

Determinación y control de actitud (ADCS)

Índice

- Introducción
- Dinámica de actitud
- Sensores y determinación de la actitud
- Actuación
- Sistemas de Estabilización Pasivos
- Sistemas de Control Activos

1. Sensores de actitud
2. Estimación de actitud

3. DETERMINACIÓN DE ACTITUD

Determinación de actitud

- Definición

Estimación de la orientación de un satélite a partir de las medidas suministradas por sensores, en tiempo real o a posteriori

- Sensores de actitud son los que miden cualquier magnitud que dependa de la actitud: la dirección del sol, de alguna estrella, velocidad de rotación...

Sensores de actitud

- Sensores “coarse”
 - Magnetómetros
 - Sensores de sol
 - Sensores de horizonte terrestre
- Sensores de precisión
 - Sensores de estrellas
 - Sensores de sol
- Giróscopos

Sensores de actitud

Sensor	Typical Performance Range	Mass Range (kg)	Power (W)	Remarks
Gyroscopes	0.001deg/hr (from 20 to 60g)	1 to 15	10 to 200	
Sun sensors	0.005deg to 3 deg	0.1 to 2	0 to 3	Typical field of view $\pm 60^\circ$
Star sensors	1arcsec to 1arcmin	2 to 5	5 to 20	Typical field of view $\pm 20^\circ$
Earth sensors	0.1deg to 1deg (LEO) 0.05 (GEO)	1 to 4	5 to 10	Horizon uncertainties dominate accuracy
Magnetometer	0.5 deg to 3deg	0.3 to 1.2	<1	Attitude measured relative to Earth's local magnetic field. Magnetic field uncertainties and variability dominate accuracy Usable below ~6000km

Sensores de actitud

- Fundamento de los sensores de actitud
 - Medir las componentes de un vector en ejes cuerpo
 - Calcular las componentes del vector en ejes inerciales
 - Desarrollar un algoritmo que determine la actitud mediante
 - Matriz de cambio de base
 - Ángulos de Euler
 - Cuaterniones

Sensores de actitud

• Magnetómetros

- Miden una componente del campo magnético
- Un magnetómetro de 3 ejes se compone de 3 magnetómetros colocados ortogonalmente

$$\vec{B}_b = C\vec{B}_I$$

\vec{B}_I : campo magnético en el sistema de referencia inercial

\vec{B}_b : campo magnético en el sistema de referencia ligado al S/C

C : matriz de cambio de base

$$\vec{B}_b = C_{mag} \vec{B}_{mag}$$

\vec{B}_{mag} : campo magnético en el sistema de referencia del magnetómetro

C_{mag} : matriz de cambio de base de un sistema ligado al magnetómetro al ligado al S/C

$$\vec{B}_b = C\vec{B}_I + \Delta\vec{B}_b$$

$\Delta\vec{B}_b$: error (errores de alineación, bias, actividad eléctrica del S/C, ...)

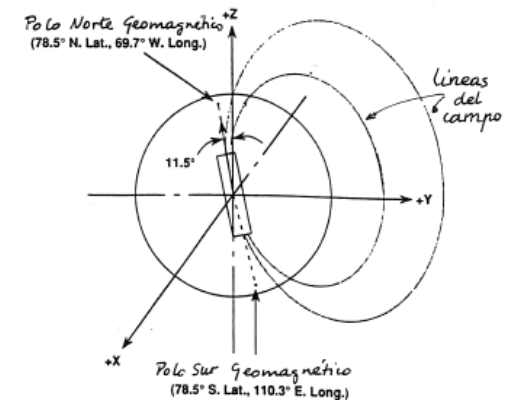


Fig. 7.- El campo geomagnético

Sensores de actitud

- Magnetómetros

- Error en el cálculo de \vec{B}_I
 - En órbitas altas \uparrow
 - En el ecuador \downarrow ($\sim 0,5^\circ$)
 - En los polos \uparrow ($\sim 3^\circ$)
- La ecuación del magnetómetro sólo tiene 2 grados de libertad \Rightarrow proporciona 2 ecuaciones \Rightarrow 3 incógnitas
- Se necesita otra medida para determinar la actitud

Sensores de actitud

- **Sensores de sol**

- Miden la dirección en la que se encuentra el sol
 - Objeto muy brillante
 - Relativamente pequeño visto desde un SC orbitando alrededor de la Tierra
- Casi todos los SCs necesitan conocer en qué dirección se encuentra el sol
 - Para orientar los paneles solares
 - Instrumentación que no debe estar expuesta al sol

