

CI-0116 Análisis de Algoritmos y Estructuras de Datos
II ciclo de 2019

III EXAMEN PARCIAL

Lunes 2 de diciembre

Nombre: _____ Carné: _____

El examen consta de 7 preguntas que suman $101\frac{1}{2}$ puntos (5% extra). Las preguntas se pueden responder en cualquier orden, pero se debe indicar en el cuadro de abajo las páginas del cuaderno de examen en la que están las respuestas. Para ello numere las hojas del cuaderno de examen en la esquina superior externa de cada página. El examen se puede realizar con lápiz o lapicero. No se permite el uso de dispositivos electrónicos (calculadoras, teléfonos, audífonos, etc.).

| Pregunta | Puntos | Páginas | Calificación |
|--|------------------|---------|--------------|
| 1. <i>Representación de grafos</i> | 10 | | |
| 2. <i>Recorrido de un grafo en anchura</i> | 9 | | |
| 3. <i>Componentes fuertemente conexos</i> | 27 | | |
| 4. <i>Algoritmo de Kruskal y ests. de datos para conjs. disjtos.</i> | $16\frac{1}{2}$ | | |
| 5. <i>Algoritmo de Prim</i> | 12 | | |
| 6. <i>Camino más corto desde una fuente</i> | 9 | | |
| 7. <i>Camino más corto entre todos los vértices</i> | 18 | | |
| Total | $101\frac{1}{2}$ | | |

La pregunta 1 es una pregunta general sobre representación de grafos. Las preguntas 2 a 7 del examen piden que simule la ejecución de los algoritmos estudiados sobre grafos contruidos a partir del grado de afinidad entre los estudiantes, un valor entre 0 y 100 calculado con base en una encuesta realizada antes del examen. El complemento de este número, la *desafinidad*, se muestra en el cuadro 1.

1. *Representación de grafos* [10 pts.]

Suponga que se desea determinar si existe un camino $\langle v_1, v_2, \dots, v_k \rangle$ en un grafo con V vértices y A aristas.

- ¿Qué representación de grafo —listas o matriz de adyacencia— permite determinar más rápidamente si existe el camino? Justifique su respuesta. [5 pts.]
- Basado en su respuesta al punto a), indique cuánto tiempo toma en el peor caso determinar la existencia del camino. [5 pts.]

Cuadro 1: Grado de *desafinidad* entre los estudiantes que respondieron al cuestionario: Allan B., Allison F., Hellen F., Isaac H., Jesús C., Jorge Ch., Kevin V., Luis D., Pablo M., Sergio M. y Yoselyn V.

| | AB | AF | AL | HF | IH | JC | JCh | KV | LD | PM | SM | YV |
|-----|----|----|----|----|----|----|-----|----|----|----|----|----|
| AB | 0 | 30 | 59 | 41 | 56 | 60 | 50 | 30 | 51 | 71 | 64 | 30 |
| AF | 30 | 0 | 48 | 51 | 68 | 50 | 40 | 60 | 21 | 61 | 55 | 60 |
| AL | 59 | 48 | 0 | 47 | 41 | 67 | 68 | 48 | 37 | 57 | 51 | 47 |
| HF | 41 | 51 | 47 | 0 | 76 | 37 | 68 | 49 | 49 | 47 | 61 | 50 |
| IH | 56 | 68 | 41 | 76 | 0 | 75 | 55 | 33 | 55 | 44 | 47 | 44 |
| JC | 60 | 50 | 67 | 37 | 75 | 0 | 29 | 68 | 48 | 28 | 61 | 68 |
| JCh | 50 | 40 | 68 | 68 | 55 | 29 | 0 | 38 | 60 | 39 | 54 | 77 |
| KV | 30 | 60 | 48 | 49 | 33 | 68 | 38 | 0 | 61 | 59 | 72 | 40 |
| LD | 51 | 21 | 37 | 49 | 55 | 48 | 60 | 61 | 0 | 59 | 53 | 60 |
| PM | 71 | 61 | 57 | 47 | 44 | 28 | 39 | 59 | 59 | 0 | 52 | 60 |
| SM | 64 | 55 | 51 | 61 | 47 | 61 | 54 | 72 | 53 | 52 | 0 | 71 |
| YV | 30 | 60 | 47 | 50 | 44 | 68 | 77 | 40 | 60 | 60 | 71 | 0 |

