

**CI-1221 Estructuras de Datos y Análisis de Algoritmos**  
**II ciclo de 2017**

**II EXAMEN PARCIAL**

*Jueves 12 de octubre, 12:15 p. m. – 2:45 p. m.*

Nombre: \_\_\_\_\_ Carné: \_\_\_\_\_

El examen consta de 5 preguntas que suman al menos 110 puntos. Cada pregunta indica el tema tratado y su valor mínimo (algunas preguntas pueden exceder el mínimo). El puntaje de cada uno de los subtemas de cada pregunta se indica también. Las preguntas se pueden responder en cualquier orden pero debe indicar en el cuadro mostrado abajo los números de página del cuaderno de examen en las que están las respuestas. Si la respuesta está en el enunciado del examen, debe indicarlo con la letra *E*. Las hojas del cuaderno de examen se deben enumerar en la esquina superior externa de cada página. El examen se puede realizar con lápiz o bolígrafo. No se permite el uso de dispositivos electrónicos (calculadoras, teléfonos, audífonos, etc.).

Pregunta	Puntos (mín.)	Páginas	clasificación
1. <i>Árboles de búsqueda binarios</i>	15		
2. <i>Árboles rojinegros</i>	29		
3. <i>Árboles B</i>	18		
4. <i>Tablas de dispersión</i>	34		
5. <i>Pilas</i>	14		
Total	110		

Las preguntas 1 a 4 hacen referencia a los primeros doce países en clasificar a la Copa Mundial de la FIFA 2018 (excepto Rusia, que por ser el anfitrión, clasifica automáticamente). Estos países se muestran en el cuadro 1.

1. *Árboles de búsqueda binarios*. [15 pts.]

- a) Inserte en un árbol de búsqueda binario vacío los primeros doce países en clasificar a la Copa Mundial de la FIFA 2018 (excluyendo al anfitrión, Rusia), en orden cronológico (primero Brasil, luego Irán, etc.) y siguiendo un criterio alfabético. (Puede usar abreviaturas, siempre y cuando no afecten el orden). Muestre el estado del árbol después de cada inserción y enciérrelo en un triángulo. [1 pto. cada inserción. Después de la primera inserción fallida, el resto de inserciones no suman puntos].
- b) Borre del árbol binario producido en el punto anterior los tres equipos que han derrotado a Costa Rica en el proceso de clasificación o en copas anteriores: México, Brasil y Alemania. [3 pts.]

Cuadro 1: Primeros doce equipos en clasificar a la Copa Mundial de la FIFA 2018 (después del anfitrión, Rusia).

País	Puesto	Fecha de clasificación
Brasil	1° en la Conmebol	28/03/2017
Irán	1° del Grupo A de la fase 3 de la AFC	12/06/2017
Japón	1° del Grupo B de la fase 3 de la AFC	31/08/2017
México	1° del Hexagonal final de la Concacaf	1/09/2017
Bélgica	1° del Grupo H de la UEFA	3/09/2017
Corea del Sur	2° del Grupo A de la fase 3 de la AFC	5/09/2017
Arabia Saudita	2° del Grupo B de la fase 3 de la AFC	5/09/2017
Alemania	1° del Grupo C de la UEFA	5/10/2017
Inglaterra	1° del Grupo F de la UEFA	5/10/2017
España	1° del Grupo G de la UEFA	6/10/2017
Nigeria	1° del Grupo B de la CAF	7/10/2017
Costa Rica	2° del Hexagonal final de la Concacaf	7/10/2017

2. *Árboles rojinegros*. [29 pts.]

- Inserte en un árbol rojinegro vacío los países del cuadro 1, en orden cronológico de clasificación y siguiendo un criterio alfabético. (Puede usar abreviaturas si no afectan el orden). Muestre el estado del árbol después de cada inserción y enciérrelo en un triángulo (para mayor claridad, en caso de que muestre pasos intermedios en cada inserción). [2 pts. cada inserción. Después de la primera inserción fallida, el resto de inserciones no suman puntos].
- ¿Cuál es la altura del árbol (incluyendo las hojas)? [1 pto.]
- Compare esta altura con la del árbol de búsqueda binaria de la parte a) de la pregunta 1. [1 pto.]
- ¿Cuál es la altura negra del árbol? [1 pto.]
- Muestre el árbol 2-3-4 correspondiente. Incluya todas las llaves. [2 pts.]

