



UNIVERSIDAD DE COSTA RICA
FACULTAD DE INGENIERÍA
ESCUELA DE CIENCIAS DE LA COMPUTACIÓN E INFORMÁTICA

CI-1221 Estructuras de Datos y Análisis de Algoritmos
I Ciclo de 2010, Grupo 03

IV EXAMEN PARCIAL

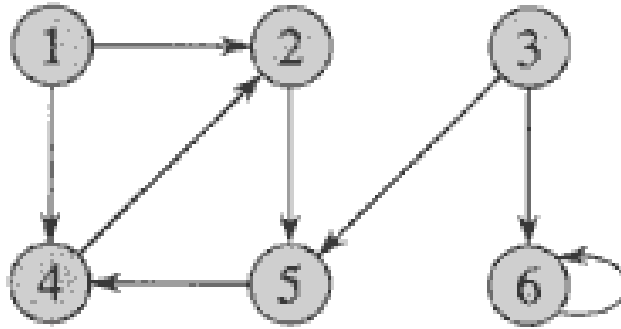
Martes 6 de julio, 5:00 p.m. a 7:30 p.m.

El examen consta de 124 puntos. Cada pregunta empieza con un indicador de su puntaje y del tema del que trata. Si la pregunta tiene subítemes, el puntaje de cada uno de ellos es indicado al final de la pregunta. Se recomienda echar un vistazo a los temas de las preguntas y a su puntaje antes de empezar a resolver el examen para así distribuir su tiempo y esfuerzo de la mejor manera, de acuerdo a sus destrezas.

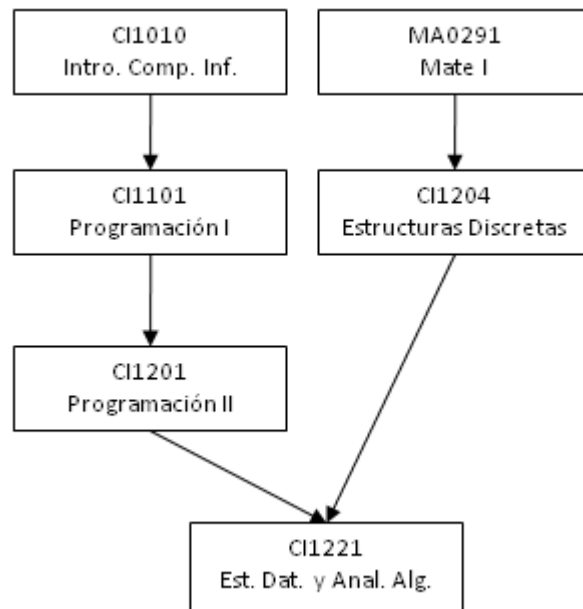
1. [20 pts.] *Análisis amortizado*. Suponga que se tiene una estructura de datos que cada vez que se llena duplica su tamaño y que tal duplicación de tamaño toma tiempo proporcional al logaritmo del tamaño (el viejo o nuevo, da lo mismo). Determine el comportamiento asintótico del tiempo total [15 pts.] y amortizado [5 pts.] que toma hacer n inserciones en la estructura (si le facilita las cosas, puede asumir que n es una potencia de 2).
2. [24 pts.] *Estructuras de datos para conjuntos disjuntos*. Simule la ejecución del siguiente conjunto de operaciones. Muestre el estado de cada árbol modificado con cada llamado a MAKE-SET, UNION, LINK ó FIND-SET (incluyendo los llamados a FIND-SET que se hacen dentro de UNION). Indique además el padre de cada nodo por medio de una flecha y el rango de cada nodo escribiéndolo al lado del nodo (si prefiere, escriba el rango solamente cuando cambia su valor). Asuma que cada puntero x_i apunta a un nodo cuyo elemento tiene el valor i ($i=1,2,\dots,8$).

```
for i = 1 to 8
    MAKE-SET (  $x_i$  )           [4 pts.]
for i = 1 to 7 by 2
    UNION (  $x_i$ ,  $x_{i+1}$  )       [4 pts.]
UNION (  $x_1$ ,  $x_3$  )           [4 pts.]
UNION (  $x_5$ ,  $x_7$  )           [4 pts.]
UNION (  $x_1$ ,  $x_5$  )           [8 pts.]
```