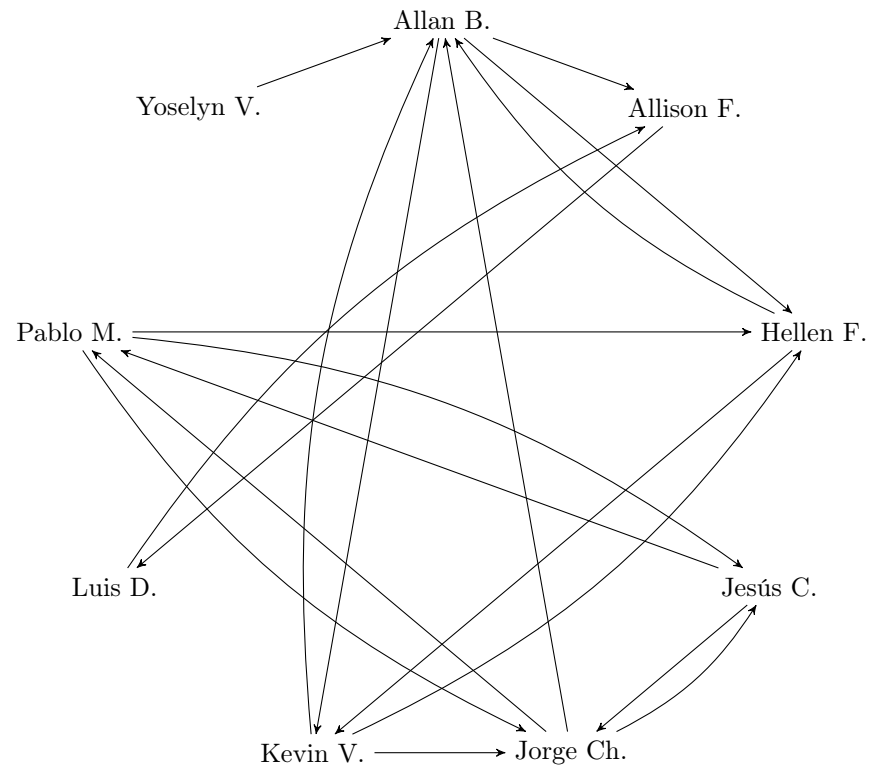


Figura 1: Los vértices adyacentes de una persona son aquellos(as) que dieron la misma respuesta que ella a la pregunta que formuló y cuyo grado de desafinidad con ella es menor que 50. (Si su nombre no aparece en el grafo es por alguna de las siguientes tres razones: no contribuyó en la construcción del cuestionario, nadie dio la misma respuesta que usted a la pregunta que usted formuló, o su afinidad hacia los demás no alcanzó el ningún caso el valor de 50). **Este grafo se usa en las preguntas 2 y 3.**

