



**UNIVERSIDAD CATÓLICA
“NUESTRA SEÑORA DE LA ASUNCIÓN”
FACULTAD DE CIENCIAS Y TECNOLOGÍA
Ingeniería Electromecánica con Orientación Electrónica**

Desarrollo de un prototipo de VANT (Vehículo Aéreo No Tripulado) para
inspección visual de líneas eléctricas aéreas

**YESSICA HAYDEE BOGADO SARUBBI
WALTER RAMÓN BENÍTEZ DÁVALOS**

**UNIVERSIDAD CATÓLICA
“NUESTRA SEÑORA DE LA ASUNCIÓN”**

FACULTAD DE CIENCIAS Y TECNOLOGÍA

Ingeniería Electromecánica con Orientación Electrónica

Desarrollo de un prototipo de VANT (Vehículo Aéreo No Tripulado) para
inspección visual de líneas eléctricas aéreas

**YESSICA HAYDEE BOGADO SARUBBI
WALTER RAMÓN BENÍTEZ DÁVALOS**

Tutor: Lic. Gregorio Ariel Guerrero Moral

Hernandarias
2015

**YESSICA HAYDEE BOGADO SARUBBI
WALTER RAMÓN BENÍTEZ DÁVALOS**

Desarrollo de un prototipo de VANT (Vehículo Aéreo No Tripulado) para
inspección visual de líneas eléctricas aéreas

Proyecto fin de carrera presentado como requisito
parcial para optar al título de Ingeniero en la carrera de
Ingeniería Electromecánica con Orientación
Electrónica. Facultad de Ciencias y Tecnología,
Universidad Católica “Nuestra Señora de la
Asunción.”

Hernandarias

2015

Bogado Sarubbi, Yessica Haydee; Benítez Dávalos, Walter Ramón. (2015); Desarrollo de un prototipo de VANT (Vehículo Aéreo No Tripulado) para inspección visual de líneas eléctricas aéreas. Hernandarias, Universidad Católica. 145 p.

Tutor: Lic. Gregorio Ariel Guerrero Moral

Defensa de Proyecto fin de carrera.

Palabras claves: Líneas eléctricas aéreas. Inspección visual. Cuadricóptero. Teoría de control. Cuaternión.

**YESSICA HAYDEE BOGADO SARUBBI
WALTER RAMÓN BENÍTEZ DÁVALOS**

Desarrollo de un prototipo de VANT (Vehículo Aéreo No Tripulado) para
inspección visual de líneas eléctricas aéreas

Memoria presentada a la carrera de Ingeniería Electromecánica con Orientación
Electrónica como requisito para la obtención del título de Ingeniero.

Calificación:

..... (.....)

Mesa Examinadora

Sr.

Sr.

Sr.

Hernandarias, de 2015.

A Dios,
que ha sido nuestro sostén para llevar a término este proyecto y por su gracia nos
ha proveído de sabiduría y paciencia.

A nuestros padres,
quienes nos brindaron su apoyo incondicional durante todos estos años de estudio.

AGRADECIMIENTOS

Al profesor tutor, por su orientación, sabiduría e infinita paciencia en estos meses de trabajo.

Al Centro de Innovación en Automatización y Control (CIAC) del Parque Tecnológico Itaipú – Paraguay (PTI-Py), por el apoyo y contribución en el desarrollo de este proyecto.

A los profesionales del área de ingeniería, por sus importantes colaboraciones teóricas durante el desarrollo del proyecto.

A la Universidad Católica Nuestra Señora de la Asunción Campus Alto Paraná y la Itaipú Binacional, por darnos la oportunidad de concluir nuestra formación académica.

A los profesores de las distintas materias de la carrera cursada, por transmitirnos las enseñanzas que constituyeron la sólida base para emprender nuestro propósito.

A los familiares y amigos, que supieron comprender nuestras ausencias y nos brindaron su apoyo.

A todos, de corazón, nuestros más sinceros agradecimientos.

“Si he logrado ver más lejos, ha sido porque
he subido a hombros de gigantes.”

Isaac Newton

RESUMEN

El presente proyecto de grado consiste en desarrollar el prototipo de un VANT (Vehículo Aéreo No Tripulado) tipo cuadricóptero para realizar la inspección de líneas eléctricas aéreas e indicar mediante esto los sectores con problemas, por consiguiente las compañías eléctricas podrán implementar el mantenimiento correctivo correspondiente. La inspección se llevará a cabo mediante una cámara RGB (Red Green Blue), con la cual se realizará la transmisión de video en línea. El trabajo involucra 4 puntos sustanciales: el estudio matemático de la aerodinámica y cinemática del vehículo atendiendo los aspectos constructivos del mismo; el desarrollo de un sistema de control de actitud, altitud y posición implementando los cuaterniones para la estimación de la orientación y realimentación del control; el análisis de la plataforma y la posterior realización de las pruebas experimentales necesarias para validarlas; y la elaboración de una interfaz gráfica para monitorear el cuadricóptero desde el ordenador, bajo el software *LabVIEW*, donde se visualizarán parámetros tanto de actitud como de altura y la transmisión de video.

Palabras claves: Líneas eléctricas aéreas – Inspección – VANT – Cuadricóptero - Teoría de control - Cuaternión.

SUMMARY

This final undergraduate project consists in the development of a prototype UAV (Unmanned Aerial Vehicle) quadcopter type, for inspection of aerial power lines and through that to indicate sectors with problems, so electric companies can implement the corresponding corrective maintenance. The inspection will be carried out through a RGB (Red Green Blue) camera, which would transmit online video. The work involves 4 substantial points: the mathematical study of the aerodynamics and kinematics of the vehicle taking in account the constructive aspects of it, the development of a control system for the attitude, height and position using the quaternion for the estimation of orientation and control feedback, the platform analysis and the subsequent experimental tests for validating it, and the development of a graphical interface for monitoring the quadcopter on a computer using the *LabVIEW* software, where the parameters of attitude, height and the video transmission will be displayed.

Keywords: Aerial power lines - Inspection - UAV - Quadcopter - Control theory - Quaternion.

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1 Sistema de suministro eléctrico	6
Figura 2.2 Izquierda: Disco faltante en la cadena de aisladores. Centro: Cables dañados. Derecha: Nido de pájaro sobre una torre.	9
Figura 2.3 Clasificación de VANT.	10
Figura 2.4 Clasificación de Multirotores.	12
Figura 2.5 Empresa Aibotix empleando el dron Aibot X6.	14
Figura 2.6 De izquierda a derecha: a) Parrot AR. Drone 2.0. b) DJI Phantom....	15
Figura 2.7 Izquierda: Cuadricóptero Moderno. Derecha: Cuadricóptero de Autogiro - 1907.	16
Figura 2.8 Diagrama en bloque básico del sistema de un cuadricóptero	17
Figura 2.9 Rotación de los motores según el movimiento del cuadricóptero	18
Figura 2.10 Izquierda: Configuración +. Derecha: Configuración X.	19
Figura 3.1 Sistemas de coordenadas fundamentales.	20
Figura 3.2 Sistema de referencia inercial.....	22
Figura 3.3 Sistema de referencia del vehículo	22
Figura 3.4 Sistema de referencia del vehículo 1	23
Figura 3.5 Sistema de referencia del vehículo 2	23
Figura 3.6 Sistema de referencia del vehículo 3	24
Figura 3.7 Fuerza de sustentación	28
Figura 3.8 Torque Roll. Elaboración propia.	28
Figura 3.9 Torque Pitch.....	29
Figura 3.10 Torque Yaw	29
Figura 4.1 Estructura jerárquica del sistema de control de vuelo	42
Figura 4.2 Esquema del filtro complementario.....	43
Figura 4.3 Rotación de un punto “A” a un punto “B” alrededor del Eigenaxis....	44
Figura 4.4 Diagrama en bloque del sistema de control CAS+SAS.	47
Figura 4.5 Control de Altitud	49

Figura 4.6 Cálculo de la distancia y dirección mediante Trigonometría Esférica.	49
Figura 4.7 Rotación del S^v al S^{v1} para llegar al punto deseado (Pdes).....	50
Figura 4.8 Diagrama en bloque del control de posición	50
Figura 4.9 Esquema general de control.....	51
Figura 5.1 Armazón Flame Wheel F450.....	52
Figura 5.2 Motores Brushless EMAX.....	53
Figura 5.3 Parámetros de una hélice	54
Figura 5.4 ESC 30A UBEC Hobbyking.	55
Figura 5.5 Batería LiPo Gens Ace	56
Figura 5.6 Radio Control Turnigy 9X con el receptor FRSKY	57
Figura 5.7 Radio Control Turnigy 9X con el transmisor FRSKY.	57
Figura 5.8 Señal de salida PWM del receptor en su mínimo valor.....	58
Figura 5.9 Señal de salida PWM del receptor en su máximo valor.....	58
Figura 5.10 Señal de salida PWM a 50 Hz.	58
Figura 5.11 Señal de salida del controlador de vuelo al ESC en su mínimo valor.	59
Figura 5.12 Señal de salida PWM del controlador de vuelo al ESC en su máximo valor.....	59
Figura 5.13 Señal de salida del controlador de vuelo al ESC a 400 Hz.....	60
Figura 5.14 Crius AIOP v2.1.	60
Figura 5.15 Arquitectura del MPU6050.....	61
Figura 5.16 Módulo inalámbrico Xbee Pro S1.	63
Figura 5.17 Cámara principal del cuadricóptero.....	64
Figura 5.18 Kit TX TS58500 y RX RC832 de Skyzone.....	65
Figura 5.19 Cuadricóptero montado.	65
Figura 5.20 Diagrama de conexión del controlador de vuelo	66
Figura 5.21 Representación de la posición de los motores.	68
Figura 5.22 Izquierda: NI <i>myDAQ</i> . Derecha: Plataforma Arduino Uno.....	70
Figura 5.23 Diseño electrónico del ensayo de medición.....	70
Figura 5.24 Comparación de la curva de rotación medida y su ajuste aproximado.	72
Figura 5.25 Ensayo de medición de la fuerza de sustentación.....	73

Figura 5.26 Comparación de la curva de fuerza medida y su ajuste aproximado.	73
Figura 5.27 Ensayo de medición de la fuerza de arrastre.	74
Figura 5.28 Comparación de la curva del torque medido y su ajuste aproximado.	75
Figura 6.1 Efecto del Error por Hierro Duro.....	76
Figura 6.2 Efecto del Error por Hierro Suave	77
Figura 6.3 Resultado de los valores no calibrados del magnetómetro.....	78
Figura 6.4 Resultado de los valores calibrados del magnetómetro.....	78
Figura 6.5 Diagrama de flujo del algoritmo de calibración del acelerómetro y giroscopio.....	79
Figura 6.6 Diagrama de flujo del algoritmo de calibración del giroscopio ejecutada antes de cada vuelo.....	80
Figura 7.1 Diagrama de flujo del bucle de simulación.	82
Figura 7.2 Diagrama de flujo del algoritmo de simulación.	83
Figura 7.3 Simulación en el entorno de <i>MATLAB</i>	84
Figura 7.4 Gráfico de la respuesta a un escalón de los ángulos Yaw, Pitch, y Roll sin ruido.....	85
Figura 7.5 Gráfico de la respuesta a un escalón de los ángulos Yaw, Pitch y Roll con ruido del 5% de distribución normal	85
Figura 7.6 Gráfico de la respuesta a un escalón de la altura sin ruido	86
Figura 7.7 Gráfico de la respuesta a un escalón de la altura con ruido de distribución normal del 10%	86
Figura 8.1 Panel frontal de la estación terrestre	87
Figura 8.2 Indicador de actitud. De izquierda a derecha: Roll, Pitch y Yaw	88
Figura 8.3 Código fuente de los VI de actitud y altitud	88
Figura 8.4 Código fuente del puerto serial.....	89
Figura 8.5 Código fuente de los datos sin error	90
Figura 8.6 Código fuente de los datos con error	90
Figura 8.7 Código fuente de la transmisión de video.....	91
Figura 9.1 Cuadricóptero en vuelo.....	92
Figura 9.2 Gráfica de la respuesta del control Pitch	93
Figura 9.3 Gráfica de la respuesta del control Roll.....	93

Figura 9.4 Gráfica de la respuesta del control del Yaw	94
Figura 9.5 Gráfica de la respuesta del control de altura.....	94
Figura 9.6 Inspección visual con cuadricóptero vista desde el suelo.....	95
Figura 9.7 Inspección visual del cuadricóptero visto desde la cámara principal ..	95
Figura 9.8 Inspección visual con el cuadricóptero vista desde la estación terrestre.	
.....	96
Figura A 1 Rotación en 2D.....	100
Figura A 2 Rotación alrededor del eje z.....	101
Figura A 3 Rotación alrededor del eje y.....	101
Figura A 4 Rotación alrededor del eje x.....	101
Figura B 1 Diferenciación de un vector en un sistema no inercial en rotación.....	102
Figura C 1 Teoría del Momento de Froude.....	106
Figura D 1 Dibujo del Vector p perpendicular a vq	111
Figura D 2 Dibujo del Vector p no perpendicular a vq . Izq.: Q . Qp Der.: Q . Qp . Q^{-1} .	
.....	112

LISTA DE TABLAS

Tabla 2.1 Comparación entre la inspección pedestre y la inspección aéreos tripulados.....	7
Tabla 2.2 Clasificación de la AUVSI.....	11
Tabla 5.1 Características del MPU6050.....	61
Tabla 5.2 Características del HMC5883L.....	62
Tabla 5.3 Características del MS5611	62
Tabla 5.4 Costo del Prototipo.	66
Tabla 5.5 Parámetros de las ecuaciones de inercia.	69
Tabla 9.1 Tabla de contraste.	93

LISTA DE ABREVIATURAS

ANDE.....	Administración Nacional de Electricidad
VANT.....	Vehículo Aéreo No Tripulado
PID.....	Proportional Integral Derivative
RGB.....	Red Green Blue
VTOL.....	Vertical Take Off and Landing
AUVSI.....	Association for Unmanned Vehicle Systems International
MIT.....	Massachusetts Institute of Technology
GPS.....	Global Positioning System
CPU.....	Central Processing Unit
IMU.....	Inertial Measurement Unit
ESC.....	Electronic Speed Control
NED.....	North East Down
CAS.....	Control Augmentation Systems
SAS.....	Stability Augmentation Systems
DMP.....	Digital Motion Processor
FPB.....	Filtro Pasa Bajo
FIFO.....	First In First Out
PCB.....	Printed Circuit Board
BLDC.....	Brushless Direct Current
UBEC.....	Universal Battery Elimination Circuit
PWM.....	Pulse Width Modulation
EMI.....	Electro Magnetic Interference
RFI.....	Radio Frequency Interference
MARG.....	Magnetic, Angular rate y Gravity
AIOP.....	All In One Pro
LiPo.....	Litio Polímero
NiMH.....	Níquel Metal Hidruro
NMEA.....	National Marine Electronic Association

APM.....	Advanced Power Management
RPM.....	Revoluciones Por Minuto
CCD.....	Charge Coupled Device
TVL.....	Television Lines
VI.....	Virtual Instrument
PPM.....	Pulse Position Modulation
RPSMA.....	Reverse Polarity Sub-Miniature version A
USB.....	Universal Serial Port
PC.....	Personal Computer
UV.....	Ultravioleta
US.....	Dólares Americanos
Gs.....	Guaraníes

LISTA DE NOMENCLATURAS

S	Sistema de coordenadas
i^i, j^i, k^i	Vectores base del sistema S^i
v^v, j^v, k^v	Vectores base del sistema S^v
v^{v1}, j^{v1}, k^{v1}	Vectores base del sistema S^{v1}
v^{v2}, j^{v2}, k^{v2}	Vectores base del sistema S^{v2}
v^{v3}, j^{v3}, k^{v3}	Vectores base del sistema S^{v3}
$P^i(x, y, z)$	Vector de posición en el sistema S^i
P^v	Vector de posición en el sistema S^v
P^{v1}	Vector de posición en el sistema S^{v1}
P^{v2}	Vector de posición en el sistema S^{v2}
P^{v3}	Vector de posición en el sistema S^{v3}
$\theta^i(\phi, \theta, \psi)$	Vector de los Ángulos de Euler
$V^{v3}(u, v, w)$	Vector de la velocidad lineal en el sistema S^{v3}
$\omega^{v3}(p, q, r)$	Vector de la velocidad angular en el sistema S^{v3}
T_Θ	Matriz de transferencia
R_Θ	Matriz de rotación
R_A^B	Matriz de rotación del sistema de coordenadas A al sistema B
U_1	Fuerza de Sustentación
U_2	Torque Roll
U_3	Torque Pitch
U_4	Torque Yaw
$\dot{\xi}$	Velocidades del cuadricóptero en el sistema S^i
J_Θ	Matriz General
v	Velocidades del cuadricóptero en el sistema S^{v3}
O_{3x3}	Matriz Nula
I	Matriz de la inercia del cuadricóptero
m	Masa del cuadricóptero

F^{v^3}	Fuerza del cuadricóptero en el sistema S^{v^3}
τ^{v^3}	Torque del cuadricóptero en el sistema S^{v^3}
Λ	Vector de fuerza en el sistema S^{v^3}
M_{v^3}	Matriz de inercia en el sistema S^{v^3}
$C_{v^3}(v)$	Matriz centrifuga de coriolis en el sistema S^{v^3}
$S(.)$	Operador matricial antisimétrico (Skew)
$O_{v^3}(v)$	Matriz de efecto giroscópico en el sistema S^{v^3}
$G_{v^3}(\xi)$	Vector gravitacional en el sistema S^{v^3}
$\Omega(\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3, \Omega_4)$	Vector velocidad de los rotores
Ω_t	Velocidad total de los rotores
$U_{v^3}(\Omega)$	Vector de movimiento del sistema S^{v^3}
E_{v^3}	Matriz de movimiento del sistema S^{v^3}
F_G	Fuerza de gravedad
g	Gravedad
I_{TA}	Momento de inercia total de los actuadores
I_H	Momento de inercia de las hélices
I_M	Momento de inercia de los motores
b	Factor de sustentación
d	Factor de arrastre
L	Distancia entre el motor y el centro del cuadricóptero
$\dot{\zeta}$	Velocidad del cuadricóptero según S^H
M_H	Matriz de inercia del sistema S^H
$C_H(v)$	Matriz centrifuga de coriolis del sistema S^H
$O_H(v)$	Matriz de efecto giroscópico del sistema S^H
$G_H(\zeta)$	Vector gravitacional del sistema S^H
$U_H(\Omega)$	Vector de movimiento del sistema S^H
$Q_{des}(q_0, q_1, q_2, q_3)$	Cuaternión deseado en el sistema S^i
Q_a	Cuaternión actual del S^{V^3} al S^i
Q_{error}	Cuaternión del error
\hat{r}	Vector del eigenaxis
α	Ángulo de rotación en torno al eigenaxis
E_x	Error en el eje X

E_y	Error en el eje Y
E_z	Error en el eje Z
ψ_{falso}	Yaw falso
ψ_{real}	Yaw real
ψ_{des}	Yaw deseado
ψ_{mag}	Yaw obtenido del magnetómetro
Θ_{des}^i	Vector deseado de los Ángulos de Euler
ρ	Contribución del giroscopio en un Δt
ω_{actual}	Velocidad angular actual en el sistema S^{v3}
ω_{des}	Velocidad angular deseado en el sistema S^{v3}
v_{actual}	Velocidad actual en el sistema S^i
v_{des}	Velocidad deseado en el sistema S^i
a_{actual}	Aceleración actual en el sistema S^{v3}
a_{actual,S^i}	Aceleración actual en el sistema S^i
h_{actual}	Altura actual
h_{des}	Altura deseada
P_{actual}	Posicion actual
P_{des}	Posición deseada
$v_{gps}(v_{xgps,v1}, v_{ygps,v1})$	Velocidad a partir del GPS
$v_{acc}(v_{xacc,v1}, v_{yacc,v1})$	Velocidad a partir del acelerómetro
M_r	Masa puntual
I_r	Inercia de una masa puntual
R	Radio de la esfera
M_0	Masa de una esfera
$I_E(I_{Ex}, I_{Ey})$	Inercia de una esfera
d	Distancia de la masa puntual al eje de rotación
R_r	Radio del motor
m_r	Masa del motor
R_h	Radio de la hélice
m_h	Masa de la hélice
S	Matriz de hierro suave

R	Matriz de rotación del elipsoide
h	Desviación por hierro duro
c	Centro del elipsoide en el espacio
r_x, r_y, r_z	Semiejes principales del elipsoide
$m_{cal}(m_x, m_y, m_z)$	Vector de los valores calibrados del magnetómetro
m_{nocal}	Vector de los valores no calibrados del magnetómetro
V_{cal}	Valor calibrado del giroscopio
V_{nocal}	Valor no calibrado del giroscopio
V_{offset}	Valor del offset del giroscopio
t_{accion}	Tiempo de acción en la simulación
t_{final}	Tiempo máximo de la simulación
SP	Valor de referencia

