



CI-1221 Estructuras de datos y análisis de algoritmos
II ciclo de 2015

IV EXAMEN PARCIAL

Miércoles 9 de diciembre

Nombre: _____ Carné: _____

Pregunta	Puntos	Páginas	Calificación
1. <i>Representación de grafos</i>	10		
2. <i>Recorrido de un grafo en anchura</i>	15		
3. <i>Ordto. topológico y componentes fuertemente conexos</i>	36½		
4. <i>Alg. de Kruskal y ests. de datos para conjts. disjtos.</i>	22		
5. <i>Algoritmo de Prim</i>	10		
6. <i>Camino más corto desde una fuente</i>	16½		
Total	110		

El examen consta de 6 preguntas que suman 110 puntos, pero no se reconocerán más de 130 (30 % extra). Se recomienda echar un vistazo a los temas de las preguntas y a su puntaje antes de resolver el examen, para así distribuir su tiempo y esfuerzo de la mejor manera. Las preguntas se pueden responder en cualquier orden, pero se debe indicar en el cuadro mostrado en la portada las páginas del cuaderno de examen en la que están las respuestas. Para ello numere las hojas del cuaderno de examen en la esquina superior externa de cada página. El examen se puede realizar con lápiz o lapicero. No se permite el uso de dispositivos electrónicos (calculadoras, teléfonos, audífonos, etc.).

1. *Representación de grafos* [10 pts.]

Se desea determinar si en un grafo G con V vértices y A aristas hay un vértice con un adyacente, un vértice con dos adyacentes, etc., y un vértice con V adyacentes. ¿Qué representación de grafo —listas o matriz de adyacencia— permite determinar más rápidamente si tal condición existe? Dé una cota asintótica lo más ajustada posible del tiempo de ejecución del algoritmo, asumiendo tal representación. Justifique su respuesta.

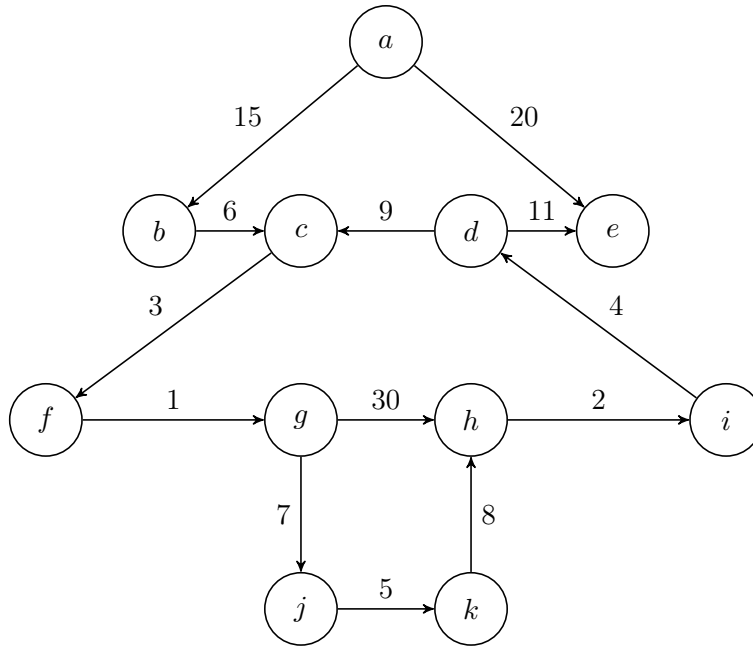


Figura 1: Grafo para las preguntas 2, 3, 4, 5 y 6.

2. *Recorrido de un grafo en anchura* [15 pts.]

Realice un recorrido en anchura del grafo dirigido mostrado en la figura 1. Parta del vértice g e ignore los pesos de las aristas. Asuma que las listas de adyacencia están ordenadas alfabéticamente. Muestre al finalizar cada iteración principal del algoritmo lo siguiente:

- La distancia de la fuente a cada uno de los vértices. [5 pts.]
- Los predecesores que forman el camino correspondiente. [5 pts.]
- El estado de la cola. [5 pts.]