Sensores de actitud

• Sensores de sol

- Se requieren varias células

$$\vec{S}_b = C\vec{S}_I + \Delta\vec{S}_b$$

\vec{S}_I : dirección del sol en el sistema de referencia inercial

\vec{S}_b : dirección del sol en el sistema de referencia ligado al S/C

C : matriz de cambio de base

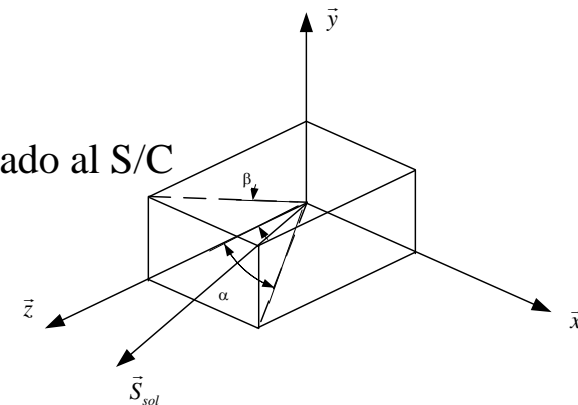
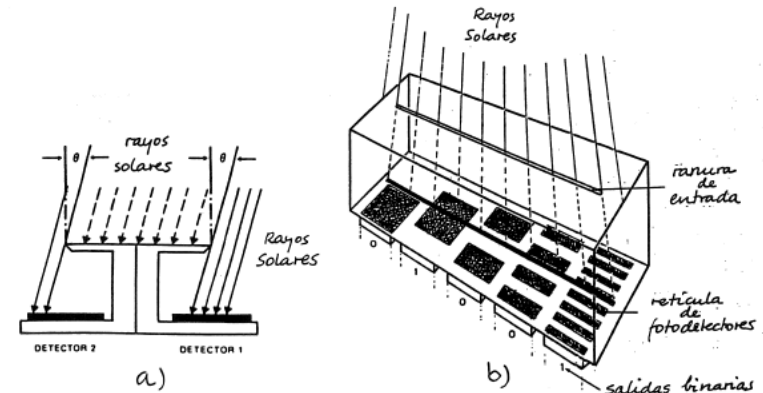
$\Delta\vec{S}_b$: error

$$\vec{S}_b = C_{sol}\vec{S}_{sol}$$

\vec{S}_{sol} : dirección del sol en el sistema de referencia del sensor de sol

C_{sol} : matriz de cambio de base de un sistema ligado al sensor de sol, al ligado al S/C

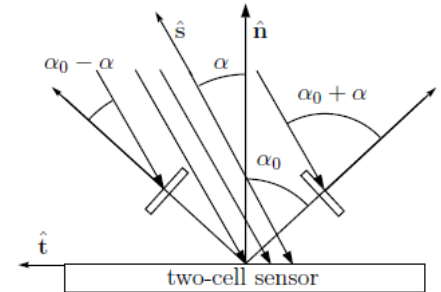
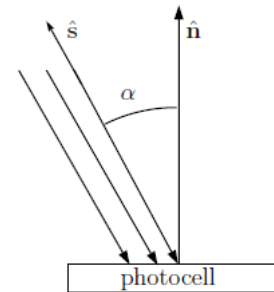
$$\vec{S}_{sol} = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 \alpha + \tan^2 \beta}} \begin{bmatrix} \tan \alpha \\ \tan \beta \\ 1 \end{bmatrix}$$



Sensores de actitud

• Sensores de sol

- Error
 - Digitales \uparrow ($\sim 0,5^\circ$)
 - Digitales+analógicos \downarrow (\sim segundos)
- Campo de visión $\pm 60^\circ \Rightarrow 5$ sensores
- La ecuación del sensor solar sólo tiene 2 grados de libertad
 \Rightarrow proporciona 2 ecuaciones \Rightarrow 3 incógnitas
- Se necesita otra medida para determinar la actitud

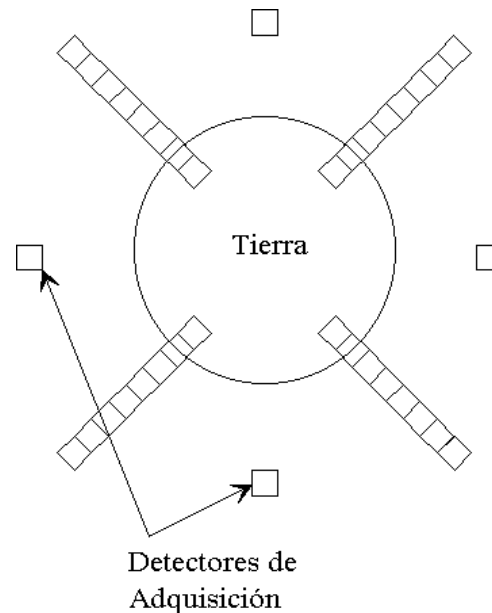
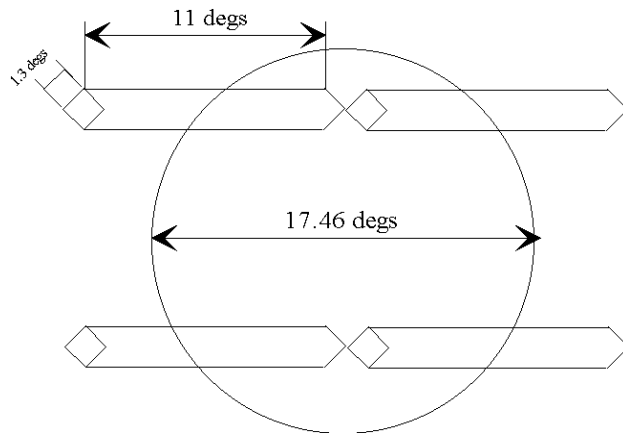