ÍNDICE

1.	INTRODUCCIÓN	1
1.1	GENERALIDADES	1
1.2	PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA Y JUSTIFICACIÓN	1
1.3	OBJETIVOS	2
1.3.1	Objetivo General	2
1.3.2	Objetivos Específicos	2
1.4	DESARROLLO DEL TRABAJO	2
1.5	ESTRUCTURA DEL DOCUMENTO	3
2.	MARCO TEÓRICO	6
2.1	INSPECCIÓN DE LÍNEAS ELÉCTRICAS AÉREAS	6
2.1.1	Patrullaje a pie	6
2.1.2	Vehículos aéreos tripulados.....	7
2.1.3	Robots escaladores	8
2.1.4	Vehículos aéreos no tripulados.....	8
2.2	INSPECCIÓN A NIVEL NACIONAL	8
2.3	VANT.....	9
2.3.1	Clasificación de VANT	10
2.3.2	Requisitos	11
2.3.3	Clasificación de multirotores.....	12
2.4	CUADRICÓPTEROS	16
2.4.1	Principio de Funcionamiento.....	17
3.	MODELADO DE LA PLANTA	20
3.1	SISTEMAS DE COORDENADAS	20
3.1.1	Sistema inercial (S_i)	21
3.1.2	Sistema del vehículo (S_v).....	22
3.1.3	Sistema del vehículo 1 (S_{v1}).....	22
3.1.4	Sistema del vehículo 2 (S_{v2}).....	23
3.1.5	Sistema del vehículo 3 (S_{v3}).....	24

3.2	CINEMÁTICA.....	25
3.3	CONCEPTOS BÁSICOS	27
3.3.1	Sustentación (<i>U1</i>)	27
3.3.2	Roll (<i>U2</i>).....	28
3.3.3	Pitch (<i>U3</i>).....	28
3.3.4	Yaw (<i>U4</i>).....	29
3.4	MODELO DE NEWTON-EULER.....	29
4.	ESTIMACIÓN Y CONTROL	40
4.1	CONTROL DE ACTITUD	42
4.2	CONTROL DE ALTITUD	48
4.3	CONTROL DE POSICIÓN	49
4.4	ESQUEMA GENERAL DE CONTROL	51
5.	PLATAFORMA DE VALIDACIÓN	52
5.1	ESTRUCTURA FÍSICA	52
5.1.1	Armazón	52
5.1.2	Motores y hélices.....	53
5.1.3	Controladores electrónicos de velocidad.....	54
5.1.4	Batería	55
5.1.5	Radio Control	56
5.1.6	Controlador de vuelo	60
5.1.7	Módulo inalámbrico	63
5.1.8	Otros Periféricos.....	63
5.2	IDENTIFICACIÓN DE PARÁMETROS	67
5.2.1	Momentos de inercia	67
5.2.2	Ensayos de medición	69
6.	CALIBRACIÓN DE SENSORES	76
6.1	CALIBRACIÓN DEL MAGNETÓMETRO.....	76
6.1.1	Error por Hierro Duro.....	76
6.1.2	Error por Hierro Suave	77
6.2	CALIBRACIÓN DEL ACELERÓMETRO	79
6.3	CALIBRACIÓN DEL GIROSCOPIO.....	80
7.	SIMULACIÓN E IMPLEMENTACIÓN DEL CONTROL.....	81

7.1	SUBFUNCIONES DEL SIMULADOR	81
7.2	DIAGRAMA DE FLUJO DEL ALGORITMO DE SIMULACIÓN ELABORADO EN MATLAB	82
7.3	SIMULACIÓN VISUAL DEL CUADRICÓPTERO.....	84
7.4	RESULTADOS DE LOS CONTROLADORES SEGÚN SIMULACIÓN	84
8.	ESTACIÓN TERRESTRE.....	87
8.1	DISEÑO DE LA INTERFAZ	87
8.2	DISEÑO DEL ALGORITMO GRÁFICO.....	88
9.	RESULTADOS EXPERIMENTALES	92
10.	CONCLUSIÓN.....	97
10.1	SUGERENCIAS PARA TRABAJOS FUTUROS	99
APÉNDICE	100	
	Apéndice A – Matrices de rotación.....	100
	Apéndice B – Diferenciación de un vector en un sistema de referencia no inercial	102
	Apéndice C – Cálculo aerodinámico.....	104
	Apéndice D - Cuaterniones	109
	Apéndice E – Ecuación del altímetro.....	115
BIBLIOGRAFÍA.....	116	

1. INTRODUCCIÓN

1.1 GENERALIDADES

El uso masivo de la energía eléctrica en la sociedad actual está llevando a las compañías dedicadas a la transmisión y distribución de energía eléctrica a tener que ampliar su área de cobertura y repotenciar sus redes, induciendo un riesgo considerable en términos de pérdida de energía y el cual es necesario minimizar. Las inspecciones de líneas eléctricas juegan un papel de suma importancia en el compromiso de mantener la calidad de la energía entregada al estar totalmente relacionada con el mantenimiento preventivo.

Por ello queda claro para las compañías que se deben implementar técnicas y métodos novedosos, que permitan realizar dichas inspecciones de manera rutinaria tratando de evitar en lo posible mantenimientos de urgencia que lleven al corte del suministro eléctrico.

Pensando en una solución moderna para esta problemática, se decidió investigar y aplicar una solución alternativa de bajo costo para la inspección de las líneas eléctricas aéreas como lo son las inspecciones utilizando los VANT (Vehículos Aéreos No Tripulados).

1.2 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA Y JUSTIFICACIÓN

Para realizar un plan de mantenimiento adecuado de las líneas eléctricas es necesario realizar inspecciones rutinarias de manera a conocer el estado de las mismas, una de estas inspecciones es la que se realiza visualmente observando la condición de los cabos, herrajes, cadenas de aisladores, cables de guarda, etc.

Los sistemas de inspección de líneas eléctricas a nivel nacional se elaboran en largos períodos de tiempo y exponen al operador a los peligros de trabajar en las líneas vivas. Actualmente no es posible realizar inspecciones aéreas rutinarias de

las líneas eléctricas principales dentro del país debido al alto costo que conllevan (Robledo, 2015).

El procedimiento usual es utilizar vehículos aéreos tripulados (Helicópteros); sin embargo, los VANT también pueden ejecutar la misma función y a pesar de que en otros países la implementación de vehículos aéreos no tripulados en el campo eléctrico es usual (Grupo ACRE, 2013; Sánchez, Mulero, & Saumeth, 2013), nacionalmente son herramientas novedosas, versátiles y altamente convenientes. La aplicación de esta técnica permitiría desarrollar la inspección de manera más segura, a corto tiempo y con menor uso de recursos.

Por este motivo, planteando una solución alternativa y económica, se propone diseñar el prototipo de un cuadricóptero de manera a inspeccionar dichas líneas, disminuir el riesgo de accidentes y también conocer la tecnología para realizar las modificaciones pertinentes si el proyecto así lo requiriese.

1.3 OBJETIVOS

1.3.1 Objetivo General

Diseñar el prototipo de un VANT que sea capaz de realizar una inspección visual de una línea eléctrica aérea.

1.3.2 Objetivos Específicos

- Desarrollar un sistema de control PID (*Proportional Integral Derivative*) para la estabilización del VANT.
- Desarrollar un sistema de *holding* (Vuelo estacionario) para facilitar la inspección.
- Incorporar un sistema de GPS (*Global Positioning System*) para conocer la localización geográfica del VANT.
- Elaborar una pequeña estación terrestre para monitorear el VANT.

1.4 DESARROLLO DEL TRABAJO

El proyecto se ejecutó de la siguiente manera:

- Investigación teórica acerca de los distintos conceptos y técnicas de inspección de líneas.
- Investigación teórica sobre el modelado del sistema físico para realizar posteriormente una simulación.
- Investigación teórica para la elección de un control adecuado para el sistema de actitud, altura y posición de la aeronave.
- Selección de componentes para el prototipo.
- Simulación del control en PC (*Personal Computer*) utilizando el software *MATLAB* de acuerdo a los parámetros del prototipo y el modelado físico.
- Construcción del prototipo y elaboración del software del mismo de acuerdo al simulado.
- Diseño de la estación terrestre con el software *LabVIEW* con la colaboración del PTI (Parque Tecnológico de Itaipú).
- Implementación del prototipo para la inspección de una línea eléctrica aérea.

1.5 ESTRUCTURA DEL DOCUMENTO

Capítulo 2 MARCO TEÓRICO. En este capítulo se realiza un recorrido sobre el estado actual de las metodologías de inspección de líneas eléctricas, tanto a nivel internacional como nacional. La incursión de los VANT dentro del sector eléctrico, además de mencionar la historia, clasificación de los mismos y funcionamiento del tipo de VANT elegido para la realización de este proyecto.

Capítulo 3 MODELADO DE LA PLANTA. En este capítulo se presenta el modelado matemático según los principios de Newton y Euler. Además de introducir los sistemas de coordenadas a utilizarse a lo largo de este proyecto. Se concluye con la ecuación que describe la planta.

Capítulo 4 ESTIMACIÓN Y CONTROL. En este capítulo se introduce los métodos utilizados para estimar la actitud, altura y posición a través de los diversos

sensores, además de ello se presenta el sistema de control utilizando cuaterniones basado en el modelado descrito en capítulo anterior.

Capítulo 5 PLATAFORMA DE VALIDACIÓN. En este capítulo se describen los componentes que conforman el hardware del cuadricóptero y su implementación, además de especificar las pruebas realizadas para la identificación de los parámetros pertinentes del modelo teórico.

Capítulo 6 CALIBRACIÓN DE SENSORES. En este capítulo se muestran los algoritmos y procedimientos aplicados a los sensores de manera a realizar una correcta lectura de los mismos.

Capítulo 7 SIMULACIÓN E IMPLEMENTACIÓN DEL CONTROL. En este capítulo se presenta el desarrollo del algoritmo del simulador creado en el entorno *MATLAB*, considerando la planta y el control descritos en los capítulos anteriores. Se enseña también los resultados obtenidos en la simulación considerando sensores con ruido y sin ruido.

Capítulo 8 ESTACIÓN TERRESTRE. En este capítulo se describe el diseño del sistema de monitoreo grafico realizado mediante el software *LabVIEW*, dando también una explicación del código fuente.

Capítulo 9 RESULTADOS EXPERIMENTALES. En este capítulo se describe las pruebas aéreas realizadas y se contrastan los resultados de la misma con los obtenidos en la simulación, se comentan dichos resultados y finalmente se realiza prueba empírica del objetivo general de este proyecto.

Capítulo 10 CONCLUSIÓN. En este último capítulo se presentan las conclusiones y se sugieren algunos cambios e ideas para futuros proyectos.

Apéndice A Matrices de rotación. El apéndice explica las matrices de rotación en los tres ejes, y cita sus propiedades.

Apéndice B Diferenciación de un vector en un sistema de referencia no inercial. El apéndice explica la aplicación de la derivada en un sistema de referencia no inercial.

Apéndice C Cálculo aerodinámico. El apéndice desarrolla los cálculos aerodinámicos necesarios para dar validez a las ecuaciones que se aplican el capítulo 3.

Apéndice D Cuaterniones. El apéndice explica el álgebra de cuaterniones y las propiedades de rotación utilizando estos para luego ser usados en el capítulo 4.

Apéndice E Ecuación del altímetro. El apéndice explica la ecuación del altímetro basados en la ecuación del gas ideal y la ecuación hidrostática, esto es necesario para la estimación de la altura utilizando el barómetro.

2. MARCO TEÓRICO

2.1 INSPECCIÓN DE LÍNEAS ELÉCTRICAS AÉREAS

Las líneas eléctricas aéreas son un enlace entre los centros de generación y los puntos de consumición por medio de los centros de transformación y las subestaciones, abasteciendo a los consumidores de energía eléctrica (Figura 2.1). En Paraguay existen miles de kilómetros de líneas eléctricas que necesitan ser inspeccionadas para mantener un servicio eléctrico continuo a todos sus usuarios.

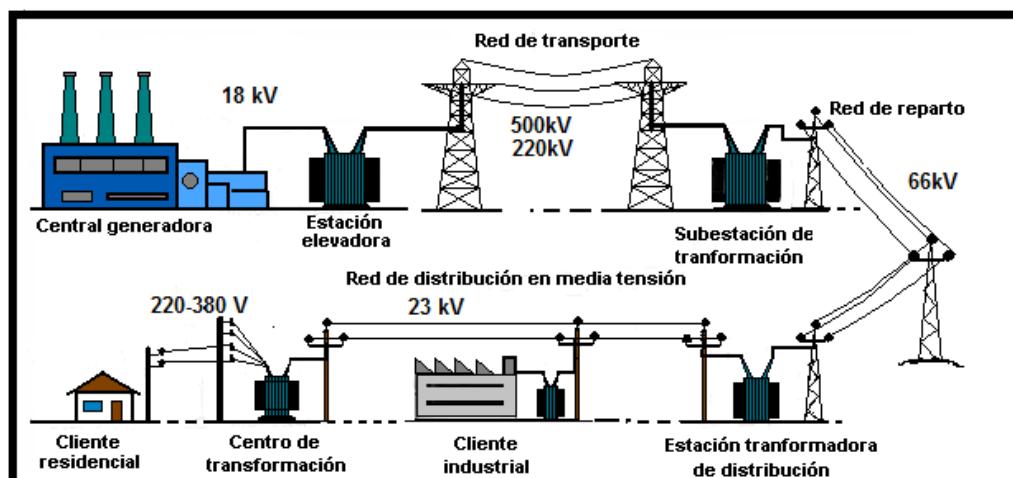


Figura 2.1 Sistema de suministro eléctrico. Editado de (Wikipedia, 2015).

Existen métodos de inspección empleadas por instituciones encargadas de la transmisión y distribución de la energía eléctrica para controlar el estado de las líneas eléctricas y sus accesorios (herrajes, aisladores, transformadores, etc.) (Boza, 2003). Podemos puntualizar cuatro técnicas en donde las primeras dos son las utilizadas a nivel nacional: patrullaje a pie, vehículos aéreos tripulados, robots escaladores y vehículos aéreos no tripulados (Garcés, 2012; León & C., 2013).

2.1.1 Patrullaje a pie

La inspección pedestre o patrullaje a pie consiste en un equipo de dos o más personas con alguna experiencia en construcción o mantenimiento de líneas, que caminan de torre a torre y realizan la inspección de manera visual mediante

binoculares, a veces con cámaras infrarrojas y cámaras UV (Ultravioleta) para la detección del efecto corona. El patrullaje a pie ha tenido siempre la limitación del control de calidad, pues es un procedimiento lento y fastidioso con el personal moviéndose por terrenos irregulares o inaccesibles, por lo que defectos importantes pueden ser ignorados afectando así la confiabilidad del diagnóstico.

2.1.2 Vehículos aéreos tripulados

Específicamente los helicópteros han ocupado un espacio significativo en la fiscalización de las líneas. En general es dirigido por un grupo de tres personas: un piloto, un inspector y un registrador. Las inspecciones aéreas ofrecen ventajas como la velocidad y accesibilidad por terrenos irregulares, facilita la obtención de imágenes termográficas y de efecto corona haciendo diagnósticos más preventivos, también se obtienen medidas muy precisas de la distancia de la vegetación a los conductores, lo que permite hacer mantenimiento de servidumbre solo cuando esto sea necesario (Garcés, 2012). Sin embargo, implica un alto costo y expone al peligro la vida humana. A continuación, la tabla 2.1 presenta la comparación entre la inspección pedestre y la inspección mediante vehículos aéreos tripulados.

	Patrullaje a pie	Vehículos Aéreos Tripulados
Detección de puntos calientes y efecto corona	Imágenes con cámara digital. En algunos casos imágenes termográficas o ultravioletas.	Video y fotografía digitales, termográficas y ultravioletas.
Vegetación y acercamientos en vanos	Imágenes puntuales del vano con estimaciones de distancia entre vegetación y conductor.	Levantamiento con láser de todos los puntos de interés con distancia precisa entre vegetación y conductor.
Georreferenciación	Utilización de GPS o dispositivos móviles con GPS.	Georreferenciación de todas las torres.
Deslizamientos	Inspección y medición detallada de grietas y deslizamientos.	Visión general de deslizamientos.
Corrosión	Inspección por corrosión detallada de todas las partes de la torre.	Registro de solo algunos puntos afectados por corrosión.
Costos	100 a 150 US/Torre	250 a 300 US/Torre

Tabla 2.1 Comparación entre la inspección pedestre y la inspección aéreos tripulados. Obtenido de (Garcés, 2012).

2.1.3 Robots escaladores

Un estilo más moderno es el uso de robots escaladores, pueden moverse a lo largo del conductor e ir superando diversos obstáculos. Su gran ventaja es la inspección precisa debido a la proximidad. Por otro lado, existe un problema extremadamente dificultoso en cuanto al desarrollo y construcción de un mecanismo robótico que pueda superar los diferentes obstáculos. Además, el campo electromagnético de la línea puede afectar los sensores o partes electrónicas de los robots si no son adecuadamente protegidos (León & C., 2013).

2.1.4 Vehículos aéreos no tripulados

El uso de plataformas robóticas aéreas para la observación, representan un campo de creciente interés para compañías e instituciones actualmente. Una evaluación visual empleando vehículos aéreos no tripulados es más rápida que el patrullaje a pie, más versátil que un robot escalador y más económico que la intervención de un helicóptero (Garcés, 2012; Gouws, 2013; Luque, 2014). Estos vehículos nos ofrecen la capacidad de vuelo estacionario para una mejor toma de imágenes desde diferentes puntos alrededor de la línea de transmisión sin poner en riesgo la vida del personal.

2.2 INSPECCIÓN A NIVEL NACIONAL

La empresa pública ANDE (Administración Nacional de Electricidad) realiza patrullajes a pie rutinarios, formando grupos de hasta cinco funcionarios que recorren largos trayectos sosteniendo un par de binoculares para la inspección visual a ambos lados del camino, solicitando permiso para ingresar a las residencias y propiedades privadas en caso de que la situación lo demande. Los problemas que se pueden distinguir a través de la inspección a pie son el desplazamiento de amortiguadores, discos rotos en los aisladores, falta de perfiles, entre otros.

En el 2013 se ejecutó la primera y última inspección en vehículos aéreos tripulados sobre las líneas de transmisión del país, para el efecto se contrató a la empresa argentina *HANGAR SERVICIOS* la cual brinda servicios de inspección aérea especializada, su trabajo cuenta con tres profesionales a bordo de un

helicóptero, un piloto y dos técnicos que se encargan de tomar las imágenes térmicas y RGB con cámaras de alta definición. La inspección se realizó sobre las principales líneas de transmisión del país que en total sumaron alrededor de 2000 km, concluyéndose en pocas semanas. El monto cobrado fue de aproximadamente 1000US por cada mil metros recorrido (Robledo, 2015). A continuación algunas fotos proporcionadas por la ANDE de la inspección aérea realizada en el país en el 2013.



Figura 2.2 Izquierda: Disco faltante en la cadena de aisladores. Centro: Cables dañados. Derecha: Nido de pájaro sobre una torre. Obtenido de (Robledo, 2015).

2.3 VANT

Los VANT o drones, son aquellos vehículos que no necesitan de una tripulación para ser controlados o concluir una tarea específica. Se los puede definir como sistemas robóticos que parten desde una estación terrenal y que son dirigidos a distancia por “pilotos”, o autónomamente siguiendo una misión previamente programada e inclusive se pueden combinar ambas instancias. Generalmente, se subdividen en vehículos aéreos no tripulados de ala fija y vehículos aéreos no tripulados de ala rotatoria.

En un principio las aplicaciones eran con fines militares, como vuelos de reconocimiento, ataque u operaciones de inteligencia. El ejemplo más antiguo fue desarrollado después de la primera guerra mundial, y se emplearon durante la segunda guerra mundial para entrenar a los operarios de los cañones antiaéreos.

Las características y los costos de estos VANT varían según la aplicación, ya sea para monitoreo ambiental y climático, tareas de búsqueda, cartografía, hidrología, geología, transporte de carga aérea, servicio de telecomunicaciones, supervisión de instalaciones, vigilancia y protección de fronteras, inspección y mantenimiento de infraestructuras e incluso para brindar apoyo en extinción de incendios, derrames o fugas de sustancias peligrosas entre otros.

2.3.1 Clasificación de VANT

Los VANT pueden ser catalogados según varios aspectos entre ellos capacidad de vuelo, aplicación o tipo de aeronave. Una forma sencilla de clasificación es según el modo de despegue, ya sea de despegue vertical VTOL (*Vertical Take Off and Landing*) que incluye los de ala rotativa y los auto sustentados, o de despegue no vertical como los de ala fija.

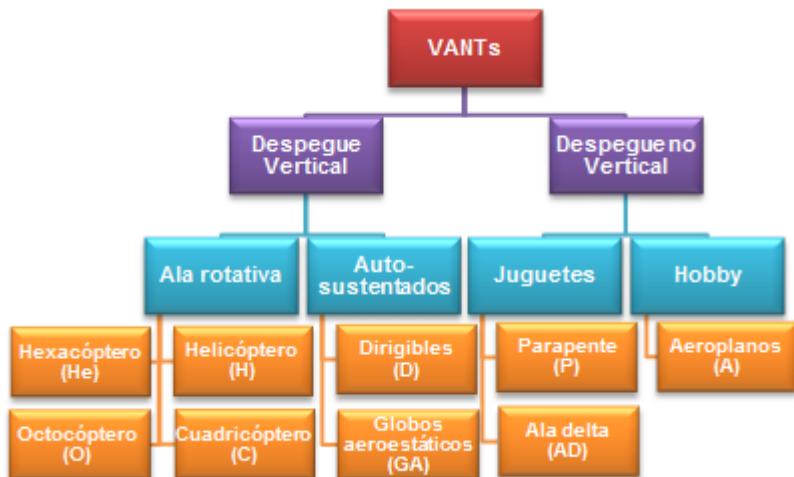


Figura 2.3 Clasificación de VANT. Editado de (Barrientos, Gutiérrez, & Martínez, 2013).

