



CI-1221 Estructuras de Datos y Análisis de Algoritmos
I ciclo 2012, grupo 02

IV EXAMEN PARCIAL

Martes 10 de julio

Pregunta	Puntos	Páginas	Calificación
1. <i>Análisis amortizado</i>	20		
2. <i>Estructuras de datos para conjuntos disjuntos</i>	16		
3. <i>Representación de grafos</i>	12		
4. <i>Recorrido de un grafo a lo ancho</i>	9		
5. <i>Búsqueda en profundidad y ordenamiento topológico</i>	18		
6. <i>Componentes fuertemente conexos</i>	28		
7. <i>Árboles recubridores mínimos</i>	10		
8. <i>Camino más corto desde una fuente</i>	12		
Total	125		

El examen consta de 8 preguntas que suman 125 puntos, pero no se reconocerán más de 130 (30 % extra). Cada pregunta indica el tema tratado y su valor. Si la pregunta tiene subítemes, el puntaje de cada uno de ellos es indicado dentro de los subítemes. Se recomienda echar un vistazo a los temas de las preguntas y a su puntaje antes de resolver el examen, para así distribuir su tiempo y esfuerzo de la mejor manera.

Las preguntas se pueden responder en cualquier orden, pero se debe indicar en la tabla mostrada abajo los números de página del cuaderno de examen en las que está cada respuesta. Para ello las hojas del cuaderno de examen deben estar numeradas en la esquina superior externa de cada página.

El examen se puede realizar con lápiz o lapicero. *No se permite el uso de dispositivos electrónicos (calculadoras, teléfonos, audífonos, etc.).*

1. *Análisis amortizado.* [20 pts.]

Calcule el costo amortizado de insertar los elementos $1, 2, \dots, n$, en ese orden, en las siguientes estructuras de datos. **Expresé el resultado en su forma más simple.**

- Lista enlazada (con inserciones al principio). [4 pts.]
- Árbol de búsqueda binario. [6 pts.]
- Árbol rojinegro. [10 pts.]

2. Estructuras de datos para conjuntos disjuntos. [16 pts.]

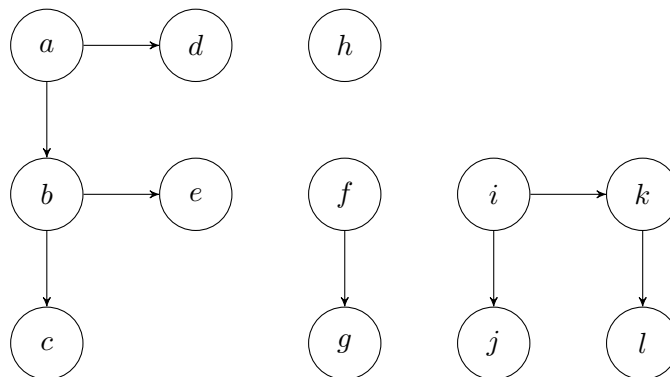
Simule la ejecución del conjunto de operaciones mostrado abajo. Muestre el estado de cada árbol modificado con cada llamado a MAKE-SET, UNION, LINK o FIND-SET (incluyendo los llamados a FIND-SET hechos dentro de UNION). Indique además para cada nodo: su padre (por medio de una flecha a él) y su rango (en forma de subíndice). *Recuerde que, por convención, cuando los rangos son iguales, el árbol derecho “adopta” al izquierdo y no al revés.*

1	para $x = a, b, \dots, h$	
2	MAKE-SET(x)	[1/2 pto. c/u]
3	UNION(a, b)	[1 pto.]
4	UNION(c, d)	[1 pto.]
5	UNION(e, f)	[1 pto.]
6	UNION(g, h)	[1 pto.]
7	UNION(a, c)	[2 pts.]
8	UNION(e, g)	[2 pts.]
9	UNION(a, e)	[4 pts.]

3. Representación de grafos. [12 pts.]

Represente el siguiente grafo utilizando:

- Listas de adyacencia (ordenadas alfabéticamente). [6 pts.]
- Matriz de adyacencia. [6 pts.]