Sensores de actitud

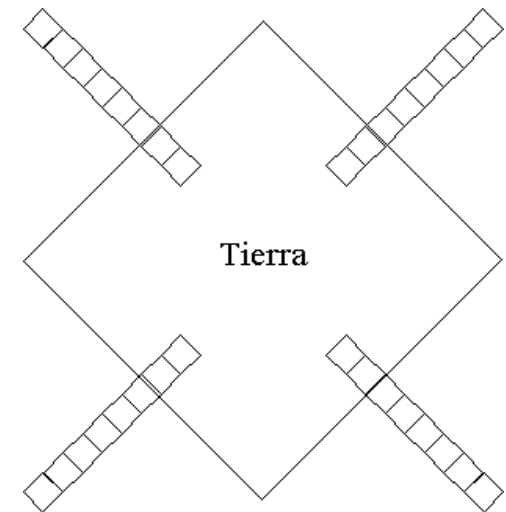
• Sensores de horizonte terrestre

– Estáticos

- Miden la radiación IR de la superficie terrestre
- Determinan la dirección del nadir
- Errores
 - $\sim 0,1^\circ$ LEO
 - $\sim 0,05^\circ$ GEO



GEO, imagen directa



LEO, Tierra reflejada

Sensores de actitud

• Sensores de horizonte terrestre

– Scanning

- Miden los tiempos de LOS y AOS de la señal IR de la Tierra
- Determinan la dirección del nadir
- Errores
 - La Tierra no es esférica
 - El AOS se obtiene en algún punto de la atmósfera en el que la señal supera un umbral
 - $\sim 1,0^\circ$ LEO
 - $\sim 0,3^\circ$ GEO

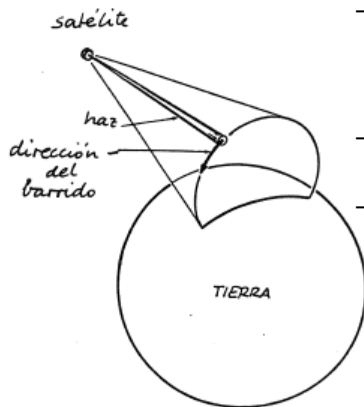


Fig. 5.- Sensor de horizonte

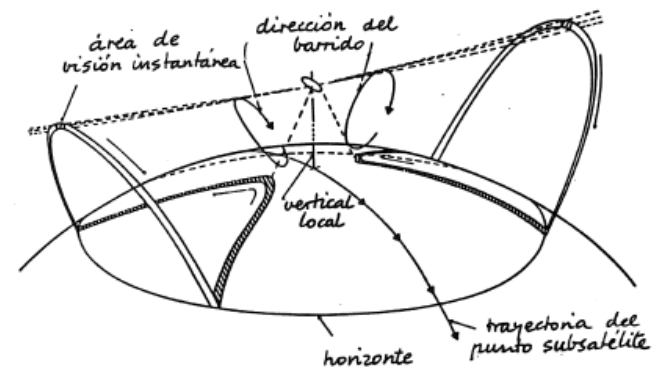
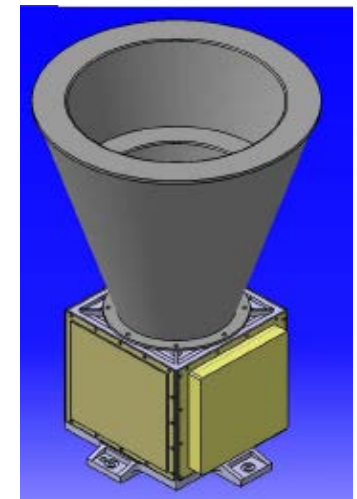
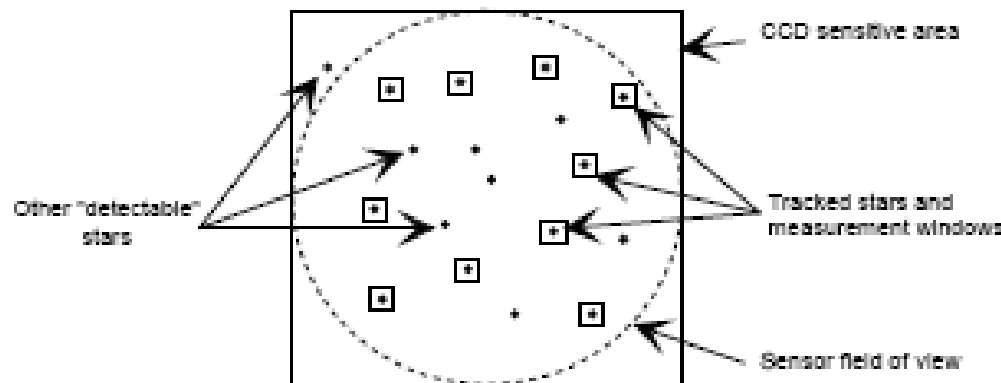


