

CI-0116 Análisis de Algoritmos y Estructuras de Datos
I ciclo de 2020

I EXAMEN PARCIAL

Lunes 18 de mayo

El examen consta de 9 preguntas que suman 150 puntos, pero no se reconocerán más de 110 (10% extra). Las preguntas se pueden responder en cualquier orden, pero se debe indicar en el cuadro de abajo los números de página del cuaderno de examen en la que están las respuestas. Para esto debe numerar las hojas del cuaderno de examen en la esquina superior externa de cada página. Si la respuesta está en el enunciado del examen favor indicarlo con la letra *E* en vez del número de página. El examen se puede realizar con lápiz o lapicero. No se permite el uso de dispositivos electrónicos: calculadoras, teléfonos, audífonos, etc.

Pregunta	Puntos	Páginas	Calificación
1. <i>Ordenamiento por selección</i>	10		
2. <i>Ordenamiento por inserción</i>	10		
3. <i>Ordenamiento por mezcla</i>	10		
4. <i>Ordenamiento por montículos</i>	15		
5. <i>Ordenamiento rápido</i>	10		
6. <i>Ordenamiento por residuos</i>	18		
7. <i>Algoritmos recursivos</i>	20		
8. <i>Algoritmos iterativos</i>	35		
9. <i>Solución de recurrencias</i>	22		
Total	150		

Este examen es una secuela del examen del grupo 2 sobre enfermedades epidémicas, pero con nuevas enfermedades. En lo que sigue se le pide que simule la ejecución de varios algoritmos usando como entrada los nombres de varias enfermedades que se describen en el cuadro 1. Puede usar abreviaturas siempre y cuando no afecten el resultado final, es decir, siempre y cuando el ordenamiento resultante sea el mismo con o sin abreviaturas.

Cuadro 1: Algunas enfermedades epidémicas a las que se ha enfrentado la humanidad y sus códigos base ICD-10 (*International Classification of Diseases*, versión 10).

Enfermedad	Cód.	Descripción
Chikungunya	A92	Enfermedad viral transmitida por mosquitos. Su nombre proviene de la lengua makonde y significa enfermedad del hombre retorcido. Después de curada, la persona adquiere inmunidad. Sin embargo, unas 1000 personas al año mueren por su causa. No se ha desarrollado una vacuna aún.
Cólera	A00	Infección intestinal causada por una bacteria. Se transmite por el consumo de agua o alimentos contaminados con heces humanas y afecta predominantemente a infantes. Su síntoma más evidente es la diarrea. Causa unas 100 000 muertes al año. Existe una vacuna pero su efectividad es de 6 meses.
Fiebre amarilla	A95	Enfermedad viral transmitida por mosquitos. Es endémica de regiones tropicales y subtropicales. El calificativo <i>amarilla</i> se debe a la coloración que produce en la piel de quien la padece. Mata a unas 5 000 personas al año. Existe una vacuna.
Gripe común	J10	(No confundir con el <i>resfriado común</i>). Enfermedad predominante en otoño e invierno que se transmite de persona a persona por el aire a cortas distancias (gotitas en estornudos o habla). Los síntomas son fiebre, secreción nasal, dolor de garganta, tos y agotamiento. Causa 600 000 muertes al año. Se ataca con vacunaciones masivas a inicio de temporada.
Hepatitis	B19	Inflamación del hígado. Hay varios tipos, cada uno con distintos tipo de contagio (viral, por consumo de agua o alimento contaminados, por exceso de alcohol, etc.). Causa un millón de muertes al año. Existe vacuna para algunos tipos.
Mal de Chagas	B57	Enfermedad causada por un parásito. Se transmite por un insecto. Es endémica de Latinoamérica. Es casi asintomática (solo una fiebre leve). Puede pasar años afectando al paciente hasta causar su muerte. Causa 10 000 muertes al año.
Malaria	B50	Enfermedad causada por un parásito transmitido por mosquitos. Es endémica de zonas tropicales y subtropicales. Los síntomas principales son fiebre, agotamiento, vómito y dolor de cabeza. Mata a unas 500 000 personas al año. Existe una vacuna pero es solo medianamente eficaz.
Meningitis	G03	Infección poco frecuente de origen viral o bacterial caracterizada por la inflamación de las meninges (parte del sistema nervioso). Es más común en infantes. Puede lesionar el cerebro y causar la muerte. Los síntomas son dolor de cabeza, fiebre e hipersensibilidad a la luz y el ruido. Mata a unas 400 000 personas al año. Existe vacuna bastante efectiva.
Sarampión	B05	Enfermedad infecciosa de origen viral bastante frecuente, especialmente en infantes. Causa fiebre y manchas rojas en la piel. Produce 70 000 muertes al año. Existe vacuna.
Tifus	A75	Conjunto de enfermedades infecciosas de origen bacterial y transmitidas por piojos, pulgas, ácaros y garrapatas. Se caracteriza por fiebre, escalofríos, dolor de cabeza y sarpullido. Causa 1000 muertes al año. Existe vacuna.
Tuberculosis	A15	Enfermedad infecciosa poco sintomática de origen bacterial. Afecta principalmente los pulmones. Es la enfermedad infecciosa más letal. Produce 1.5 millones de muertes al año.

