

Universidad de Costa Rica
Escuela de Matemática
Dpto. de Matemática Aplicada

I Examen I Ciclo
18 de abril 2018

MA0293
Cálculo I Para Computación

Tiempo: 3 horas
Valor: 55 puntos

Este examen es individual. Trabaje en forma clara y ordenada, en su cuaderno de examen. Un desarrollo desordenado e ilegible no se calificará. No utilice bolígrafo de tinta roja. El uso de lápiz o corrector, podría afectarle en caso de un reclamo. Deben aparecer todos los procedimientos necesarios que justifiquen sus respuestas. No se permite el uso de calculadora programable, teléfono celular u otro dispositivo electrónico.

No utilice la regla de L'Hopital en este examen.

1. Calcule el límite: $\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{\sqrt[3]{x^2 + 6x - 3} - 3}{x - 3} \right)$ $\frac{0}{0}$

(6 puntos) ✓ ✓

2. Considere la función dada por $f(x) = \frac{x-1}{x^2+x-2}$. Analice la existencia de asíntotas verticales en la gráfica de f .

(7 puntos) ✓

3. Determine la existencia de $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^4 + x^2} - \sqrt{x^2 + 1})$

(7 puntos)

4. Demuestre que la ecuación $x^4 - \frac{1}{x} = -1$ tiene al menos una solución en el intervalo $\left[\frac{1}{2}, 1\right]$.

(7 puntos)

5. Analice la continuidad en todo \mathbb{R} , de una función f dada por $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(2x)}{2x - \pi} & \text{si } x \neq \frac{\pi}{2} \\ -1 & \text{si } x = \frac{\pi}{2} \end{cases}$

(8 puntos)

Continúa

①

6. Calcule, sin simplificar el resultado, la primera derivada de una función f dada por

$$f(x) = \sqrt{x^3 + 4x - 3} + x \cdot \cos^3(2x + 1)$$

(6 puntos)

7. Considere una función f dada por $f(x) = 3x^2 + 4$. Utilizando la definición de derivada, demuestre que $f'(x) = 6x$.

(5 puntos)

8. Considere la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tal que $f(x) = 2x + 1$.

a) Utilizando la definición formal de límite, demuestre que $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 5$. ✓ (7 puntos)

b) Determine el intervalo que contiene todos los valores de x , para los cuales $|f(x) - 5| < 0,1$. (2 puntos)

Fin de la prueba