

PRIMER EXAMEN PARCIAL

Instrucciones: Este es un examen de desarrollo, todos los procedimientos que justifiquen su respuesta deben aparecer en el cuaderno de examen. No se permiten hojas sueltas durante el examen, ni el intercambio de instrumentos o materiales (incluyendo calculadora). **No se permite el uso calculadoras programables ni celulares.**

1. Dada la siguiente ecuación diferencial:

$$\frac{dy}{dx} = \tan^2(x + y)$$

- (a) [5 pts.] Muestre que el cambio de variable $u = x + y$ transforma la ecuación diferencial en separable.
(b) [10 pts.] Resuelva la ecuación diferencial.

2. Resuelva las siguientes ecuaciones diferenciales:

- (a) [15 pts.] $\frac{dy}{dx} - y^3 \csc(x) = y \cot(x)$
(b) [15 pts.] $(x^2 + y^2)dx + (x^2 - xy)dy = 0$

3. Dada la ecuación diferencial,

$$xy'' - y' - (x - 1)y = 0.$$

- (a) [5 pts.] Demuestre que $y_1(x) = e^x$ es solución.
(b) [10 pts.] Halle la solución general.

4. [20 pts.] Resuelva la ecuación diferencial:

$$4y'' + 36y = \csc(3x)$$

5. Dada la ecuación diferencial:

$$\cos(x)dx + \left(1 + \frac{2}{y}\right) \sen(x)dy = 0$$

- (a) [5pts.] Encuentre un factor integrante que haga la ecuación diferencial exacta.
(b) [10pts.] Resuelva la ecuación diferencial.