Atención: Antes el digrafo *ch* se consideraba como una letra en sí misma, pero esto cambió a partir del 2010: *ch* se considera como una concatenación de dos letras. (Si cursó primaria antes de 2010 o su maestro(a) era reacio(a) al cambio, puede que esté desactualizado). Este examen usa las reglas ortográficas actuales y asume que *chikungunya* < *cólera*, por ejemplo. Otra cuestión a considerar es que si una palabra es prefijo de otra (por ejemplo, *mal* es prefijo de *malaria*), la primera es menor que la segunda. Esto se extiende al caso de composición de palabras independientes. Por ejemplo, *mal de Chagas* < *malaria*, porque la primer palabra del compuesto, *mal*, es menor que *malaria*.

1. *Ordenamiento por selección.* [10 pts.]

Simule la ejecución del algoritmo de ordenamiento por selección sobre el arreglo que aparece a continuación. Muestre el estado del arreglo al finalizar cada una de las iteraciones del ciclo principal (externo). Si no muestra el estado de una casilla se asume que conserva el valor que tenía en la iteración anterior. Después de la primer inserción incorrecta el resto no suman puntos.

	Posición										
It.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
	Meningitis	G. común	Hepatitis	Mal de Ch.	Malaria	F. amarilla	Tuberculosis	Sarampión	Cólera	Chikungunya	Tifus
1											
2											
3											
4											
5											
6											
7											
8											
9											
10											

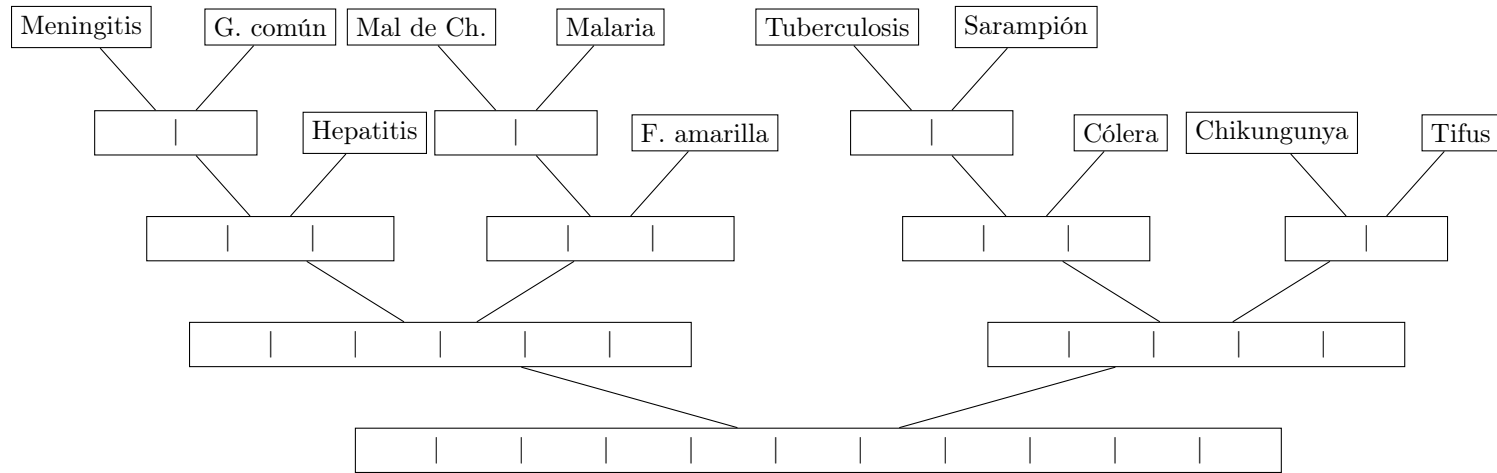
2. *Ordenamiento por inserción.* [10 pts.]

