Universidad de Costa Rica Facultad de Ciencias Escuela de Matemática Departamento de Matemática Aplicada Primer Examen Parcial MA 1005
Ecuaciones Diferenciales Ordinarias
Tercer Ciclo de 2018 Total 100 puntos
Tiempo 3 horas

El examen debe ser escrito con bolígrafo (azul o negro), si hay partes escritas con lápiz, puede ver afectado su derecho a reclamar. Este examen es de desarrollo, por lo que, para cada uno de los ítems, debe aparecer todo el procedimiento que justifique correctamente la solución. Las preguntas 1 a la 4 son obligatorias, debe escoger una única de las preguntas 5 ó 6, indicando claramente la que escogió. De no indicarlo, se calificará la primera que usted resuelva de estas dos.

1. Considere la ecuación diferencial: (21 pts)

$$xy' = x\left(y - 2x\right)^2 + y.$$

Muestre que el cambio de variable $y=2x+\frac{1}{v}$ transforma esta ecuación en la ecuación:

$$-xv' = x + v$$

y determine la solución general de la ecuación original.

2. Determine la solución de la ecuación diferencial:

$$(x+y^2) dx - 2xy dy = 0.$$

3. Determine la solución de la ecuación diferencial de Bernoulli:

$$2y' \operatorname{sen} x + y \operatorname{cos} x = y^3 \operatorname{sen}^2 x.$$

4. Aplique el método de Frobenius para hallar una solución de la siguiente ecuación diferencial, alrededor del punto singular regular x=0. (22 pts)

$$x^{2}y'' - xy' + (1 - x)y = 0 (x > 0).$$

Continúa...

(20 pts)

(22 pts)

5. Determine la solución general de la ecuación diferencial:

$$y'' - 3y' + 2y = xe^x + 6\cos x.$$

6. Determine la solución general de la ecuación diferencial:

$$y'' + y = \cot x.$$