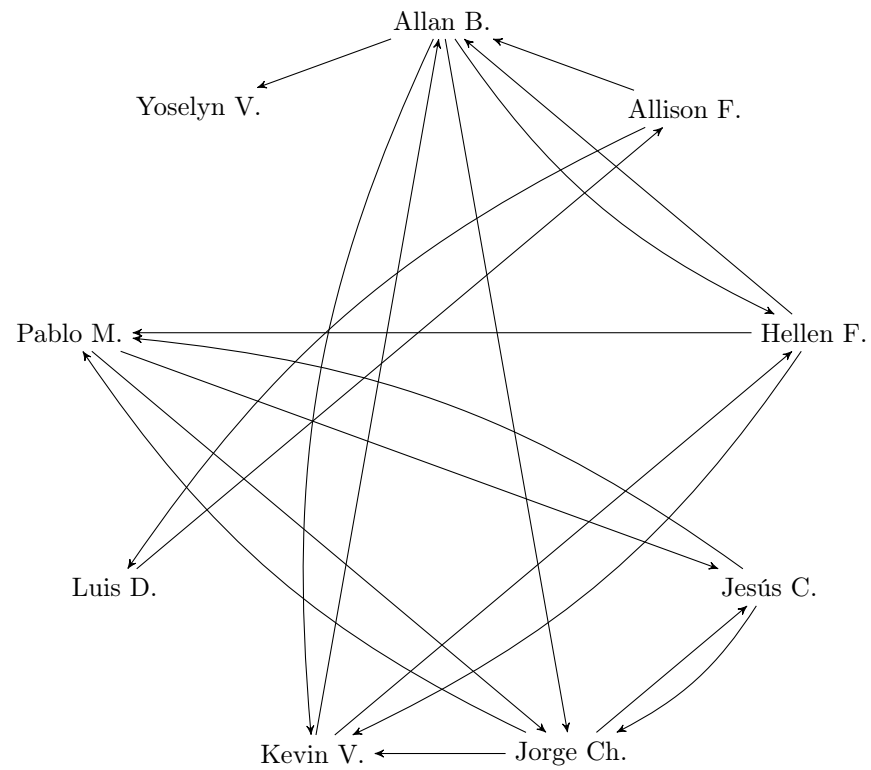


Figura 2: Traspuesta del grafo de la figura 1. **Se recomienda usar este grafo en la parte c) de la pregunta 3.**

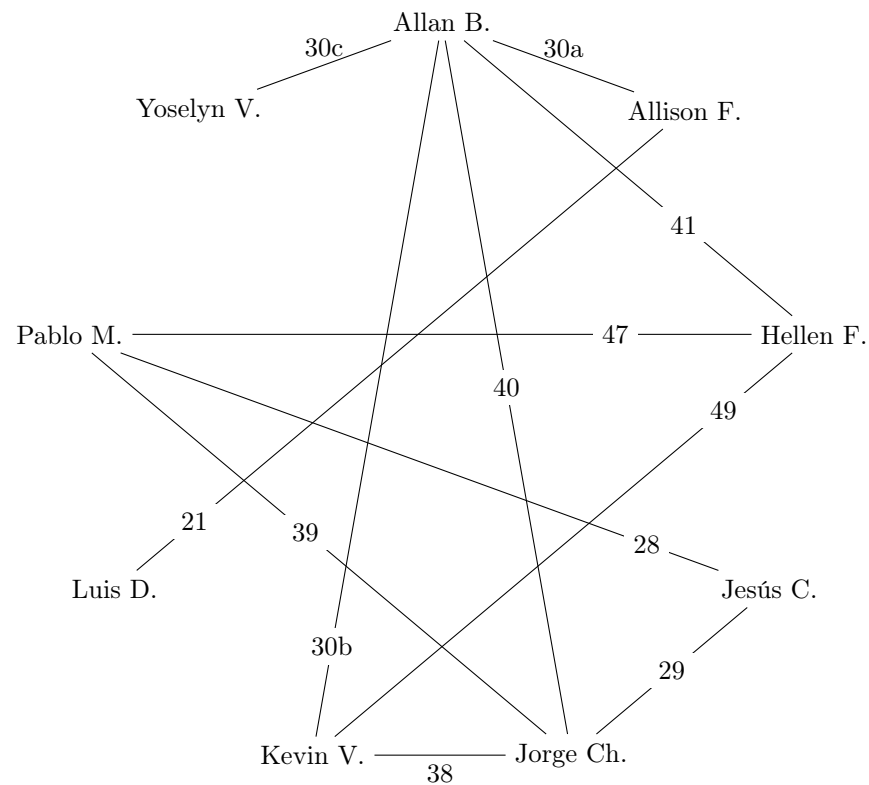


Figura 3: Versión no dirigida del grado de la figura 1 y pesada según el cuadro 1. Si dos o más aristas tienen el mismo peso, estas se diferencian agregándoles letras (por ejemplo: 30a, 30b y 30c) pero tienen el mismo valor numérico (30), en cuyo caso los algoritmos de Kruskal y Prim deben dar prioridad a las aristas menores en un sentido lexicográfico (30a tiene prioridad sobre 30b y 30b tiene prioridad sobre 30c). (Por ejemplo, en el algoritmo de Kruskal las aristas se deben considerar en el siguiente orden: 21, 28, 29, 30a, 30b, 30c, 38, 39, 40, 41, 47 y 49). **Este grafo se usa en las preguntas 4 y 5.**