Simule la ejecución del algoritmo de ordenamiento DESCENDIENTE por inserción sobre el arreglo que aparece a continuación. En la primera iteración ($i = 2$) se ordenan *de forma descendiente* los primeros dos elementos del arreglo, en la segunda iteración ($i = 3$) se ordenan *de forma descendiente* los primeros tres, etc. Muestre el estado del arreglo al finalizar cada una de las iteraciones del ciclo principal (externo). Si no muestra el estado de una casilla se asume que conserva el valor que tenía en la iteración anterior. Después de la primer inserción incorrecta el resto no suman puntos.

	Posición										
It.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
	Meningitis	G. común	Hepatitis	Mal de Ch.	Malaria	F. amarilla	Tuberculosis	Sarampión	Cólera	Chikungunya	Tifus
2											
3											
4											
5											
6											
7											
8											
9											
10											
11											

3. *Ordenamiento por mezcla.* [10 pts.]

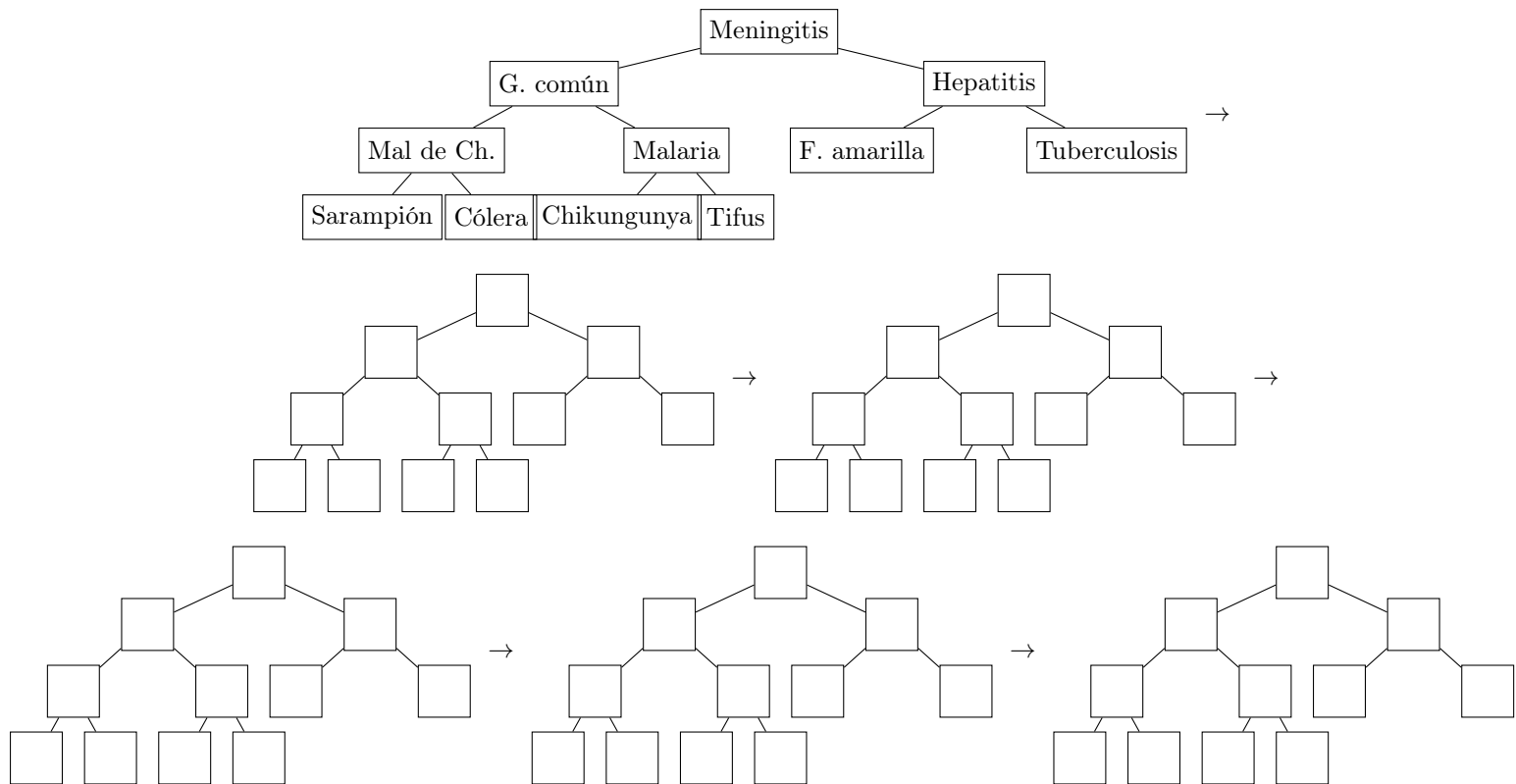
Simule la ejecución del algoritmo de ordenamiento por mezcla sobre el arreglo que aparece en las hojas del siguiente árbol, correspondiente a las particiones que hace el algoritmo. Muestre el estado del arreglo al finalizar cada una de las mezclas. Si no muestra el estado de una casilla se asume que conserva el valor que tenía en la iteración anterior. Después de la primer mezcla incorrecta el resto de mezclas no suman puntos.



