

CI-0116 Análisis de Algoritmos y Estructuras de Datos
II ciclo de 2019

III EXAMEN PARCIAL

Jueves 28 de noviembre

Nombre: _____ Carné: _____

El examen consta de 6 preguntas que suman 105 puntos (5 % extra). Las preguntas se pueden responder en cualquier orden, pero se debe indicar en el cuadro de abajo las páginas del cuaderno de examen en la que están las respuestas. Para ello numere las hojas del cuaderno de examen en la esquina superior externa de cada página. El examen se puede realizar con lápiz o lapicero. No se permite el uso de dispositivos electrónicos (calculadoras, teléfonos, audífonos, etc.).

Pregunta	Puntos	Páginas	Calificación
1. <i>Recorrido de un grafo en anchura</i>	8		
2. <i>Componentes fuertemente conexos</i>	37		
3. <i>Algoritmo de Kruskal y ests. de datos para conjs. disjtos.</i>	24		
4. <i>Algoritmo de Prim</i>	16		
5. <i>Camino más corto desde una fuente</i>	8		
6. <i>Camino más corto entre todos los vértices</i>	12		
Total	105		

Cuadro 1: Grado de *desafinidad* entre los estudiantes del grupo. Se calculó con base en cuestionario realizado con antelación al examen.

Iniciales	SC	IA	KR	AB	DM	RA	MP	JM	CC	FJ	EO	RM	JG	MV	SM	JA	JD	JG	JV	HM	EM	SA	JC
SC		40	62	54	69	51	42	54	33	53	61	78	27	47	48	44	42	61	39	37	69	24	42
IA	40		47	39	58	45	56	48	35	59	29	69	44	52	62	75	54	64	46	49	60	37	48
KR	62	47		53	71	83	66	62	28	54	59	54	62	61	46	85	40	49	64	59	65	47	66
AB	54	39	53		42	58	40	10	49	45	9	44	66	36	84	50	75	47	39	38	46	40	41
DM	69	58	71	42		58	27	29	65	68	50	20	60	66	74	41	84	79	59	74	36	72	62
RA	51	45	83	58	58		36	47	57	57	46	69	34	47	46	57	74	60	31	56	52	57	33
MP	42	56	66	40	27	36		29	40	63	47	44	46	36	64	32	74	66	38	37	45	39	40
JM	54	48	62	10	29	47	29		50	54	19	34	56	45	74	40	83	56	49	48	47	49	51
CC	33	35	28	49	65	57	40	50		44	56	63	54	44	55	69	39	57	48	41	73	29	49
FJ	53	59	54	45	68	57	63	54	44		52	57	66	59	67	48	61	53	41	44	63	62	27
EO	61	29	59	9	50	46	47	19	56	52		51	55	44	73	57	80	37	47	46	53	47	48
RM	78	69	54	44	20	69	44	34	63	57	51		59	76	57	45	69	52	70	82	47	81	72
JG	27	44	62	66	60	34	46	56	54	66	55	59		60	20	48	46	39	54	58	79	47	56
MV	47	52	61	36	66	47	36	45	44	59	44	76	60		73	64	53	57	21	33	62	35	37
SM	48	62	46	84	74	46	64	74	55	67	73	57	20	73		65	42	36	72	77	74	65	74
JA	44	75	85	50	41	57	32	40	69	48	57	45	48	64	65		75	58	58	62	57	51	43
JD	42	54	40	75	84	74	74	83	39	61	80	69	46	53	42	75		45	64	62	90	40	66
JG	61	64	49	47	79	60	66	56	57	53	37	52	39	57	36	58	45		65	58	85	48	67
JV	39	46	64	39	59	31	38	49	48	41	47	70	54	21	72	58	64	65		36	47	38	16
HM	37	49	59	38	74	56	37	48	41	44	46	82	58	33	77	62	62	58	36		73	23	38
EM	69	60	65	46	36	52	45	47	73	63	53	47	79	62	74	57	90	85	47	73		72	49
SA	24	37	47	40	72	57	39	49	29	62	47	81	47	35	65	51	40	48	38	23	72		40
JC	42	48	66	41	62	33	40	51	49	27	48	72	56	37	74	43	66	67	16	38	49	40	