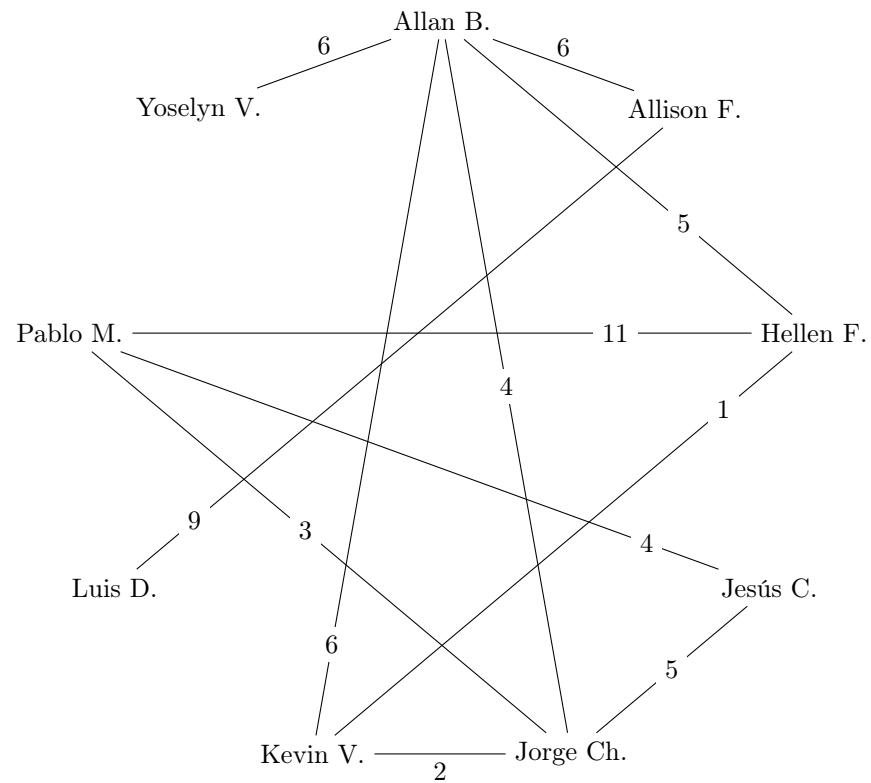


Figura 4: Grafo de la figura 3 con pesos módulo 12. **Este grafo se usa en las preguntas 6 y 7.**

2. *Recorrido de un grafo en anchura* [9 pts.]

Realice un recorrido en anchura de la versión sin pesos del grafo dirigido de la figura 1, partiendo del vértice **Allan**. Asuma que las listas de adyacencia están ordenadas alfabéticamente. Muestre la distancia de la fuente a cada uno de los otros vértices, los predecesores que forman el camino correspondiente y el estado de la cola al finalizar cada iteración principal del algoritmo. Si al finalizar una iteración no muestra la distancia o el predecesor de un nodo, se asume que son los mismos que en la iteración anterior. Después de la primera iteración incorrecta, el resto no suman puntos.

| It. | Allan | | Allison | | Hellen | | Jesús | | Jorge | | Kevin | | Luis | | Pablo | | Yoselyn | | Cola |
|-----|-------|-------|----------|-------|----------|-------|----------|-------|----------|-------|----------|-------|----------|-------|----------|-------|----------|-------|-------|
| | d | π | d | π | d | π | d | π | d | π | d | π | d | π | d | π | d | π | |
| 0 | 0 | NIL | ∞ | NIL | ∞ | NIL | ∞ | NIL | ∞ | NIL | ∞ | NIL | ∞ | NIL | ∞ | NIL | ∞ | NIL | Allan |
| 1 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 2 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 3 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 4 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 5 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 6 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 7 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 8 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 9 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

3. *Componentes fuertemente conexos* [27 pts.]