La AUVSI (*Association for Unmanned Vehicle Systems International*) establece la clasificación de vehículos aéreos no tripulados según su capacidad de vuelo, tomando en cuenta su autonomía, alcance, altitud, tipo de aeronave, carga máxima de despegue y tipo de aeronave (Austin, 2010). En lo general, los VANT utilizados para uso civil son los multirotores ubicados dentro de la categoría Mini. Atendiendo a este criterio la tabla 2.2 exhibe lo siguiente:

Categoría	Acrónimo	Alcance (km)	Altitud de vuelo (m)	Autonomía (horas)	Carga máxima en despegue (kg)	Tipo de aeronave
Micro	μ (Micro)	< 10	250	1	< 5	H, A, C, otros.
Mini	Mini	< 10	150 a 300	< 2	< 30	H, A, C, otros.
Alcance cercano	CR	10 a 30	3000	2 a 4	150	H, A, P, otros.
Alcance corto	SR	30 a 70	3000	3 a 6	200	A, otros.
Alcance medio	MR	70 a 200	5000	6 a 10	1250	A, otros.
Altitud baja Penetración profunda	LADP	> 250	50 a 9000	0,5 a 1	350	A
Autonomía media	MRE	> 500	8000	10 a 18	1250	H, A.
Autonomía alta Altitud baja	LALE	> 500	3000	> 24	< 30	A.
Autonomía alta Altitud media	MALE	> 500	14000	24 a 48	1500	H, A.
Autonomía alta Altitud alta	HALE	> 2000	20000	24 a 48	12000	A.
Combate	UCAV	Aprox. 1500	10000	Aprox. 2	10000	H, A.
Ofensivo	LETH	300	4000	3 a 4	250	A.
Señuelo	DEC	500	5000	< 4	250	H, A.
Estratosférico	STRATO	> 2000	20000 a 30000	> 48	ND	A.
Exo-estratosférico	EXO	ND	> 30000	ND	ND	A.

Tabla 2.2 Clasificación de la AUVE. Editado de (Barrientos, Gutiérrez, & Martínez, 2013).

2.3.2 Requisitos

Al igual que toda herramienta los vehículos aéreos no tripulados necesitan cumplir una serie de requisitos deseables por el usuario (Fundación de la Energía de la Comunidad de Madrid, 2014), algunos criterios a considerar son:

- a. Estabilidad de vuelo
- b. Autonomía
- c. Señal de comunicación estable
- d. Fácil maniobrabilidad
- e. Volumen reducido
- f. Ligero
- g. Económico
- h. Accesible a la automatización

Estos criterios fueron tenidos en cuenta para el desarrollo del prototipo de este proyecto.

2.3.3 Clasificación de multirotos

Hoy en día existen una gran variedad de multirotos que se comercializan en todo el mundo por tener mayor maniobrabilidad y ser una tecnología accesible. La figura 2.4 enseña una clasificación según su propósito final.

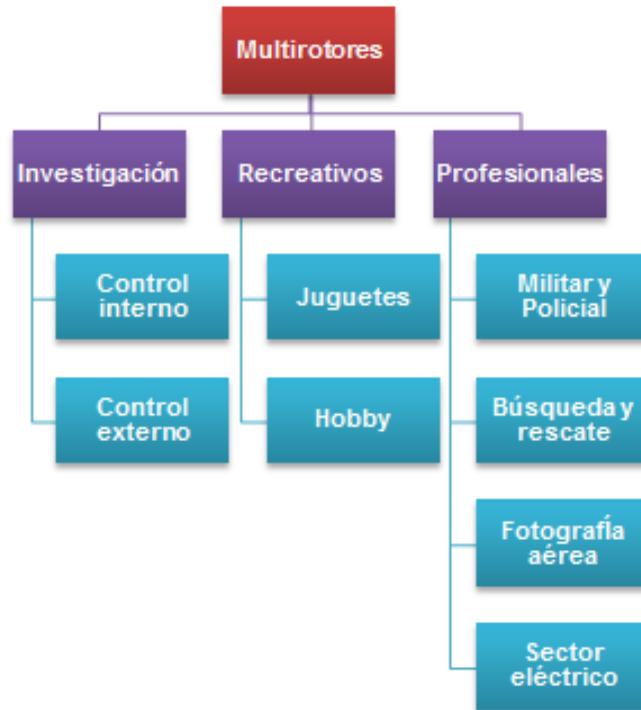


Figura 2.4 Clasificación de Multirotos. Editado de (Kharsansky, 2013).

a. Investigación

Los VANT de cuatro rotores generalmente diseñados por investigadores universitarios son útiles para ensayar y evaluar nuevas ideas en diversos campos incluyendo la robótica, los sistemas de tiempo real, la navegación y control de vuelo. Hay algunos laboratorios de investigación de ingeniería de clase mundial en la actualidad que desarrollan técnicas de control más avanzadas como la *Aerospace Controls Laboratory* del MIT (*Massachusetts Institute of Technology*) que trabaja con un cuadricóptero capaz de realizar maniobras acrobáticas agresivas que se extienden más allá de las capacidades actuales de cuadricópteros de paso fijo típicos (MIT, 2011). En general estas plataformas no se encuentran abiertas para su uso y muchas de ellas dependen de un sistema de navegación basado en visión que lo hace muy costoso.

b. Profesionales

Todas aquellas misiones que resultan costosas, desagradables o peligrosas para el ser humano pueden ser una buena oportunidad de aplicación de los vehículos no tripulados. La incorporación de los cuadricópteros para servicios militares actualmente torna las misiones de alto riesgo más seguras en términos de vida humana con una implementación tanto ágil como económica, brindando al mismo tiempo a la estrategia militar nuevas formas de despliegue táctico y operacional.

Aunque en un comienzo fueron pensados para su empleo en misiones militares, hoy en día su uso se amplió a numerosas tareas del ámbito civil como el servicio policial, en el año 2010 el Reino Unido realizaba su primera detención mediante la cámara térmica de un cuadricóptero al que llamaron “el cazo volar” cuando un presunto delincuente se escapó en la niebla espesa (Hull, 2010). También es sabido de sus usos en rescates y búsqueda de personas desaparecidas en catástrofes naturales, son ideales ya que pueden volar sobre cualquier tipo de terreno en sus esfuerzos de búsqueda, paredes de escala, volar sobre lagos y tejer a través de los bosques para localizar los humanos en pequeñas grietas, bajo el agua y escondidos en los árboles. El área que más abarcan es el de filmación y fotografía,

se los utiliza para retransmisiones deportivas, películas, comerciales, vigilancia y supervisión de determinadas áreas entre muchas otras.

Los drones no tardaron en dar asistencia al sector eléctrico, empresas como *Endesa* (Empresa española) emplean multirotores desde hace un buen tiempo, como para el mantenimiento e inspección de las líneas realizando controles periódicos y el análisis de servidumbre o viviendas ubicadas en los alrededores de las líneas (Endesa, 2015). La reducción de los costos es significativa en comparación con los métodos convencionales (Helicópteros, escaladores industriales, etc.). No es necesaria la presencia de más de un personal y aumenta la seguridad de los mismos al ser vehículos aéreos no tripulados, se reduce el tiempo de inspección y mejora la calidad debido a las imágenes de alta resolución y diferentes aproximaciones visuales.



Figura 2.5 Empresa Aibotix empleando el dron Aibot X6. Obtenido de (Aibotix, 2015).

El diseño es de acuerdo a la carga que transportan como las cámaras de alta definición, cámaras térmicas, sensores, etc. por lo que el propietario solo puede usarlos con el fin para el cual fueron creados.

c. Recreativos

Además de brindar apoyo en el ámbito profesional son juguetes entretenidos que están al alcance de toda persona, si bien los drones con finalidad meramente recreativa no tienen capacidad de ser mejorados o expandidos, poseen

diversas funcionalidades, en su mayoría pueden ser controlados desde un teléfono inteligente o cualquier dispositivo móvil. Uno de los cuadricópteros veteranos en el mercado es el “Parrot AR. Drone”, un robot radiocontrolado con sensores, cámaras, conector wifi integrado y capaz de volar en lugares cerrados. Por otra parte, entre los diseños más recientes se encuentra la “DJI Phantom” actualmente de múltiples versiones, con modo de vuelo GPS, hélices auto apriete, giroscopios, sensores barométricos, mando a distancia y el modo *return to home* (retorno a casa) en caso de pérdida de señal.



Figura 2.6 De izquierda a derecha: a) Parrot AR. Drone 2.0. Obtenido de (BeginnerFlyer, 2015).
b) DJI Phantom. Obtenido de (DroneLab, 2014).

A pesar de que son robots accesibles existen aficionados que diseñan, montan y programan uno propio, comprando piezas o simplemente fabricándolas, en general los controladores de vuelo más flexibles se basan en Arduino¹. Este tipo de aplicaciones de drones se basan habitualmente en los accesorios que se le pueden adherir al pequeño VANT, más que a la implementación del software, es por ello que la mayoría de estos equipos no está ligado a la investigación. Un ejemplo de ellos son los controladores de vuelo más populares en este ámbito y son de Arducopter, Openpilot, Papparazzi, MultiWii y Mikrokopter, todos estos controladores son hechos por los desarrolladores y son difíciles de modificar para aplicaciones de investigación. Además el poder de procesamiento de dichas maquinas es pequeño debido a su limitado uso (Microcontroladores de 8 bits). El precio ronda los 200 a 400\$ sin los rotores ni los equipos de radio.

¹ Arduino: es una plataforma de electrónica abierta para la creación de prototipos basada en software y hardware flexible.

2.4 CUADRICÓPTEROS

Los VANT más populares de ala rotatoria, son los denominados *quadrotor* por su nombre en inglés que significa “de cuatro rotores”, o denominados de igual forma cuadricópteros, la propulsión y sustentación de estas aeronaves dependen de cuatro rotores ubicados en los extremos de dos ejes perpendiculares en un mismo plano espacial de manera a equidistar del centro del dron y mantener una estructura simétrica. Mediante un sistema de control se consigue la estabilización y su pequeño tamaño lo hace competente tanto a interiores como exteriores. Sus partes principales son el armazón, hélices y la eléctrica. Generalmente se hace uso de materiales compuestos de fibra de carbono por su peso ligero y rigidez estructural.

El primer *quadrotor* nace en 1907, este helicóptero llamado Breguet-Richet Autogiro de origen francés y diseñado por Louis Breguet solo volaba unos cuantos metros. En 1922, George de Bothezat construyó un helicóptero *quadrotor* para el servicio aéreo del ejército de Estados Unidos, denominado Jerome-de Bothezat pulpo del vuelo. Aunque en sus comienzos era todo un éxito se presentaron problemas de dificultad de control, complejidad y solo era dirigible con vientos favorables por lo que en 1924 se suspendió el proyecto (Wikipedia, 2015). Más tarde, en 1958, el ejército de Estados Unidos experimentaba un nuevo modelo de nombre Curtiss-Wright VZ-7. La plataforma voladora era maniobrable y fácil de volar pero no cumplía las normas del ejército por lo que fue retirado.



Figura 2.7 Izquierda: Cuadricóptero Moderno. Obtenido de (AVIONRC, s.f.). Derecha: Cuadricóptero de Autogiro - 1907. Obtenido de (Wikipedia, 2015).

Con el avance de la tecnología, se consiguió contrarrestar la inestabilidad característica de estas máquinas utilizando microcontroladores y motores eléctricos,

siendo hoy en día debido a su diseño simple y económico uno de los VANT de pequeño porte más utilizados.

2.4.1 Principio de Funcionamiento

Un cuadricóptero es un sistema compuesto por sectores destinados a ejecutar funciones específicas como la CPU (*Central Processor Unit*), IMU (*Inertial Measurement Unit*), ESC (*Electronic Speed Controller*), Motor y Radio. Cada sector se describe en detalle en el Capítulo 5.

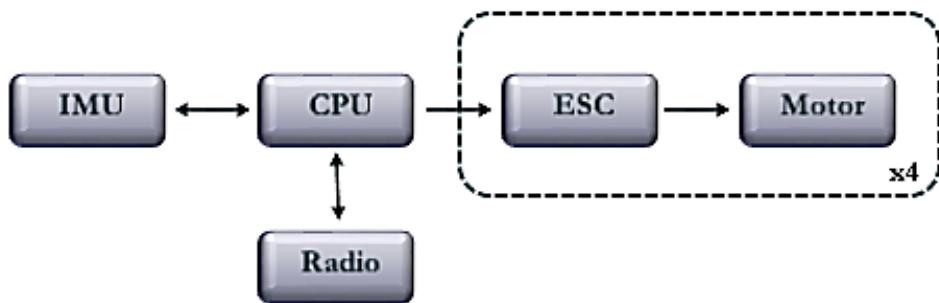


Figura 2.8 Diagrama en bloque básico del sistema de un cuadricóptero. Editado de (Kharsansky, 2013).

En el caso del cuadricóptero tiene 6 grados de libertad, y al poder desplazarse por los ejes que conforman el espacio tridimensional, también son maniobrables alrededor de dichos ejes. La actitud, que es la orientación del dron con respecto al horizonte, se controla variando la velocidad de los motores ya que a diferencia de los VANT de alas fijas no tiene un aspa de cola para controlar su rotación. Constantemente dos motores en contraposición rotaran en sentido horario y los otros dos en sentido anti horario, con la intención de que la rotación se compense por la igualdad de empuje y se mantenga estable. En la figura 2.9 se muestra las modificaciones en la rotación de los motores según el movimiento del cuadricóptero.

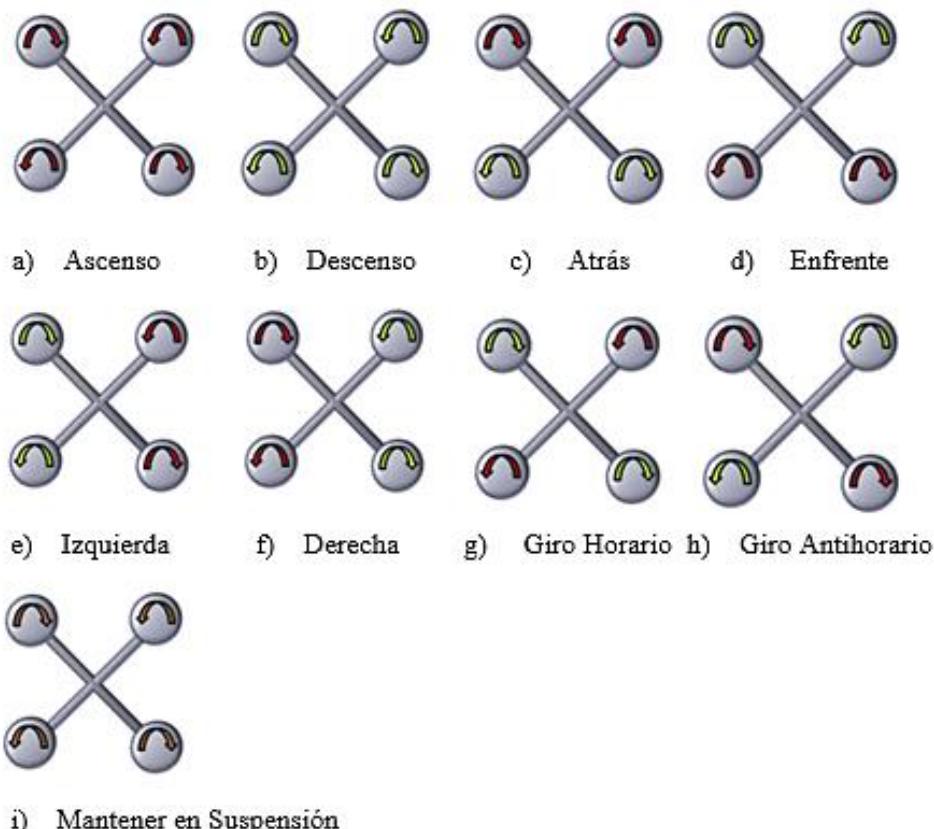
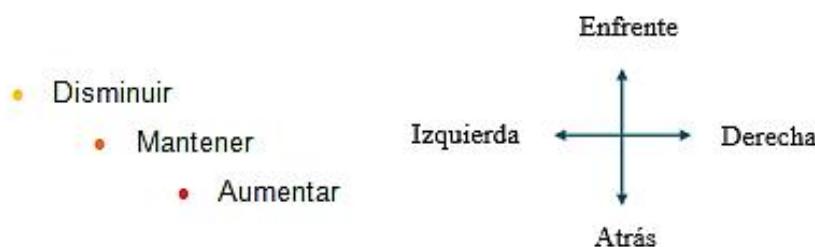


Figura 2.9 Rotación de los motores según el movimiento del cuadricóptero. Elaboración propia.

Los cuadricópteros pueden volar en dos configuraciones: + y x (Figura 2.10). La principal diferencia se da al fijar el frente del cuadricóptero. En la configuración + el frente se establece en uno de los motores, mientras que en el segundo, se establece entre dos de ellos. En este proyecto se probaron ambas configuraciones y se optó por la configuración en x debido al modelo del chasis y a la mayor estabilidad que presentaba en vuelo.

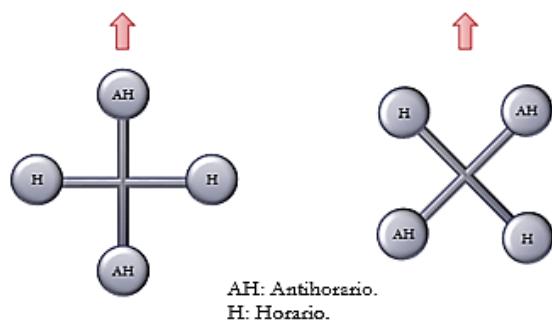


Figura 2.10 Izquierda: Configuración +. Derecha: Configuración X. Elaboración propia.

3. MODELADO DE LA PLANTA

El modelado es una aproximación matemática del verdadero comportamiento del sistema, basado en los principios y las leyes de la física actual. El diseño de un sistema de control está fuertemente basado en el modelo pues es necesario conocer como los actuadores interactúan con el sistema y cuáles son sus efectos en la dinámica del mismo.

3.1 SISTEMAS DE COORDENADAS

En el estudio de los cuadricópteros es necesario entender cómo trabaja la orientación de estos con respecto a otros cuerpos, como por ejemplo entender la orientación de este con respecto a la tierra, un sensor, o antena en relación a su receptor en tierra.

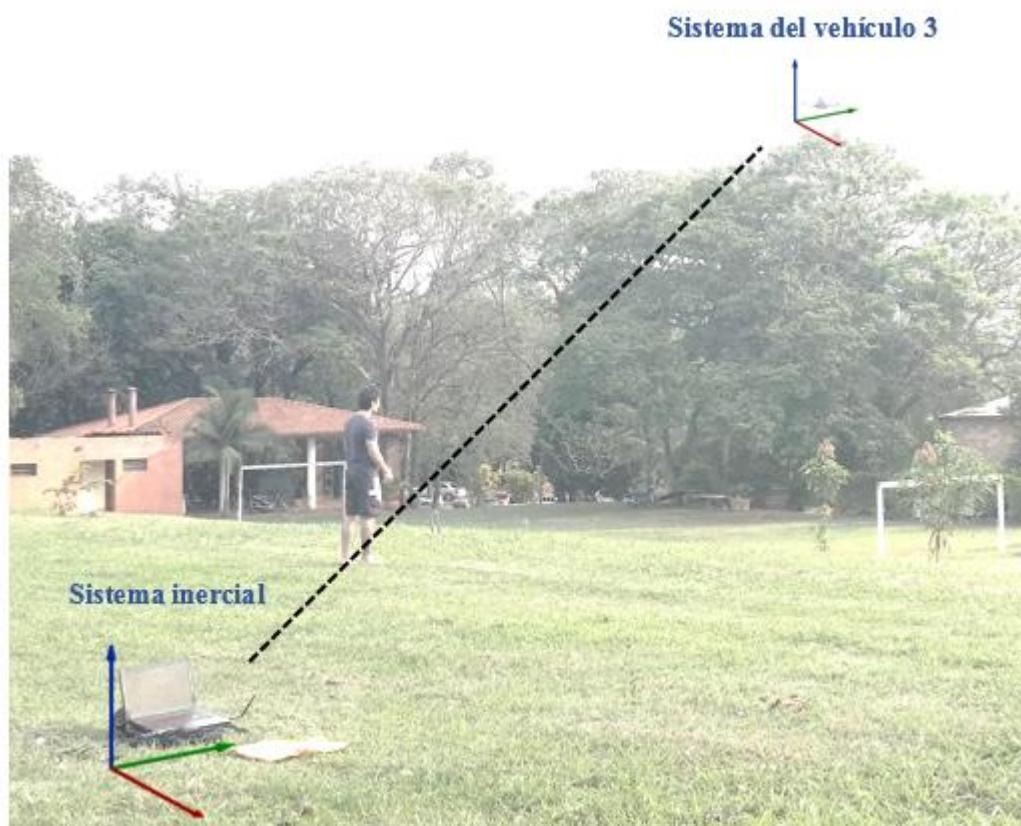


Figura 3.1 Sistemas de coordenadas fundamentales. Elaboración propia.

