

CI-0116 Análisis de Algoritmos y Estructuras de Datos
II ciclo de 2018

II EXAMEN PARCIAL

Jueves 18 de octubre

Nombre: _____ Carné: _____

El examen consta de 5 preguntas que suman 100 puntos. Cada pregunta indica el tema tratado y su valor. Las preguntas se pueden responder en cualquier orden pero debe indicar en el cuadro mostrado abajo los números de página del cuaderno de examen en las que están las respuestas. Si la respuesta está en el enunciado del examen favor indicarlo con la letra 'E' en vez del número de página. Las hojas del cuaderno de examen se deben enumerar en la esquina superior externa de cada página. El examen se puede realizar con lápiz o bolígrafo. No se permite el uso de dispositivos electrónicos (calculadoras, teléfonos, audífonos, etc.).

Pregunta	Puntos	Páginas o 'E'	Calificación
1. <i>Árboles de búsqueda binarios</i>	11		
2. <i>Árboles rojinegros</i>	23		
3. <i>Tablas de dispersión</i>	29		
4. <i>Pilas</i>	17		
5. <i>Árboles rojinegros</i>	20		
Total	100		

Las preguntas 1 a 3 hacen referencia a los cursos propios del nuevo énfasis de Ciencias de la Computación de la carrera de Computación, que se muestran en la figura 1.

1. *Árboles de búsqueda binarios*. [11 pts.]

- a) Inserte en un árbol de búsqueda binario los cursos que aparecen en la figura 1. Insértelos en el orden en que aparecen en ella (en el sentido de renglones): Ecuaciones Diferenciales; Arquitectura de Computadoras; Inteligencia Artificial; Análisis Numérico; Modelado y Optimización; Experimentos; Teoría de la Computación; Compiladores y, por último, Investigación en Ciencias de la Computación. Puede usar abreviaturas siempre y cuando estas no afecten el ordenamiento final. Muestre el estado del árbol después de cada inserción. [1 pto. cada inserción. Después de la primera operación fallida, el resto no suman puntos].
- b) Borre del árbol binario producido en el punto anterior los cursos impartidos por la Escuela de Matemática en el orden inverso en que fueron insertados: primero Análisis Numérico y luego Ecuaciones Diferenciales. Muestre el estado del árbol después de cada borrado. [1 pto. cada borrado. Después de la primera operación fallida, el resto no suman puntos].

