



CI-1221 Estructuras de Datos y Análisis de Algoritmos
II ciclo 2010, Grupo 03

III EXAMEN PARCIAL

El examen consta de 4 preguntas que suman al menos 125 puntos, pero no se reconocerán más de 120 (20 % extra). Cada pregunta empieza con un indicador de su puntaje y del tema tratado. Si la pregunta tiene subítemes, el puntaje de cada uno de ellos es indicado dentro de los subítemes. Las preguntas se pueden responder en cualquier orden pero la numeración debe ser claramente indicada. El examen se puede realizar con lápiz o lapicero. **No se permite el uso de calculadora.**

El examen consiste en resolver el problema de la *contorsión automática del tiempo* para el reconocimiento automático del habla. Uno de los problemas que existe en el reconocimiento automático del habla es que las personas hablan con distintas velocidades. Por ejemplo, si la duración de cada fonema (unidad mínima del habla) en centésimas de segundo pronunciados por un hablante, se expresa mediante la cantidad de caracteres correspondientes al fonema concatenados, una persona hablando rápido diría ggooo111, mientras que un locutor de fútbol cantando un gol diría ggoooooooooooooooooooooooo1111111. El problema consiste en generar una correspondencia entre cada una de las casillas de una secuencia de entrada X de tamaño m (como la segunda) y una plantilla Y de tamaño n (como la primera).

Lo que hace al problema realmente difícil es que las entradas no son secuencias de caracteres como las representadas arriba, sino que son secuencias de vectores (representados como columnas) que suman la información contenida en una señal de audio. A manera de ilustración, la figura 1 muestra dos matrices (secuencias de vectores) correspondientes a la misma palabra pero con distinta duración y pronunciadas por distintos hablantes.

Para definir la correspondencia entre las columnas de X y Y , dada por el vector $\sigma = [\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_m]$, donde $\sigma_i \in \{1, 2, \dots, n\}$ para $i = 1, 2, \dots, m$, se tiene como objetivo minimizar la *distancia total* entre las matrices X y Y inducida por σ :

$$D_{X,Y}(\sigma) = \sum_{i=1}^m d(X[i], Y[\sigma_i]),$$

donde $X[i]$ y $Y[j]$ representan la i -ésima y j -ésima columnas de X y Y , respectivamente, y $d(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \geq 0$ representa la *distancia* entre dos vectores (columna).¹

Una restricción del problema es que no se le permite a la solución devolverse en el tiempo, es decir, $\sigma_i \geq \sigma_{i-1}$, para $i = 2, 3, \dots, m$. Por otra parte, y para simplificar el examen, se le permite a la solución saltar fonemas de la plantilla, es decir, se permite que $\sigma_1 > 1$ y que $\sigma_i - \sigma_{i-1} > 1$, para $i = 2, 3, \dots, m$. Además, se permite que σ_m sea menor que n .

¹Para efectos del examen, la forma en que se calcula esta distancia es irrelevante.

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	11.5899	11.3938	12.6747	2.0269	-0.0818	-2.2112	7.5329	
2	2.0198	1.1435	-5.2975	-10.7544	-9.5760	-14.2402	-13.3088	
3	-8.2376	-6.9390	-16.7492	-1.8108	6.5911	-0.6494	-12.9439	
4	-20.4821	-17.7298	-8.0057	-9.0859	-19.4765	-8.6425	-10.6070	
5	-12.6692	-8.6476	-2.1858	-10.3587	-4.6434	-11.4566	-6.0589	
6	-10.1690	-6.9132	-7.7013	-18.3919	-11.4220	-10.8954	-12.7193	
7	-0.6045	-2.8203	-13.7960	0.9159	2.5276	-1.8320	-10.1469	
8	-5.9653	-8.3690	-10.4831	-4.9684	-13.6755	-7.8290	-11.2549	
9	-11.4289	-9.3523	-5.6919	-9.6402	-2.4300	-7.6348	-2.7172	
10	-13.6361	-11.1334	5.7380	-2.1446	-6.2149	-11.5585	-10.5038	
11	-3.2098	-0.4158	-2.0136	-2.9292	-19.1556	-6.7899	-9.0586	
12	-3.9435	6.0976	-6.6509	-4.8178	-8.1098	-12.9624	-10.4522	

