

EXAMEN PARCIAL I

Instrucciones Generales

- El examen consta de 4 preguntas que suman 100 puntos, para ser respondidas en un tiempo de 3 horas.
- Se evalúan los temas de probabilidad, variables aleatorias, distribuciones de probabilidad y esperanza matemática.
- El examen se realiza en parejas. Se entrega un cuaderno de examen por pareja.
- Para aquellos ejercicios en donde los cálculos sean requeridos, detalle los procedimientos que le llevaron a las soluciones. Recuerde que este es un curso de matemática, y por consiguiente las respuestas telegráficas no se aceptarán.
- La presentación de únicamente resultados, implicarán anulación de la respuesta, y por lo tanto la asignación de un cero (0) a la respuesta.
- A la hora de realizar el trabajo debe mantener el orden y la organización. Lo que no se entiende no se califica.
- Puede hacer uso de una calculadora no programable y del material visual de los expertos generado en su equipo de trabajo colaborativo (solo un conjunto de material visual).

1. (20pts) Con el fin de conocer su mercado, una empresa desarrolladora de videojuegos realiza una encuesta a 600 personas de entre 16 y 35 años. La encuesta consta de 2 partes. La primera parte de la encuesta pregunta los tipos de juegos que le interesan a la persona: videojuegos o juegos de mesa. Una persona puede elegir una de las dos opciones, ambas o ninguna. La segunda parte de la encuesta pregunta simplemente si ha leído alguna de las obras de H.P. Lovecraft. La siguiente tabla resume los resultados de esta encuesta:

	Ninguno	Videojuegos	Juegos de Mesa	Ambos	Total
No ha leído	50	165	25	120	360
Sí ha leído	150	10	50	30	240
Total	200	175	75	150	600

Sea V el evento correspondiente a que una persona le gusten los videojuegos, M el evento de que una persona le gusten los juegos de mesa, y L el evento que una persona haya leído las obras de H.P. Lovecraft. Con base en esto, calcule:

- (5pts) ¿Cuál es la probabilidad de que una persona haya leído las obras de H.P. Lovecraft?
- (5pts) ¿Cuál es la probabilidad de que una persona le gusten los juegos de mesa o los videojuegos?
- (5pts) Si sabemos que una persona dada le gustan los juegos de mesa o los videojuegos (o ambos), ¿cuál es la probabilidad que haya leído las obras de H.P. Lovecraft?
- (5pts) Si sabemos que a una persona ha leído las obras de H.P. Lovecraft, ¿cuál es la probabilidad de que no le gusten los juegos de mesa ni los videojuegos?

2. **(10pts)** Un instituto interesado en la salud mental de la población está realizando un estudio en la población universitaria para determinar si los estudiantes reciben suficientes horas de sueño. Particularmente, para la carrera de Computación e Informática, han determinado la siguiente información:

1. 45% de los estudiantes son de primer año, y de estos, 20% duermen menos de 8 horas.
2. 30% de los estudiantes son de segundo año, y de estos, 45% duermen menos de 8 horas.
3. 15% de los estudiantes son de tercer año, y de estos, 60% duermen menos de 8 horas.
4. 10% de los estudiantes son de cuarto año, y de estos, 25% duermen menos de 8 horas.

Sea A, B, C y D el conjunto de estudiantes de primer, segundo, tercer y cuarto año, y E el conjunto de estudiantes que duerme menos de 8 horas:

- a. (5pts) ¿Cuál es la probabilidad de que un estudiante cualquiera duerma menos de 8 horas?
 - b. (5pts) Dado que un estudiante duerme menos de 8 horas, ¿cuál es la probabilidad de que sea de segundo año?
3. **(40pts)** Un laboratorio de computación de una universidad consta de 10 computadoras, cada computadora tiene una probabilidad de fallar de 0.1.
- a. (5pts) Encuentre la función de distribución de probabilidad de la variable aleatoria X , la cual cuenta el número de computadoras que fallan del laboratorio.
 - b. (5pts) El laboratorio está disponible a los estudiantes solamente si el 80% o más de sus computadoras están en buen estado. ¿Cuál es la probabilidad de que el laboratorio esté abierto a los estudiantes?
 - c. (10pts) Suponga que se sabe que hay 5 computadoras que presentan fallas: 3 fallas de hardware y 2 fallas de software. Se desea seleccionar al azar 3 computadoras con fallas para remplazarlas. Si Y es el número de computadoras que tienen fallas de hardware, y Z es el número de computadoras que tienen fallas de software, dar la función de distribución de probabilidad conjunta y la tabla de la distribución conjunta de (Y, Z) . Además, debe mostrar los valores de las distribuciones marginales.
 - d. (5pts) ¿Son independientes las variables aleatorias Y y Z del ejercicio anterior? Justifique.
 - e. (5pts) ¿Cuál es la probabilidad de que el número de computadoras con fallas de hardware remplazadas sea mayor que el número de computadoras con fallas de software?
 - f. (10pts) Calcule la covarianza de Y y Z .
4. **(30pts)** Se ha verificado que la variable X = "peso en kilos de los niños al nacer" es una variable aleatoria continua con función de densidad

$$f(x) = \begin{cases} kx & 2 \leq x \leq 4 \\ 0 & \text{otro caso} \end{cases}$$

Se pide:

- a. (5pts) Calcule k para que $f(x)$ sea función de densidad.
 - b. (10pts) Calcule la media, la varianza y la desviación estándar.
 - c. (5pts) ¿Cuál es la probabilidad de que un niño elegido al azar pese más de 3 kilos?
 - d. (5pts) ¿Cuál es la probabilidad de que un niño elegido al azar pese exactamente 2,5 kilos?
 - e. (5pts) ¿Cuál es la probabilidad de que un niño elegido al azar pese entre 2 y 3,5 kilos?
5. **(10pts) EXTRA:** Para que esta pregunta sea tomada en cuenta en la nota final del examen, debe haber contestado las preguntas anteriores en su totalidad. Debes utilizar tu pensamiento lateral para resolver el siguiente problema. Recuerde justificar su respuesta.
- "Un niño y un adulto están sentados en un tronco. El niño es hijo del adulto, pero el adulto no es el padre del pequeño. ¿Cómo es posible?"