3. *Árboles B*. [18 pts.]

Inserte en un árbol B vacío con grado mínimo  $t=2$  los países del cuadro 1, *excepto los que han derrotado a Costa Rica en encuentros oficiales* (México, Brasil y Alemania), en orden cronológico de clasificación y siguiendo un criterio alfabético (puede usar abreviaturas si no afectan el orden). Muestre el estado del árbol después de cada inserción y enciérrelo en un triángulo (para mayor claridad, en caso de que dibuje pasos intermedios). [2 pts. cada inserción. Después de la primera inserción fallida, el resto de inserciones no suman puntos].

4. *Tablas de dispersión*. [34 pts.]

Sea una tabla de dispersión de tamaño trece con las siguientes funciones de dispersión auxiliares:

$$h'(k) = \begin{cases} 0 & \text{si } k \text{ empieza con A o B,} \\ 1 & \text{si } k \text{ empieza con C o D,} \\ 2 & \text{si } k \text{ empieza con E o F,} \\ 3 & \text{si } k \text{ empieza con G o H,} \\ 4 & \text{si } k \text{ empieza con I o J,} \\ 5 & \text{si } k \text{ empieza con K o L,} \\ 6 & \text{si } k \text{ empieza con M o N,} \\ 7 & \text{si } k \text{ empieza con O o P,} \\ 8 & \text{si } k \text{ empieza con Q o R,} \\ 9 & \text{si } k \text{ empieza con S o T,} \\ 10 & \text{si } k \text{ empieza con U o V,} \\ 11 & \text{si } k \text{ empieza con W o X,} \\ 12 & \text{si } k \text{ empieza con Y o Z,} \end{cases}$$

$$h''(k) = \begin{cases} 1, & \text{si la tercer letra de } k \text{ es A, B o C,} \\ 2, & \text{si la tercer letra de } k \text{ es D, E o F,} \\ 3, & \text{si la tercer letra de } k \text{ es G, H o I,} \\ 4, & \text{si la tercer letra de } k \text{ es J, K o L,} \\ 5, & \text{si la tercer letra de } k \text{ es M, N u O,} \\ 6, & \text{si la tercer letra de } k \text{ es P, Q, R o S,} \\ 7, & \text{si la tercer letra de } k \text{ es T, U o V,} \\ 8, & \text{si la tercer letra de } k \text{ es W, X, Y o Z.} \end{cases}$$

- a) Muestre en la siguiente tabla cada uno de los estados por los que pasa la tabla de dispersión al insertar cada uno de los países del cuadro 1, *excepto aquellos que han vencido a Costa Rica en eliminatorias o en copas anteriores* (México, Brasil y Alemania), usando la técnica de direccionamiento abierto con sondeo lineal:

$$h(k, i) = (h'(k) + i) \text{ mód } 13 \quad (i = 0, 1, \dots, 12).$$

Si deja una casilla vacía, se asume que contiene el mismo valor que en el estado anterior. Indique en la última columna el número de colisiones ocurridas y el total (si deja una casilla vacía se asume que no hubo colisiones al efectuar esa operación). Después de la primera operación fallida, el resto de operaciones no suman puntos. [10 pts.]