En esta sección veremos cómo están relacionados el cuadricóptero, sus sensores y receptores en relación a sus sistemas de coordenadas (Beard, 2012).

Según Randal W. Beard en su libro *Small Unmanned Aircraft* es necesario usar distintos sistemas de coordenadas por las siguientes razones:

- a. *Las ecuaciones de Newton están relacionadas a un eje inercial fijo, pero el movimiento es más fácil describirlo en un eje relacionado al cuerpo del equipo.*
- b. *Las fuerzas aerodinámicas y los torques actúan en el cuerpo del cuadricóptero y son más fáciles de describir en un eje relativo al centro de masa del cuadricóptero.*
- c. *Los sensores como el acelerómetro y el giroscopio miden la información con respecto al cuerpo del cuadricóptero. Opuesto a esto el GPS lo hace de acuerdo a un medio inercial.*

La rotación y la translación son operaciones fundamentales al momento de orientar al cuadricóptero de un sistema de referencia a otro. En la rotación existen propiedades de interés para este capítulo (Apéndice A). Igualmente es necesario establecer un sistema de notación con superíndices y subíndices al tratarse de matrices de rotación. Un subíndice denota el marco que está siendo descrito y un superíndice denota el marco al cual se quiere referenciar. Definimos los siguientes marcos o sistemas de coordenadas (Beard, 2012):

3.1.1 Sistema inercial (S^i)

El sistema inercial es un sistema de coordenadas fijo ubicado en tierra, el vector unitario i^i esta direccionado al norte, j^i al este y k^i con dirección hacia el centro de la tierra, este arreglo es el sistema NED (en inglés: *north - east - down*). La posición en el espacio del cuadricóptero está definida por el vector $\mathbf{P}^i(x, y, z)$ en los ejes i^i , j^i y k^i respectivamente.

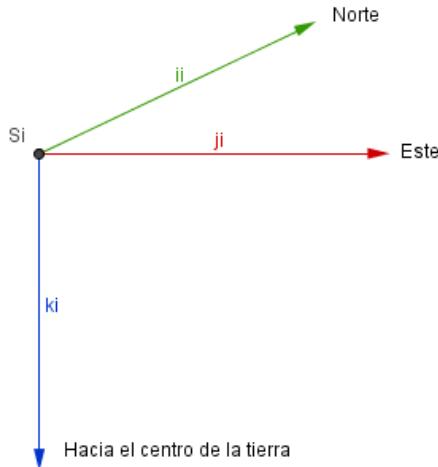


Figura 3.2 Sistema de referencia inercial. Elaboración propia.

3.1.2 Sistema del vehículo (S^v)

El sistema del vehículo está ubicado en el centro de masa del cuadricóptero y se encuentra alineado con el sistema inercial, de manera que i^v apunta al norte, j^v al este y el vector unitario k^v hacia el centro de la tierra. El frente del dron es indicado por las hélices en azul.

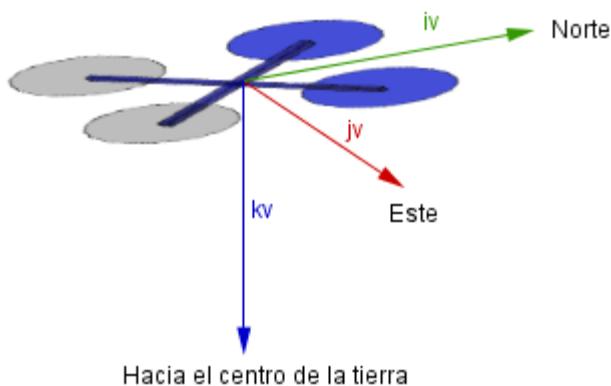


Figura 3.3 Sistema de referencia del vehículo. Elaboración propia.

3.1.3 Sistema del vehículo 1 (S^{v1})

El sistema del vehículo 1 también se encuentra ubicado en el centro de masa del cuadricóptero. Sin embargo, el marco de referencia gira en sentido horario en torno al eje k^v , formando un ángulo ψ . Teniendo en cuenta la ausencia de rotaciones adicionales, i^{v1} señala el frente del dron, j^{v1} la hélice del lado derecho y k^{v1} se encuentra alineado a k^v .

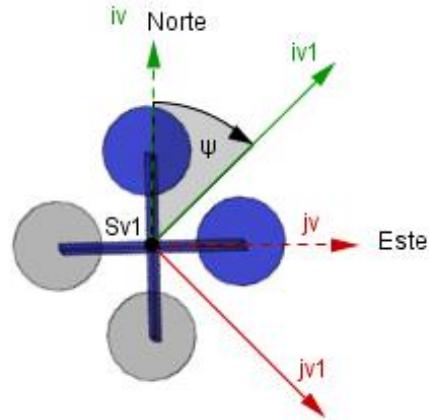


Figura 3.4 Sistema de referencia del vehículo 1. Elaboración propia.

La transformación del S^v al S^{v1} está dada por:

$$P^{v1} = R_v^{v1}(\psi)P^v \quad (3.1)$$

3.1.4 Sistema del vehículo 2 (S^{v2})

El origen es de nuevo el centro de masa del cuadricóptero y se obtiene mediante la rotación del S^{v1} , alrededor del eje j^{v1} formando el ángulo θ . El vector unitario i^{v2} señala el frente del dron, j^{v2} es la hélice derecha y k^{v2} señala la zona inferior del cuerpo.

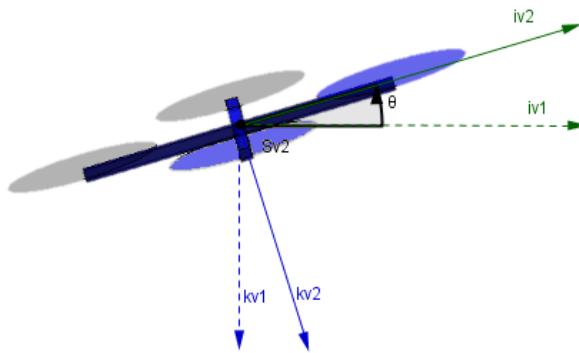


Figura 3.5 Sistema de referencia del vehículo 2. Elaboración propia.

La transformación del S^{v1} al S^{v2} está dada por:

$$P^{v2} = R_v^{v2}(\theta)P^{v1} \quad (3.2)$$

3.1.5 Sistema del vehículo 3 (S^{v3})

Con origen también en el centro de masa, el S^{v3} gira alrededor del eje i^{v2} creando el ángulo Φ . El vector unitario i^{v3} señala el frente del dron, j^{v3} la hélice derecha y k^{v3} el inferior del cuadricóptero.

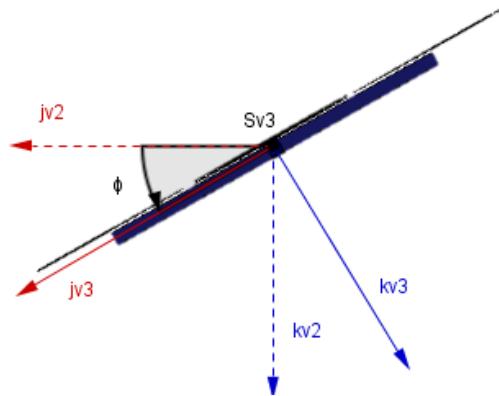


Figura 3.6 Sistema de referencia del vehículo 3. Elaboración propia.

La transformación del S^{v2} al S^{v3} está dada por:

$$P^{v3} = R_{v2}^{v3}(\Phi)P^{v2} \quad (3.3)$$

Por la segunda propiedad de una matriz de rotación (Apéndice A) tenemos:

$$R_v^{v3}(\Phi, \theta, \psi) = R_{v2}^{v3}(\Phi)R_{v1}^{v2}(\theta)R_v^{v1}(\psi) \quad (3.4)$$

$$R_v^{v3}(\Phi, \theta, \psi) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) \cos(\Psi) \\ \sin(\Phi) \sin(\theta) \cos(\Psi) - \cos(\Phi) \sin(\Psi) \\ \cos(\Phi) \sin(\theta) \cos(\Psi) + \sin(\Phi) \sin(\Psi) \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \cos(\theta) \sin(\Psi) & -\sin(\theta) \\ \sin(\Phi) \sin(\theta) \sin(\Psi) + \cos(\Phi) \cos(\theta) & \sin(\Phi) \cos(\theta) \\ \cos(\Phi) \sin(\theta) \sin(\Psi) - \sin(\Phi) \cos(\theta) & \cos(\theta) \cos(\Phi) \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

3.2 CINEMÁTICA

La velocidad de translación del cuadricóptero según el sistema inercial, es comúnmente expresada de acuerdo a los valores de velocidad tomados desde el sistema del vehículo 3.

Los componentes u, v, w corresponden a la velocidad obtenida desde el sistema del vehículo 3. Por ello al relacionarlos con la velocidad en el sistema inercial es necesario hacer la rotación al sistema no inercial, con eso tenemos (Beard, 2012):

$$\frac{d}{dt}(\mathbf{P}^i) = R_{v3}^v(\phi, \theta, \psi) * \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} = (R_v^{v3}(\phi, \theta, \psi))^T * \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} \quad (3.6)$$

Dónde $\mathbf{P}^i(x, y, z)$ es el vector de posición en el sistema inercial en tierra (Sistema NED). Reemplazando (3.5) en (3.6) y elaborando la transpuesta tenemos:

$$\begin{pmatrix} \frac{dx}{dt} \\ \frac{dy}{dt} \\ \frac{dz}{dt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_\theta C_\psi & S_\phi S_\theta S_\psi - C_\phi S_\psi & C_\phi S_\theta C_\psi + S_\phi S_\psi \\ C_\theta S_\psi & S_\phi S_\theta S_\psi + C_\phi C_\psi & C_\phi S_\theta S_\psi - S_\phi C_\psi \\ -S_\theta & S_\phi C_\theta & C_\phi C_\theta \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} \quad (3.7)$$

Dónde:

$$c_x = \cos(x) \text{ y } s_x = \sin(x) \quad x = \theta, \psi, \phi$$

$$\begin{pmatrix} \frac{dx}{dt} \\ \frac{dy}{dt} \\ \frac{dz}{dt} \end{pmatrix} = R_e * \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} \quad (3.8)$$

Esta relación cinemática está relacionada a la derivada de la posición tomando en cuenta la velocidad. Por otro lado, la fuerza y la aceleración no son consideradas. La relación entre las posiciones angulares θ, ϕ y ψ y las velocidades

angulares p, q y r son también complicadas por el hecho que estas cantidades son definidas en ejes de referencia distintos. Los cambios angulares $(p, q$ y $r)$ son definidos en el S^{v3} .

Las posiciones angulares (ángulos de Euler) están definidos en ejes de coordenadas distintos como vimos anteriormente. Por ello la velocidad angular debe ser expresada de la siguiente manera:

$$\begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + R_{v_2}^{v3}(\Phi) * \begin{pmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{pmatrix} + R_{v_2}^{v3}(\Phi) * R_{v_1}^{v2}(\theta) * \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} \quad (3.9)$$

$$\begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\sin(\theta) \\ 0 & \cos(\phi) & \cos(\theta)\sin(\phi) \\ 0 & -\sin(\phi) & \cos(\phi)\cos(\theta) \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} \quad (3.10)$$

Invirtiendo la ecuación tenemos:

$$\begin{pmatrix} \frac{d\phi}{dt} \\ \frac{d\theta}{dt} \\ \frac{d\psi}{dt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \sin(\phi)\tan(\theta) & \cos(\phi)\tan(\theta) \\ 0 & \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ 0 & \sin(\phi)\sec(\theta) & \cos(\phi)\sec(\theta) \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} \quad (3.11)$$

$$\begin{pmatrix} \frac{d\phi}{dt} \\ \frac{d\theta}{dt} \\ \frac{d\psi}{dt} \end{pmatrix} = T_\theta * \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} \quad (3.12)$$

La matriz T_θ que se encuentra en la ecuación (3.12) será definida como matriz de transferencia y la matriz (3.5) transpuesta será conocida como $R_\theta =$ matriz de rotación.

Resumiendo, la matriz de transferencia es la matriz que proporciona los valores de las velocidades angulares en el sistema inercial a partir de las velocidades angulares del sistema del vehículo 3, y la matriz de rotación es la matriz que realiza la rotación de las velocidades lineales del sistema del vehículo 3 al sistema inercial.

3.3 CONCEPTOS BÁSICOS

El cuadricóptero se encuentra apropiadamente modelado con una configuración cruz de 4 rotores. Todos los ejes de las hélices son fijos y paralelos, las hélices son de holgura fija y el aire fluye hacia abajo generando la sustentación de la aeronave. La estructura se considera rígida para fines prácticos y por ello se toma solamente en cuenta la velocidad que pueden generar los rotores.

El modelado será realizado de la siguiente manera, consideraremos dos pares de rotores, el primer par girara según las manecillas del reloj y el segundo contrario a las mismas, de manera a contrarrestar los efectos de la tercera Ley de Newton (fricción por el aire circundante) y evitar así que la aeronave gire sin control.

Tomando esto en consideración, definiremos 4 movimientos básicos que nos definirán el comportamiento del cuadricóptero (Bresciani, 2008), estos son:

3.3.1 Sustentación (U_1)

Esta fuerza (U_1) genera el movimiento vertical de la aeronave y se consigue aumentando o disminuyendo la velocidad de los cuatro rotores a la vez. Si el cuadricóptero está en posición horizontal el eje k^v del vehículo y el eje k^{v3} del cuerpo del cuadricóptero coinciden, sin embargo, si no es así esta fuerza genera la sustentación vertical y además genera una fuerza horizontal que permite al cuadricóptero desplazarse.

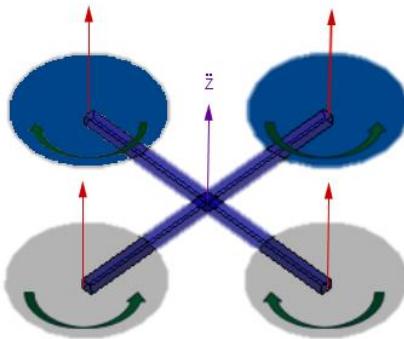


Figura 3.7 Fuerza de sustentación. Elaboración propia.

3.3.2 Roll (U_2)

Este movimiento se genera aumentando (o disminuyendo) la velocidad de los rotores izquierdos y disminuyendo (o aumentando) la velocidad de los rotores derechos, produciendo un torque U_2 con respecto al eje i^{v3} que hace que el cuadricóptero de vueltas. Si en un principio la sustentación vertical permanece igual que en la posición estacionaria, este movimiento nos genera una aceleración $\ddot{\Phi}$.

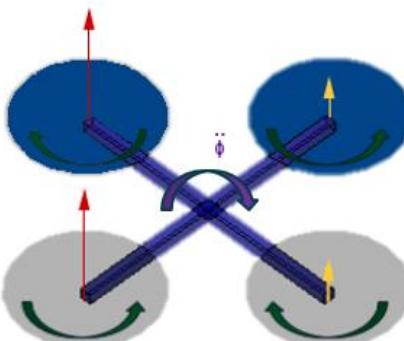


Figura 3.8 Torque Roll. Elaboración propia.

3.3.3 Pitch (U_3)

Este movimiento se genera aumentando (o disminuyendo) la velocidad de los rotores frontales y disminuyendo (o aumentando) la velocidad de los rotores traseros, produciendo un torque U_3 en relación al eje j^{v3} que causa la rotación del cuadricóptero. Si en un principio la sustentación vertical permanece igual que en la posición estacionaria, este movimiento nos genera una aceleración $\ddot{\Theta}$.

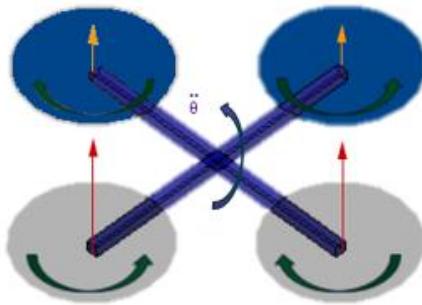


Figura 3.9 Torque Pitch. Elaboración propia.

3.3.4 Yaw (U_4)

Este movimiento se genera aumentando (o disminuyendo) la velocidad de los rotores de giro antihorario y disminuyendo (o aumentando) la velocidad de los rotores de giro horario en iguales proporciones, este hecho genera un torque U_4 con respecto al eje k^v ³ que hace que el cuadricóptero gire. Si en un principio la sustentación vertical permanece igual que en la posición estacionaria, este movimiento nos genera una aceleración $\ddot{\Psi}$.

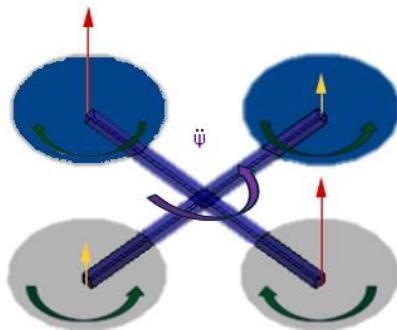


Figura 3.10 Torque Yaw. Elaboración propia.

3.4 MODELO DE NEWTON-EULER

Ahora que ya conocemos los cuatro movimientos que rigen el comportamiento del cuadricóptero nos adentraremos en las leyes que rigen sus fuerzas y elaboraremos un modelo matemático y físico que describa la actitud. El modelo utilizado sigue la metodología y el desarrollo presentado en la tesis de maestría “*Modelling, Identification and Control of a Quadrotor Helicopter*” (Bresciani, 2008).

Utilizaremos dos ejes principales: el eje inercial – S^i (Sistema NED) y el eje del vehículo 3 – S^{v^3} . Las ecuaciones de movimiento son formuladas de manera más sencillas en el sistema S^{v^3} por las siguientes razones:

- a. La matriz de inercia es invariante con el tiempo.
- b. La simetría del cuerpo se puede utilizar para facilitar ciertos cálculos.
- c. Medidas tomadas en vuelo son fácilmente convertidas en este sistema.
- d. Las fuerzas de control siempre se dan en dicho eje.

Por otro lado el eje inercial nos permitirá conocer la posición del cuadricóptero además de sus otras aptitudes respecto a un eje inercial.

La ecuación (3.13) describe la cinemática de un cuerpo rígido de 6 grados de libertad, donde $\dot{\xi}$ es la velocidad del cuadricóptero según el eje de referencia inercial, J_θ es la matriz general, y v es la velocidad del cuadricóptero según el eje del vehículo 3. La matriz de 3×3 $O_{3 \times 3}$ se compone únicamente de ceros y nos permite elaborar la multiplicación entre matrices.

$$\dot{\xi} = J_\theta v \quad (3.13)$$

$$\xi = \begin{pmatrix} P^i \\ \theta^i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ \phi \\ \theta \\ \psi \end{pmatrix} \quad J_\theta = \begin{pmatrix} R_\theta & O_{3 \times 3} \\ O_{3 \times 3} & T_\theta \end{pmatrix} \quad v = \begin{pmatrix} V^{v^3} \\ \omega^{v^3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \\ p \\ q \\ r \end{pmatrix}$$

Por otro lado, la dinámica del cuerpo rígido de 6 grados de libertad toma en cuenta la masa del cuerpo m [kg] y la inercia del mismo I [N. m. s^2]. Haciendo uso de la física entendemos que fuerza es igual a masa por aceleración y torque al momento inercial por la aceleración angular. Por tanto, la dinámica del sistema esta descrita según la siguiente ecuación:

$$\begin{pmatrix} m I_{3 \times 3} & O_{3 \times 3} \\ O_{3 \times 3} & I \end{pmatrix} \begin{bmatrix} V^{\dot{v}^3} \\ \omega^{\dot{v}^3} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \omega^{v^3} x (m V^{v^3}) \\ \omega^{v^3} x (I \omega^{v^3}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F^{v^3} \\ \tau^{v^3} \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

Donde $I_{3 \times 3}$ significa una matriz identidad de 3 filas y 3 columnas. $V^{\dot{v}^3}[m/s^2]$, es la aceleración lineal del cuadricóptero con relación al eje del sistema del vehículo 3, mientras que $\omega^{\dot{v}^3}[rad/s^2]$ es la aceleración angular con relación al mismo eje. Luego F^{v^3} y τ^{v^3} son la fuerza y torques del cuadricóptero en relación al mismo eje expresadas en [N] y [N.m] respectivamente. Esta igualdad es producto de la ecuación de diferenciación de un vector en un sistema de referencia no inercial (Apéndice B).

Para que estas ecuaciones describan correctamente el comportamiento del cuadricóptero se deben asumir dos hechos (Bresciani, 2008):

- a. Los ejes de referencia de los sistemas del vehículo tienen su origen en el centro de masa del cuadricóptero.
- b. Los ejes del sistema del vehículo 3 deben coincidir con los ejes de inercia principales del cuerpo, esto hará que la matriz de inercia sea una matriz diagonal.

