



UNIVERSIDAD DE COSTA RICA  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
ESC. DE CC. DE LA COMP. E INFORMÁTICA



CI-1221 Estructuras de Datos y Análisis de Algoritmos  
I ciclo 2011, Grupo 03

## II EXAMEN PARCIAL

*Viernes 19 de mayo*

El examen consta de 6 preguntas que suman al menos 99 puntos, pero no se reconocerán más de 120 (20 % extra). Cada pregunta empieza con un indicador de su puntaje y del tema tratado. Si la pregunta tiene subítemes, el puntaje de cada uno de ellos es indicado dentro de los subítemes. Las preguntas se pueden responder en cualquier orden pero su número debe ser indicado claramente. El examen se puede realizar con lápiz o lapicero. **No se permite el uso de calculadora.**

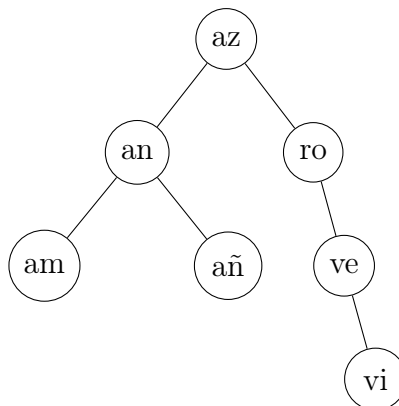
**Observación.** La mayoría de preguntas del examen utilizan como datos los siete colores del arcoíris: rojo, anaranjado, amarillo, verde, azul, añil y violeta. Sin embargo, por conveniencia del estudiante se utilizarán diminutivos para referenciarlos: *ro*, *an*, *am*, *ve*, *az*, *añ* y *vi*, respectivamente.

1. [14 pts.] *Árboles de búsqueda binarios*

Inserte en un árbol de búsqueda binario vacío los colores *ro*, *an*, *am*, *ve*, *az*, *añ* y *vi*, en ese orden, y de acuerdo a un criterio lexicográfico. Muestre el estado del árbol después de cada inserción. [2 pts. cada inserción. Después de la primera inserción incorrecta, el resto de las inserciones no suman puntos].

2. [9 pts.] *Árboles de búsqueda binarios*

Borre del siguiente árbol de búsqueda binario los colores primarios *ro*, *am* y *az*, en ese orden, y siguiendo el algoritmo de borrado estudiado en el curso. Muestre el estado del árbol después de cada borrado. [3 pts. cada borrado. Después del primer borrado incorrecto, el resto de los borrados no suman puntos].



3. [23 pts.] *Árboles rojinegros*

- a) Inserte en un árbol rojinegro vacío los elementos *ro*, *an*, *am*, *ve*, *az*, *añ* y *vi*, en ese orden, y de acuerdo a un criterio lexicográfico. Muestre el estado del árbol después de cada inserción. [3 pts. cada inserción. Después de la primera inserción incorrecta, el resto de las inserciones no suman puntos].
- b) Muestre el árbol 2-3-4 correspondiente al árbol rojinegro final producido en el punto anterior. [2 pts.]

4. [30 pts.] *Tablas hash*

Sea una tabla hash de tamaño 8 con función hash auxiliar:

$$h'(k) = \begin{cases} 0, & k \text{ empieza con A, B, C;} \\ 1, & k \text{ empieza con D, E, F;} \\ 2, & k \text{ empieza con G, H, I;} \\ 3, & k \text{ empieza con J, K, L;} \\ 4, & k \text{ empieza con M, N, O;} \\ 5, & k \text{ empieza con P, Q, R, S;} \\ 6, & k \text{ empieza con T, U, V;} \\ 7, & k \text{ empieza con W, X, Y, Z.} \end{cases}$$

Utilice las tablas suministradas abajo para mostrar cada uno de los estados por los que pasa la tabla hash al insertar en ella los colores primarios, *ro*, *am*, *az*, en ese orden, y luego sustituirlos uno a uno (mediante borrado e inserción), y en ese orden, por sus respectivos sucesores en el arco iris (*an*, *ve*, *añ*), y finalmente insertar el color violeta (*vi*).

Para facilitarle las cosas, no hace falta que copie todas las casillas que no cambian de una fila (estado) a la siguiente, sino que basta con que escriba solo la casilla que cambió. (Sin embargo, si prefiere hacerlo puede copiar todas las casillas.) Inicialmente las casillas vacías se asumen NIL (hasta que su valor cambie) pero las casillas borradas deben contener el valor especial DEL (aunque no hace falta copiarlo de fila a fila si no cambia). [1 pto. cada operación. Después de la primera operación incorrecta, el resto de las operaciones no suman puntos].

