



UNIVERSIDAD DE  
COSTA RICA



CI-1221 Estructuras de Datos y Análisis de Algoritmos  
II ciclo 2015, grupos 3 y 4

III EXAMEN PARCIAL

Sábado 14 de noviembre, 9.00 a. m. – 11.30 a. m.

Nombre: \_\_\_\_\_ Carné: \_\_\_\_\_

El examen consta de 3 preguntas que suman de 105 a 130 puntos, pero no se reconocen más de 110 (10 % extra). Las preguntas se pueden responder en cualquier orden, pero se debe indicar en el cuadro mostrado abajo los números de página del cuaderno de examen en las que está cada respuesta. Para este efecto, las hojas del cuaderno de examen deben estar numeradas en la esquina superior externa de la página. El examen se puede realizar con lápiz o lapicero. En ambos casos tendrá derecho a reclamo. No se permite el uso de dispositivos electrónicos (calculadoras, teléfonos, audífonos, etc.).

Pregunta	Puntos (mín.)	Páginas	Calificación
1. <i>Búsqueda exhaustiva</i>	50		
2. <i>Programación dinámica</i>	50		
3. <i>Algoritmos ávidos</i>	5		
Total	105		

Los estudiantes de los grupos 3 y 4 de CI-1221 están organizando un «baile de la amistad» para el cierre de curso. Para ello están formando parejas mujer-hombre lo más afines posible. Con este fin pasaron una encuesta con preguntas de falso o verdadero cuyo objetivo era medir la afinidad entre cada potencial pareja (entre más respuestas idénticas, mayor la afinidad de la pareja). La cantidad de respuestas idénticas entre la  $i$ -ésima mujer ( $i = 1, 2, \dots, m$ ) y el  $j$ -ésimo hombre ( $j = 1, 2, \dots, n$ ) está dada por la matriz  $A = \{a_{i,j}\}$ . Asuma que hay más hombres que mujeres ( $n > m$ ).

Se desea formar  $m$  parejas tal que se cumpla lo siguiente:

1. La suma de afinidades de las parejas debe ser lo más grande posible.
2. Toda mujer debe tener una pareja más alta que las parejas de otras mujeres de menor estatura.

Asuma que tanto las mujeres como los hombres están ordenados por estatura (las mujeres están enumeradas tal que sus estaturas son  $\varphi_1 < \varphi_2 < \dots < \varphi_m$  y los hombres están enumeradas tal que sus estaturas son  $\sigma_1 < \sigma_2 < \dots < \sigma_n$ ).

1. *Búsqueda exhaustiva*. [50 pts.]

- a) Encuentre una representación vectorial para la solución del problema. Indique el significado de cada una de las entradas. [5 pts.]
- b) Determine el espacio  $E$  al que pertenece el vector. Defina los conjuntos usados. [5 pts.]
- c) Determine la cardinalidad de  $E$ . [5 pts.]

- d) Si es posible, acote  $E$  mediante de una restricción del tipo  $E' = \{\sigma \in E : \dots\}$  [5 pts.]. Sino, explique por qué es imposible.
- e) Determine la cardinalidad de  $E'$  o acótela de la forma más ajustada posible. [5 pts.]
- f) Escriba un algoritmo que explore todas las soluciones candidatas en  $E$  o  $E'$  para encontrar una solución óptima. Indique el significado de los argumentos de el (los) métodos(s) definidos. [20 pts.]
- g) Calcule una cota asintótica para el tiempo de ejecución del algoritmo. [5 pts.]

2. *Programación dinámica.* [50 pts.]

- a) Explique cómo resolver el problema a partir de soluciones a subproblemas. Especifique la forma en que la solución al problema debe combinar las soluciones a subproblemas para resolver el problema original. [5 pts.]
- b) Formule una solución al problema por medio de un oráculo. Describa su significado en términos de sus argumentos [5 pts.]. Escriba el oráculo meta [5 pts.] y los pasos base [5 pts.] y recursivo [5 pts.].
- c) Con base en el punto anterior, escriba un algoritmo que indique las parejas que se deben formar. [20 pts.]
- d) Calcule una cota asintótica para el tiempo de ejecución del algoritmo. [5 pts.]

3. *Algoritmos ávidos.* [5–30 pts.]

- a) Determine si el problema se puede resolver mediante un algoritmo ávido. Explique su respuesta. [5 pts.]
- b) Si su respuesta al punto anterior fue afirmativa:
  - I. Escriba el algoritmo ávido que resuelve el problema. [10 pts.]
  - II. Utilice el *método de la transformación* para demostrar su correctitud. [10 pts.]
  - III. Determine una cota asintótica ajustada para el tiempo de ejecución del algoritmo. [5 pts.]