El vector de fuerza Λ puede ser definido según la siguiente ecuación:

$$\Lambda = \begin{bmatrix} F^{v^3} \\ \tau^{v^3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_x^{v^3} \\ F_y^{v^3} \\ F_z^{v^3} \\ \tau_x^{v^3} \\ \tau_y^{v^3} \\ \tau_z^{v^3} \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

Así la ecuación (3.14) se puede reescribir de la siguiente manera:

$$M_{v^3} \dot{V} + C_{v^3}(V) V = \Lambda \quad (3.16)$$

Donde $\dot{\mathbf{v}}$ es el vector general de aceleración en relación al sistema del vehículo 3, M_{v3} es la matriz de inercia del sistema y C_{v3} es la matriz centrifuga de coriolis que describe las fuerzas virtuales en el sistema no inercial, ambos también del mismo sistema de referencia. La ecuación siguiente muestra la matriz de inercia:

$$M_{v3} = \begin{pmatrix} m I_{3x3} & O_{3x3} \\ O_{3x3} & I \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{XX} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_{YY} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_{ZZ} \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

Debido a las suposiciones hechas anteriormente se puede ver que M_{v3} es una matriz diagonal constante. La ecuación siguiente muestra la matriz centrifuga coriolis:

$$C_{v3}(\mathbf{v}) = \begin{pmatrix} O_{3x3} & -m S(V^{v3}) \\ O_{3x3} & -S(I \omega^{v3}) \end{pmatrix} \quad (3.18)$$

$$C_{v3}(\mathbf{v}) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & m w & -m v \\ 0 & 0 & 0 & -m w & 0 & m u \\ 0 & 0 & 0 & m v & -m u & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_{zz}r & -I_{yy}q \\ 0 & 0 & 0 & -I_{zz}r & 0 & I_{xx}p \\ 0 & 0 & 0 & I_{yy}q & -I_{xx}p & 0 \end{pmatrix} \quad (3.19)$$

Se puede observar que se utiliza el operador simétrico $Skew\ S(.)$ que se define de la siguiente manera:

$$S(k) = -S^T(k) = \begin{bmatrix} 0 & -k_3 & k_2 \\ k_3 & 0 & -k_1 \\ -k_2 & k_1 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{Donde } k = \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \\ k_3 \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

Esta ecuación es totalmente genérica y sirve para todo cuerpo rígido que cumpla con las hipótesis anteriormente descritas.

Ahora observaremos las contribuciones externas al sistema, la primera será el vector gravitacional $G_{v3}(\xi)$ debido a la aceleración gravitacional de la tierra. Afecta solamente a la ecuación lineal debido a que es una fuerza y no un torque. La ecuación a continuación muestra la transformación al sistema del vehículo 3.

$$G_{v3}(\xi) = \begin{bmatrix} F_G^{v3} \\ O_{3x1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_i^{v3} F_G^i \\ O_{3x1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (R_{v3}^i)^T \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -m g \end{bmatrix} \\ O_{3x1} \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

$$G_{v3}(\xi) = \begin{bmatrix} m g s_\theta \\ -m g c_\theta s_\phi \\ -m g c_\theta c_\phi \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

La fuerza F_G^{v3} esta definida según el sistema del vehículo 3 no inercial mientras que la fuerza de gravedad esta referenciada según el sistema inercial en tierra por eso se debe hacer una rotación en F_G^i para sacar el vector relacionado al sistema de referencia no inercial.

La segunda contribución tomada en cuenta es la producida por el efecto giroscópico producido por la rotación de las hélices. Como dos de ellos giran de acuerdo a las manecillas del reloj y los otros dos contrarios a estas existe un desbalance en el sistema si la suma de los mismos no da cero, si además de eso le agregamos que los ángulos θ y Φ no son cero, el cuadricóptero experimenta un torque giroscópico de acuerdo a la ecuación siguiente:

$$O_{v3}(v)\Omega = \left[-\sum_{k=1}^4 I_{TA} \left(\omega^{v3} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \right) (-1)^k \Omega_k \right] = \begin{bmatrix} O_{3x1} \\ I_{TA} \begin{bmatrix} -q \\ p \\ 0 \end{bmatrix} \Omega_t \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

$$O_{v3}(v)\Omega = I_{TA} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ q & -q & q & -q \\ -p & p & -p & p \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \Omega_t \quad (3.24)$$

$O_{v3}(v)$ es la matriz del efecto giroscópico generado por las hélices y $I_{TA}[N\ m\ s^2]$ es momento de inercia rotacional total de los actuadores, por lo tanto $I_{TA} = I_H + I_M$ pues es la suma de los momentos de inercia de los motores, de las hélices y sus respectivos adaptadores. Por último, Ω es el vector de velocidad de los rotores y Ω_t es la velocidad total de los rotores.

$$\Omega = \begin{bmatrix} \Omega_1 \\ \Omega_2 \\ \Omega_3 \\ \Omega_4 \end{bmatrix} \quad \Omega_t = -\Omega_1 + \Omega_2 - \Omega_3 + \Omega_4$$

La nomenclatura se define de la siguiente manera:

- Ω_1 = Velocidad del motor frontal
- Ω_2 = Velocidad del motor derecho
- Ω_3 = Velocidad del motor trasero
- Ω_4 = Velocidad del motor izquierdo

La tercera contribución toma en cuenta las fuerzas y los torques producidos directamente por los movimientos principales (U_1, U_2, U_3, U_4) descritos anteriormente. Por consideraciones aerodinámicas (Apéndice C), se toma que, tanto las fuerzas y el torque son proporcionales al cuadrado de la velocidad de giro de las hélices por lo tanto tenemos que la matriz de movimiento E_{v3} esta multiplicada por Ω^2 para así conseguir el vector de movimiento U_{v3} , esto se describe en las siguientes ecuaciones:

$$U_{v3}(\Omega) = E_{v3} \Omega^2 \rightarrow \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ b(\Omega_1^2 + \Omega_2^2 + \Omega_3^2 + \Omega_4^2) \\ bL(-\Omega_1^2 - \Omega_2^2 + \Omega_3^2 + \Omega_4^2) \\ bL(-\Omega_1^2 + \Omega_2^2 + \Omega_3^2 - \Omega_4^2) \\ d(-\Omega_1^2 + \Omega_2^2 - \Omega_3^2 + \Omega_4^2) \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

Donde L es la distancia desde el centro del motor *brushless* hasta el centro del cuadricóptero, b es el factor de sustentación que representa la proporcionalidad entre la fuerza y el cuadrado de la velocidad de giro de las hélices, y d es el factor de arrastre que al igual que el anterior representa lo mismo pero considerando el torque que generan las hélices por efecto de la tercera ley de Newton. U_4 fue simplificado al no considerar el tiempo en que los motores aceleran, sabiendo esto podemos definir a E_{v3} como:

$$E_{v3} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ b & b & b & b \\ -bL & -bL & bL & bL \\ -bL & bL & bL & -bL \\ -d & d & -d & d \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

Tomando todas estas contribuciones podemos igualar a la ecuación (3.16) con las distintas ecuaciones (3.22), (3.24) y (3.25), obteniendo:

$$M_{v3}\dot{v} + C_{v3}(v)v = U_{v3}(\Omega) + O_{v3}(v)\Omega + G_{v3}(\xi) \quad (3.27)$$

$$\dot{v} = M_{v3}^{-1}(U_{v3}(\Omega) + O_{v3}(v)\Omega + G_{v3}(\xi) - C_{v3}(v)v) \quad (3.28)$$

Esto nos provee las ecuaciones descritas a continuación:

$$\dot{v} = \begin{cases} \dot{u} = (vr - wq) + g s_\theta \\ \dot{v} = (wp - ur) - g c_\theta s_\phi \\ \dot{w} = (uq - vp) - g c_\theta s_\phi + \frac{U_1}{m} \\ \dot{p} = \frac{I_{YY} - I_{ZZ}}{I_{XX}} q r - \frac{I_{TA}}{I_{XX}} q \Omega + \frac{U_2}{I_{XX}} \\ \dot{q} = \frac{I_{ZZ} - I_{XX}}{I_{YY}} p r - \frac{I_{TA}}{I_{YY}} p \Omega + \frac{U_3}{I_{YY}} \\ \dot{r} = \frac{I_{XX} - I_{YY}}{I_{ZZ}} p q + \frac{U_4}{I_{ZZ}} \end{cases} \quad (3.29)$$

$$Donde: \begin{cases} U_1 = b(\Omega_1^2 + \Omega_2^2 + \Omega_3^2 + \Omega_4^2) \\ U_2 = bL(-\Omega_1^2 - \Omega_2^2 + \Omega_3^2 + \Omega_4^2) \\ U_3 = bL(-\Omega_1^2 + \Omega_2^2 + \Omega_3^2 - \Omega_4^2) \\ U_4 = d(-\Omega_1^2 + \Omega_2^2 - \Omega_3^2 + \Omega_4^2) \\ \Omega_t = -\Omega_1 + \Omega_2 - \Omega_3 + \Omega_4 \end{cases} \quad (3.30)$$

Como vemos estas ecuaciones están expresadas en el sistema de coordenadas no inercial del vehículo 3, sin embargo es correcto decir que se trabajara tanto con el sistema de referencia inercial en tierra como el no inercial en el cuadricóptero, por ello es importante definir un nuevo marco al cual llamaremos el sistema híbrido (S^H) este contara tanto con las ecuaciones lineales de S^i como con las ecuaciones angulares de S^{v3} , así las ecuaciones estarán expresadas en ambos sistemas pero en partes distintas. Como la matriz general ya no es necesaria, la ecuación cinemática y dinámica vista desde el sistema híbrido sería:

$$\zeta = \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ p \\ q \\ r \end{pmatrix} \quad (3.31)$$

$$M_H \dot{\zeta} + C_H(\zeta) \zeta = U_H(\Omega) + O_H(\zeta) \Omega + G_H(\zeta) \quad (3.32)$$

Donde $M_H = M_{v3}$, pues está referido a las ecuaciones lineales de S^i y angulares de S^{v3} por ello en ambos casos son las mismas constantes. La ecuación de $C_H(\zeta)$ no será la misma que la de $C_{v3}(v)$ pues mientras que el sistema híbrido contiene las ecuaciones lineales de S^i y angulares de S^{v3} , tenemos que el sistema del vehículo 3 solo contiene las ecuaciones de S^{v3} , por lo tanto serán diferentes.

$$C_H(\zeta) = \begin{pmatrix} O_{3x3} & O_{3x3} \\ O_{3x3} & -S(I \omega^{v3}) \end{pmatrix} \quad (3.33)$$

$$C_H(\zeta) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_{zz}r & -I_{yy}q \\ 0 & 0 & 0 & -I_{zz}r & 0 & I_{xx}p \\ 0 & 0 & 0 & I_{yy}q & -I_{xx}p & 0 \end{pmatrix} \quad (3.34)$$

De manera semejante, $G_H(\zeta)$ será diferente de $G_{v3}(\xi)$ pues mientras el primero solamente tiene la ecuación lineal generada por la gravedad en el eje z del sistema inercial, el segundo traslada esta ecuación al marco S^{v3} y por ello $G_H(\zeta)$ sería tan solo:

$$G_H(\zeta) = \begin{bmatrix} F_G^i \\ O_{3x1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -m g \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.35)$$

Se considera también $O_H(\zeta) = O_{v3}(v)$ pues el efecto giroscópico solamente afecta a las ecuaciones angulares del marco S^{v3} y por lo tanto serán las mismas. Por último, $U_H(\Omega)$ será distinto a $U_{v3}(\Omega)$, pues U^1 ya no solo afectará al eje k^{v3} como en el caso anterior sino que afecta a los tres ejes del S^i y por ello:

$$U_H(\Omega) = J_\Theta U_{v3}(\Omega) \quad (3.36)$$

$$\begin{bmatrix} R_\theta & O_{3x3} \\ O_{3x3} & I_{3x3} \end{bmatrix} U_{v3}(\Omega) = \begin{bmatrix} U_1(s_\psi s_\phi + c_\psi s_\theta c_\phi) \\ U_1(-c_\psi s_\phi + s_\psi s_\theta c_\phi) \\ c_\theta c_\phi U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{bmatrix} \quad (3.37)$$

Por lo tanto reagrupando los términos de la ecuación (3.32) tenemos:

$$\dot{\zeta} = M_H^{-1}[U_H(\Omega) + O_H(\zeta)\Omega + G_H(\zeta) - C_H(\zeta)\zeta] \quad (3.38)$$

Y con ello conseguimos las siguientes ecuaciones:

$$\dot{\zeta} = \left\{ \begin{array}{l} \ddot{x} = \frac{U_1}{m}(s_\psi s_\phi + c_\psi s_\theta c_\phi) \\ \ddot{y} = \frac{U_1}{m}(-c_\psi s_\phi + s_\psi s_\theta c_\phi) \\ \ddot{z} = c_\theta c_\phi \frac{U_1}{m} - g \\ \dot{p} = \frac{I_{YY} - I_{ZZ}}{I_{XX}} q r - \frac{I_{TA}}{I_{XX}} q \Omega + \frac{U_2}{I_{XX}} \\ \dot{q} = \frac{I_{ZZ} - I_{XX}}{I_{YY}} p r - \frac{I_{TA}}{I_{YY}} p \Omega + \frac{U_3}{I_{YY}} \\ \dot{r} = \frac{I_{XX} - I_{YY}}{I_{ZZ}} p q + \frac{U_4}{I_{ZZ}} \end{array} \right\} \quad (3.39)$$

$$Donde: \left\{ \begin{array}{l} U_1 = b(\Omega_1^2 + \Omega_2^2 + \Omega_3^2 + \Omega_4^2) \\ U_2 = bL(-\Omega_1^2 - \Omega_2^2 + \Omega_3^2 + \Omega_4^2) \\ U_3 = bL(-\Omega_1^2 + \Omega_2^2 + \Omega_3^2 - \Omega_4^2) \\ U_4 = d(-\Omega_1^2 + \Omega_2^2 - \Omega_3^2 + \Omega_4^2) \\ \Omega_t = -\Omega_1 + \Omega_2 - \Omega_3 + \Omega_4 \end{array} \right\}$$

Las ecuaciones (3.39) se definen en el marco del sistema híbrido (S^H).

El problema de utilizar el modelo de Newton-Euler radica en su manera de representar la orientación de la aeronave (representación con ángulos de Euler), esto

debido a un problema llamado “*Gimbal Lock*” (Bloqueo de Ejes), que se define como la pérdida de un grado de libertad al alinearse dos de los tres ejes de rotación. El bloqueo de ejes ocurre cuando dos ejes en el espacio tridimensional coinciden en sus direcciones. Matemáticamente esto se presenta en la matriz de rotación con una singularidad que produce la perdida de dicho grado de libertad (Schermuk, 2012).

De manera a evitar este problema se decidió utilizar los cuaterniones (Apéndice D) para estimar la actitud de la aeronave, además de ser numéricamente estables y eficientes en comparación con las matrices de rotación y más prácticos que los ángulos de Euler (Schermuk, 2012).

4. ESTIMACIÓN Y CONTROL

En este capítulo se toma en cuenta el modelado propuesto y con el objetivo de realizar un diseño de control simple y linealmente independiente en cada grado de libertad de la aeronave se decidió simplificar la ecuación (3.39) de la siguiente manera:

$$\dot{\zeta} = \left\{ \begin{array}{l} \ddot{x} = \frac{U_1}{m} (s_\psi s_\phi + c_\psi s_\theta c_\phi) \\ \ddot{y} = \frac{U_1}{m} (-c_\psi s_\phi + s_\psi s_\theta c_\phi) \\ \ddot{z} = c_\theta c_\phi \frac{U_1}{m} - g \\ \dot{p} = \frac{U_2}{I_{XX}} \\ \dot{q} = \frac{U_3}{I_{YY}} \\ \dot{r} = \frac{U_4}{I_{ZZ}} \end{array} \right\} \quad (4.1)$$

De esta manera se considera despreciable el efecto giroscópico producido por el cuadricóptero y se puede trabajar el control independientemente en cada grado libertad sin afectar la estabilidad de los otros (Kharsansky, 2013). También se considera de la ecuación (4.1) que el valor de $c_\theta c_\phi$ se obtiene a través de cuaterniones y es igual a:

$$c_\theta c_\phi = q_0 \cdot q_0 - q_1 \cdot q_1 - q_2 \cdot q_2 - q_3 \cdot q_3 \quad (4.2)$$

Con el propósito de utilizar los cuatro movimientos básicos como señales de entrada en el control, se diseña un sistema en lazo abierto empleando la inversa de la ecuación (3.30).

$$\left\{ \begin{array}{l} \Omega_1^2 = \frac{U_1}{4b} - \frac{U_2}{4bl} - \frac{U_3}{4bl} - \frac{U_4}{4d} \\ \Omega_2^2 = \frac{U_1}{4b} - \frac{U_2}{4bl} + \frac{U_3}{4bl} + \frac{U_4}{4d} \\ \Omega_3^2 = \frac{U_1}{4b} + \frac{U_2}{4bl} + \frac{U_3}{4bl} - \frac{U_4}{4d} \\ \Omega_4^2 = \frac{U_1}{4b} + \frac{U_2}{4bl} - \frac{U_3}{4bl} + \frac{U_4}{4d} \end{array} \right\} \quad (4.3)$$

El control propuesto para este proyecto es un control en cascada basado en el sistema CAS+SAS (Kharsansky, 2013), donde se controla independientemente cada eje de rotación de la aeronave (yaw, roll y pitch). No obstante, los errores se obtienen a través del cuaternión estimado (Schermuk, 2012) y la dirección de la aeronave (*heading*) obtenida del magnetómetro.

El sistema de Control se puede clasificar de la siguiente manera:

- a. Sistema para Aumentar el Control (*CAS-Control Augmentation Systems*): estos sistemas apuntan a mantener una referencia en la actitud, es decir mantener una orientación deseada. El sistema CAS demanda más sensores que el giroscopio, por ello se incorporan el acelerómetro y el magnetómetro.
- b. Sistema para Aumentar la Estabilidad (*SAS-Stability Augmentation Systems*): los sistemas SAS tienen como objetivo la estabilización del vehículo mediante el control de la velocidad angular en cualquiera de los ejes del espacio. Conseguir un vuelo equilibrado sin la implementación del sistema SAS sería absurdo, ya que la asimetría del cuadricóptero demandaría grandes esfuerzos por parte del piloto.

A un nivel jerárquico superior al del sistema CAS+SAS se encuentra el sistema de Piloto Automático (*Autopilot*). Estos son sistemas que pueden, en forma completamente automática y sin intervención humana, realizar maniobras con la aeronave. Estas maniobras pueden ser de despegue, aterrizaje, seguimiento de trayectorias, estabilización en altura, etc. Para tal efecto es necesario sensores

capaces de reconocer el entorno y proveer una referencia del mismo de manera a establecer la posición del cuadricóptero en el espacio (Barómetro, GPS, etc.).

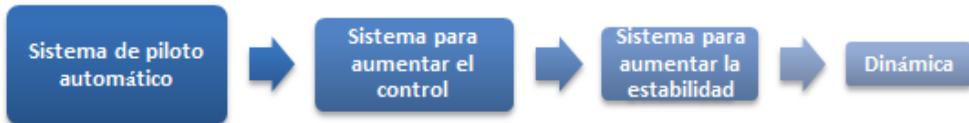


Figura 4.1 Estructura jerárquica del sistema de control de vuelo. Editado de (Schermuk, 2012).

4.1 CONTROL DE ACTITUD

El control de actitud se basa en los movimientos del vehículo, es el sistema que interviene en la estabilidad y orientación del cuadricóptero. Es cómodo suponer que los valores de los ángulos y velocidad angular del cuadricóptero se obtienen directamente del acelerómetro y el giroscopio, por ser de codificación sencilla y porque el giroscopio puede darnos de manera rápida la medición aproximada de la velocidad angular. Sin embargo, no estaríamos absueltos de ruidos externos y que cualquier aceleración en la horizontal produciría un cambio indeseable en el ángulo, debido a que el acelerómetro no puede distinguir la gravedad de, por ejemplo, el empuje causado por los motores. Una corrección rápida y sucia es implementar un filtro pasa bajo a la lectura del acelerómetro, de igual manera esto seguiría siendo intuitivo y fácil de codificar, e inclusive solo detectaría las aceleraciones de larga duración (Ej: La gravedad), pero la medición de los ángulos se podría retrasar debido al promedio, mientras más se filtra más se retrasa, lo cual perjudicaría gravemente la estabilidad del vehículo. La medición de la actitud de un cuerpo es un problema no muy sencillo de resolver y existen numerosos filtros que aproximan los valores eficientemente.

Los filtros de orientación tienen como objetivo calcular una estimación única de orientación mediante la fusión de sensores. Entre los más utilizados se encuentra el filtro Kalman, que teniendo en cuenta las propiedades físicas del sistema realiza una estimación limpia. No obstante, para la aplicación a la que deseamos implementar es costosa desde el punto de vista computacional, posee una codificación compleja y demanda velocidades de muestreo excesivas del ancho de

banda (Aprox. 512 Hz) (Madgwick, An efficient orientation filter for inertial and inertial/magnetic sensor arrays, 2010). Otra opción es el filtro complementario, haciendo uso tanto del acelerómetro como del giroscopio para obtener los datos deseados de ángulos, mediante la combinación de un filtro pasa bajo, un filtro pasa alto y la integración numérica (Figura 4.2). A (Honeywell) hora los datos se estiman rápido, el retraso decrece considerablemente y se consigue aligerar la carga del procesador (Colton, 2007). A pesar de esto, intentar combinar el filtro complementario con cuaterniones demanda un exhaustivo trabajo para conseguir ajustar adecuadamente los parámetros de dicho filtro, por lo cual se decidió usar una unidad DMP (*Digital Motion Processor*) que viene incluida en el sensor MPU6050.