- Haga un recorrido en profundidad del grafo dirigido de la figura 1. Muestre los tiempos de descubrimiento y finalización asumiendo que las listas de adyacencia están ordenadas alfabéticamente y que en el ciclo principal los vértices se toman también en orden alfabético. [4½ pts.]
- Resalte las aristas de árbol y clasifique las restantes como aristas hacia adelante (F), hacia atrás (B) o cruzadas (X), **indicándolo cerca del culatín**. (Alternativamente, puede dibujar árboles aparte y marcarlas ahí). [9½ pts.]
- Haga un recorrido en profundidad de la traspuesta del grafo (figura 2) tomando los vértices en orden decreciente de finalización de la parte a) y asumiendo que las listas de adyacencia están ordenadas alfabéticamente. Muestre los respectivos tiempos de descubrimiento y finalización [4½ pts.]. Use esta información para encontrar los componentes fuertemente conexos del grafo [9 pts.].

4. *Algoritmo de Kruskal y ests. de datos para conjts. disjtos.* [16½ pts.]

Use el algoritmo de Kruskal para encontrar un árbol recubridor mínimo del grafo pesado no dirigido de la figura 3. Muestre para cada iteración lo siguiente:

- La arista considerada, y si fue tomada o no. (Después de la primera arista mal procesada el resto no suman puntos). [5½ pts.]
- El estado de la correspondiente estructura de datos para conjuntos disjuntos, implementada mediante árboles. Indique el rango de los nodos por medio de subíndices. (Si gusta, puede mostrar solo los árboles que cambian; después del primer árbol mal procesado, el resto no suman puntos). [11 pts.]

Asuma que los argumentos de la operación UNION son dados en orden alfabético (por ejemplo, como UNION(a, b) y no UNION(b, a)). Si al finalizar una iteración no muestra el padre ni el rango de un nodo, se asume que son los mismos que en la iteración anterior (el nodo y cero, respectivamente, si no se indican en la primera iteración).

5. *Algoritmo de Prim* [12 pts.]

Use el algoritmo de Prim para encontrar un árbol recubridor mínimo del grafo pesado no dirigido de la figura 3. Especifique en cada iteración principal del algoritmo las aristas consideradas y la arista seleccionada. Empiece en el vértice **Hellen**. (Después de la primera arista mal procesada el resto de aristas no suman puntos).

6. *Camino más corto desde una fuente* [9 pts.]

Use el algoritmo de Dijkstra para encontrar el camino más corto entre el vértice **Hellen** y los otros vértices en el grafo no dirigido con pesos módulo 12 de la figura 4. Al considerar un vértice como pivote, actualice las distancia y predecesores de sus adyacentes *solo si la distancia disminuye* (no si se mantiene igual). Si varios vértices tienen la misma distancia conocida a la fuente, dé prioridad al menor alfabéticamente. Muestre en cada iteración las distancias más cortas conocidas desde la fuente [$3\frac{1}{2}$ pts.] y los predecesores que forman tal camino [$3\frac{1}{2}$ pts.]. Si al finalizar una iteración no indica la distancia o el predecesor de un vértice, se asume que son los mismos que en la iteración anterior..

| It. | Allan | | Allison | | Hellen | | Jesús | | Jorge | | Kevin | | Luis | | Pablo | | Yoselyn | |
|-----|-------|-------|----------|-------|----------|-------|----------|-------|----------|-------|----------|-------|----------|-------|----------|-------|----------|-------|
| | d | π | d | π | d | π | d | π | d | π | d | π | d | π | d | π | d | π |
| 0 | 0 | NIL | ∞ | NIL | ∞ | NIL | ∞ | NIL | ∞ | NIL | ∞ | NIL | ∞ | NIL | ∞ | NIL | ∞ | NIL |
| 1 | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 2 | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 3 | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 4 | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 5 | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 6 | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 7 | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 8 | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 9 | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

7. *Camino más corto entre todos los vértices* [18 pts.]