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	11.1227	16.7752	18.7350	16.0437	8.5379	13.3992	15.6072	13.9634
2	2.9819	3.4307	1.1073	-11.2237	-2.0449	-16.2226	-7.9121	-3.1487
3	-1.1782	-8.3724	-11.7859	-2.9371	9.7163	1.9989	-10.3877	-10.1831
4	-8.9650	-15.1428	-12.2130	-3.5465	7.9043	0.3398	-6.1493	-7.2908
5	-8.3609	-3.8933	2.2581	1.1795	-5.0983	-6.2687	9.4465	8.2616
6	-14.4797	-2.0649	-0.3585	-11.5863	-21.2376	-13.2066	-4.9886	2.1462
7	-3.9550	-2.7545	-9.0897	-13.8327	-3.3633	-1.5736	-9.9289	-4.4559
8	-12.3186	-16.3274	-20.7833	-3.6744	-2.5499	-4.6043	-6.4855	-11.4189
9	-15.7765	-15.6213	-6.2860	-2.5450	-9.1792	-5.2635	-1.4743	-6.8579
10	-7.7009	-3.0762	-1.9763	-5.3783	-12.4614	-11.1544	-8.8094	-6.2203
11	-0.5096	4.0390	5.2810	-0.1990	2.7473	-0.5446	-3.9332	-5.6459
12	2.4061	-1.2976	-0.1793	-3.2535	-6.7667	-8.8734	-13.5665	-13.5382

Figura 1: Matrices representando secuencias de columnas de 12 coeficientes MFCC para la palabra *uno*, pronunciada por un hablante del género femenino (arriba) y uno del género masculino (abajo).

1. [25 pts.] *Búsqueda exhaustiva*

- a) Determine el espacio E al que pertenece la solución σ , definiendo claramente los conjuntos utilizados. [5 pts.]
- b) Determine la cardinalidad del espacio. [3 pts.]
- c) Basado en la restricción establecida en el último párrafo de la descripción del problema (prohibición de devolverse en el tiempo), defina un subespacio acotado de la forma $E' = \{\sigma \in E : \dots\}$. [2 pts.]
- d) Escriba un algoritmo que explore todas las soluciones candidatas en E' y encuentre la(s) solución(es) óptima(s). [15 pts.]

2. [75 pts.] *Programación dinámica*

- a) Explique cómo resolver el problema a partir de soluciones a subproblemas [10 pts.].
- b) Formule una solución al problema utilizando una función recursiva. Describa el significado de la función en términos de sus argumentos [7 pts.] y escriba la función meta (paso final) [3 pts.] y las ecuaciones recursiva [10 pts.] y base [5 pts.] que permiten calcularla.
- c) Basado en estas ecuaciones, escriba un algoritmo que determine la distancia total mínima entre dos matrices X y Y [20 pts.], y la correspondencia de columnas que inducen tal distancia [5 pts.].
- d) Determine una cota asintótica para el tiempo de ejecución del algoritmo. [15 pts.]

3. [10–35 pts.] *Algoritmos ávidos*

- a) Determine si es posible resolver el problema mediante un algoritmo ávido $O(mn)$. Explique su respuesta. [10 pts.]
- b) Si su respuesta al punto anterior fue afirmativa:
 - I. Escriba un algoritmo ávido que resuelva el problema. [10 pts.]
 - II. Utilice el método de la transformación para demostrar que la estrategia es correcta. [10 pts.]
 - III. Determine una cota asintótica *ajustada* para el tiempo de ejecución del algoritmo. [5 pts.]

4. [15 pts.] *Árboles B*

- a) Inserte en un árbol B (vacío) de grado $t = 2$, las notas musicales *do*, *re*, *mi*, *fa*, *sol*, *la* y *si*, en ese orden, siguiendo el orden lexicográfico y mostrando el estado del árbol después de cada inserción [2 pts. cada inserción. Después de la primera nota mal insertada, el resto de las inserciones no valen puntos].
- b) ¿A qué famosa melodía corresponde el recorrido en orden del árbol? [1 pto.]