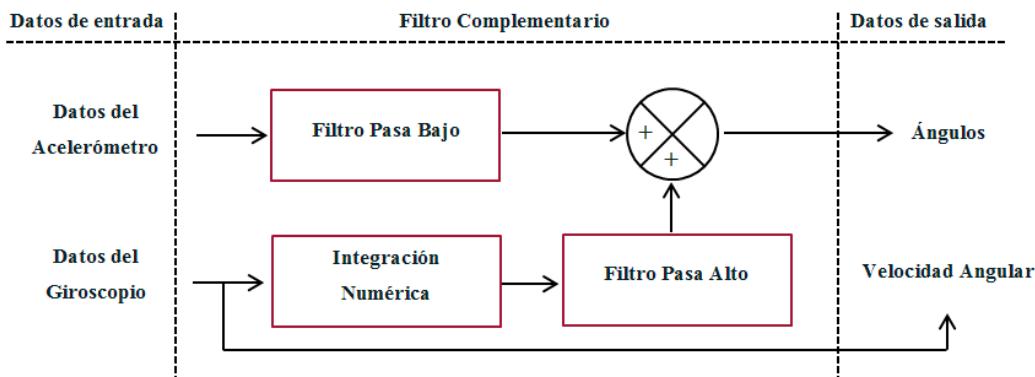


Figura 4.2 Esquema del filtro complementario. Elaboración propia.

El DMP es un código propietario de la compañía InvenSense, capaz de realizar complejos cálculos rápidamente con los valores de los sensores. Si bien solo parte del código fue revelado por sus desarrolladores, usando la librería del Ing. Jeff Rowberg, es posible conectarse al DMP desde el procesador y modificar ciertos parámetros como son el FPB (Filtro Pasa Bajo), la velocidad del FIFO (*First In First Out*), entre otros. Los datos pueden ser leídos de los registros del sensor o desde el sistema FIFO del DMP. Dicha unidad se encarga de realizar la estimación de la actitud con cuaterniones de manera a ser utilizada por el controlador.

Trayectoria de estabilización

El teorema de rotación de Euler establece que cualquier cuerpo rígido que se rota en un espacio euclídeo tridimensional de forma tal que alguno de sus puntos permanece en el mismo lugar, puede ser descripto por una única rotación mínima alrededor de un eje que pasa por ese mismo punto. De este mismo teorema se desprende que una sucesión de rotaciones sobre un mismo punto puede ser descripta por una única rotación. El eje al que hace mención el teorema se conoce como Vector de Rotación de Euler o Eigenaxis. (Schermuk, 2012)

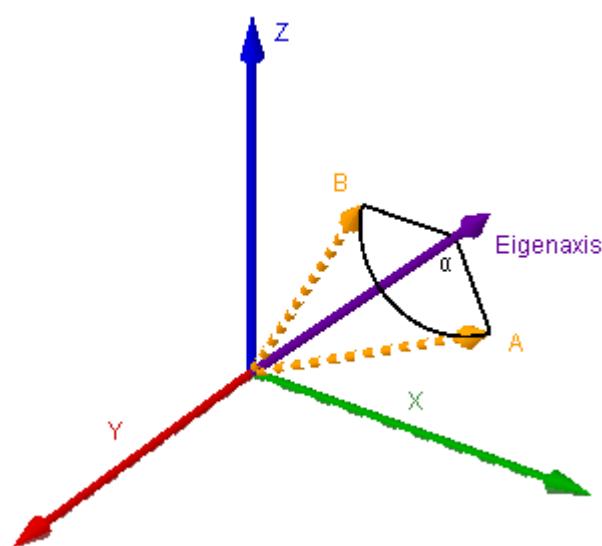


Figura 4.3 Rotación de un punto “A” a un punto “B” alrededor del Eigenaxis. Elaboración propia.

La rotación de menor desplazamiento posible sobre un eje dado, para lograr la orientación final, es aquella que se realiza en torno a este eje. Esta conclusión tiene una gran importancia a la hora de desarrollar el controlador de rotaciones, dado que el seguimiento de dicha trayectoria puede resultar en determinados beneficios, tales como un menor desplazamiento, mayor maniobrabilidad, mayor autonomía, etc.

La propiedad del cuaternion de rotación visto en el apéndice D puede ser utilizado para diseñar un controlador de actitud general. Se define Q_a al cuaternion actual que representa la rotación de la posición del cuadricóptero del S^{V3} al S^i , y Q_{des} al cuaternion deseado que simboliza la rotación de la posición del

cuadricóptero en el S^i a la posición deseada del cuadricóptero en el mismo sistema. El cuaternion que representa la rotación necesaria para ir del cuaternion actual al deseado se define como el cuaternion del error (Q_{error}) y la parte vectorial de dicho cuaternion representa el eje principal o eigenaxis (\hat{r}), en donde dicha rotación describe el menor desplazamiento.

$$Q_{des} = Q_a \cdot Q_{error} \quad (4.4)$$

$$Q_a^{-1} \cdot Q_{des} = Q_a^{-1} \cdot Q_a \cdot Q_{error} \quad (4.5)$$

$$Q_{error} = Q_a^* \cdot Q_{des} \quad (4.6)$$

Luego por la propiedad de logaritmo en el álgebra de cuaterniones:

$$2 \ln Q_{error} = 2 \ln(Q_a^* \cdot Q_{des}) = \hat{r}\alpha \quad (4.7)$$

Donde los componentes del vector $\hat{r}\alpha$ representan el error en cada eje principal. (Schermuk, 2012; Michini, 2009; Fresk, 2013).

$$E_x = r_x\alpha \quad (4.8)$$

$$E_y = r_y\alpha \quad (4.9)$$

De esto se desprende los errores para el eje X y el eje Y. Sin embargo, se tiene un problema para el eje Z debido a que el DMP del MPU6050 no fusiona los datos del magnetómetro, por ello se toma cuidado al calcular el cuaternion deseado utilizando lo que se denomina *Yaw Falso* (ψ_{falso}) calculado por la siguiente formula (Henderson, 1977):

$$\psi_{falso} = \tan^{-1} \left(\frac{2(q_0q_3 + q_1q_2)}{1 - 2(q_2^2 + q_3^2)} \right) \quad (4.10)$$

El cuaternión deseado (Q_{des}) se obtiene mediante el *Yaw Falso* y los ángulos de rotación deseados en el eje X e Y (Henderson, 1977).

$$Q_{des} = [q_0, q_1, q_2, q_3] \quad (4.11)$$

$$\begin{aligned} q_0 &= \\ \cos\left(\frac{\Phi_{des}}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta_{des}}{2}\right) \cos\left(\frac{\psi_{falso}}{2}\right) + \sin\left(\frac{\Phi_{des}}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta_{des}}{2}\right) \sin\left(\frac{\psi_{falso}}{2}\right) \\ q_1 &= \\ \sin\left(\frac{\Phi_{des}}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta_{des}}{2}\right) \cos\left(\frac{\psi_{falso}}{2}\right) - \cos\left(\frac{\Phi_{des}}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta_{des}}{2}\right) \sin\left(\frac{\psi_{falso}}{2}\right) \\ q_2 &= \\ \cos\left(\frac{\Phi_{des}}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta_{des}}{2}\right) \cos\left(\frac{\psi_{falso}}{2}\right) + \sin\left(\frac{\Phi_{des}}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta_{des}}{2}\right) \sin\left(\frac{\psi_{falso}}{2}\right) \\ q_3 &= \\ \cos\left(\frac{\Phi_{des}}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta_{des}}{2}\right) \sin\left(\frac{\psi_{falso}}{2}\right) - \sin\left(\frac{\Phi_{des}}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta_{des}}{2}\right) \cos\left(\frac{\psi_{falso}}{2}\right) \end{aligned}$$

De manera a evitar el bloqueo de ejes en el cálculo del ψ_{falso} se considera a partir de un error $\alpha > 70^\circ$ un $\theta_{des}^i = (0,0,2 \tan^{-1}(q_3/q_0))$. Para obtener el *Yaw Real* (ψ_{real}) se recurre al filtro complementario. La fórmula (4.12) define la ecuación del ψ_{real} donde ψ_{mag} es el ángulo de inclinación obtenido a través del magnetómetro (Honeywell) y ρ representa la contribución del giroscopio en un tiempo acotado. La diferencia $1 - \rho$ representa la contribución del magnetómetro. Los valores m_x, m_y se obtienen de los datos calibrados del magnetómetro rotados a través del cuaternion actual y corregidos al eliminar el ψ_{falso} , utilizando la matriz rotacional R_i^{v1} desde el sistema S^i al S^{v1} . Finalmente el error en el eje Z se expresa en la ecuación (4.14).

$$\psi_{real} = (\psi_{real} + r * dt) * \rho + \psi_{mag}(1 - \rho) \quad (4.12)$$

$$\psi_{mag} = \tan^{-1}\left(\frac{m_x}{m_y}\right) \quad (4.13)$$

$$E_z = \psi_{des} - \psi_{real} \quad (4.14)$$

Diseño del sistema de control

Se propuso para el diseño del sistema SAS un control PIDT1, es decir un control PID en paralelo pero con un filtro pasa bajo (18Hz) en el control derivativo y con *anti windup* en el control integral. El *windup* es el efecto ocasionado en los controladores integrales al producirse un gran cambio en el punto de operación, el término integral acumula un error significativo durante su corrección originando un sobrepico indeseado en el control. En el caso del sistema CAS se propuso un control proporcional (P) luego de obtener los errores a través del cuaternión actual y el cuaternión deseado (Airde, 2012).

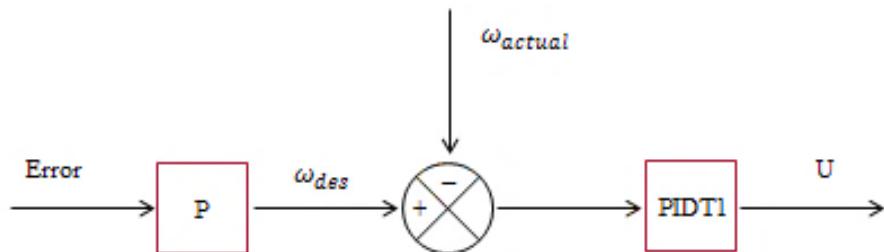


Figura 4.4 Diagrama en bloque del sistema de control CAS+SAS. Elaboración propia.

La variable ω_{actual} es la velocidad angular proporcionada por el sensor y ω_{des} es la velocidad angular de referencia. El sistema SAS se ejecuta a la frecuencia de 100 Hz y el sistema CAS a la frecuencia de 50 Hz, aproximadamente.

De manera a poder mantener una posición en el espacio es necesario elaborar un control de mayor nivel y por ello se separan dos capas importantes el control de altura y el control de posición.

4.2 CONTROL DE ALTITUD

El control de altura se encuentra altamente relacionado al “*hovering*” (vuelo estacionario), es decir mantener la actitud en una determinada altura, además al igual que la actitud su control se basa en el balance de las fuerzas del cuadricóptero (Kharsansky, 2013). Para realizar dicha acción se procedió a trabajar con la misma estrategia de un doble control, un CAS que controle la posición del cuadricóptero según un valor de referencia y un SAS que varíe la fuerza del cuadricóptero según el valor de velocidad vertical deseada (APM Copter, 2015).

En principio es necesaria la estimación aproximada de los valores, se procede a obtener la altura actual (h_{actual}) del barómetro a través de la ecuación del altímetro (Apéndice E), y posteriormente se filtra con un filtro pasa bajo variable que está relacionada con la velocidad actual (v_{actual}) el cual se obtiene mediante el acelerómetro. Para la obtención de la velocidad primero se debe pasar los datos del acelerómetro al marco inercial, restándoles los valores de la gravedad de manera a poder medir correctamente la aceleración infundada por el cuadricóptero sin influencia de la gravedad, ecuación (4.16). A continuación se filtran estos datos con un FPB de 50 Hz y se procede a la integración tomando en cuenta los cambios de signo de manera a evitar que la integral cambie demasiado su valor.

El sistema CAS+SAS de este control al igual que en el sistema de control de actitud es simplemente un control proporcional acotado en valores máximos, evitando una variación demasiado brusca en el cuadricóptero y el SAS al igual que el anterior es un control PIDT1 con el FPB a 18hz. El valor final de control (U_1') se suma a un valor de referencia que representa el peso del cuadricóptero obteniendo el valor (U_1) para el control de fuerza del cuadricóptero, ecuación (4.15)

.

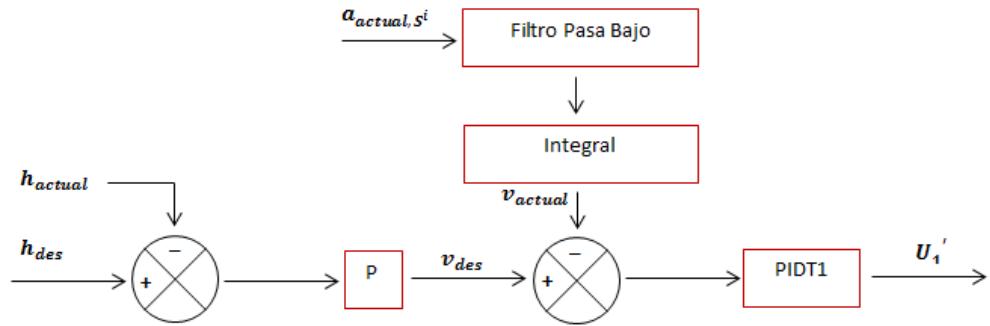


Figura 4.5 Control de Altitud. Elaboración propia.

$$U_1 = mg + U_1' \quad (4.15)$$

$$a_{actual,S^i} = (a_{actual} - g_z)_{v3 \rightarrow S^i} \quad (4.16)$$

4.3 CONTROL DE POSICIÓN

Para controlar la posición del dron se modifica los valores deseados de los ángulos pitch y roll del sistema de control de actitud haciendo uso del GPS, el acelerómetro y el magnetómetro. Se calcula la distancia y dirección entre la posición actual (P_{actual}) y la posición deseada (P_{des}) utilizando trigonometría esférica (Rajesh, 2014).

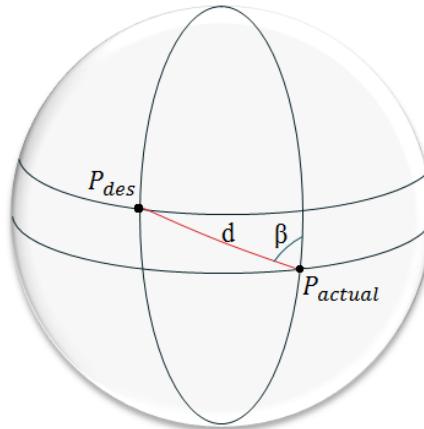


Figura 4.6 Cálculo de la distancia y dirección mediante Trigonometría Esférica. Elaboración propia.

Con estos datos procedemos a convertir los valores de posición en los ejes X e Y y pasarlos del sistema inercial al sistema del vehículo 1 para saber que ángulo

de orientación debemos modificar (Figura 4.7). Es muy importante tener bien calibrado el magnetómetro debido a que se debe obtener los valores reales de actitud dentro del marco inercial para obtener un buen resultado en el presente control. También se utiliza la velocidad en el espacio cuya estimación se realiza de la misma manera que la velocidad vertical con el acelerómetro pero se le adhiere la velocidad obtenida del GPS aplicando el mismo procedimiento que pasan estos datos al sistema S^{v1} para obtener los valores deseados.

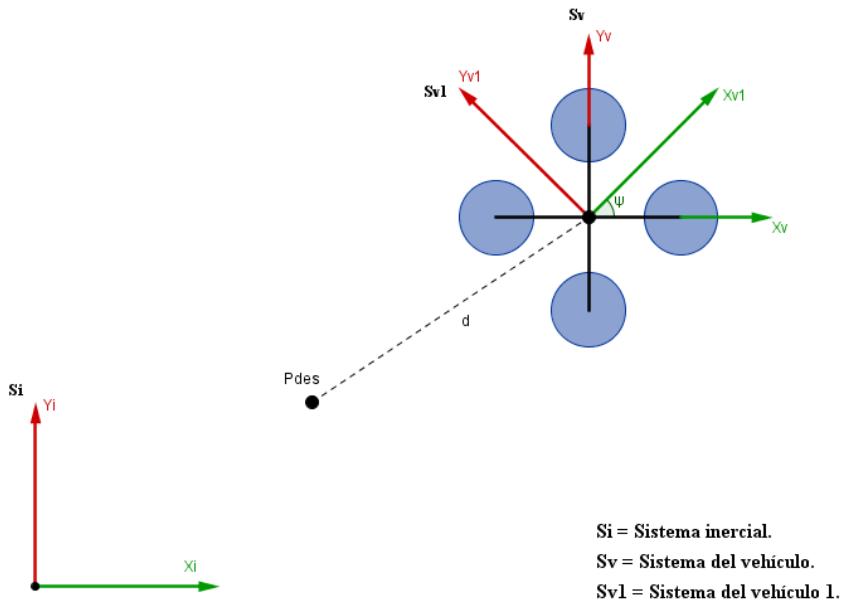


Figura 4.7 Rotación del S^v al S^{v1} para llegar al punto deseado (P_{des}). Elaboración propia.

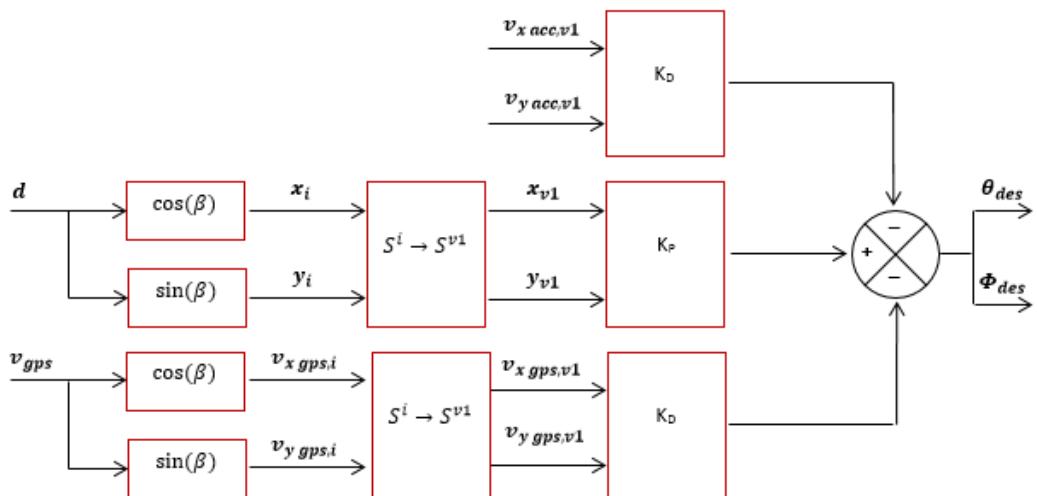


Figura 4.8 Diagrama en bloque del control de posición. Elaboración propia.

En la figura 4.8 se puede ver la aplicación completa del control de posición, se observa que se realiza un control PD en relación a la posición del cuadricóptero, pues se utiliza la velocidad obtenida de los sensores.

4.4 ESQUEMA GENERAL DE CONTROL

Una vez desarrollados los sectores que conforman el sistema de control se conectan entre si según la figura 4.8. En ella se puede observar que dependiendo de los comandos del control RC se seleccionara un tipo de control del cuadricóptero ya sea manual o automático. En el caso del control manual, el usuario manipula los valores de fuerza, y ángulos de inclinación deseados; por otro lado, el control automático mantiene la altura con el barómetro o la posición mediante el GPS. Después de esto se pasa al control CAS+SAS y se establecen los cuatro movimientos básicos necesarios para obtener las rotaciones deseadas de los distintos motores, luego en un sistema de lazo abierto se estima según la ecuación (5.6) los valores de pulso que alimentaran al ESC haciendo funcionar a los actuadores que luego producirán la aerodinámica, y finalmente terminara realimentando todos los bloques de control necesarios por medio de los sensores.

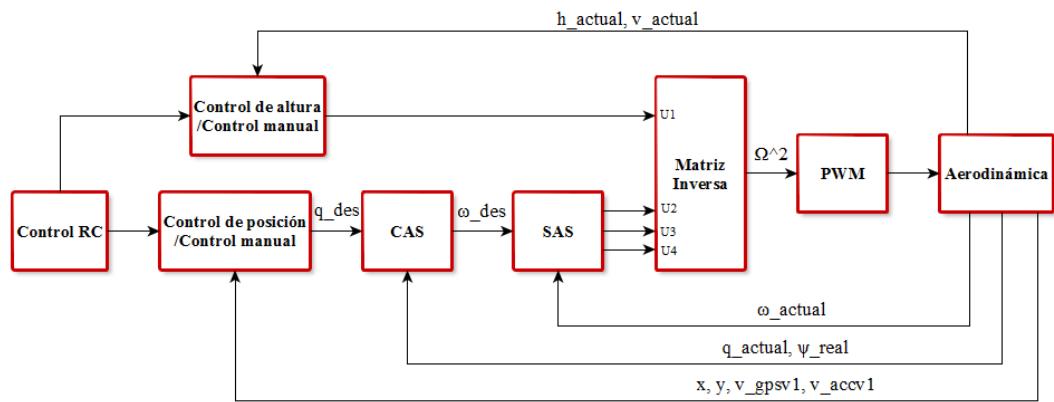


Figura 4.9 Esquema general de control. Elaboración propia.

