



CI-1221 Estructuras de Datos y Análisis de Algoritmos
I ciclo 2013, grupo 2

III EXAMEN PARCIAL

Viernes 14 de junio, 1.00 p. m. – 3.00 p. m.

Apellido(s): _____ Nombre: _____ Carné: _____

El problema a resolver consiste en encontrar un subarreglo $B = \langle b_1, b_2, \dots, b_k \rangle$ de un arreglo $A = \langle a_1, a_2, \dots, a_n \rangle$ que maximice el número de veces que se salta el cero. Un **salto del cero** ocurre cuando $b_i > 0$ y $b_{i+1} < 0$ o cuando $b_i < 0$ y $b_{i+1} > 0$ para cierto i ($i = 1, 2, \dots, k-1$), o lo que es lo mismo, cuando $|\text{sgn}(b_i) - \text{sgn}(b_{i+1})| = 2$ para cierto i ($i = 1, 2, \dots, k-1$), donde

$$\text{sgn}(x) = \begin{cases} 1, & \text{si } x > 0; \\ 0, & \text{si } x = 0; \\ -1, & \text{si } x < 0. \end{cases}$$

Por ejemplo, en el arreglo $\langle 4, -1 \rangle$ hay un salto del cero, pero en el arreglo $\langle 4, 0, -1 \rangle$ no lo hay.

Se dice que B es un subarreglo de A si se forma al eliminar de él cero o más elementos, y los que quedan conservan el orden original. Más formalmente, B es un subarreglo de A si $B = \langle a_{j_1}, a_{j_2}, \dots, a_{j_k} \rangle$ donde $1 \leq j_1 < j_2 < \dots < j_k \leq n$. Por ejemplo, si $A = \langle 8, 4, 0, -1, 3 \rangle$, entonces son subarreglos de A $\langle 8, 4, 0, -1, 3 \rangle$, $\langle 8, 0, -1 \rangle$ y $\langle 4, 3 \rangle$, pero no lo son $\langle 4, 7 \rangle$ y $\langle -1, 8 \rangle$ (en el primer caso hay un elemento que no está en el arreglo original; en el segundo, los elementos aparecen en un orden distinto al original).

Sugerencia: Para formular la solución a este problema se recomienda el uso de los paréntesis de Iverson $\llbracket \cdot \rrbracket$; dada una expresión booleana E :

$$\llbracket E \rrbracket = \begin{cases} 1, & \text{si } E \text{ es verdadera;} \\ 0, & \text{si } E \text{ es falsa.} \end{cases}$$

Por ejemplo,

$$\llbracket |\text{sgn}(x) - \text{sgn}(y)| = 2 \rrbracket = \begin{cases} 1, & |\text{sgn}(x) - \text{sgn}(y)| = 2; \\ 0, & |\text{sgn}(x) - \text{sgn}(y)| < 2. \end{cases}$$

1. *Búsqueda exhaustiva.* [50 pts.]

- a) Encuentre una representación vectorial para la solución del problema. Indique el significado de cada una de las entradas. [5 pts.]
- b) Determine el espacio E al que pertenece el vector, definiendo los conjuntos utilizados. [5 pts.]
- c) Determine la cardinalidad de E . [5 pts.]
- d) Si es posible, acote E mediante de una restricción del tipo $E' = \{\sigma \in E : \dots\}$ [5 pts.]. Determine la cardinalidad de E' [5 pts.].
- e) Escriba un algoritmo que explore todas las soluciones candidatas en E o E' y encuentre una solución óptima. Indique el significado de los argumentos de el (los) métodos(s). [20 pts.]
- f) Calcule una cota asintótica para el tiempo de ejecución del algoritmo. [5 pts.]

2. *Programación dinámica.* [50 pts.]

- a) Explique cómo resolver el problema a partir de soluciones a subproblemas. Debe quedar clara la forma en que la solución al problema utiliza las soluciones a subproblemas y la forma en que las combina para resolver el problema original. [5 pts.]
- b) Formule una solución al problema por medio de un oráculo. Describa su significado en términos de los argumentos [5 pts.], escriba el oráculo meta [5 pts.] y los pasos base [5 pts.] y recursivo [5 pts.] que permiten calcularlo.
- c) Con base en estas ecuaciones, escriba un algoritmo que encuentre la *cantidad* máxima de saltos del cero que pueden ocurrir en un subarreglo y las *entradas* que forman tal subarreglo [10 pts.].
- d) Calcule una cota asintótica para el tiempo de ejecución del algoritmo. [5 pts.]

3. *Algoritmos ávidos.* [5–30 pts.]

- a) Determine si es posible resolver el problema mediante un algoritmo ávido. Explique su respuesta. [5 pts.]
- b) Si su respuesta al punto anterior fue afirmativa:
 - I. Escriba el algoritmo ávido que resuelve el problema. [10 pts.]
 - II. Utilice el *método de la transformación* para demostrar su correctitud. [10 pts.]
 - III. Determine una cota asintótica ajustada para el tiempo de ejecución del algoritmo. [5 pts.]

4. *Actitudes ávidas.* [1 pto.]

Romeo y Julieta, de ancho 50 cm cada uno, caminan uno al lado del otro por el lado derecho de una acera de 1,2 m de ancho. Hamlet, también de ancho 50 cm, camina en dirección opuesta, también por su lado derecho. ¿Quién(es) debe(n) tomar acción para evitar una colisión? Explique.