Fig. 6.- Doble sensor de horizonte

Sensores de actitud

• Sensores de estrellas

- Miden la dirección en que se encuentra una estrella a través de los ángulos planos α y β , como los sensores de sol
- Requieren de mucho procesamiento de datos
- Tienen errores muy pequeños (segundos de arco)



Sensores de actitud

• Giróscopos

- Miden ángulos o la velocidad de rotación del S/C

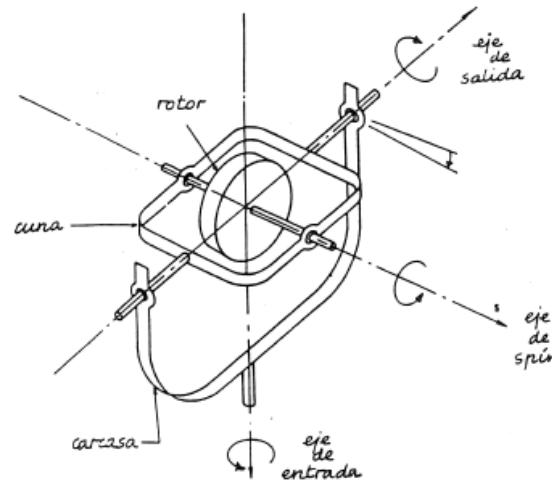


Fig. 8.- Giróscopo de un grado de libertad

Ejercicio - Sensores

Enunciado:

Se va a fabricar una constelación de satélites de rescate con apuntamiento a Tierra, con órbitas circulares polares de baja altitud para tener cobertura total de la Tierra.

La carga principal serán transmisores y receptores de alta potencia y gran FOV que permitan al usuario en tierra comunicarse mediante terminales de bajo coste y bajo consumo. La carga principal debe apuntar a nadir pero el satélite puede girar respecto a nadir sin que las comunicaciones se vean afectadas.

Debido a la necesidad de reducción de costes en la misión no habrá requisitos de sistema para redundancias de elementos esenciales y todos los satélites de la constelación deben ser iguales en la medida de lo posible.

Otros requisitos obtenidos a partir de un análisis preliminar son

- Fecha de lanzamiento: enero 2006
- Tiempo de vida: 4 años
- Altitud de la órbita: 700 km
- Control de actitud en tres ejes
- Precisión de $0,1^\circ$ en el apuntamiento de la dirección del nadir y de 1° de precisión de apuntamiento alrededor de esta dirección.

Sistemas de referencia:

- Inercial centrado en la Tierra, con el eje X dirigido según la dirección Aries, el eje Z según el polo norte y el eje Y formando un triedro a derechas
- Orbital: centrado en el satélite, con el eje Z dirigido según la dirección nadir, el eje X según la dirección de la velocidad orbital y el eje Y formando un triedro a derechas, perpendicular al plano orbital
- Guiado, centrado en el satélite, con el eje Z según la dirección nadir, con el eje Y perpendicular al Sol y el eje X formando un triedro a derechas.
- Cuerpo, centrado en el satélite y ligado al mismo, siguiendo a los ejes de guiado con ángulos de error pequeños, con los mismos ejes dirigidos en las mismas direcciones. Sin errores, los sistemas Guiado y Cuerpo serían idénticos.

Se pretenden analizar los distintos sensores que se pueden utilizar en términos de tipo, número, precisión y situación en el satélite.

Ejercicio - Sensores

Determinar:

1. Determinar el campo magnético que se mediría en esas órbitas, utilizando un modelo de dipolo para el campo magnético de la Tierra. Los magnetómetros irían montados en ejes cuerpo, con errores pequeños con respecto de los de guiado.
2. ¿Sería suficiente la medida de los magnetómetros para tener determinación de actitud en tres ejes?
3. Para poder cumplir el requisito de precisión de apuntamiento, ¿con qué precisión mínima deben de ser capaces de medir el campo magnético?
4. Suponiendo que el error en posición del satélite es despreciable, ¿qué error en el modelo de campo magnético deberíamos tener como máximo para cumplir el requisito de precisión de apuntamiento?
5. Determinar el tamaño aparente de la Tierra y la orientación y colocación adecuada para un sensor de Tierra.
6. ¿Sería suficiente la medida del sensor de Tierra para tener determinación de actitud en tres ejes?
7. ¿Sería suficiente la precisión del sensor de Tierra para cumplir con los requisitos de apuntamiento?
8. Si se cuenta con sensores de Sol con una campo de vista total de 120° , ¿cuántos haría falta poner en el satélite y dónde estarían situados para tener determinación continua de la dirección del Sol salvo en momentos de eclipse?
9. ¿Sería suficiente la medida de los sensores de Sol para tener determinación de actitud en tres ejes?
10. ¿Haría falta tener sensores de Sol de alta precisión? ¿Qué precisión se necesitaría en el caso de que se eligiesen para el ADCS?
11. ¿Dónde colocaría un sensor estelar para que nunca quedara ocultado ni por la Tierra ni por el Sol?
12. ¿Sería suficiente la medida del sensor estelar para tener determinación de actitud en tres ejes?
13. ¿Qué sensor o combinación de sensores considera más adecuado para esta aplicación?
14. ¿Y si se necesitara una precisión de $0,01^\circ$ en el apuntamiento a nadir?