5. PLATAFORMA DE VALIDACIÓN

5.1 ESTRUCTURA FÍSICA

El cuadricóptero final para el proyecto fue el resultado de varias combinaciones entre estructuras de diferentes materiales, y elementos tanto eléctricos como electrónicos de diferentes marcas y especificaciones técnicas. Finalmente se pudo determinar los elementos necesarios que mejor satisfacen la problemática haciendo énfasis en el marco económico.

5.1.1 Armazón

La pieza base del vehículo es el armazón comercial *Flame Wheel F450* fabricado por DJI. Los brazos están fabricados con PA66 30GF (Poliamida de cristalinidad media 60% y fibra de vidrio 30%), el cual es un termoplástico semicristalino que posee buena resistencia mecánica, rigidez, tenacidad, y elevada resistencia al impacto. Las placas centrales son de fibra de vidrio, se encajan y aseguran fácilmente mediante pequeños tornillos por los brazos del armazón. La placa inferior central lleva un PCB (*Printed Circuit Board*) de distribución incorporada, en donde se suelda de manera directa la fuente de alimentación y los controladores de velocidad. Para poder distinguir el frente del cuadricóptero al encontrarse en vuelo se escogen dos brazos adyacentes entre sí y del mismo color, en este caso los de tono rojo (DJI, 2015).



Figura 5.1 Armazón Flame Wheel F450. Obtenido de (Quadrocopter, 2014).

Características técnicas

- Modelo: F450
- Peso: 282 gr.
- Distancia entre ejes diagonal: 450 mm
- Peso de despegue: 800 – 1600 gr.

5.1.2 Motores y hélices

Los motores usados en el cuadricóptero son los llamados comúnmente BLDC (*Brushless Direct Current*), es decir “motores de corriente directa sin escobillas”, son trifásicos y se los clasifica como motores de corriente directa debido a que se alimentan de una fuente de corriente continua; sin embargo, no poseen colector de delgas ni escobillas. Entre sus principales ventajas se encuentran la disminución del ruido, menos mantenimiento, son más ligeros, tienen mayor respuesta dinámica y mayor eficiencia. Su principio de funcionamiento se basa en el de los motores de corriente alterna al hacer girar el eje del motor mediante la fuerza producida por la interacción entre el campo magnético de los imanes permanentes del rotor y el campo electromagnético generado por el paso de la corriente en los bobinados del estator. Por consiguiente, necesita un conmutador sinusoidal para controlar la velocidad de los motores denominada ESC, el cual convierte la corriente directa de la fuente a una corriente alterna aproximada. Existen dos tipos de motores BLDC, *inrunner* y *outrunner*, estos últimos alojan el estator en el interior mientras que el rotor es externo, con ellos se consigue un torque máximo a bajas velocidades (Texas Instruments, 2015). Para el prototipo se optó por los motores tipo *outrunner* de la marca EMAX MT2213 de 935KV, los cuales pueden ser capaz de girar a 11.781 rpm (velocidad nominal).



Figura 5.2 Motores Brushless EMAX. Elaboración propia.

Características técnicas

- Diámetro: 28 mm
- Altura: 40 mm
- Celdas de batería: 3S/4S
- Hélices: 1045/8045
- Peso: 55 gr.

La elección de las hélices es de suma importancia ya que de ellas depende el consumo de corriente por los motores y el empuje que se quiere obtener. Las hélices se caracterizan por dos parámetros: el paso que define la distancia recorrida por el cuadricóptero con una vuelta completa de la hélice, y el diámetro de las aspas que indica el área de aire que pasaría a través de las mismas. Los motores empleados traen consigo un par de hélices cada uno de 10X4.5 pulgadas (25 cm de largo y 10 cm de paso), en donde una hélice gira en sentido opuesto a la otra. Para la elevación del cuadricóptero es necesario que dos hélices giren en sentido horario y dos en sentido antihorario, esto produce que el torque resultante se cancele y el cuadricóptero pueda mantenerse estable en el aire.

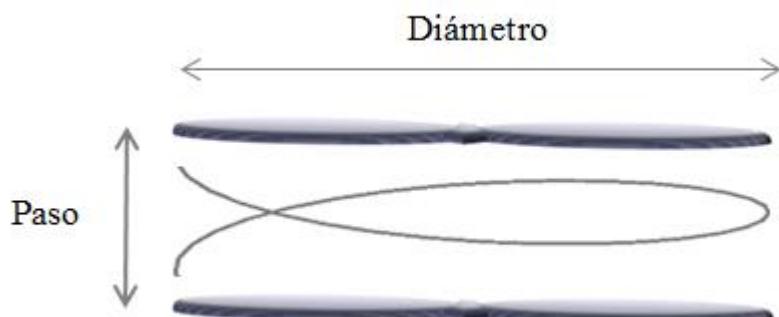


Figura 5.3 Parámetros de una hélice. Elaboración propia.

5.1.3 Controladores electrónicos de velocidad

El elemento que controla el rotor de los motores *brushless* es el ESC o controlador electrónico de velocidad. Si bien el ESC define las revoluciones del motor según requerimientos del piloto, también se encarga de suministrar energía al resto de los componentes electrónicos en nuestro vehículo aéreo no tripulado.

Para el propósito el ESC contiene un circuito electrónico independiente llamado UBEC (*Universal Battery Elimination Circuit*), es un regulador de voltaje que reduce la tensión de la batería aproximadamente a 5.5 voltios y proporciona un flujo de corriente apropiado a pesar de la cantidad de motores abarcados como en el caso de los cuadricópteros, con esto se reserva la adquisición de una segunda batería. Desde el punto de vista constructivo el ESC ofrece dos cables (rojo, negro) para recibir la alimentación proporcionada desde la batería, tres cables (rojo, negro, azul) para la alimentación trifásica al motor *brushless* y tres cables de menor diámetro (rojo, negro, blanco) con conector de tres pines para alimentar al resto de los dispositivos y recibir a su vez la señal PWM (*Pulse Width Modulation*) (Hobbyking). En los bordes de dichos pines se encuentran unos anillos de ferrita, cuya función es la reducción de impulsos EMI (*Electro Magnetic Interference*) y RFI (*Radio Frequency Interference*) (Vanhoenacker, 2012). Los ESC del prototipo son de Hobbyking 30A UBEC.



Figura 5.4 ESC 30A UBEC Hobbyking. Obtenido de (Electronilab, s.f.).

Características técnicas

- Tensión: 5.5 V
- Corriente: 3A – 1A
- Corriente sostenida: 30A
- Celdas de batería: 3S/4S
- Peso: 32gr.

5.1.4 Batería

La fuente de alimentación tratase de una batería recargable LiPo (abreviatura de litio y polímero) de 3S 5000mAh 25C de la marca GENS ACE. Este tipo de baterías son ligeros, tienen una alta velocidad de descarga y un nivel alto de

voltaje por célula, pudiendo contener una gran cantidad de energía sin ocupar mucho espacio. Es de suma importancia que el piloto esté al tanto de la tensión de la batería en todo momento para reconocer cuando la misma no pueda abastecer la energía suficiente para el correcto desempeño del cuadricóptero y evitar daños severos e inclusive permanentes de la fuente (Schneider). Una solución a este problema fue una señalización sonora mediante un *buzzer* para baterías LiPo que tiene por objeto entrar en modo de alarma cuando la batería llega a un nivel de tensión límite inferior previamente programado.



Figura 5.5 Batería LiPo Gens Ace. Editado de (GensAceUSA, s.f.).

Características técnicas

- Tensión: 11.1 V
- Capacidad: 5000 mAh
- Velocidad de descarga: 25C
- Peso: 400 gr.

5.1.5 Radio Control

El cuadricóptero es operado mediante un radio control Turnigy 9X a una frecuencia de 2,4 G Hz y con hasta 8 canales PPM (*Pulse Position Modulation*). Para un mayor alcance se implementó el módulo de telemetría FRSKY D8R-II PLUS, abarcando distancias de hasta 1,5 km.



Figura 5.6 Radio Control Turnigy 9X con el receptor FRSKY. Elaboración propia.



Figura 5.7 Radio Control Turnigy 9X con el transmisor FRSKY. Elaboración propia.

Modo de funcionamiento

El funcionamiento del radio control se basa en la modulación de un ancho de pulso a una frecuencia determinada, el valor estándar de estos tipos de radio control es de una frecuencia de 50 Hz, y una modulación de 1000 μ s donde el ancho del pulso varía de 1000 μ s a 2000 μ s (Galois Inc., 2013) como se pueden apreciar en las siguientes ilustraciones obtenidas en el osciloscopio. En la figura 5.10 se aprecia la señal de salida PWM a 50 Hz.

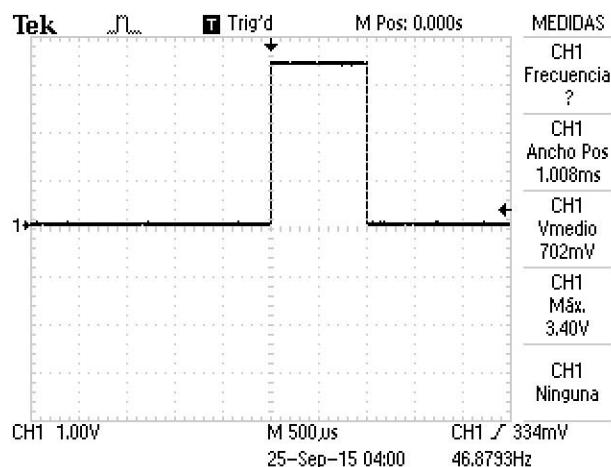


Figura 5.8 Señal de salida PWM del receptor en su mínimo valor. Elaboración propia.

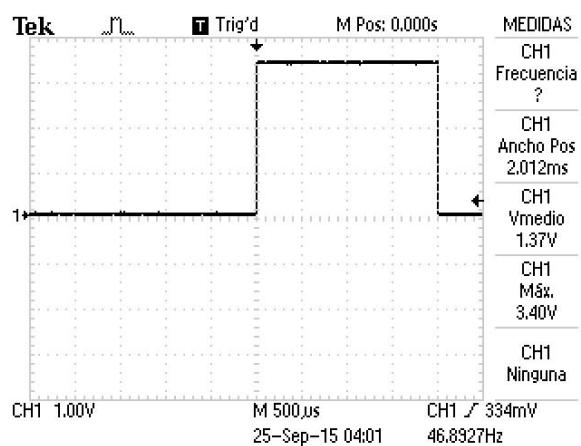


Figura 5.9 Señal de salida PWM del receptor en su máximo valor. Elaboración propia.

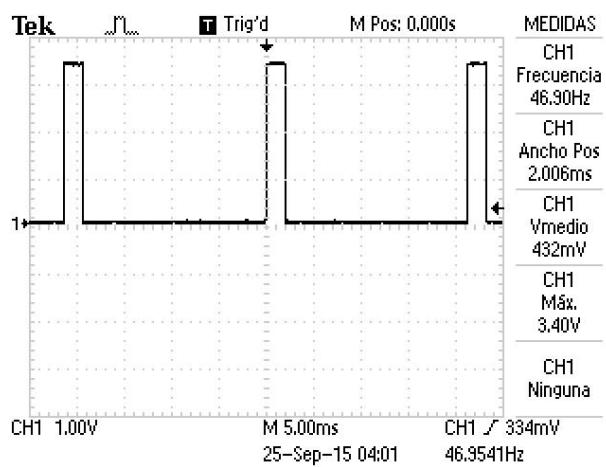


Figura 5.10 Señal de salida PWM a 50 Hz. Elaboración propia.

Para controlar los motores se convierte esta señal a una unidad conocida (fuerza, grados, etc.) que luego es transformada por el controlador de vuelo para establecer el valor del ancho de pulso enviado a los ESC, cuya frecuencia de variación fue puesta a 400 Hz en la librería *Servo.h* (Margolis, 2015) para una mayor velocidad de respuesta en los motores.

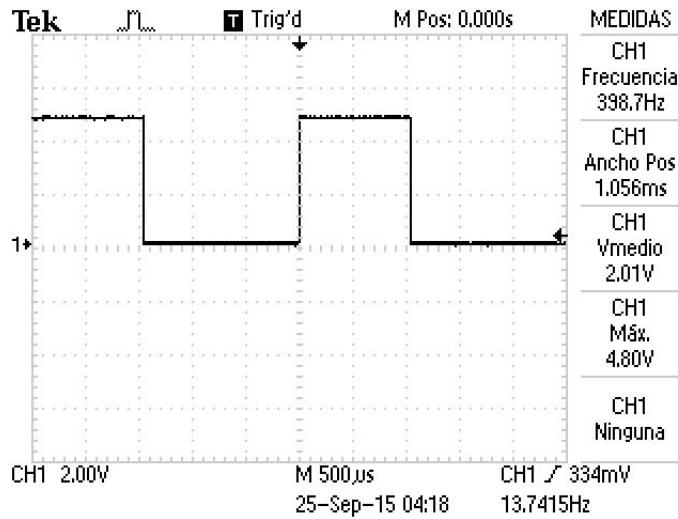


Figura 5.11 Señal de salida del controlador de vuelo al ESC en su mínimo valor. Elaboración propia.

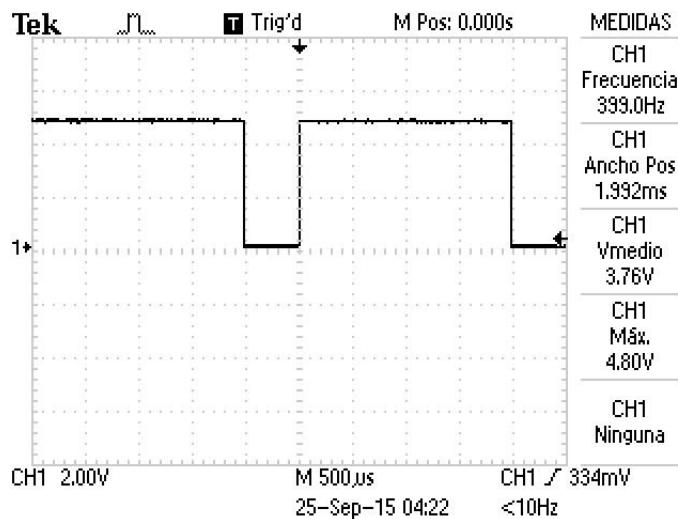


Figura 5.12 Señal de salida PWM del controlador de vuelo al ESC en su máximo valor. Elaboración propia.

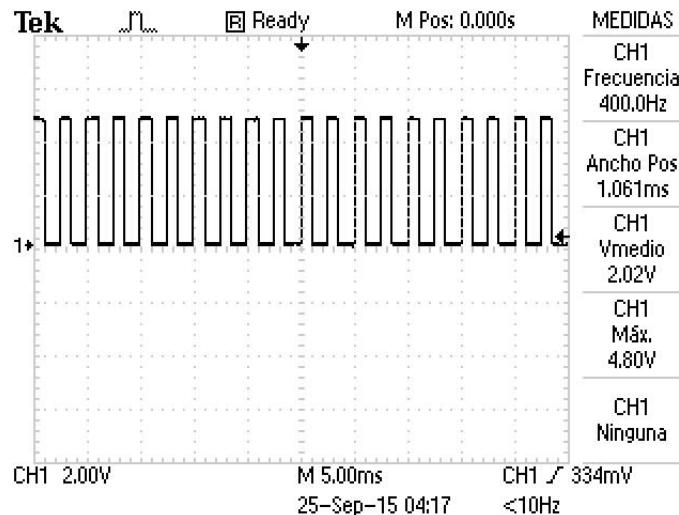


Figura 5.13 Señal de salida del controlador de vuelo al ESC a 400 Hz. Elaboración propia.

5.1.6 Controlador de vuelo

El elemento principal del vehículo es el controlador de vuelo *Crius all in one pro* (AIOP) v2.1. Esta placa electrónica tipo MARG (*Magnetic, Angular rate and Gravity*) tiene incorporado varios sensores como un giroscopio/accelerómetro MPU6050 de 6 ejes, un altímetro de alta precisión MS5611-01BA01, y un magnetómetro HMC5883L de 3 ejes. El microcontrolador integrado es un ATMEGA 2560 de 8 bits, 16 MHz y se comunica con los dispositivos externos mediante los pines y puertos seriales.

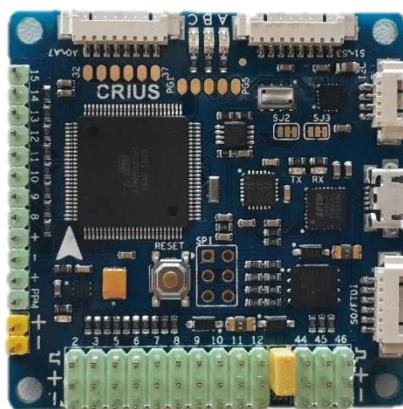


Figura 5.14 Crius AIOP v2.1. Elaboración propia.

Sensores

El sensor de movimiento MPU6050 fabricado por InvenSense combina un giroscopio y un acelerómetro de 3 ejes cada uno, junto con un DMP y un filtro pasa bajo programable. En la tabla 5.1 se presentan las características eléctricas.

Características		MPU6050
VDD	2.375V-3.46V	
VLOGIC	1.71 V to VDD	
Interfaz serial soportada	I ² C	
Temperatura ideal	25 °C	

Tabla 5.1 Características del MPU6050. Elaboración propia.

En la figura 5.15 se presenta la arquitectura del MPU6050, el sensor posee conversores analógicos digitales para cada uno de los ejes y así obtener los valores en simultaneo con un rango de hasta $\pm 2000^\circ$ por segundo en el caso del giroscopio y de $\pm 16g$ para el acelerómetro. A continuación, los datos se filtran de acuerdo a la configuración preestablecida y la calibración de fábrica, para pasar luego al registro del sensor, los datos pueden ser accedidos por el DMP o por el usuario. El DMP actualiza los datos del FIFO leídos a una frecuencia determinada con el fin de evitar el desbordamiento. La interfaz serial entre el MPU6050 y el microcontrolador ATMEGA2560 sigue el protocolo de comunicación I2C (InvenSense, 2012).

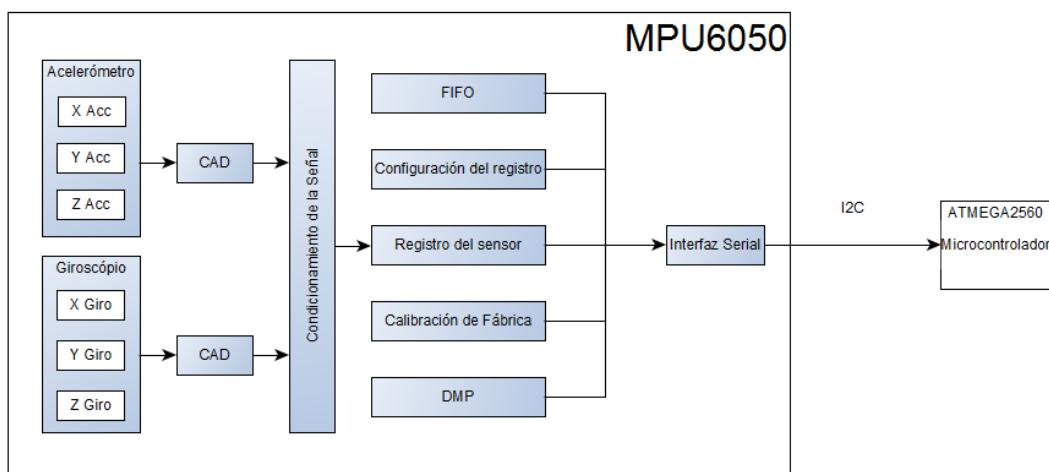


Figura 5.15 Arquitectura del MPU6050. Elaboración propia.

El magnetómetro integrado en el controlador es el HMC5883L de Honeywell, el sensor triaxial tiene un campo de operación de -8 a +8 gauss lo que

permitirá hacer una lectura del campo magnético de la región que es de 0,224 gauss, de esta manera se obtendrá la dirección real del norte geográfico considerando la inclinación de 15 grados que hay en la zona. La interfaz serial entre el HMC5883L y el microcontrolador ATMEGA2560 sigue el protocolo de comunicación I2C a 400 kHz (Honeywell, 2013).

Características	HMC5883L
VDD	2,16V-3,6V
VLOGIC	1,71 V to VDD+0,1
Interfaz serial soportada	I ² C
Temperatura ideal	25 °C

Tabla 5.2 Características del HMC5883L. Elaboración propia.

El sensor de altura o barómetro a disposición es el MS5611 de MEAS. Con ella se puede conseguir la presión del ambiente y así conseguir la altura con la ecuación del altímetro (Apéndice E) (Measurement, 2011).

Características	HMC5883L
VDD	1,8V-3,6V
Rango de presión	10 a 1200 mbar
Interfaz serial soportada	I ² C y SPI
Rango de temperatura	-40 °C a 85 °C

Tabla 5.3 Características del MS5611. Elaboración propia.

