

Universidad de Costa Rica
Escuela de Matemática
Dpto. de Matemática Aplicada
II Examen I Ciclo
30 de mayo 2018

MA0293
Cálculo I Para Computación

Tiempo: 3 horas
Valor: 50 puntos

Este examen es individual. Trabaje en forma clara y ordenada, en su cuaderno de examen. Un desarrollo desordenado e ilegible no se calificará. No utilice bolígrafo de tinta roja. El uso de lápiz o corrector, podría afectarle en caso de un reclamo. Deben aparecer todos los procedimientos necesarios que justifiquen sus respuestas. No se permite el uso de calculadora programable, teléfono celular u otro dispositivo electrónico.

1. Calcule $\lim_{x \rightarrow 0^+} (\sqrt{x})^x$. (6 puntos)
2. Considere la curva definida por $y = \frac{\sqrt{x^2 + 1} \cdot \arcsen x}{x^2 + x}$ para todo $x \in]0, 1[$. Utilizando derivación logarítmica, calcule $\frac{dy}{dx}$. No simplifique el resultado. (8 puntos)
3. Considere la curva dada por la ecuación $x - y^2 = \sen(x + y)$. Demuestre que existe una recta tangente horizontal a la curva en el punto de coordenadas $(0, 0)$. (8 puntos)
4. Dos de los lados opuestos, entre si, de un rectángulo tienen una longitud constante de 12 m cada uno, mientras que los lados del otro par de lados opuestos tienen una longitud variable, la cual aumenta a razón de 4 m/seg. Determine con que rapidez estaría aumentando la longitud de una de las diagonales del rectángulo en el instante en que los lados que varían miden 16 m. (8 puntos)
5. Considere una función dada por $f(x) = \operatorname{arcsec}^3(x^2 + 1) + 2^{x+1}$. Calcule $f'(x)$, sin simplificar el resultado. (5 puntos)

Continúa...

$\int \ln(x)$

6. Considere la función dada por $f(x) = \frac{x^3}{(x-1)^2}$ y la siguiente información acerca de f :

$$f'(x) = \frac{x^2(x-3)}{(x-1)^3} \quad \text{y} \quad f''(x) = \frac{6x}{(x-1)^4}.$$

Además, $x = 1$ y $y = x + 2$ son las asíntotas de f y el dominio es $\mathbb{R} - \{1\}$.

- a) Determine en cuáles intervalos f es creciente y aquellos en que es decreciente. (4 puntos) ✓
- b) Encuentre los extremos (máximos y mínimos relativos) que presenta la gráfica de f . (2 puntos) ✓
- c) Determine los intervalos en donde la gráfica de f es cóncava hacia arriba y aquellos en que es cóncava hacia abajo. (4 puntos) ✓
- d) Determine si la gráfica de f tiene puntos de inflexión, en cuyo caso obtenga las coordenadas de este punto. (2 puntos) ✓
- e) Trace un esbozo de la gráfica de f , debe incluir los ejes x y y , así como las asíntotas. (3 puntos) ✓

Fin de la prueba