Estimación de actitud

- ¿Cómo determinamos la actitud a partir de las medidas de los sensores?
 - Actitud en tres ejes
 - Estimación de una dirección del S/C (eje de giro)
- Método de cálculo
 - Determinista (triad)
 - Optimización por mínimos cuadrados (Newton-Raphson, método q, método QUEST)
 - Filtros de Kalman

Estimación de actitud - determinista 3 ejes

- Dadas las medidas de un sensor de sol y un magnetómetro en ejes cuerpo
- Matemáticamente

$$\left. \begin{array}{l} \mathbf{S}_I = \mathbf{v}_1, \mathbf{B}_I = \mathbf{v}_2 \\ \mathbf{S}_B = \mathbf{w}_1, \mathbf{B}_B = \mathbf{w}_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \mathbf{w}_1 = R\mathbf{v}_1, \mathbf{w}_2 = R\mathbf{v}_2$$

- En realidad estas ecuaciones no se satisfacen, ya que por errores, no se cumplirá

$$\mathbf{w}_1 \cdot \mathbf{w}_2 = \mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{v}_2$$

Estimación de actitud - determinista 3 ejes

• TRIAD algorithm

- Permite solventar el problema de la inconsistencia de los datos

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{r}_1 = \mathbf{v}_1, \mathbf{r}_2 = \frac{\mathbf{v}_1 \times \mathbf{v}_2}{|\mathbf{v}_1 \times \mathbf{v}_2|}, \mathbf{r}_3 = \mathbf{r}_1 \times \mathbf{r}_2 \\ \mathbf{s}_1 = \mathbf{w}_1, \mathbf{s}_2 = \frac{\mathbf{w}_1 \times \mathbf{w}_2}{|\mathbf{w}_1 \times \mathbf{w}_2|}, \mathbf{s}_3 = \mathbf{s}_1 \times \mathbf{s}_2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \boxed{\mathbf{s}_i = R\mathbf{r}_i, i = 1, 2, 3} \Rightarrow \begin{cases} A \equiv [\mathbf{s}_1 & \mathbf{s}_2 & \mathbf{s}_3] \\ B \equiv [\mathbf{r}_1 & \mathbf{r}_2 & \mathbf{r}_3] \end{cases} \Rightarrow A = RB \Rightarrow \boxed{R = AB^T}$$

- Aunque el resultado proporciona un resultado, no es el único resultado, que depende de cómo se construyen las tríadas
 - El vector más preciso se toma en primer lugar
- El método supone que las medidas se toman simultáneamente

Estimación de actitud - optimizado 3 ejes

• Optimización por mínimos cuadrados

- Se define una función de coste a partir de los datos de todos los vectores conocidos en ambos sistemas de referencia

$$J(R) = \frac{1}{2} a_S |\mathbf{S}_B - R\mathbf{S}_I|^2 + \frac{1}{2} a_B |\mathbf{B}_B - R\mathbf{B}_I|^2 + \frac{1}{2} a_E |\mathbf{E}_B - R\mathbf{E}_I|^2 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N a_i \left| \mathbf{w}_i - R\mathbf{v}_i \right|^2$$

Medidas en ejes cuerpo

Medidas en ejes inerciales

- Se optimiza con un método numérico

Estimación de actitud – optimizado 3 ejes

- Métodos de resolución
 - Método de Newton-Raphson
 - Método q
 - Método QUEST
- Método de Newton-Raphson
 - Es un método iterativo y necesita una aproximación a la solución (para comenzar la iteración) que puede ser la obtenida con el método determinista Triad
 - Se puede formular en los ángulos de Euler ya que así se evita tener que imponer la condición de los cuaterniones

$$J(\psi, \theta, \varphi) = J(R(\psi, \theta, \varphi))$$

Estimación de actitud – optimizado 3 ejes

- Método de Newton-Raphson para una variable

$$\min f(x) \longrightarrow F(x) = f'(x) = 0$$

$$F(x^*) = F(x_n + \Delta x) = F(x_n) + \frac{\partial F}{\partial x}(x_n) \Delta x + \mathcal{O}(\Delta x^2)$$

$$\downarrow F(x^*) = 0$$

$$\Delta x = - \left[\frac{\partial F}{\partial x}(x_n) \right]^{-1} F(x_n)$$

$$x_{n+1} = x_n - \left[\frac{\partial F}{\partial x}(x_n) \right]^{-1} F(x_n) \quad \text{Hasta que: } \Delta x \rightarrow 0 \quad \text{o} \quad F \rightarrow 0$$