Ciclo

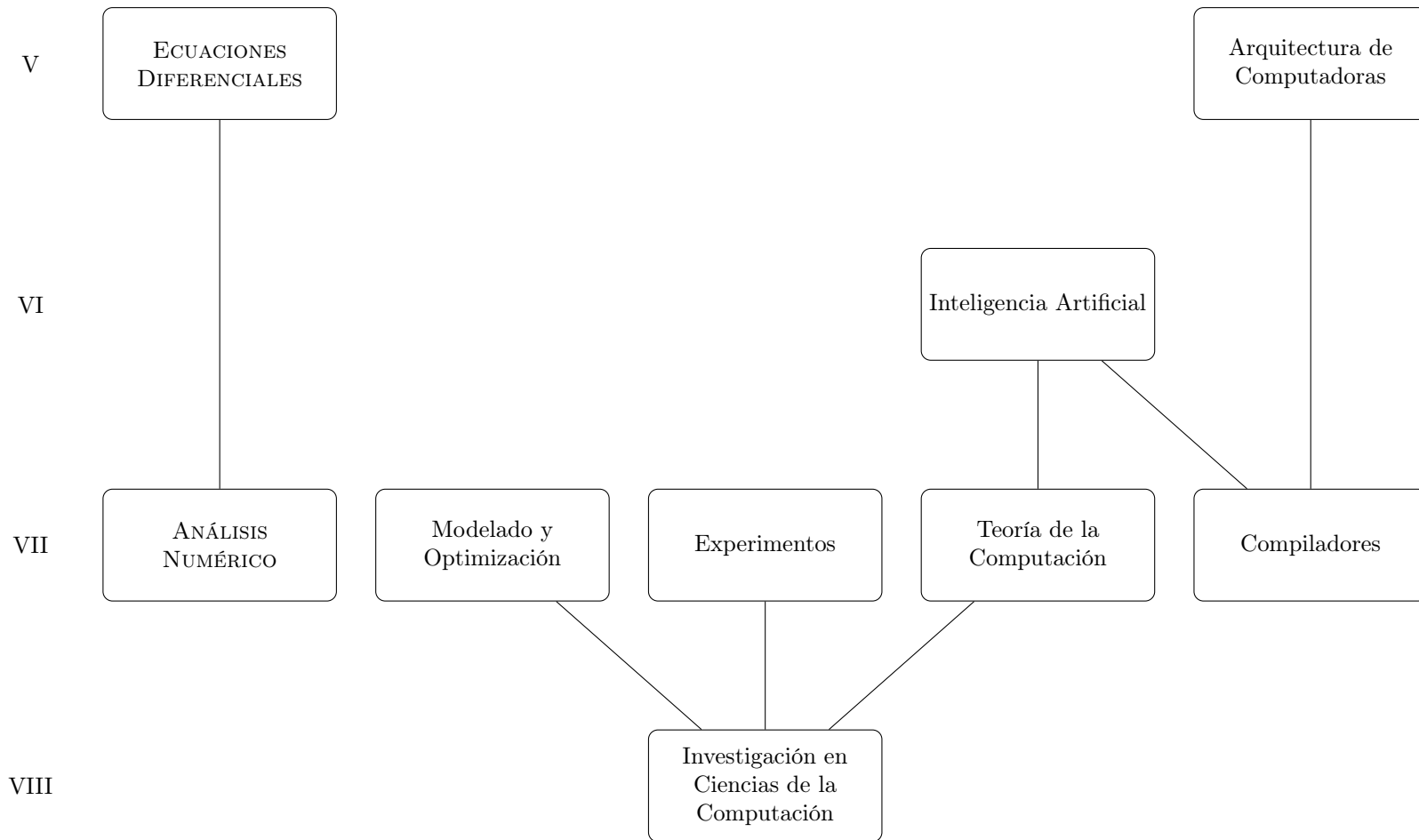


Figura 1: Cursos propios del nuevo énfasis de Ciencias de la Computación del bachillerato en Computación de la Universidad de Costa Rica. (Los nombres han sido acortados para capturar mejor su esencia). Los cursos en VERSALITAS son impartidos por la Escuela de Matemática. (Las aristas indican que un curso superior es requisito del otro).

2. *Árboles rojinegros*. [23 pts.]

- Inserte en un árbol rojinegro los cursos de la figura 1 en el orden especificado en la pregunta anterior. Muestre el estado del árbol después de cada inserción y enciérrelo en un triángulo (para mayor claridad, en caso de que muestre pasos intermedios en cada inserción). [2 pts. cada inserción. Después de la primera operación fallida, el resto no suman puntos].
- Tomando en cuenta solo los nodos con llaves, ¿cuál es la altura del árbol? [1 pto., válido solo si el árbol es correcto].
- Compare esta altura con la del árbol de búsqueda binaria de la parte a) de la pregunta 1. [1 pto., válido solo si los árboles son correctos].
- Tomando en cuenta las hojas (nodos «nil»), ¿cuál es la altura negra del árbol? [1 pto., válido solo si el árbol es correcto].
- Muestre el árbol 2-3-4 correspondiente. [2 pts., válidos solo si el árbol rojinegro es correcto].

3. *Tablas de dispersión*. [29 pts.]

Sea una tabla de dispersión de tamaño veintiséis con las siguientes funciones de dispersión auxiliares:

$$h'(k) = \begin{cases} 0 & \text{si } k \text{ empieza con A,} \\ 1 & \text{si } k \text{ empieza con B,} \\ 2 & \text{si } k \text{ empieza con C,} \\ \vdots & \vdots \\ 25 & \text{si } k \text{ empieza con Z,} \end{cases} \quad h''(k) = \begin{cases} 2, & \text{si la última palabra de } k \text{ empieza con A, B o C,} \\ 3, & \text{si la última palabra de } k \text{ empieza con D, E o F,} \\ 4, & \text{si la última palabra de } k \text{ empieza con G, H o I,} \\ 5, & \text{si la última palabra de } k \text{ empieza con J, K o L,} \\ 6, & \text{si la última palabra de } k \text{ empieza con M, N u O,} \\ 7, & \text{si la última palabra de } k \text{ empieza con P, Q, R o S,} \\ 8, & \text{si la última palabra de } k \text{ empieza con T, U o V,} \\ 9, & \text{si la última palabra de } k \text{ empieza con W, X, Y o Z.} \end{cases}$$

