



CI-1221 Estructuras de Datos y Análisis de Algoritmos  
I ciclo 2011, Grupo 03

### III EXAMEN PARCIAL

*Martes 14 de junio*

El examen consta de 3 preguntas que suman al menos 110 puntos, pero no se reconocerán más de 120 (20 % extra). Cada pregunta empieza con un indicador de su puntaje y del tema tratado. Si la pregunta tiene subítemes, el puntaje de cada uno de ellos es indicado dentro de los subítemes. Las preguntas se pueden responder en cualquier orden, pero se debe indicar en la tabla mostrada abajo los números de página en la que están las respuestas. Para ello numere las hojas del cuaderno de examen en la esquina superior externa de cada página. El examen se puede realizar con lápiz o lapicero. **No se permite el uso de calculadora.**

El examen consiste en resolver el problema de la *línea de ensamblaje*. La compañía MOTORES EL BUEY produce automóviles utilizando dos líneas de ensamblaje, como se muestra en la figura 1. Un chasis de automóvil entra a una línea de ensamblaje, se le agregan partes en las estaciones y luego sale al final de la línea. Cada línea de ensamblaje tiene  $n$  estaciones, denotadas  $S_{i,j}$  ( $i = 1, 2; j = 1, 2, \dots, n$ ). La  $j$ -ésima estación de cada una de las líneas desempeña la misma función, pero al ser posiblemente distintas (p.ej., de tecnologías distintas), sus tiempos de ejecución  $a_{1,j}$  y  $a_{2,j}$  pueden ser distintos. Como se muestra en la figura, el chasis del auto entra a la estación 1 de alguna de las líneas de ensamblaje, lo que toma un tiempo  $e_i$  ( $i = 1, 2$ ). Luego avanza de una estación a la siguiente, dentro de la misma línea o cambiando de línea. Si se cambia de la línea  $i$  a la otra línea al finalizar la estación  $j$ , el proceso se demora un tiempo extra  $t_{i,j}$ . Finalmente, salir de la última estación toma un tiempo  $x_i$  ( $i = 1, 2$ ), dependiendo de cuál sea la línea visitada en la última estación. *El problema consiste en determinar la ruta que debe seguir un chasis para minimizar el tiempo total de ensamblaje del auto.*

Pregunta	Puntos (mín.)	Páginas	Calificación
1. <i>Búsqueda exhaustiva</i>	25		
2. <i>Programación dinámica</i>	75		
3. <i>Algoritmos ávidos</i>	10		
Total	110		

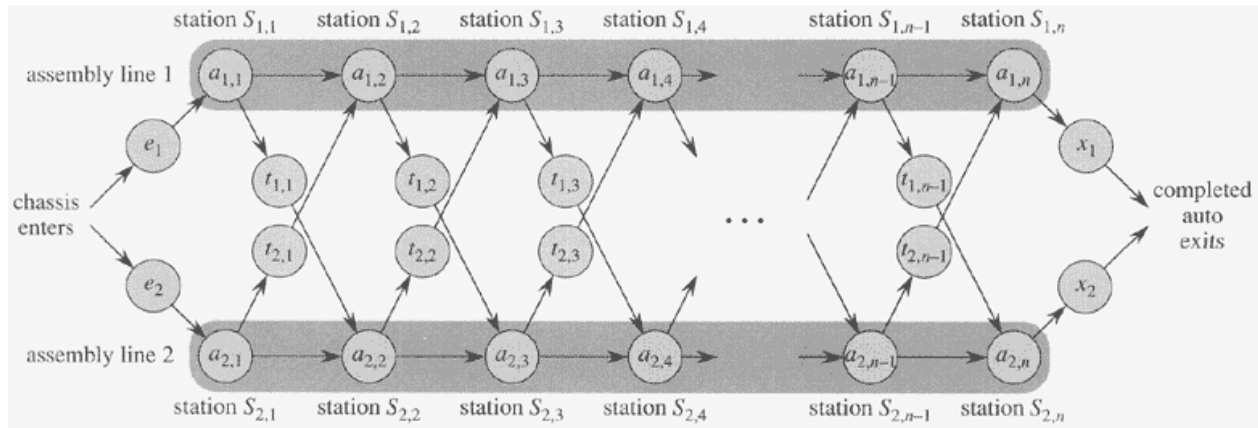


Figura 1: Líneas de ensamblaje.

1. *Búsqueda exhaustiva.* [25 pts.]

- Determine el espacio  $E$  al que pertenece la solución  $\sigma$ , definiendo claramente los conjuntos utilizados. [5 pts.]
- Determine la cardinalidad del espacio. [3 pts.]
- Si es posible, acote el espacio por medio de una restricción del tipo  $E' = \{\sigma \in E : \dots\}$ . [2 pts.]
- Escriba un algoritmo que explore todas las soluciones candidatas en  $E$  o  $E'$  y que encuentre una solución óptima. Escriba claramente el significado de los argumentos de el(los) método(s). [15 pts.]

2. *Programación dinámica.* [75 pts.]

- Explique cómo resolver el problema a partir de soluciones a subproblemas [10 pts.].
- Formule una solución al problema utilizando una función recursiva. Describa el significado de la función en términos de sus argumentos [7 pts.] y escriba la función meta (paso final) [3 pts.] y las ecuaciones recursiva [10 pts.] y base [5 pts.] que permiten calcularla.
- Basado en estas ecuaciones, escriba un algoritmo que determine el tiempo total mínimo requerido para construir un auto [20 pts.] y la secuencia de estaciones que produzcan tal tiempo [5 pts.].
- Determine una cota asintótica para el tiempo de ejecución del algoritmo. [15 pts.]

3. *Algoritmos ávidos.* [10–35 pts.]

- Determine si es posible resolver el problema mediante un algoritmo ávido  $O(n \log n)$ . Explique su respuesta. [10 pts.]
- Si su respuesta al punto anterior fue afirmativa:
  - Escriba un algoritmo ávido que resuelva el problema. [10 pts.]
  - Utilice el método de la transformación para demostrar que la estrategia es correcta. [10 pts.]
  - Determine una cota asintótica *ajustada* para el tiempo de ejecución del algoritmo. [5 pts.]