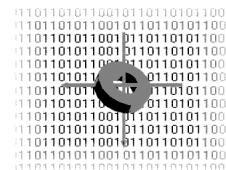




UNIVERSIDAD DE COSTA RICA  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
ESC. DE CC. DE LA COMP. E INFORMÁTICA



CI-1221 Estructuras de Datos y Análisis de Algoritmos  
II ciclo 2011, Grupo 02

### III EXAMEN PARCIAL

*Sábado 5 de noviembre*

El examen consta de 3 preguntas que suman al menos 110 puntos, pero no se reconocerán más de 110 (10% extra). Las preguntas se pueden responder en cualquier orden pero la numeración debe ser claramente indicada. El examen se puede realizar con lápiz o lapicero. *No se permite el uso de dispositivos electrónicos: calculadora, teléfono, audífonos, etc.*

El examen consiste en resolver el ***problema de la digitación en el piano***. Dada una melodía, cada tecla debe ser pulsada por un determinado dedo. El objetivo es determinar con qué dedo pulsar cada tecla de forma tal que las notas suenen ligadas, *lo que implica que no se debe utilizar el mismo dedo para tocar dos notas consecutivas de la melodía*, y que el movimiento de la mano sea el más confortable posible. Para esto asuma que los dedos se numeran del 1 al 5 como se muestra en la figura 1, y las teclas se numeran de forma ascendente de izquierda a derecha como se muestra en la figura 2.

Un criterio utilizado para maximizar el confort de la mano es minimizar el número de giros realizados. Un giro consiste en pasar de una nota pulsada con un dedo  $d$  a otra nota más aguda pulsada con un dedo de menor orden (por ejemplo, pasar de la nota 60 pulsada con el dedo 2 a la nota 62 pulsada con el dedo 1) o pasar de una nota pulsada con un dedo  $d$  a otra nota más grave pulsada con un dedo de mayor orden (por ejemplo, pasar de la nota 60 pulsada con el dedo 1 a la nota 57 pulsada con el dedo 3).<sup>1</sup>

Su tarea será escribir algoritmos que utilicen las técnicas de búsqueda exhaustiva, programación dinámica y algoritmos ávidos, para resolver el problema de determinar con qué dedos tocar una melodía correspondiente a la secuencia de teclas  $t = [t_1, t_2, \dots, t_n]$  de forma tal que se minimice la cantidad total de giros realizados.

<sup>1</sup>Los criterios utilizados para la selección de la digitación son mucho más complejos, pero para efectos del examen asuma esta versión simplificada.

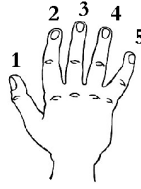


Figura 1: Numeración de los dedos de la mano derecha.

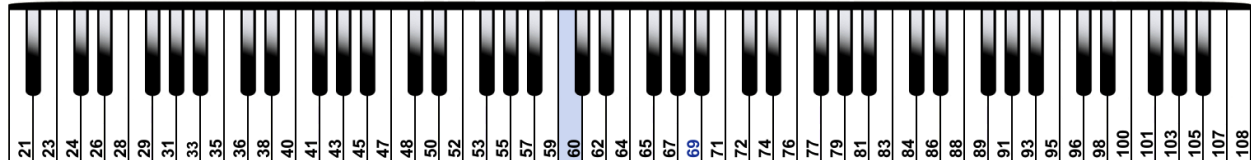


Figura 2: Numeración de las teclas.

1. [25 pts.] *Búsqueda exhaustiva*

- Encuentre una representación vectorial para la solución al problema, indicando claramente qué significa cada una de sus entradas. [2 pts.]
- Determine el espacio  $E$  al que pertenece este vector, definiendo claramente los conjuntos utilizados. [2 pts.]
- Determine la cardinalidad del espacio. [2 pts.]
- Si es posible lograr una reducción significativa del espacio, acótelos por medio de una restricción del tipo  $E' = \{\sigma \in E : \dots\}$ . [4 pts.]
- Escriba un algoritmo que explore todas las soluciones candidatas en  $E$  o  $E'$  y que encuentre una solución óptima al problema. Escriba el significado de los argumentos de los métodos. [15 pts.]

2. [75 pts.] *Programación dinámica*

- Explique cómo resolver el problema a partir de soluciones a subproblemas. [7 pts.]
- Formule matemáticamente una solución al problema. Describa la función objetivo y sus argumentos [8 pts.], y los pasos base [5 pts.], recursivo [10 pts.] y final [5 pts.].
- Basado en estas ecuaciones, escriba un algoritmo que determine el número mínimo de giros requeridos para tocar la melodía [20 pts.] y una digitación que permita alcanzar ese número de giros [10 pts.].
- Determine una cota asintótica para el tiempo de ejecución del algoritmo. [10 pts.]

3. [10–35 pts.] *Algoritmos ávidos*

- a) Determine si es posible resolver el problema mediante un algoritmo ávido en tiempo  $O(n \log n)$ . Explique su respuesta. [10 pts.]
- b) Si su respuesta al punto anterior fue afirmativa:
  - I. Escriba un algoritmo ávido que resuelva el problema. [10 pts.]
  - II. Utilice el método de la transformación para demostrar que la estrategia es correcta. [10 pts.]
  - III. Determine una cota asintótica ajustada para el tiempo de ejecución del algoritmo. [5 pts.]