4. Recorrido de un grafo a lo ancho. [9 pts.]

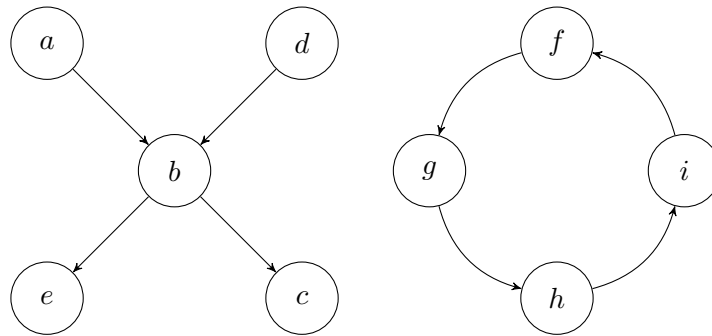
Realice un recorrido a lo ancho del grafo de la pregunta anterior. Parta del vértice a y asuma que las listas de adyacencia están ordenadas alfabéticamente. Muestre la distancia del vértice a a cada uno de los vértices [3 pts.], los predecesores que forman el camino correspondiente [3 pts.] y el estado de la cola [3 pts.] al finalizar cada iteración principal del algoritmo. (Si no muestra la distancia ni el predecesor se asumirá que son $-\infty$ y NIL, respectivamente).

5. Búsqueda en profundidad y ordenamiento topológico. [18 pts.]

- Realice un recorrido en profundidad del grafo de la pregunta 3. Indique los tiempos de descubrimiento y finalización [6 pts.] y el predecesor [6 pts.] de cada uno de los vértices. Asuma que el ciclo principal considera los vértices en orden alfabético y que las listas de adyacencia están ordenadas alfabéticamente también.
- Utilice los resultados de la parte anterior para producir un ordenamiento topológico del grafo. [6 pts.]

6. *Componentes fuertemente conexos.* [28 pts.]

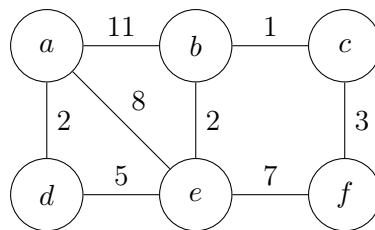
Considere el siguiente grafo:



- Haga un recorrido en profundidad del grafo y muestre los tiempos de descubrimiento y finalización [4½ pts.] y predecesores [4½ pts.] correspondientes. Asuma que las listas de adyacencia están ordenadas alfabéticamente y que en el ciclo principal los vértices son considerados en orden alfabético también.
- Etiquete las aristas que no pertenecen a los árboles producidos por el recorrido del punto anterior como aristas hacia adelante (F), aristas hacia atrás (B) o aristas cruzadas (C). [4 pts.]
- Dibuje la traspuesta del grafo. [4 pts.]
- Haga un recorrido en profundidad de la traspuesta del grafo tomando los vértices en cada visita de acuerdo a los tiempos de finalización obtenidos en el punto (a). Muestre los respectivos tiempos de descubrimiento y finalización [4½ pts.] y predecesores [4½ pts.], y utilice esta información para mostrar los componentes fuertemente conexos del grafo [2 pts.].

7. *Árboles recubridores mínimos.* [10 pts.]

Utilice los algoritmos de Kruskal [5 pts.] y Prim [5 pts.] para encontrar los árboles recubridores mínimos en el siguiente grafo. Especifique para cada algoritmo las aristas que fueron *consideradas* en cada iteración (incluyendo las aristas consideradas pero rechazadas). **Para el algoritmo de Prim empiece en el vértice f .**



8. *Camino más corto desde una fuente.* [12 pts.]

Utilice el algoritmo de Dijkstra para encontrar el camino más corto entre el vértice a y los otros vértices en el grafo de la pregunta anterior. Muestre las distancias [6 pts.] y los predecesores [6 pts.] de cada vértice después de cada iteración principal del algoritmo.