

PRÁCTICA PRIMER PARCIAL

Instrucciones: Este es un examen de desarrollo, todos los procedimientos que justifiquen su respuesta deben aparecer en el cuaderno de examen.

1. Usando serie de potencias centrada en cero, hallar una solución general de:

(a) [20pts] $(x^2 - 1)y'' + 4xy' + 2y = 0$

(b) [20pts] $3xy'' + y' - y = 0$

2. Resuelva las siguientes ecuaciones diferenciales:

(a) [15pts] $y' = y^4 \cos(x) + y \tan(x)$

(b) [15pts] $2x^3y' = y(2x^2 - y^2)$

3. Dada la siguiente ecuación diferencial:

$$y' = \frac{y(2xy + 1)}{x(xy - 1)}$$

(a) [10pts] Demuestre que el cambio de variable $v = xy$ hace que la ecuación diferencial sea separable.

(b) [10pts] Resuelva la ecuación diferencial.

4. Dada la ecuación diferencial:

$$x^2(\ln^2 x)y'' - 2x(\ln x)y' + (\ln x + 2)y = 0$$

(a) [5pts] Muestre que $y_1 = \ln x$ es una solución de la ecuación diferencial.

(b) [10pts] Encuentre la solución general de la ecuación diferencial.

5. [20pts] Resuelva la ecuación diferencial:

$$y'' + \frac{1}{4}y = \sec\left(\frac{x}{2}\right) + \csc\left(\frac{x}{2}\right), \text{ en } 0 < x < \pi$$

6. Dada la ecuación diferencial:

$$(3x + 2y + y^2) dx + (x + 4xy + 5y^2) dy = 0$$

(a) [10pts] Encuentre un factor integrante de la forma $\eta = \eta(x + y^2)$.

(b) [10pts] Resuelva la ecuación diferencial.