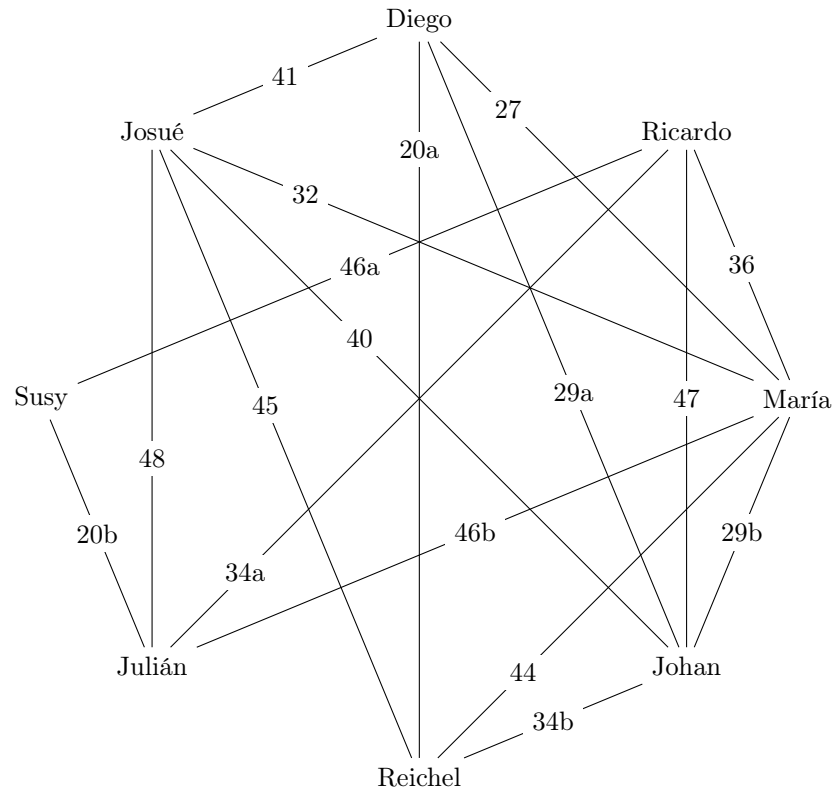


Figura 1: Grafo para las preguntas 1, 3, 4 y 5. Grados de *desafinidad* entre las personas que prefieren las películas que los videojuegos. Solo se consideran los grados menores que 50. Las aristas con pesos repetidos se diferencian agregándoles letras *a*, *b*, etc., y se deben considerar, en los algoritmos de Kruskal y Prim, en orden alfabético—por ejemplo, las aristas 20a y 20b tienen ambas un peso de 20, pero la arista 20a tiene prioridad sobre la arista 20b—. Así, el orden en que se deben considerar las aristas es el siguiente: 20a, 20b, 27, 29a, 29b, 32, 34a, 34b, 36, 40, 41, 44, 45, 46a, 46b, 47 y 48.

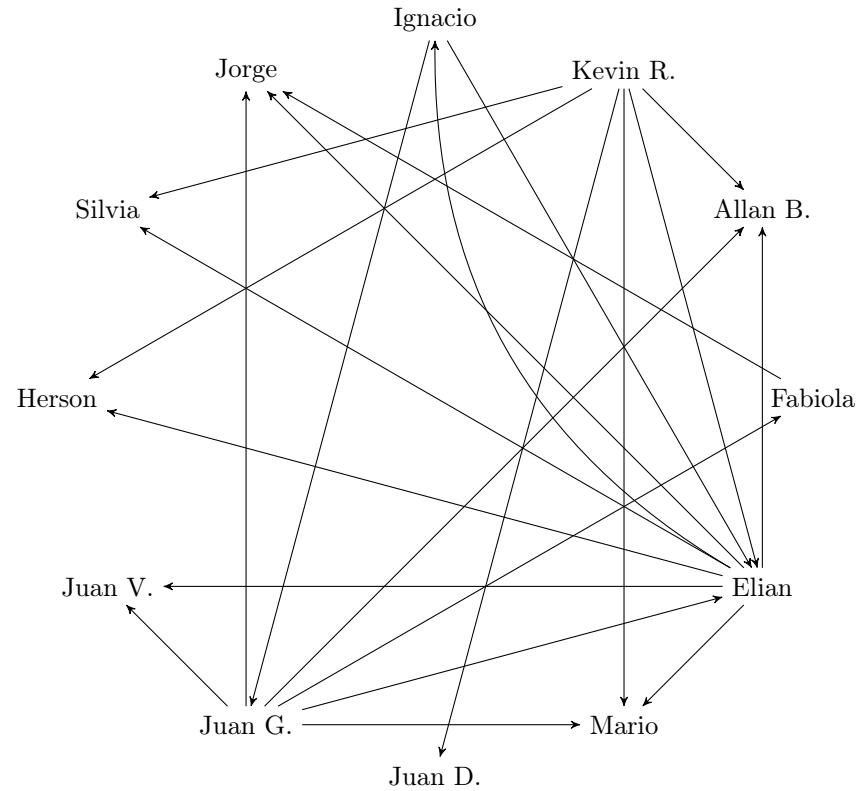
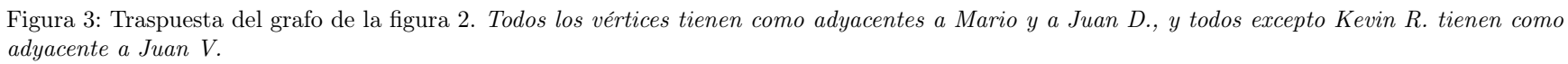