- Muestre en la siguiente tabla cada uno de los estados por los que pasa la tabla de dispersión al insertar los cursos de la figura 1, usando la técnica de direccionamiento abierto con sondeo lineal:

$$h(k, i) = (h'(k) + i) \text{ mód } 26 \quad (i = 0, 1, \dots, 25).$$

Si deja una casilla vacía, se asume que contiene el mismo valor que en el estado anterior. Indique en la última columna el número de colisiones ocurridas en cada inserción y el total (si deja una casilla vacía se asume que no hubo colisiones al efectuar esa operación). Después de la primera operación fallida, el resto de operaciones no suman puntos. [9 pts.]

	Casilla / Letras que llevan a la casilla																										
	0/A	1/B	2/C	3/D	4/E	5/F	6/G	7/H	8/I	9/J	10/K	11/L	12/M	13/N	14/O	15/P	16/Q	17/R	18/S	19/T	20/U	21/V	22/W	23/X	24/Y	25/Z	
Curso	NIL	NIL	NIL	NIL	NIL	NIL	NIL	NIL	NIL	NIL	NIL	NIL	NIL	NIL	NIL	NIL	NIL	NIL	NIL	NIL	NIL	NIL	NIL	NIL	NIL	NIL	Col
Ecu.																											
Arq.																											
Int.																											
Ana.																											
Mod.																											
Exp.																											
Teo.																											
Com.																											
Inv.																											
Total																											

- b) Muestre en la siguiente tabla cada uno de los estados por los que pasa la tabla de dispersión al insertar los cursos de la figura 1, usando la técnica de direccionamiento abierto con sondeo cuadrático:

$$h(k, i) = (h'(k) + i^2) \text{ mód } 26 \quad (i = 0, 1, \dots, 25).$$

Si deja una casilla vacía, se asume que contiene el mismo valor que en el estado anterior. Indique en la última columna el número de colisiones ocurridas en cada inserción y el total (si deja una casilla vacía se asume que no hubo colisiones al efectuar esa operación). Después de la primera operación fallida, el resto de operaciones no suman puntos. [9 pts.]

	Casilla / Letras que llevan a la casilla																										
	0/A	1/B	2/C	3/D	4/E	5/F	6/G	7/H	8/I	9/J	10/K	11/L	12/M	13/N	14/O	15/P	16/Q	17/R	18/S	19/T	20/U	21/V	22/W	23/X	24/Y	25/Z	
Vgr.	NIL	NIL	NIL	NIL	NIL	NIL	NIL	NIL	NIL	NIL	NIL	NIL	NIL	NIL	NIL	NIL	NIL	NIL	NIL	NIL	NIL	NIL	NIL	NIL	NIL	NIL	Cols.
IM																											
T																											
H																											
CA																											
BW																											
WM																											
SM																											
BP																											
V																											
SW																											
F																											
Total																											

- c) Muestre en la siguiente tabla cada uno de los estados por los que pasa la tabla de dispersión al insertar los cursos de la figura 1, usando la técnica de direccionamiento abierto con dispersión doble:

$$h(k, i) = (h'(k) + i h''(k)) \text{ mód } 26 \quad (i = 0, 1, \dots, 25).$$

Si deja una casilla vacía, se asume que contiene el mismo valor que en el estado anterior. Indique en la última columna el número de colisiones

ocurridas en cada inserción y el total (si deja una casilla vacía se asume que no hubo colisiones al efectuar esa operación). Después de la primera operación fallida, el resto de operaciones no suman puntos. [9 pts.]

