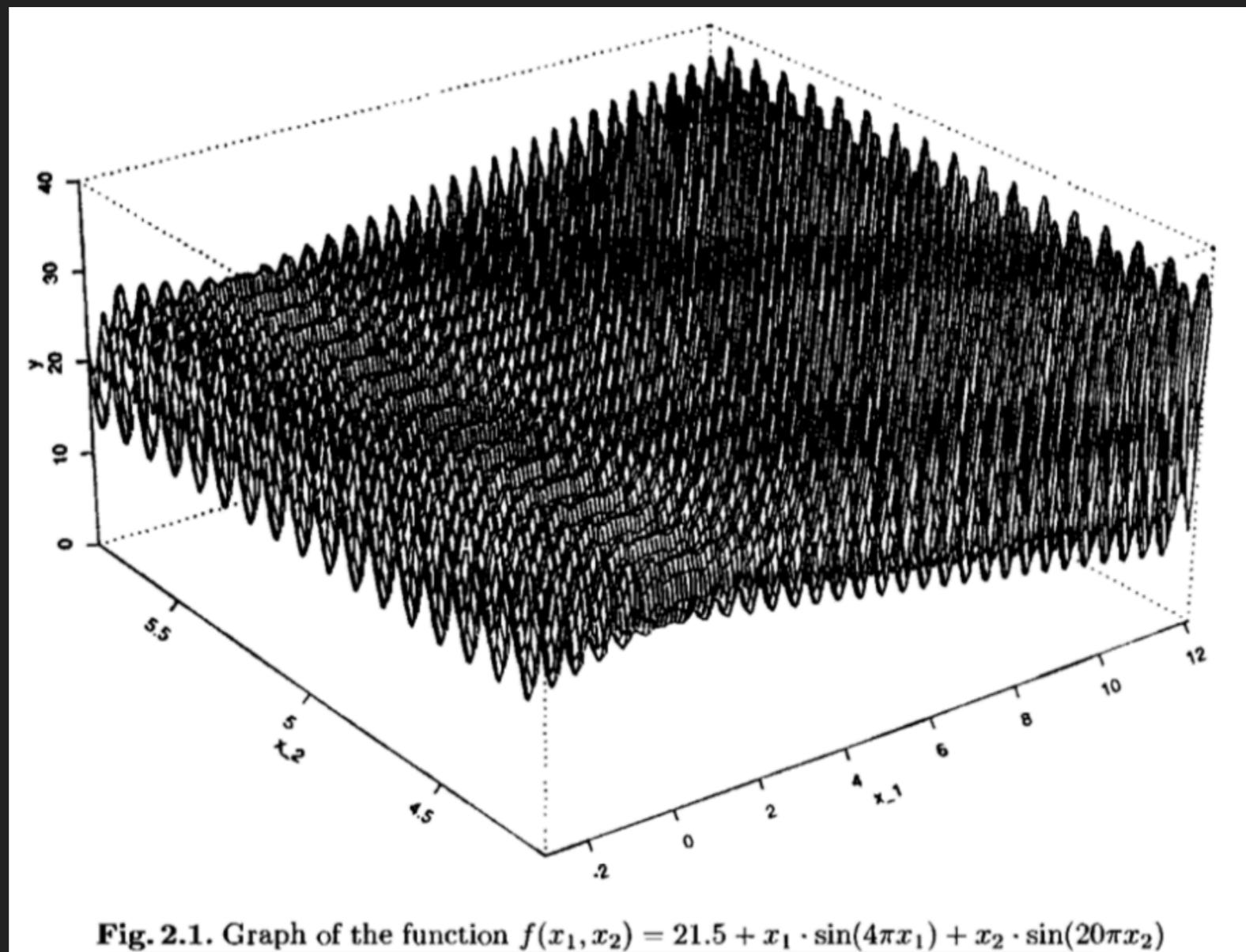
$$f(x_1, x_2) = 21.5 + x_1 \cdot \sin(4\pi x_1) + x_2 \cdot \sin(20\pi x_2)$$

- ▶ Donde:

$$-3.0 \leq x_1 \leq 12.1 \text{ and } 4.1 \leq x_2 \leq 5.8.$$

## COMO ESTABLECER PRECISIÓN CON DECIMALES EN UN INDIVIDUO BINARIO.

- ▶ Gráficamente la función es:



## COMO ESTABLECER PRECISIÓN CON DECIMALES EN UN INDIVIDUO BINARIO.

- ▶ Supongamos que queremos definir una precisión de 4 decimales.
- ▶ Como  $x_1$  tiene límites superior e inferior de:  
$$[-3.0, 12.1]$$
- ▶ La diferencia de estos límites me indica el rango de  $x_1$ , es decir, 15.1
- ▶ Por tanto el rango debería ser dividido en al menos  $15.1 * 10000$  rangos de igual tamaño.
- ▶ En binario significa que son 18 bits los necesarios:  $2^{17} < 151000 \leq 2^{18}$



## COMO ESTABLECER PRECISIÓN CON DECIMALES EN UN INDIVIDUO BINARIO.

- ▶ Veamos para  $x_2$ :
- ▶ Tenemos:  $[4.1, 5.8]$  o sea, el rango es 1.7
- ▶ Se requiere por tanto:  $1.7 \cdot 10000$
- ▶ Esto es:  $2^{14} < 17000 \leq 2^{15}$ , es decir, 15 bits.



## COMO ESTABLECER PRECISIÓN CON DECIMALES EN UN INDIVIDUO BINARIO.

- ▶ Por tanto el tamaño del cromosoma será:  $m = 18+15 = 33$
- ▶ 18 bits para  $x_1$  y 15 bits para  $x_2$
- ▶ Un cromosoma aleatorio podría ser el siguiente:  
 $(01000100101101000011110010100010)$
- ▶ Si tomo los primeros 18 bits ( $x_1$ ):

$$x_1 = -3.0 + \text{decimal}(010001001011010000_2) \cdot \frac{12.1 - (-3.0)}{2^{18}-1} = -3.0 +$$

$$70352 \cdot \frac{15.1}{262143} = -3.0 + 4.052426 = 1.052426.$$



## COMO ESTABLECER PRECISIÓN CON DECIMALES EN UN INDIVIDUO BINARIO.

- ▶ Si tomo los 15 bits restantes (x2):

$$x_2 = 4.1 + \text{decimal}(111110010100010_2) \cdot \frac{5.8 - 4.1}{2^{15} - 1} = 4.1 + 31906 \cdot \frac{1.7}{32767} =$$

$$4.1 + 1.655330 = 5.755330$$

- ▶ El par x1, x2:  $\langle x_1, x_2 \rangle = \langle 1.052426, 5.755330 \rangle$
- ▶ La función evaluada para el par x1,x2 es:

$$f(1.052426, 5.755330) = 20.252640$$



## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS Y WEB

- ▶ Eiben, A. E., & Smith, J. E. (2015). *Introduction to evolutionary computing*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- ▶ Holland, J. H. (1992). *Adaptation in natural and artificial systems: an introductory analysis with applications to biology, control, and artificial intelligence*. MIT press.
- ▶ Mitchell, M. (1998). *An introduction to genetic algorithms*. MIT press.
- ▶ Michalewicz Z. (1996). *Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs*. Springer Verlag.