Realice el ejercicio utilizando cada una de las siguientes técnicas de resolución de colisiones:

- a) Direcccionamiento abierto con sondeo lineal:

$$h(k, i) = (h'(k) + i) \text{ mód } 8 + 2 \quad (i = 0, 1, \dots, 7).$$

<i>Operación</i> \ <i>Casilla</i>	2	3	4	5	6	7	8	9
INSERT( <i>ro</i> )								
INSERT( <i>am</i> )								
INSERT( <i>az</i> )								
DELETE( <i>ro</i> )								
INSERT( <i>an</i> )								
DELETE( <i>am</i> )								
INSERT( <i>ve</i> )								
DELETE( <i>az</i> )								
INSERT( <i>añ</i> )								
INSERT( <i>vi</i> )								

b) Direcccionamiento abierto con sondeo cuadrático:

$$h(k, i) = ( (h'(k) + i + i^2) \text{ mód } 8 ) + 2 \quad (i = 0, 1, \dots, 7).$$

<i>Operación</i> \ <i>Casilla</i>	2	3	4	5	6	7	8	9
INSERT( <i>ro</i> )								
INSERT( <i>am</i> )								
INSERT( <i>az</i> )								
DELETE( <i>ro</i> )								
INSERT( <i>an</i> )								
DELETE( <i>am</i> )								
INSERT( <i>ve</i> )								
DELETE( <i>az</i> )								
INSERT( <i>añ</i> )								
INSERT( <i>vi</i> )								

c) Hash doble

$$h(k, i) = ( (h'(k) + ih''(k)) \text{ mód } 8 ) + 2 \quad (i = 0, 1, \dots, 7),$$

donde  $h''(\text{ro}) = 1$ ,  $h''(\text{an}) = 2$ ,  $h''(\text{am}) = 3$ ,  $h''(\text{ve}) = 4$ ,  $h''(\text{az}) = 5$ ,  $h''(\text{añ}) = 6$  y  $h''(\text{vi}) = 7$ .

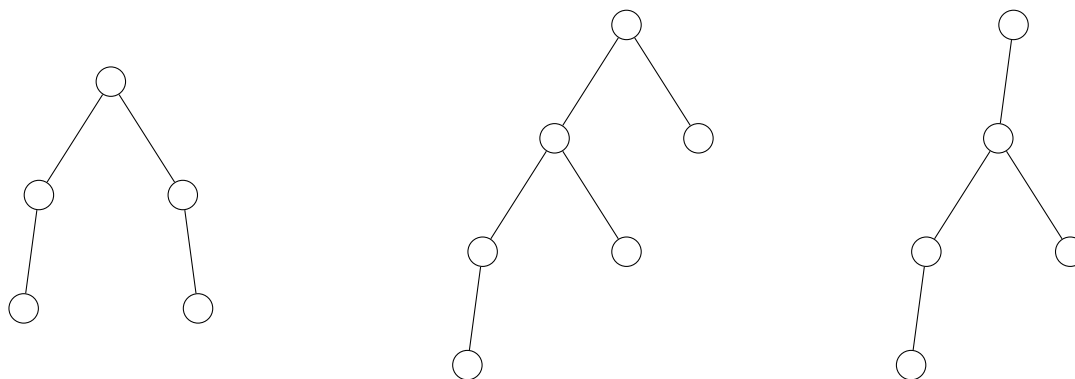
<i>Operación</i> \ <i>Casilla</i>	2	3	4	5	6	7	8	9
INSERT( <i>ro</i> )								
INSERT( <i>am</i> )								
INSERT( <i>az</i> )								
DELETE( <i>ro</i> )								
INSERT( <i>an</i> )								
DELETE( <i>am</i> )								
INSERT( <i>ve</i> )								
DELETE( <i>az</i> )								
INSERT( <i>añ</i> )								
INSERT( <i>vi</i> )								

–15–15–15

5. [3–15 pts.] *Árboles rojinegros*

Para cada uno de los siguientes árboles indique si pueden ser árboles rojinegros o no [1 pto. c/u]. Si lo pueden ser, haga un coloreo de los nodos negros de forma tal que se satisfagan las propiedades de árbol rojinegro [2 pts. c/u] y construya los árboles 2-3-4 respectivos [2 pts. c/u].

**Observación.** *Por simplicidad, no se muestran las hojas ficticias, pero las puede agregar si lo prefiere.*



6. [20 pts.] *Pilas*

Dada la siguiente expresión:  $1 + 2 + 3 == 3 * 4 / 2$

- a) Dibuje el árbol que la representa. [5,5 pts.]

**Observación.** *Por convención, si dos operadores tienen la misma precedencia se realiza primero la operación de más a la izquierda.*

- b) Escriba la lista de términos correspondiente a un recorrido del árbol en posorden. [5,5 pts.]
- c) Utilice el algoritmo siguiente para evaluar la expresión representada por la lista de términos, mostrando en la matriz adjunta el estado de la pila después de cada operación realizada sobre la pila ( $i$ -ésima fila  $\leftrightarrow i$ -ésimo estado). Para valores booleanos utilice 0 o 1, según corresponda. Los primeros 3 estados son mostrados como cortesía (no valen puntos). [1 pto. c/ estado].

Mientras haya términos por leer:

Lea un término:

- Si el término es un operando:

1. Push(op)

- Si el término es un operador:

1. y = Pop()

2. x = Pop()

3. z = x op y

4. Push(z)

1					
1	2				
3					

¿A qué famosa fórmula corresponde esta expresión? (Puede citar el nombre o la fórmula).  
[1 pto.]