

Examen Parcial II

Instrucciones

- Este es un examen de desarrollo, todos los procedimientos que justifiquen su respuesta deben aparecer en el cuaderno de examen. No se permiten hojas sueltas durante el examen, ni el intercambio de instrumentos o materiales (incluyendo calculadora).
- Las preguntas de la 1 a la 4 son obligatorias, debe escoger una de las preguntas 5 o 6, indicando claramente la que escogió. De no indicarlo, se calificará la primera que usted resuelva de estas dos. No se permite el uso de calculadoras programables ni celulares.

1. (15pts.) Determine la Transformada de Laplace de la siguiente función.

$$f(t) = t^2 e^{-2t} + t e^{2t} \operatorname{sen}(3t)$$

2. (10pts.) Determine la función $f(t)$ cuya transformada sea la función:

$$F(s) = \ln\left(1 + \frac{1}{s^2}\right)$$

3. (15 pts.) Resuelva la ecuación integro-diferencial

$$\frac{dy}{dt} + 5 \int_0^t y(u) \cos 2(t-u) du = \delta(t-\pi) \quad y(0) = -2$$

4. (30pts.) Considere la ecuación en derivadas parciales:

$$3 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial u}{\partial t}, \quad 0 < x < \pi, \quad t > 0,$$

sujeta a las condiciones siguientes:

$$\begin{cases} U(x, 0) = x + 1, & 0 < x < \pi \\ U(0, t) = 0, & U(\pi, t) = 0, & t > 0 \end{cases}$$

Realizar análisis completo y obtener la solución al problema planteado.

5. (20 puntos) Determine la solución del siguiente sistema utilizando Operadores Diferenciales.

$$\begin{cases} 2x''(t) + 6x - 2y = 0 \\ y'' + 2y - 2x = 0 \\ x(0) = y(0) = 3, x'(0) = y'(0) = 0. \end{cases}$$

6. (20 pts.) Resuelva el sistema de ecuaciones diferenciales:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} - 5x - 3y = 3\cos t \\ 4x + \frac{dy}{dt} + 2y = \sin t \end{cases}$$