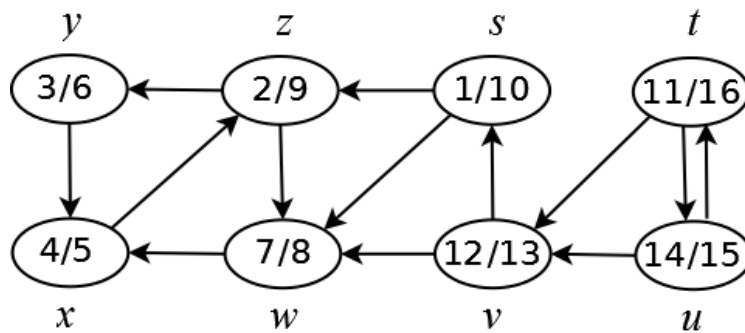
3. [10 pts.] *Recorrido a lo ancho*. Efectúe un recorrido a lo ancho del siguiente grafo **empezando en el vértice 3**. Asuma que los vértices en las listas de adyacencia se encuentran ordenados ascendentemente. Muestre el color, la distancia y el padre de cada vértice antes de cada extracción de un vértice de la cola. [10 pts.]



4. [33 pts.] *Ordenación topológica*. Marito Mortadela sueña con llevar el curso CI-1221 en la U.C.R. Desafortunadamente, su ajetreada carrera artística solo le permite llevar un curso a la vez.
- (a) Utilice los tiempos de finalización correspondientes a una búsqueda en profundidad para realizar una ordenación topológica del extracto del programa de la carrera de bachillerato en computación mostrado abajo, asumiendo que los vértices del grafo están ordenados alfabéticamente por sigla e indicando el tiempo de descubrimiento y de finalización de cada arista [12 pts.].
 - (b) Basado en este ordenamiento, diga en qué orden puede Marito llevar los cursos requisito para CI-1221 [6 pts.].
 - (c) De acuerdo al recorrido realizado en (a), clasifique las aristas en aristas de árbol, aristas hacia atrás, aristas hacia adelante y aristas cruzadas [5 pts.].
 - (d) Utilice el método de la transformación para mostrar que la ordenación topológica producida por los tiempos de finalización es óptima [10 pts.].

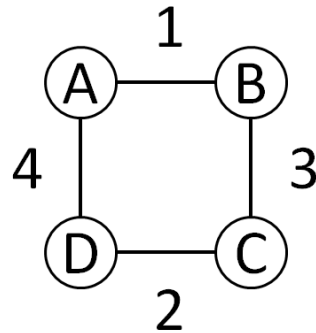


5. [15 pts.] *Componentes fuertemente conexos*. El siguiente grafo se encuentra decorado con los tiempos de descubrimiento y de finalización producidos por una búsqueda en profundidad del mismo.



- (a) Dibuje la traspuesta del grafo. [7 pts.]
- (b) Utilice la traspuesta para determinar sus componentes fuertemente conexos e indique el orden en que los componentes fueron descubiertos. [8 pts.]

6. [12 pts.] *Árbol recubridor mínimo.* Determine un árbol recubridor mínimo para el siguiente grafo, utilizando el algoritmo de Kruskal [6 pts.] y el algoritmo de Prim [6 pts.]. Para el algoritmo de Prim parta del vértice A.



7. [10 pts.] *Rutas más cortas desde una fuente.* Simule la ejecución del algoritmo de Dijkstra para encontrar el camino más corto desde el vértice 1 a cada uno de los otros vértices en el siguiente grafo. Muestre las distancias mínimas conocidas y sus respectivas rutas (mediante predecesores) a cada uno de los vértices antes de cada extracción de un vértice de la cola de prioridad.