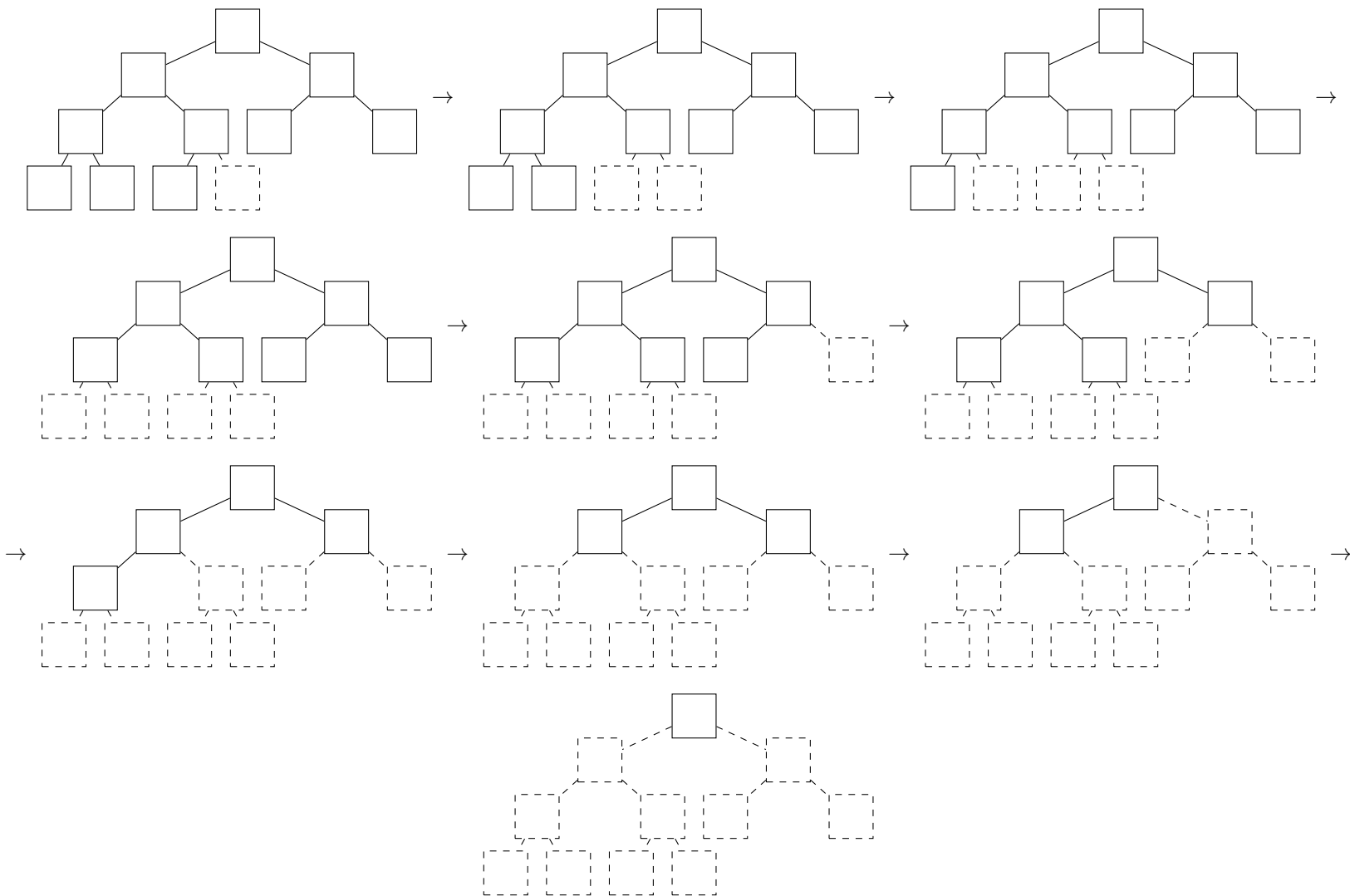
4. *Ordenamiento por montículos.* [15 pts.]

Simule la ejecución del algoritmo de ordenamiento por montículos sobre el arreglo mostrado abajo en forma de árbol. Muestre el estado del *montículo* después de cada llamado a CORREGIR-CIMA en la monticularización y EXTRAER-MÍNIMO en el ordenamiento. Si deja un nodo vacío, se asume que tiene el mismo valor que en el paso anterior. (Los nodos con línea discontinua los puede dejar vacíos si lo desea, puesto que su contenido es trivial). Después de la primer operación incorrecta el resto no suman puntos.

MONTICULARIZAR:



ORDENAR:



5. *Ordenamiento rápido*. [10 pts.]

Simule la ejecución del algoritmo de ordenamiento DESCENDIENTE *rápido* sobre el arreglo mostrado abajo. Asuma que la rutina PARTICIÓN estudiada en clase, en vez de colocar del lado izquierdo del arreglo los elementos menores que el pivote y del lado derecho del arreglo los mayores que el pivote (pero a la izquierda del pivote) y por último intercambia el pivote con quien corresponda, *coloca del lado izquierdo del arreglo los elementos **mayores** que el pivote y del lado derecho del arreglo los **menores** que el pivote (pero a la izquierda del pivote) y por último intercambia el pivote con quien corresponda*, es decir, los vigilantes *invierten* el criterio que usan para «fichar» un elemento. Muestre el estado del arreglo después de cada llamado a PARTICIÓN e indique la posición del pivote devuelto. Si no muestra el estado de una casilla se asume que conserva el valor que tenía en la iteración anterior. Después del primer estado incorrecto el resto no suman puntos.