Si al finalizar una iteración no muestra la distancia ni el predecesor de un nodo, se asumirá que son los mismos que en la iteración anterior (∞ y NIL, respectivamente, si no se indican en la primera iteración).

3. *Ordto. topológico y componentes fuertemente conexos* [36½ pts.]

- a) Haga un recorrido en profundidad del grafo dirigido de la figura 1 y muestre los tiempos de descubrimiento y finalización [5½ pts.] y vértices predecesores [2½ pts.] correspondientes. Asuma que las listas de adyacencia están ordenadas alfabéticamente y que en el ciclo principal los vértices son tomados en orden alfabético. Ignore los pesos de las aristas.
- b) Etiquete las aristas que no pertenecen a un árbol como aristas hacia adelante (F), hacia atrás (B) o cruzadas (X). [6 pts.]
- c) Según el etiquetado realizado en el punto anterior, indique qué aristas se deben eliminar del grafo para poder realizar un ordenamiento topológico [3 pts.]. Efectúe tal ordenamiento [2½ pts.].
- d) Dibuje la traspuesta del grafo, ignorando los pesos de las aristas. [3½ pts.]

- e) Haga un recorrido en profundidad de la traspuesta del grafo tomando los vértices en cada visita de acuerdo a los tiempos de finalización obtenidos en el punto a) en orden inverso. Muestre los respectivos tiempos de descubrimiento y finalización [$5\frac{1}{2}$ pts.] y predecesores [$2\frac{1}{2}$ pts.]. Use esta información para encontrar los componentes fuertemente conexos del grafo. Indique cuáles son [$5\frac{1}{2}$ pts.].

4. *Alg. de Kruskal y ests. de datos para conjs. disjtos.* [22 pts.]

Use el algoritmo de Kruskal para encontrar un árbol recubridor mínimo para la versión no dirigida del grafo de la figura 1 (es decir, ignorando la dirección de las flechas). Tome en cuenta que los pesos de las aristas, ordenados de menor a mayor son los siguientes: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 11, 15, 20 y 30. Muestre para cada iteración lo siguiente:

- La arista considerada, y si fue tomada o no. (Después de la primera arista mal procesada el resto no suman puntos). [11 pts.]
- El estado de la correspondiente estructura de datos para conjuntos disjuntos, implementada mediante árboles. Indique el rango de los nodos por medio de subíndices. (Después del primer árbol mal procesado, el resto no suman puntos). [11 pts.]

Para esta pregunta asuma que los argumentos de la operación UNION son dados en orden alfabético (por ejemplo, como UNION(a, b) y no UNION(b, a)). Si al finalizar una iteración no muestra el padre ni el rango de un nodo, se asumirá que son los mismos que en la iteración anterior (el nodo y cero, respectivamente, si no se indican en la primera iteración).

5. *Algoritmo de Prim* [10 pts.]

Use el algoritmo de Prim para encontrar un árbol recubridor mínimo de la versión no dirigida del grafo de la figura 1 (es decir, ignorando la dirección de las flechas). Especifique en cada iteración principal del algoritmo las aristas consideradas y la arista seleccionada. Empiece en el vértice a . (Después de la primera arista mal procesada el resto de aristas no suman puntos).

6. *Camino más corto desde una fuente* [$16\frac{1}{2}$ pts.]

Use el algoritmo de Dijkstra para encontrar el camino más corto entre el vértice a y los otros vértices en la versión no dirigida del grafo de la figura 1 (es decir, ignorando la dirección de las flechas). Muestre en cada iteración lo siguiente:

- Las distancias más cortas conocidas desde la fuente. [11 pts.]
- Los predecesores que forman tal camino. [$5\frac{1}{2}$ pts.]

Si al finalizar una iteración no indica la distancia o el predecesor de un vértice, se asumirá que son los mismos que en la iteración anterior (∞ y NIL, respectivamente, si no se han especificado aún).