Estimación de actitud – optimizado 3 ejes

- Método de Newton-Raphson para n variables

$$\mathbf{x}_{n+1} = \mathbf{x}_n - \left[\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{x}}(\mathbf{x}_n) \right]^{-1} \mathbf{F}(\mathbf{x}_n)$$

$$\mathbf{F} = \frac{\partial J}{\partial \mathbf{x}} = \left[\frac{\partial J}{\partial x_1} \quad \frac{\partial J}{\partial x_2} \quad \frac{\partial J}{\partial x_3} \right]^\top \quad \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 J}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 J}{\partial x_1 \partial x_2} & \frac{\partial^2 J}{\partial x_1 \partial x_3} \\ \frac{\partial^2 J}{\partial x_2 \partial x_1} & \frac{\partial^2 J}{\partial x_2^2} & \frac{\partial^2 J}{\partial x_2 \partial x_3} \\ \frac{\partial^2 J}{\partial x_3 \partial x_1} & \frac{\partial^2 J}{\partial x_3 \partial x_2} & \frac{\partial^2 J}{\partial x_3^2} \end{bmatrix}$$

- Tanto el gradiente como el Jacobiano se calculan numéricamente

$$\frac{\partial J}{\partial x_1} \approx \frac{J(x_1 + \delta x_1, x_2, x_3) - J(x_1, x_2, x_3)}{\delta x_1}$$

$$\frac{\partial^2 J}{\partial x_1 \partial x_2} \approx \frac{J_{x_1}(x_1, x_2 + \delta x_2, x_3) - J_{x_1}(x_1, x_2, x_3)}{\delta x_2}$$

Estimación de actitud – optimizado 3 ejes

• Método q

- Método exacto, parametrizado en cuaterniones

$$J(R) = \frac{1}{2} a_S |\mathbf{S}_B - R\mathbf{S}_I|^2 + \frac{1}{2} a_B |\mathbf{B}_B - R\mathbf{B}_I|^2 + \frac{1}{2} a_E |\mathbf{E}_B - R\mathbf{E}_I|^2 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N a_i |\mathbf{w}_i - R\mathbf{v}_i|^2$$

- Se expande el funcional $J(R)$:

$$J(R) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n a_i (\mathbf{w}_i - R\mathbf{v}_i)^T (\mathbf{w}_i - R\mathbf{v}_i) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n a_i (\mathbf{w}_i^T \mathbf{w}_i + \mathbf{v}_i^T \mathbf{v}_i - 2\mathbf{w}_i^T R\mathbf{v}_i)$$

$$\text{y como: } \mathbf{w}_i^T \mathbf{w}_i = \mathbf{v}_i^T \mathbf{v}_i = 1 \rightarrow J(R) = \sum_{i=1}^n a_i (1 - \mathbf{w}_i^T R\mathbf{v}_i)$$

- Minimizar J equivale a maximizar $G(R) = \sum_{i=1}^n a_i \mathbf{w}_i^T R\mathbf{v}_i$
- Parametrizando con cuaterniones

$$R = (q_4^2 - \mathbf{q}^T \mathbf{q}) I + 2\mathbf{q}\mathbf{q}^T - 2q_4 [\mathbf{q} \times]$$

Estimación de actitud – optimizado 3 ejes

- **Método q**

- El funcional $G(R)$ expresado en cuaterniones:

$$G(\bar{q}) = \bar{q}^T K \bar{q}; \quad K = \begin{bmatrix} S - \sigma I & Z \\ Z^T & \sigma \end{bmatrix}$$

$$B = \sum_{i=1}^n a_i (\mathbf{w}_i \mathbf{v}_i^T)$$

$$S = B + B^T$$

$$Z = [B_{23} - B_{32} \quad B_{31} - B_{13} \quad B_{12} - B_{21}]^T$$

$$\sigma = \text{tr}[B]$$

- Añadiendo la restricción de los cuaterniones

$$L(\bar{q}) = G(\bar{q}) + \lambda (1 - \bar{q}^T \bar{q}) = \bar{q}^T K \bar{q} + \lambda (1 - \bar{q}^T \bar{q}) \Rightarrow K \bar{q} = \lambda \bar{q}$$

Estimación de actitud – optimizado 3 ejes

- **Método q**

- Derivando L e igualando a cero para obtener el máximo se obtiene el problema del cálculo de los autovalores de la matriz K :

$$K\bar{q} = \lambda\bar{q}$$

- El autovector (cuaternión) asociado al máximo autovalor de K es la solución del problema de optimización por mínimos cuadrados.

$$G(\bar{q}) = \bar{q}^T K\bar{q} = \bar{q}^T \lambda\bar{q} = \lambda\bar{q}^T \bar{q} = \lambda$$

Ejercicio – Determinación método q

Se comparan resultados con el método TRIAD

Se conocen dos vectores inerciales

$$\mathbf{v}_1 = \begin{Bmatrix} 0.2673 \\ 0.5345 \\ 0.8018 \end{Bmatrix}; \quad \mathbf{v}_2 = \begin{Bmatrix} -0.3124 \\ 0.9370 \\ 0.1562 \end{Bmatrix}$$

Se conoce la matriz de actitud (exacta)

$$R_{exacta} = \begin{bmatrix} 0.5335 & 0.8080 & 0.2500 \\ -0.8080 & 0.3995 & 0.4330 \\ 0.2500 & -0.4330 & 0.8660 \end{bmatrix}$$

Los dos vectores exactos medidos serían:

$$\mathbf{w}_{1_{exacto}} = \begin{Bmatrix} 0.7749 \\ 0.3448 \\ 0.5297 \end{Bmatrix}; \quad \mathbf{w}_{2_{exacto}} = \begin{Bmatrix} 0.6296 \\ 0.6944 \\ -0.3486 \end{Bmatrix}$$

Ejercicio – Determinación método q

Sin embargo, los vectores reales medidos tendrán un error.