Llamado	Estado del arreglo										Posición del pivote
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
	Meningitis	G. común	Hepatitis	Mal de Ch.	Malaria	F. amarilla	Tuberculosis	Sarampión	Cólera	Chikungunya	Tifus
1.º	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
2.º	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
3.º	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
4.º	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
5.º	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
6.º	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
7.º	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
8.º	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
9.º	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
10.º	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
11.º	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

6. *Ordenamiento por residuos.* [18 pts.]

Simule la ejecución del algoritmo de ordenamiento por residuos sobre los códigos base de las enfermedades del cuadro 1, considerando el primer carácter como el más significativo y el último como el menos significativo. Muestre lo siguiente para cada llamado a la subrutina de ordenamiento por conteo: el histograma C [3 pts.], el histograma acumulativo C' [3 pts.], el arreglo resultante B [6 pts.] y el estado final del histograma acumulativo C'' (después de producir el arreglo B) [6 pts.]. Después del primer arreglo incorrecto el resto de arreglos no suman puntos.

A		C :		$B \rightarrow A$	C :		$B \rightarrow$
1	Meningitis			1			1
2	G. común			2			2
3	Hepatitis			3			3
4	Mal de Ch.			4			4
5	Malaria			5			5
6	F. amarilla			6			6
7	Tuberculosis			7			7
8	Sarampión			8			8
9	Cólera			9			9
10	Chikungunya			10			10
11	Tifus			11			11

A		C :		B
1				1
2				2
3				3
4				4
5				5
6				6
7				7
8				8
9				9
10				10
11				11

7. *Algoritmos recursivos.* [20 pts.]

- a) Escriba una función recursiva en C++ que reciba arreglo de números de punto flotante $A = \langle a_0, a_1, \dots, a_{n-1} \rangle$ y que traslade a los extremos (inicio y final) todos los ceros en igual cantidad (± 1). (Por ejemplo, si A tiene 11 ceros, debe trasladar 6 al principio y 5 al final, o viceversa). Use el siguiente encabezado:

```
zerosAround(float *A, int n);
```

Puede usar métodos auxiliares si lo necesita.

- b) Escriba una fórmula recursiva para el tiempo de ejecución $T(n)$ del algoritmo. [5 pts., válidos solo si la parte a) es correcta].
c) Determine una cota asintótica para el tiempo de ejecución del algoritmo. [5 pts., válidos solo si las partes a) y b) son correctas].

8. *Algoritmos iterativos.* [35 pts.]

- a) Escriba una función iterativa en C++ que reciba arreglo de números $A = \langle a_0, a_1, \dots, a_{n-1} \rangle$ y que traslade a los extremos (inicio y final) todos los ceros en igual cantidad, ± 1 (por ejemplo, si A tiene 10 ceros, debe trasladar 5 al principio y 5 al final; si tiene 11 ceros, debe trasladar 6 al principio y 5 al final, o viceversa); el resto de elementos pueden quedar en cualquier lugar. El algoritmo debe ejecutarse en tiempo $T(n) = O(n)$ y debe requerir espacio extra $E(n) = \Theta(1)$.

```
zerosAroundIter(float *A, int n);
```

- b) Establezca la correctitud del algoritmo. Para ello identifique el invariante del ciclo (el más externo, si hay ciclos anidados) [5 pts.] y muestre cómo los pasos de inicialización [3 pts.], mantenimiento [5 pts.] y terminación [2 pts.] implican la correctitud del algoritmo.
c) Escriba una fórmula para el tiempo de ejecución del algoritmo $T(n)$ [5 pts.] y determine una cota asintótica lo más ajustada posible [5 pts.]. [Válido solo si la parte a) es correcta].

9. *Solución de recurrencias.* [22 pts.]

Resuelva las siguientes recurrencias asumiendo que $T(n) = \Theta(1)$ para $n \leq 1$ y que $c > 0$.

a) $T(n) = 8T(n/\sqrt{2}) + c(n^2)^\pi$. [7 pts.]

b) $T(n) = T(n^{1/2}) + c$. [15 pts.]