	Casilla / Letras que llevan a la casilla																										
	0/A	1/B	2/C	3/D	4/E	5/F	6/G	7/H	8/I	9/J	10/K	11/L	12/M	13/N	14/O	15/P	16/Q	17/R	18/S	19/T	20/U	21/V	22/W	23/X	24/Y	25/Z	
Vgr.	NIL	NIL	NIL	NIL	NIL	NIL	NIL	NIL	NIL	NIL	NIL	NIL	NIL	NIL	NIL	NIL	NIL	NIL	NIL	NIL	NIL	NIL	NIL	NIL	NIL	NIL	Cols.
IM																											
T																											
H																											
CA																											
BW																											
WM																											
SM																											
BP																											
V																											
SW																											
F																											
Total																											

d) ¿Cuál es el factor de carga de las tablas? [1 pto.] ¿Está dentro del rango recomendado? Explique. [1 pto.]

4. Pilas. [17 pts.]

La figura 2 muestra el proceso de cobro del *impuesto al valor agregado* (IVA).

- Dibuje un árbol que le permita a un productor que paga por un producto X colones y lo vende en Y colones calcular el monto del IVA que debe tributar, dada una tasa Z (en el ejemplo de la figura, $Z = 0.15$, pero en el árbol debe usar un valor de Z genérico). [5 pts.]
- Escriba la lista de términos producida por un recorrido en posorden del árbol. [3 pts.]
- Use el algoritmo siguiente para evaluar la expresión representada por la lista de términos para el caso del carpintero ($X = 1150$, $Y = 3450$ y $Z = 0.15$). Muestre en la tabla de la derecha el estado de la pila (implementada con un arreglo) después de procesado cada término. [1 pto. c/ estado].

1. Quien produce la mesa

Compra insumos para hacer la mesa (madera, clavos, barniz).

Elabora la mesa aportando el valor de su trabajo y conocimiento y la vende a una tienda al detalle.

2. Tienda vende la mesa

Compra la mesa al productor y fija un precio de venta de ₡1000 adicionales.

3. Quien compra la mesa

Compra la mesa al precio de venta que ya incluye el IVA.



Figura 2: Ejemplo del proceso de cobro del *impuesto al valor agregado* (IVA) en una cadena de producción y venta de una mesa con un impuesto de 15 %. El fabricante de la mesa compra los insumos por ₡/1000 y paga al vendedor de estos un IVA de ₡/150 (15 % de ₡/1000). Su trabajo de carpintería *agrega* un valor de ₡/2000 al producto y al venderlo a una mueblería cobra a esta un IVA de ₡/300 (15 % de ₡/2000). Por último, la mueblería añade al precio ₡/1000 (lo que ella considera necesario por haber almacenado y hecho llegar el producto al consumidor) y cobra al consumidor un IVA de ₡/150 (15 % de ₡/1000). Dentro de un plazo determinado por el fisco, el facilitador de los insumos, el carpintero y el vendedor de muebles entregan al fisco el IVA recolectado: ₡/150, ₡/300 y ₡/150, respectivamente. (Extracto de infograma tomado del Semanario Universidad: <https://semanariouniversidad.com/pais/el-iva-ira>).

Mientras haya términos por leer:

Lea un término:

- Si es un operando:

1. Push(op)

- Si es un operador:

1. $y = \text{Pop}()$

2. $x = \text{Pop}()$

3. $z = x \text{ op } y$

4. Push(z)

Término	Posición del arreglo							
	1	2	3	4	5	6	7	8
1.º								
2.º								
3.º								
4.º								
5.º								
6.º								
7.º								
8.º								
9.º								
10.º								
11.º								
12.º								
13.º								

5. *Árboles rojinegros*. [20 pts.]

Suponga que en un árbol rojinegro con n llaves el subárbol izquierdo tiene la menor cantidad posible de llaves y el subárbol derecho la mayor cantidad posible. Estime la fracción de llaves que hay en el subárbol izquierdo conforme n crece. (*Sugerencia*: establezca la relación que hay entre la altura del subárbol izquierdo a_i y la altura del subárbol derecho a_d ; calcule cuántos elementos hay en cada subárbol (n_i y n_d); establezca una relación entre n_i y n_d en términos de a_i y a_d ; use esta relación para calcular la fracción de elementos que quedan en el subárbol izquierdo).