Introduciendo un error aleatorio uniforme de $\pm 5^\circ$, los vectores medidos serían:

$$\mathbf{w}_1 = \begin{Bmatrix} 0.7814 \\ 0.3751 \\ 0.4987 \end{Bmatrix}; \quad \mathbf{w}_2 = \begin{Bmatrix} 0.6163 \\ 0.7075 \\ -0.3459 \end{Bmatrix}$$

Calculando la matriz de actitud con el método TRIAD, suponiendo que se toma el primer vector para iniciar el proceso:

$$R_{TRIAD} = \begin{bmatrix} 0.5662 & 0.7803 & 0.2657 \\ -0.7881 & 0.4180 & 0.4518 \\ 0.2415 & -0.4652 & 0.8516 \end{bmatrix}$$

Si no hubiera error el producto de esta matriz traspuesta por la exacta debería dar la matriz unidad 3x. La diferencia entre ambas es el error de determinación.

Ejercicio – Determinación método q

El error es:

$$R_{TRIAD}^T R_{Exacta} = \begin{bmatrix} 0.992 & 0.03806 & 0.0094 \\ -0.0378 & 0.9989 & -0.0268 \\ -0.0104 & 0.02645 & 0.9996 \end{bmatrix}$$

Aplicando el Teorema de Euler, el eje de giro y el valor del funcional J son:

$$\Phi = 2.72^\circ$$

$$J = 7.3609 \times 10^{-4}$$

Usando el Método q:

$$K = \begin{bmatrix} -1.1929 & 0.8744 & 0.9641 & 0.4688 \\ 0.8744 & 0.5013 & 0.3536 & -0.4815 \\ 0.9641 & 0.3536 & -0.5340 & 1.1159 \\ 0.4688 & 0.4815 & 1.1159 & 1.2256 \end{bmatrix}$$

El autovalor mayor vale 1.9996, con el autovector:

$$\bar{q} = \begin{bmatrix} 0.2643 \\ -0.0051 \\ 0.4706 \\ 0.8418 \end{bmatrix}$$

Ejercicio – Determinación método q

La matriz de actitud es:

$$R_q = \begin{bmatrix} 0.5570 & 0.7896 & 0.2575 \\ -0.7951 & 0.4173 & 0.4402 \\ 0.2401 & -0.4499 & 0.8602 \end{bmatrix}$$

El error es:

$$R_{bi,q}^T R_{Exacta} = \begin{bmatrix} 0.9996 & 0.0269 & 0.0037 \\ -0.0269 & 0.9995 & -0.0116 \\ -0.0040 & 0.0115 & 0.9999 \end{bmatrix}$$

Aplicando el Teorema de Euler, el eje de giro y el valor del funcional J son:

$$\begin{aligned} \Phi &= 1.763^\circ \\ J &= 3.6808 \times 10^{-4} \end{aligned}$$

La solución obtenida minimiza el funcional J y proporciona un error menor en la estimación.

Estimación de actitud – optimizado 3 ejes

• Método QUEST

- Se basa en el método q pero evita el cálculo de todos los autovalores y autovectores, Sólo es necesario calcular el autovector correspondiente al máximo autovalor que se aproxima fácilmente como sigue

$$\left. \begin{aligned} J &= \sum_{i=1}^n a_i (1 - \mathbf{w}_i^T R \mathbf{v}_i) \\ G &= \sum_{i=1}^n a_i \mathbf{w}_i^T R \mathbf{v}_i = \lambda_{\max} \end{aligned} \right\} \lambda_{\max} = \sum a_i - J \rightarrow \lambda_{\max} \approx \sum a_i$$

- Para calcular el autovector correspondiente a λ_{\max} definimos un nuevo parámetro $\mathbf{p} = \frac{\mathbf{q}}{q_4}$ con ello el problema de autovalores se puede escribir en los parámetros de Rodriguez

$$K = \begin{bmatrix} S - \sigma I & Z \\ Z^T & \sigma \end{bmatrix} \quad [(\lambda_{\max} + \sigma)I - S] p = Z \quad \bar{q} = \frac{1}{\sqrt{1 + p^T p}} \begin{bmatrix} p \\ 1 \end{bmatrix}$$

Estimación de actitud – 3 ejes

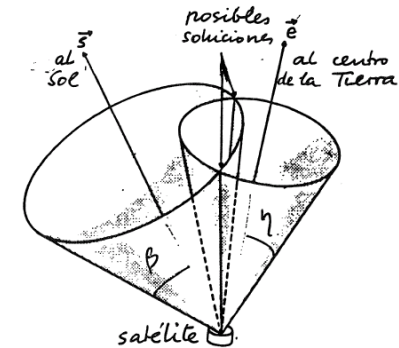
- Conclusiones
 - La determinación de actitud es un problema complicado
 - Para la determinación estática en tres ejes se necesita conocer las componentes de dos vectores en los sistemas de referencia inercial y del S/C
 - Se pueden usar distintos algoritmos para resolver el problema
 - Deterministas: Triad, desaprovechan información
 - Optimización de una función de error: especialmente útil si se conocen las componentes de más de dos vectores
 - Solución analítica: método q
 - Solución aproximada: método QUEST
 - Filtros de Kalman