	Casilla / Letras que llevan a la casilla													N.º cols.
	0/AB	1/CD	2/EF	3/GH	4/IJ	5/KL	6/MN	7/OP	8/QR	9/ST	10/UV	11/WX	12/YZ	
Operación	NIL	NIL	NIL	NIL	NIL	NIL	NIL	NIL	NIL	NIL	NIL	NIL	NIL	
INS(Irán)														
INS(Japón)														
INS(Bélgica)														
INS(Corea del Sur)														
INS(Arabia Saudita)														
INS(Inglaterra)														
INS(España)														
INS(Nigeria)														
INS(Costa Rica)														
Total														

- b) Muestre en la siguiente tabla cada uno de los estados por los que pasa la tabla de dispersión al insertar cada uno de los países del cuadro 1, *excepto aquellos que han vencido a Costa Rica en eliminatorias o en copas anteriores* (México, Brasil y Alemania), usando la técnica de direccionamiento abierto con sondeo cuadrático:

$$h(k, i) = (h'(k) + i^2) \mod 13 \quad (i = 0, 1, \dots, 12).$$

Si deja una casilla vacía, se asume que contiene el mismo valor que en el estado anterior. Indique en la última columna el número de colisiones ocurridas y el total (si deja una casilla vacía se asume que no hubo colisiones al efectuar esa operación). Después de la primera operación fallida, el resto de operaciones no suman puntos. [10 pts.]

	Casilla / Letras que llevan a la casilla													N.º cols.
	0/AB	1/CD	2/EF	3/GH	4/IJ	5/KL	6/MN	7/OP	8/QR	9/ST	10/UV	11/WX	12/YZ	
Operación	NIL	NIL	NIL	NIL	NIL	NIL	NIL	NIL	NIL	NIL	NIL	NIL	NIL	
INS(Irán)														
INS(Japón)														
INS(Bélgica)														
INS(Corea del Sur)														
INS(Arabia Saudita)														
INS(Inglaterra)														
INS(España)														
INS(Nigeria)														
INS(Costa Rica)														
Total														

- c) Muestre en la siguiente tabla cada uno de los estados por los que pasa la tabla de dispersión al insertar cada uno de los países del cuadro 1, *excepto aquellos que han vencido a Costa Rica en eliminatorias o en copas anteriores* (México, Brasil y Alemania), usando la técnica de direccionamiento abierto con dispersión doble:

$$h(k, i) = (h'(k) + i h''(k)) \mod 13 \quad (i = 0, 1, \dots, 12).$$

Si deja una casilla vacía, se asume que contiene el mismo valor que en el estado anterior. Indique en la última columna el número de colisiones ocurridas y el total (si deja una casilla vacía se asume que no hubo colisiones al efectuar esa operación). Después de la primera operación fallida, el resto de operaciones no suman puntos. [10 pts.]

	Casilla / Letras que llevan a la casilla													
	0/AB	1/CD	2/EF	3/GH	4/IJ	5/KL	6/MN	7/OP	8/QR	9/ST	10/UV	11/WX	12/YZ	
Operación	NIL	NIL	NIL	NIL	NIL	NIL	NIL	NIL	NIL	NIL	NIL	NIL	NIL	N.º cols.
INS(Irán)														
INS(Japón)														
INS(Bélgica)														
INS(Corea del Sur)														
INS(Arabia Saudita)														
INS(Inglaterra)														
INS(España)														
INS(Nigeria)														
INS(Costa Rica)														
Total														

d) ¿Cuál es el factor de carga de las tablas? [2 pts.] ¿Está dentro del rango recomendado? Explique. [2 pts.]

5. *Pilas*. [14 pts.]

Sea la siguiente expresión con números complejos:

$$1 + i - 1 - i$$

a) Dibuje un árbol que la represente. [3½ pts.]

**Observación.** Por convención, si dos operadores tienen la misma precedencia se realiza primero la operación de más a la izquierda.

b) Escriba la lista de términos que corresponde a un recorrido del árbol en posorden. [3½ pts.]

c) Use el algoritmo siguiente para evaluar la expresión representada por la lista de términos, mostrando en la tabla adjunta el estado de la pila (implementada con un arreglo) después de cada operación realizada sobre la pila. [1 pto. c/ estado].

Mientras haya términos por leer:

Lea un término:

- Si el término es un operando:

1. Push(op)

- Si el término es un operador:

1. y = Pop()

2. x = Pop()

3. z = x op y

4. Push(z)

Término leído	Posición del arreglo					
	1	2	3	4	5	6
1.º						
2.º						
3.º						
4.º						
5.º						
6.º						
7.º						
8.º						
9.º						
10.º						