



CI-1221 Estructuras de Datos y Análisis de Algoritmos
II ciclo 2010, Grupo 03

IV EXAMEN PARCIAL

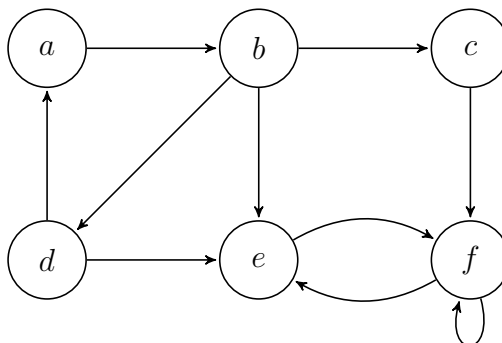
*Jueves 25 de noviembre
10:50 a. m. - 1:10 p. m.*

El examen consta de 10 preguntas que suman 128 puntos, pero no se reconocerán más de 130 (30 % extra). Cada pregunta empieza con un indicador de su puntaje y del tema tratado. Si la pregunta tiene subítemes, el puntaje de cada uno de ellos es indicado dentro de los subítemes. Las preguntas se pueden responder en cualquier orden pero el número de pregunta debe ser claramente indicado. El examen se puede realizar con lápiz o lapicero. *Se permite el uso de calculadora.*

1. [10 pts.] *Representación de grafos*

Represente el grafo siguiente como:

- a) Una lista de adyacencia. [5 pts.]
- b) Una matriz de adyacencia. [5 pts.]



2. [9 pts.] *Recorrido de un grafo a lo ancho*

Realice un recorrido a lo ancho del grafo mostrado en la pregunta 1, partiendo del vértice *a*, y asumiendo que las listas de adyacencia se encuentran ordenadas lexicográficamente. Debe quedar especificada la distancia del vértice *a* a cada uno de los vértices [3 pts.], los predecesores que forman el camino correspondiente [3 pts.] y el orden en que los vértices fueron insertados en la cola [3 pts.].

3. [12 pts.] *Recorrido de un grafo en profundidad*

Realice un recorrido en profundidad del grafo mostrado en la pregunta 1. Debe indicar los tiempos de descubrimiento y finalización de cada uno de los vértices [6 pts.], el predecesor de cada uno de los vértices [3 pts.] y la clasificación de las aristas que no pertenecen al árbol (hacia atrás [B], hacia adelante [F], cruzadas [C]) [3 pts.].

4. [6 pts.] *Ordenación topológica*

Realice una ordenación topológica de los vértices del grafo de la pregunta 1.

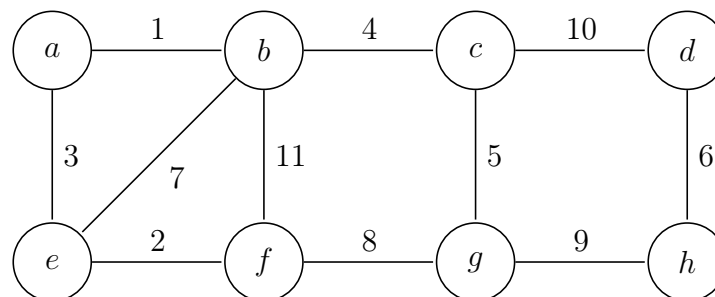
5. [18 pts.] *Componentes fuertemente conexos*

a) Dibuje la transpuesta del grafo mostrado en la pregunta 1. [3 pts.]

b) Haga un recorrido en profundidad de esta transpuesta tomando los vértices en cada visita de acuerdo a la ordenación topológica producida en la pregunta 4, y determine los componentes fuertemente conexos del grafo de la pregunta 1 [6 pts.]. Especifique los tiempos de descubrimiento y finalización [6 pts.] y los predecesores de cada uno de los vértices producidos por el recorrido [3 pts.].

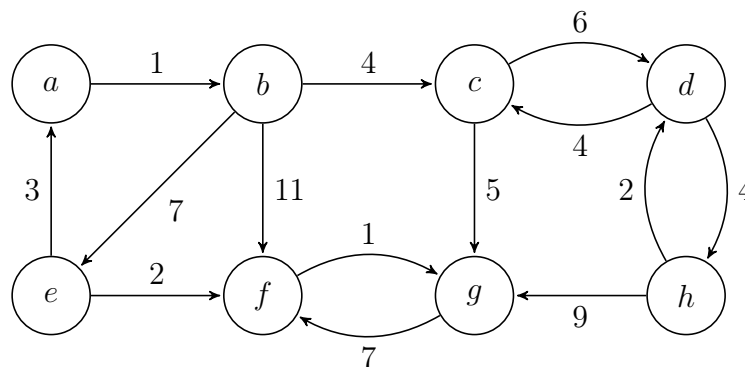
6. [14 pts.] *Árboles recubridores mínimos*

Utilice el algoritmo de Kruskal [7 pts.] y el algoritmo de Prim [7 pts.] para encontrar árboles recubridores mínimos para el siguiente grafo.



7. [14 pts.] *Camino más corto desde una fuente*

Utilice el algoritmo de Dijkstra para encontrar el camino más corto entre el vértice a y los otros vértices en el siguiente grafo.



8. [16 pts.] *Estructuras de datos para conjuntos disjuntos*

Simule la ejecución del siguiente conjunto de operaciones. Muestre el estado de cada árbol modificado con cada llamado a MAKE-SET, UNION, LINK ó FIND-SET (incluyendo los llamados a FIND-SET que se hacen dentro de UNION). Indique además el padre de cada nodo por medio de una flecha y el rango de cada nodo, escribiéndolo a su lado (si prefiere, escriba el rango solamente cuando cambia).

1	for x = a,b,...,h	
2	MAKE-SET(x)	[2 pts.]
3	UNION(a,b)	[1 pts.]
4	UNION(c,d)	[1 pts.]
5	UNION(a,c)	[2 pts.]
6	UNION(e,f)	[1 pts.]
7	UNION(a,e)	[4 pts.]
9	UNION(g,h)	[1 pts.]
9	UNION(e,g)	[4 pts.]

9. [20 pts.] *Análisis amortizado*

Suponga que se tiene una estructura de datos que cada vez que se llena duplica su tamaño y que tal duplicación de tamaño toma tiempo proporcional al logaritmo del tamaño (el viejo o nuevo, da lo mismo). Determine el comportamiento asintótico del tiempo total [15 pts.] y amortizado [5 pts.] que toma hacer n inserciones en la estructura (si le facilita las cosas, puede asumir que n es una potencia de 2).

10. [9 pts.] *Árboles AVL*

Para cada uno de los siguientes árboles, indique si pueden ser árboles AVL o árboles rojinegros. Si pueden ser rojinegros, haga un coloreo de los nodos negros de forma tal que se satisfaga la propiedad de árbol rojinegro.