Simule la ejecución del algoritmo de Floyd y Washall sobre el subgrafo no dirigido compuesto por los vértices que tienen más de dos adyacentes el grafo de la figura 4 (Allan, Hellen, Jorge, Kevin y Pablo) y las aristas entre ellos. Si deja una casilla vacía en una matriz $D^{(k)}$ se asume que tiene un valor de infinito y si deja una casilla vacía en una matriz $\Pi^{(k)}$ se asume que tiene un valor de NIL. [$1\frac{1}{2}$ pto. cada matriz. Después de la primer matriz D incorrecta el resto de matrices D no suman puntos. Después de la primer matriz Π incorrecta el resto de matrices Π no suman puntos.]

$D^{(0)} =$

| | Allan | Hellen | Jorge | Kevin | Pablo |
|--------|-------|--------|-------|-------|-------|
| Allan | | | | | |
| Hellen | | | | | |
| Jorge | | | | | |
| Kevin | | | | | |
| Pablo | | | | | |

 $\Pi^{(0)} =$

| | Allan | Hellen | Jorge | Kevin | Pablo |
|--------|-------|--------|-------|-------|-------|
| Allan | | | | | |
| Hellen | | | | | |
| Jorge | | | | | |
| Kevin | | | | | |
| Pablo | | | | | |

 $D^{(1)} =$

| | Allan | Hellen | Jorge | Kevin | Pablo |
|--------|-------|--------|-------|-------|-------|
| Allan | | | | | |
| Hellen | | | | | |
| Jorge | | | | | |
| Kevin | | | | | |
| Pablo | | | | | |

 $\Pi^{(1)} =$

| | Allan | Hellen | Jorge | Kevin | Pablo |
|--------|-------|--------|-------|-------|-------|
| Allan | | | | | |
| Hellen | | | | | |
| Jorge | | | | | |
| Kevin | | | | | |
| Pablo | | | | | |

 $D^{(2)} =$

| | Allan | Hellen | Jorge | Kevin | Pablo |
|--------|-------|--------|-------|-------|-------|
| Allan | | | | | |
| Hellen | | | | | |
| Jorge | | | | | |
| Kevin | | | | | |
| Pablo | | | | | |

 $\Pi^{(2)} =$

| | Allan | Hellen | Jorge | Kevin | Pablo |
|--------|-------|--------|-------|-------|-------|
| Allan | | | | | |
| Hellen | | | | | |
| Jorge | | | | | |
| Kevin | | | | | |
| Pablo | | | | | |

 $D^{(3)} =$

| | Allan | Hellen | Jorge | Kevin | Pablo |
|--------|-------|--------|-------|-------|-------|
| Allan | | | | | |
| Hellen | | | | | |
| Jorge | | | | | |
| Kevin | | | | | |
| Pablo | | | | | |

 $\Pi^{(3)} =$

| | Allan | Hellen | Jorge | Kevin | Pablo |
|--------|-------|--------|-------|-------|-------|
| Allan | | | | | |
| Hellen | | | | | |
| Jorge | | | | | |
| Kevin | | | | | |
| Pablo | | | | | |

 $D^{(4)} =$

| | Allan | Hellen | Jorge | Kevin | Pablo |
|--------|-------|--------|-------|-------|-------|
| Allan | | | | | |
| Hellen | | | | | |
| Jorge | | | | | |
| Kevin | | | | | |
| Pablo | | | | | |

 $\Pi^{(4)} =$

| | Allan | Hellen | Jorge | Kevin | Pablo |
|--------|-------|--------|-------|-------|-------|
| Allan | | | | | |
| Hellen | | | | | |
| Jorge | | | | | |
| Kevin | | | | | |
| Pablo | | | | | |

 $D^{(5)} =$

| | Allan | Hellen | Jorge | Kevin | Pablo |
|--------|-------|--------|-------|-------|-------|
| Allan | | | | | |
| Hellen | | | | | |
| Jorge | | | | | |
| Kevin | | | | | |
| Pablo | | | | | |

 $\Pi^{(5)} =$

| | Allan | Hellen | Jorge | Kevin | Pablo |
|--------|-------|--------|-------|-------|-------|
| Allan | | | | | |
| Hellen | | | | | |
| Jorge | | | | | |
| Kevin | | | | | |
| Pablo | | | | | |