Figura 2: Grafo para las pregunta 2. Personas que prefieren los videojuegos que las películas. Los adyacentes de una persona son aquellos(as) que dieron la misma respuesta que ella a la pregunta que formuló, es decir X tiene a Y como adyacente si ambos dieron la misma respuesta a la pregunta que X hizo en el cuestionario. *Mario y Juan D. tienen a todos como adyacentes. Juan V. tiene a todos como adyacentes excepto Kevin R.*



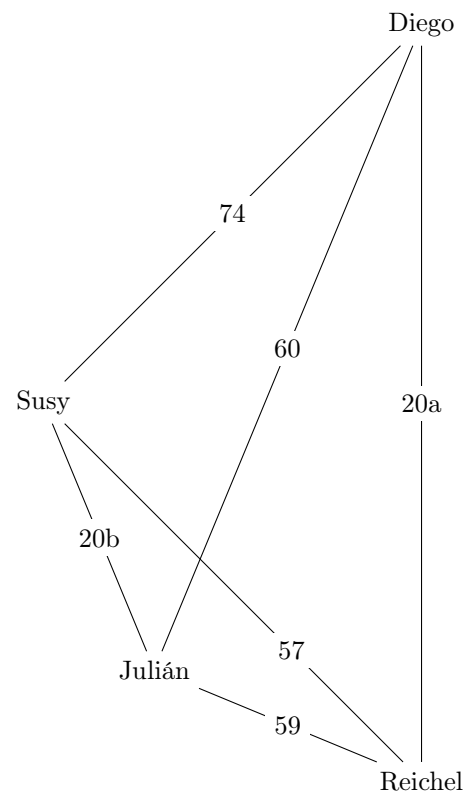


Figura 4: Grafo para las pregunta 6. Personas más afines a Diego y Susy y distancia entre ellos(as).

1. *Recorrido de un grafo en anchura* [8 pts.]

Realice un recorrido en anchura de la versión sin pesos del grafo de la figura 1, partiendo del vértice *Diego*. Asuma que las listas de adyacencia están ordenadas alfabéticamente. Muestre al finalizar cada iteración principal del algoritmo la distancia de la fuente a cada uno de los otros vértices, los predecesores que forman el camino correspondiente y el estado de la cola. Si al finalizar una iteración no muestra la distancia o el predecesor de un nodo, se asume que son los mismos que en la iteración anterior.

It.	Diego		Ricardo		María		Johan		Reichel		Julián		Susy		Josué		Cola
	d	π	d	π	d	π	d	π	d	π	d	π	d	π	d	π	
0	0	NIL	∞	NIL	∞	NIL	∞	NIL	∞	NIL	∞	NIL	∞	NIL	∞	NIL	Diego
1																	
2																	
3																	
4																	
5																	
6																	
7																	
8																	

2. *Componentes fuertemente conexos* [37 pts.]

- Haga un recorrido en profundidad del grafo dirigido de la figura 2. Note que, según la descripción de la figura, **algunas aristas están ausentes**. Muestre los tiempos de descubrimiento y finalización y vértices predecesores correspondientes. Asuma que las listas de adyacencia están ordenadas en el sentido de las manecillas del reloj y que en el ciclo principal los vértices se toman también en ese sentido. Empiece con el vértice superior (Ignacio). [8 pts.]
- Dibuje las aristas de árbol que están ausentes (ver descripción de la figura) y resalte todas las aristas de árbol (las que estaban y las que agregó) [6 pts.]. Clasifique las aristas restantes mostradas como aristas hacia adelante (F), hacia atrás (B) o cruzada (X), indicándolo cerca de su punta. (No es necesario hacerlo para las que no aparecen dibujadas en el grafo). [9 pts.]
- Haga un recorrido en profundidad de la traspuesta del grafo (figura 3) tomando los vértices en orden decreciente de finalización de la parte a) y asumiendo que las listas de adyacencia están ordenadas en el sentido de las manecillas del reloj. Muestre los respectivos tiempos de descubrimiento y finalización y los predecesores [8 pts.]. Use esta información para encontrar los componentes fuertemente conexos del grafo [6 pts.].

3. *Algoritmo de Kruskal y ests. de datos para conjs. disjtos.* [24 pts.]