Estimación de actitud – determinista 1 eje

• Método TRIAD

- De los datos de los sensores conocemos los cosenos de los ángulos entre la dirección del eje de spin y las direcciones del sol y del campo magnético en ejes cuerpo

$$\begin{cases} \mathbf{n} \cdot \mathbf{S}_B = z_S \\ \mathbf{n} \cdot \mathbf{B}_B = z_B \\ \mathbf{n}, \text{ eje de spin, } |\mathbf{n}| = 1 \end{cases}$$



- Esas dos direcciones son también conocidas en ejes inerciales
- Expresando \mathbf{n} en función de $\{\mathbf{S}_B, \mathbf{B}_B, \mathbf{S}_B \times \mathbf{B}_B\}$

$$\mathbf{n} = \lambda_1 \mathbf{S}_B + \lambda_2 \mathbf{B}_B + \lambda_3 (\mathbf{S}_B \times \mathbf{B}_B)$$

Estimación de actitud – determinista 1 eje

• Método TRIAD

– De donde

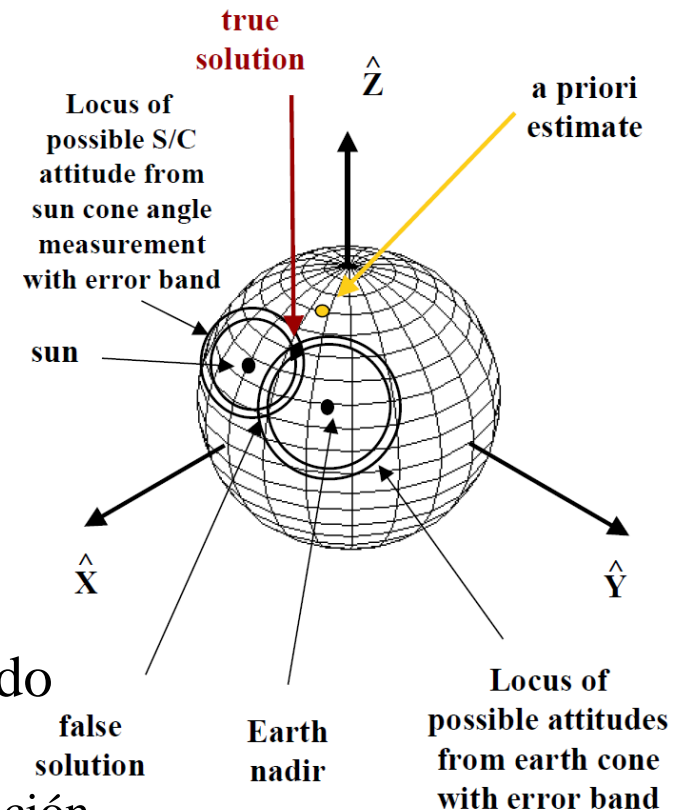
$$\begin{cases} \mathbf{n} \cdot \mathbf{S}_b = \lambda_1 + \lambda_2 \mathbf{B}_b \cdot \mathbf{S}_b = z_S \\ \mathbf{n} \cdot \mathbf{B}_b = \lambda_1 \underbrace{\mathbf{S}_b \cdot \mathbf{B}_b}_{\cos \gamma} + \lambda_2 = z_B \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda_1 = \frac{z_S - \cos \gamma z_B}{\sin^2 \gamma} \\ \lambda_2 = \frac{z_B - \cos \gamma z_S}{\sin^2 \gamma} \end{cases}$$

– La tercera componente se calcula forzando que el vector sea unitario

- El signo se selecciona mediante una estimación

– Para $\gamma \ll 1$ no se puede calcular la solución

- La solución debe determinarse mediante otra medida



Estimación de actitud – optimizado 1 eje

• Optimizado para el spin-axis

- Se define una función de coste a partir de las proyecciones de las medidas sobre el eje del spin

$$J(\mathbf{n}) = \frac{1}{2} a_s \left| \boxed{z_s} - \mathbf{n} \cdot \mathbf{S}_I \right|^2 + \frac{1}{2} a_B \left| \boxed{z_B} - \mathbf{n} \cdot \mathbf{B}_I \right|^2$$

Proyección de la dirección del sol en la dirección del eje del spin

Proyección de la dirección del campo magnético en la dirección del eje del spin

- Como la dirección del eje del spin tiene dos grados de libertad

$$J(\mathbf{n}) = J(R(\theta, \phi)) \Rightarrow \vec{n} = \begin{bmatrix} \sin \theta \cos \phi \\ \sin \theta \sin \phi \\ \cos \theta \end{bmatrix}$$