Use el algoritmo de Kruskal para encontrar un árbol recubridor mínimo del grafo pesado no dirigido de la figura 1. Las aristas con pesos repetidos se diferencian agregándoles letras *a*, *b*, etc., y se deben considerar en orden alfabético—por ejemplo, las aristas 20a y 20b tienen ambas un peso de 20, pero la arista 20a tiene prioridad sobre la arista 20b—. Así, el orden en que se deben considerar las aristas es el siguiente: 20a, 20b, 27, 29a, 29b, 32, 34a, 34b, 36, 40, 41, 44, 45, 46a, 46b, 47 y 48. Muestre para cada iteración lo siguiente:

- La arista considerada, y si fue tomada o no. (Después de la primera arista mal procesada el resto no suman puntos). [8 pts.]

- El estado de la correspondiente estructura de datos para conjuntos disjuntos, implementada mediante árboles. Indique el rango de los nodos por medio de subíndices. (Si gusta, puede mostrar solo los árboles que cambian; después del primer árbol mal procesado, el resto no suman puntos). [16 pts.]

Para esta pregunta asuma que los argumentos de la operación UNION son dados en orden alfabético (por ejemplo, como $\text{UNION}(a, b)$ y no $\text{UNION}(b, a)$). Si al finalizar una iteración no muestra el padre ni el rango de un nodo, se asumirá que son los mismos que en la iteración anterior (el nodo y cero, respectivamente, si no se indican en la primera iteración).

4. *Algoritmo de Prim* [16 pts.]

Use el algoritmo de Prim para encontrar un árbol recubridor mínimo del grafo pesado no dirigido de la figura 1. Especifique en cada iteración principal del algoritmo las aristas consideradas y la arista seleccionada. Empiece en el vértice Diego. (Después de la primera arista mal procesada el resto de aristas no suman puntos).

5. *Camino más corto desde una fuente* [8 pts.]

Use el algoritmo de Dijkstra para encontrar el camino más corto entre el vértice Diego y los otros vértices en el grafo no dirigido de la figura 1. Al considerar un vértice como pivote, actualice las distancia y predecesores de sus adyacentes *solo si la distancia disminuye* (no si se mantiene igual). Si varios vértices tienen la misma distancia conocida a la fuente, dé prioridad al menor, en un sentido alfabético. Muestre en cada iteración las distancias más cortas conocidas desde la fuente [3½ pts.] y los predecesores que forman tal camino [3½ pts.]. Si al finalizar una iteración no indica la distancia o el predecesor de un vértice, se asume que son los mismos que en la iteración anterior (∞ y NIL, respectivamente, si no se han especificado).

It.	Diego		Ricardo		María		Johan		Reichel		Julián		Susy		Josué	
	d	π	d	π	d	π	d	π	d	π	d	π	d	π	d	π
0	0	NIL	∞	NIL	∞	NIL	∞	NIL	∞	NIL	∞	NIL	∞	NIL	∞	NIL
1																
2																
3																
4																
5																
6																
7																
8																

6. *Camino más corto entre todos los vértices* [12 pts.]

Después de una cuidadosa inspección del cuadro 1, Diego descubrió que tiene grandes diferencias con Susy. Diego quiere aprovechar su gran cercanía con Reichel y la cercanía de Julián con Susy para ver si puede mejorar su afinidad con Susy. Simule la ejecución del algoritmo de Floyd y Washall sobre el grafo de la figura 4 para indicarle a Diego si esto es posible y cuál sería la ruta [2 pts.]. Si deja una casilla vacía en una matriz $D^{(k)}$ se asume que tiene un valor de infinito y si deja una casilla vacía en una matriz $\Pi^{(k)}$ se asume que tiene un valor de NIL. [1½pto. cada matriz.

Después de la primer matriz D incorrecta el resto de matrices D no suman puntos. Después de la primer matriz Π incorrecta el resto de matrices Π no suman puntos.]

$D^{(0)} =$		Diego	Reichel	Julián	Susy
	Diego				
	Reichel				
	Julián				
	Susy				

$\Pi^{(0)} =$		Diego	Reichel	Julián	Susy
	Diego				
	Reichel				
	Julián				
	Susy				

$D^{(1)} =$		Diego	Reichel	Julián	Susy
Diego					
Reichel					
Julián					
Susy					
$\Pi^{(1)} =$		Diego	Reichel	Julián	Susy
Diego					
Reichel					
Julián					
Susy					
$D^{(2)} =$		Diego	Reichel	Julián	Susy
Diego					
Reichel					
Julián					
Susy					
$\Pi^{(2)} =$		Diego	Reichel	Julián	Susy
Diego					
Reichel					
Julián					
Susy					
$D^{(3)} =$		Diego	Reichel	Julián	Susy
Diego					
Reichel					
Julián					
Susy					
$\Pi^{(3)} =$		Diego	Reichel	Julián	Susy
Diego					
Reichel					
Julián					
Susy					
$D^{(4)} =$		Diego	Reichel	Julián	Susy
Diego					
Reichel					
Julián					
Susy					
$\Pi^{(4)} =$		Diego	Reichel	Julián	Susy
Diego					
Reichel					
Julián					
Susy					