Manejo de interrupciones

Las interrupciones se realizan en los pinos PK0, PK1, PK2, PK3, PK4 y PK5 del ATMega2560, y se manejan con la librería *PinChangeInt.h* (Arduino, 2015), donde se establece como condición de interrupción el cambio de la señal en los pinos. Luego mediante la función *micros ()* de Arduino se obtiene el tiempo en que se efectúan las interrupciones teniendo así el ancho de pulso del mismo. Se utiliza también una bandera de manera a conocer cuáles son los canales que ya están listos para ser procesados por un filtro de mediana y finalmente ser utilizados por el controlador. La modulación por ancho de pulso aplicado a los ESC se realiza en los pines PE3, PE4, PE5 y PH3.

5.1.7 Módulo inalámbrico

Para transmitir los datos desde el controlador de vuelo hasta la estación terrestre se emplearon dos módulos inalámbricos Xbee Pro S1 con antena RPSMA (*Reverse Polarity Sub-Miniature version A*) y línea vista de aproximadamente 1 km. Los módulos siguen el protocolo *DigiMesh* con salida de energía de 60mW y conforman una red punto a punto, en donde uno realiza la función de transmitir los datos pertinentes y el otro se encarga de recibirlos. Junto con los módulos Xbee fueron necesarios dos adaptadores USB (*Universal Serial Port*) a puerto serial para su conexión con el controlador de vuelo y la PC (Digi, 2015).



Figura 5.16 Módulo inalámbrico Xbee Pro S1. Elaboración propia.

Características técnicas

- Tensión: 3.3 V
- Corriente: 215 mA
- Potencia: 60 mW
- Ritmo de datos máximo: 250 Kbps.
- Antena: RPSMA

5.1.8 Otros Periféricos

Para determinar la posición del cuadricóptero se recurrió a un módulo GPS de alta precisión el cual localiza el objeto por medio de satélites y su chipset es el NEO 6M de la empresa suiza UBLOX. Para obtener datos de interés como longitud, latitud, tiempo, fecha, altura o cantidad de satélites disponibles se utilizó

la librería *tinygps.h* con el propósito de reconocer los comandos del protocolo NMEA² a una frecuencia de 5 Hz. El GPS de tan solo 30 gr lleva incorporado una antena cerámica y es compatible con puertos seriales APM (*Advanced Power Management*) e I2C (Ublox, 2014).

Como la intención es inspeccionar líneas de transmisión, es necesario poder contar con un elemento que nos ayude a captar y almacenar las imágenes de los puntos de importancia. Para ello se recurre a una cámara digital SportsCam Full HD con wifi, que almacena en una tarjeta microSD de 16G los videos o imágenes obtenidos desde el despegue hasta el aterrizaje del cuadricóptero.



Figura 5.17 Cámara principal del cuadricóptero. Elaboración propia.

No obstante, la visualización directa con el vehículo no es suficiente para realizar una inspección satisfactoria, por lo que es necesario también un transmisor de video y audio que mediante ondas electromagnéticas de RF (Radio Frecuencia) envíe la información hasta un receptor conectado a la estación terrestre. Para el efecto se optó por el kit TX TS58500 y RX RC832 de Skyzone, con 500mW de potencia y 5.8 GHz de frecuencia que trae consigo una cámara CCD (*Charge Coupled Device*) con resolución de 700 TVL (*Television Lines*) y antenas polarizadas circulares para un rendimiento superior. La fuente de alimentación del transmisor y receptor es una batería LiPo de 1300 mAh para cada uno.

² NMEA: la NMEA (*National Marine Electronic Association*) establece un protocolo normalizado para la transmisión de datos en el GPS.



Figura 5.18 Kit TX TS58500 y RX RC832 de Skyzone. Elaboración propia.

En la figura 5.19 se presenta el prototipo final en vuelo.



Figura 5.19 Cuadricóptero montado. Elaboración propia.

En la figura 5.20 se puede observar la conexión final entre el controlador de vuelo y los periféricos asociados al mismo.

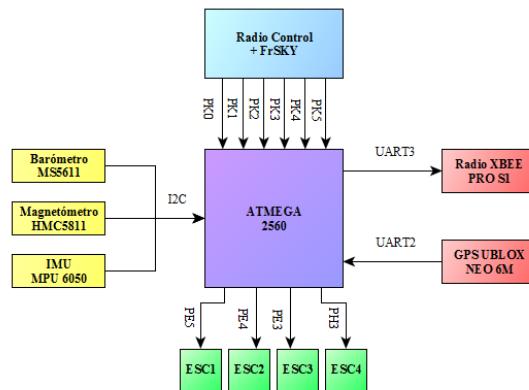


Figura 5.20 Diagrama de conexión del controlador de vuelo. Elaboración propia.

Una vez terminado el prototipo se pudo hacer un balance y obtener el costo final del mismo descrito con detalles tanto en US (dólares americanos) como en Gs. (Guaraníes) en la tabla 5.4.

Cuadricóptero			
Partes	Especificaciones	Cantidad	Precio
Controlador de vuelo	Crius AIOP v2.1	1	US 52.98
Estructura	DJI FLAME WHEEL F450	1	US 48.89
Motores	EMAX 2213 935KV	4	US 58.99
ESC	HOBBYKING 30A UBEC	4	US 39.96
Batería LiPo	Gens Ace 3S 5000mAh 25C	1	US 57.70
Batería LiPo	Gens Ace 3S 1300mAh	2	US 29.44
Radio Control	Turnigy X9	1	US 59.99
GPS	NEO 6M	1	US 22.68
Telemetría para Radio control	Frsky D8R-II PLUS	1	US 52.93
Conversor A/D de audio y video con conexión USB	EASYCAP	1	US 9.00
Transmisor, receptor para audio y video	Skyzone 500mW	1	US 89.99
Modulo inalámbrico	Xbee PRO S1	2	US 68.00
Adaptador xbee USB/serial	Phantom YoYo FT232RL	2	US 12.00
Buzzer con display para LiPo	Genery C23212	1	US 2.99
Antena para Xbee	Dual wifi kit 5dbi RPSMA	2	US 9.45
Protector	Cubierta de fibra de vidrio	2	US 9.78
Cámara	SportsCam Full HD 1080p	1	US 70.00
			US 694.77
Total:			3.886.400 Gs

Tabla 5.4 Costo del Prototipo. Elaboración propia.

5.2 IDENTIFICACIÓN DE PARÁMETROS

Como notamos, las ecuaciones de estado están representadas por parámetros que se pueden clasificar en dos grupos: los parámetros obtenidos por mediciones directas e indirectas. Mediante las mediciones directas se obtienen la masa del cuadricóptero (m) y la distancia desde el motor *brushless* al centro del cuadricóptero (L), en las mediciones indirectas se hace uso de bancos de prueba y ciertos cálculos por los cuales se obtienen los momentos de inercia en los tres ejes (I_{xx} , I_{yy} , I_{zz}), momento de inercia de los actuadores I_A , el factor de sustentación (b) y el factor de arrastre (d) (Elsamanty, 2013).

5.2.1 Momentos de inercia

Definimos al momento de inercia I como la resistencia que presentan los cuerpos a adquirir aceleración angular alrededor de un eje dado. No depende de las fuerzas que intervienen en el movimiento, solo depende de la forma del cuerpo y de la posición del eje de giro. Se expresa por:

$$I = \int_V \rho r^2 dv \quad (5.1)$$

Donde ρ es la densidad del cuerpo [kg/m^3], r es la distancia del cuerpo con el eje de rotación [m], y V es el volumen ocupado [m^3] por lo que la integral es en realidad una integral triple en las tres dimensiones. Para fines prácticos, se relacionan a aquellas partes del cuadricóptero de mayor masa y tamaño con una figura geométrica básica, considerando los tornillos, tuercas, arandelas, conectores y cableados despreciables. Del cuerpo del cuadricóptero se resaltan 4 masas puntuales ($M_r = M_1 = M_2 = M_3 = M_4$) en los extremos de cada brazo que representan cada uno de los motores con sus respectivas hélices y una esfera de magnitud superior (M_0) que representa todos los elementos de mayor volumen en el centro del vehículo (Figura 5.21). Con la intención de facilitar los cálculos de inercia se hace coincidir los ejes X' e Y' , resultantes de la rotación de los ejes X e Y , con los brazos del cuadricóptero. Sabiendo que el momento de inercia

correspondiente a una esfera de radio R con el eje de rotación en su centro de masa es $I_E = \frac{2}{5}M_0R^2$ y el de una masa puntual a una distancia d del eje de rotación es $I_r = M_r d^2$ donde $r = 1,2,3,4$, se obtienen los momentos de inercia siguientes:

$$I_{xx} = I_x^4 + I_x^2 + I_{Ex} = 2M_r d^2 + \frac{2}{5}M_0R^2 \quad (5.2)$$

$$I_{yy} = I_y^3 + I_y^1 + I_{Ey} = 2M_r d^2 + \frac{2}{5}M_0R^2 \quad (5.3)$$

$$I_{zz} = I_z^1 + I_z^2 + I_z^3 + I_z^4 + I_{EZ} = 4M_r d^2 + \frac{2}{5}M_0R^2 \quad (5.4)$$

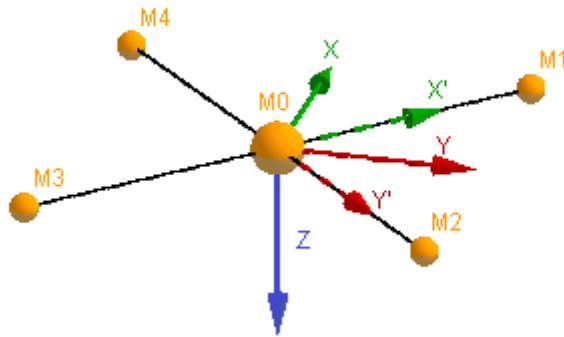


Figura 5.21 Representación de la posición de los motores. Elaboración propia.

Para el momento de inercia de los actuadores I_A se considera al motor como un cilindro sólido y a la hélice como un cilindro sólido de densidad variable, ambos con rotación alrededor del eje Z. En la siguiente ecuación se define I_{TA} donde R_r es radio del motor, m_r es la masa del motor, m_h es la masa de la hélice y R_h el radio de la hélice. La tabla (5.5) expone los valores de los parámetros que definen las ecuaciones iniciales en los tres ejes.

$$I_{TA} = \frac{1}{2}m_rR_r^2 + \frac{1}{3}m_hR_h^2 \quad (5.5)$$

Parámetros	Valor
M_r	67 gr.
M_0	1202 gr.
m_h	12 gr.
m_r	55 gr.
\hat{d}	22,5 cm.
R	8 cm.
R_r	1,395 cm.
R_h	13 cm
Momentos de Inercia	
I_{xx}	$9,86087 \cdot 10^{-3}$ kg.m ²
I_{yy}	$9,86087 \cdot 10^{-3}$ kg.m ²
I_{zz}	$16,64462 \cdot 10^{-3}$ kg.m ²
I_{TA}	$74,119 \cdot 10^{-6}$ kg.m ²

Tabla 5.5 Parámetros de las ecuaciones de inercia. Elaboración propia.

5.2.2 Ensayos de medición

Para la obtención de los parámetros de sustentación y arrastre se empleó un banco de medición, este consiste en una estructura montada básicamente con elementos de Makeblock³ en forma de balancín, fijada a una base de madera. A un extremo del brazo se instaló el motor a medir con su respectiva hélice, conectado a uno de los controladores de velocidad, y este a su vez al microcontrolador Arduino Uno⁴. Esta plataforma cuenta con un programa realizado en su propio entorno de programación y controlado desde una interfaz física en *protoboard*. Simultáneamente, debajo de las aspas del motor, se fijó un micrófono estéreo multimedia para la medición de velocidad angular. Dicho micrófono está conectado a un myDAQ de la National Instruments, que es una tarjeta de adquisición de datos portátil, de manera a transformar la lectura de la señal analógica a digital. Al extremo opuesto del brazo, se ubica una balanza digital que nos proporcione la lectura de la fuerza de empuje en gramos. De manera a reducir el tiempo de ejecución de las pruebas se admite que los motores son idénticos.

³ Makeblock: kits o plataforma de construcción, utilizado generalmente para fines robóticos.

⁴ Arduino Uno: microcontrolador basado en el ATmega328P.

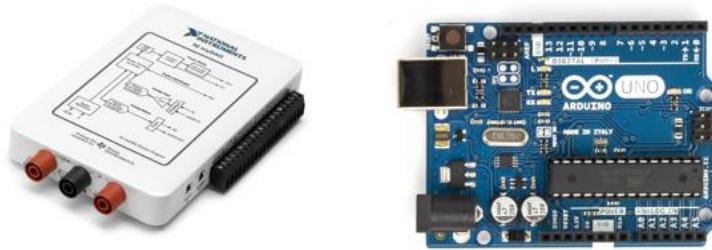


Figura 5.22 Izquierda: NI *myDAQ*. Obtenido de (STULOGY, s.f.). Derecha: Plataforma Arduino Uno. Obtenido de (Openhacks, s.f.).

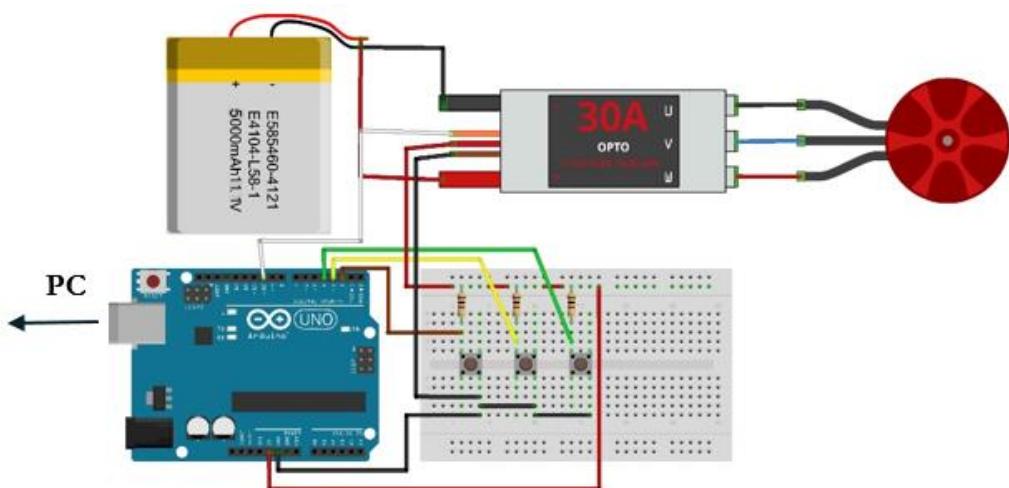


Figura 5.23 Diseño electrónico del ensayo de medición. Elaboración propia.

Antes de la ejecución de las pruebas se efectuó la programación de cada uno de los controladores de velocidad, estableciendo el rango mínimo y máximo de velocidad, y los siguientes modos:

- *Brake Sitting*: el freno de hélice, si no está activado la hélice continúa girando (Activado/Desactivado).
- *Battery Type*: el tipo de batería (LiPo/NiMH).
- *Cutoff Mode*: le indica el comportamiento a tomar en caso de batería baja (Soft-Cut/Cut-Off).
- *Cutoff Threshold*: le indica el nivel mínimo de batería (Baja/Media/Alta).
- *Start Mode*: es el modo de arranque (Normal/Suave/Muy Suave).

- *Timing*: tiene que ver con la frecuencia que controla el motor (Baja/Media/Alta).

Una vez programados los controladores de velocidad y armado los esquemas de la figura 5.23, se adquieren los siguientes parámetros:

a. Velocidad Angular (ω).

La velocidad angular es imprescindible porque de ella dependen los factores de suspensión y arrastre. Se realizaron pruebas de “Estado estacionario”, excitando el motor *brushless* con valores constantes de señal para luego medir la velocidad rotacional de las hélices. Mediante un micrófono estéreo se detectó el paso de las aspas en rotación a través del NI *myDAQ*, fijada por el brazo del balancín y debajo de la hélice (Schermuk, 2012). La interfaz entre esta tarjeta y la PC fue el entorno de desarrollo *LabVIEW*⁵.

En la figura 5.24 podemos contemplar la ecuación que relaciona la rotación con el PWM en μS obtenida por el método de los mínimos cuadrados. Despejando se obtiene que:

$$PWM_n = 1.31 \Omega_n + 901 \quad (5.6)$$

Donde n=1,2,3,4.

El PWM está programado para funcionar en la zona lineal, con un ancho de 1050us a 1990us y una frecuencia de 400 Hz. Dentro de su rango de operación se observa una zona muerta inicial hasta el 7% y el comienzo de una no linealidad en el 82% de la modulación de pulso.

⁵ *LabVIEW*: es una plataforma y entorno de desarrollo para diseñar sistemas, con un lenguaje de programación gráfico.

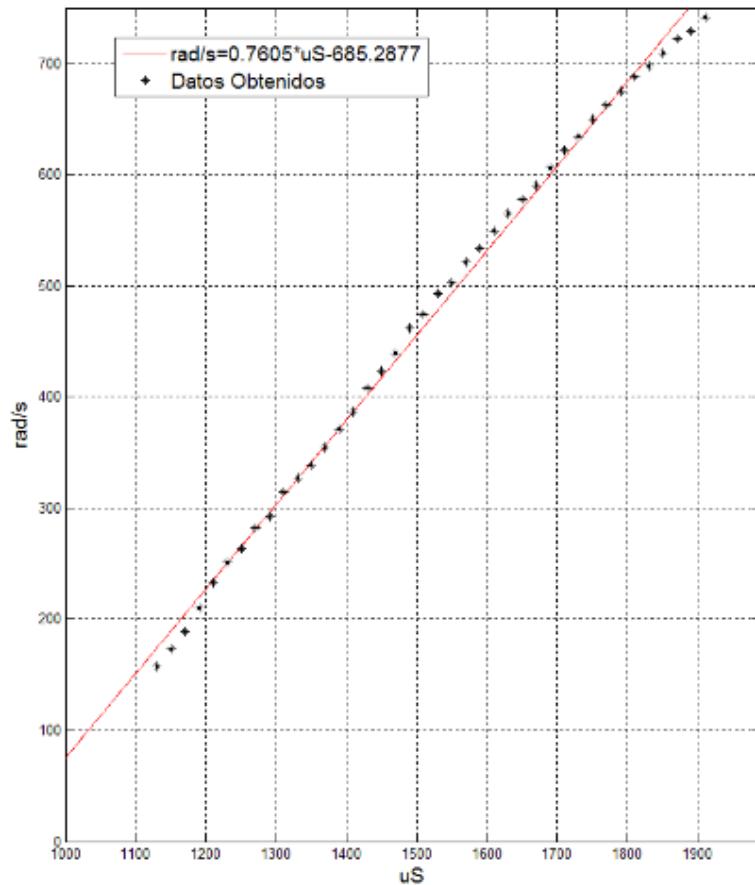


Figura 5.24 Comparación de la curva de rotación medida y su ajuste aproximado. Elaboración propia.

b. Factor de sustentación (b).

Se define empuje al resultado de incitar el aire hacia la dirección en el eje Z cuando giran los motores junto con las hélices. El factor de sustentación puede ser difícil de deducir si se desconoce los perfiles aerodinámicos de las hélices, por lo que a veces es necesario recurrir a los bancos de pruebas (Schermuk, 2012). Dicho factor se encuentra en función de la fuerza de suspensión ejercida por las hélices en rotación y el cuadrado de la velocidad angular de los motores, estas variables fueron tomadas a partir de un ensayo de medición, cuya estructura se encuentra conformada por un brazo de 32 centímetros apoyada en su punto medio por una barra cilíndrica de metal, de manera que el brazo tenga libertad de movimiento para rotar alrededor de su centro de masa. En la estructura, el motor junto con la hélice ejerce empuje hacia arriba, esta fuerza se transmite por el brazo del balancín hasta el otro extremo en donde se produce una fuerza de sentido contrario, haciendo uso de una balanza digital la fuerza es medida en peso (Figura

5.25). Aunque el tipo de balanza empleada en el ensayo no es exacta, fue posible estimar los valores de fuerza en los distintos niveles de velocidad.

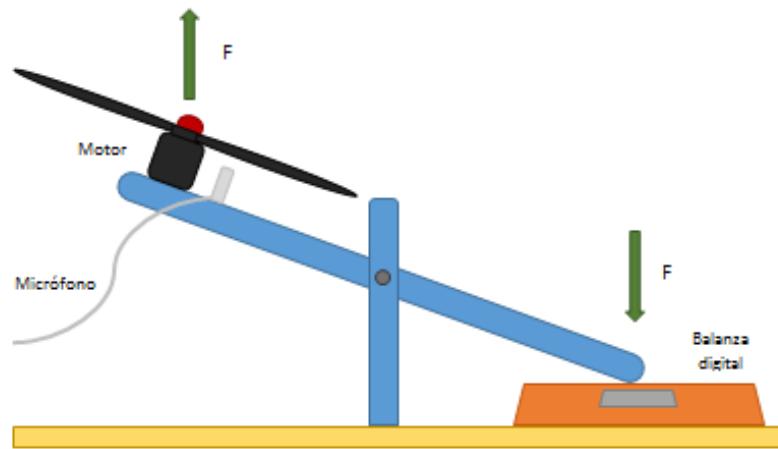


Figura 5.25 Ensayo de medición de la fuerza de sustentación. Elaboración propia.

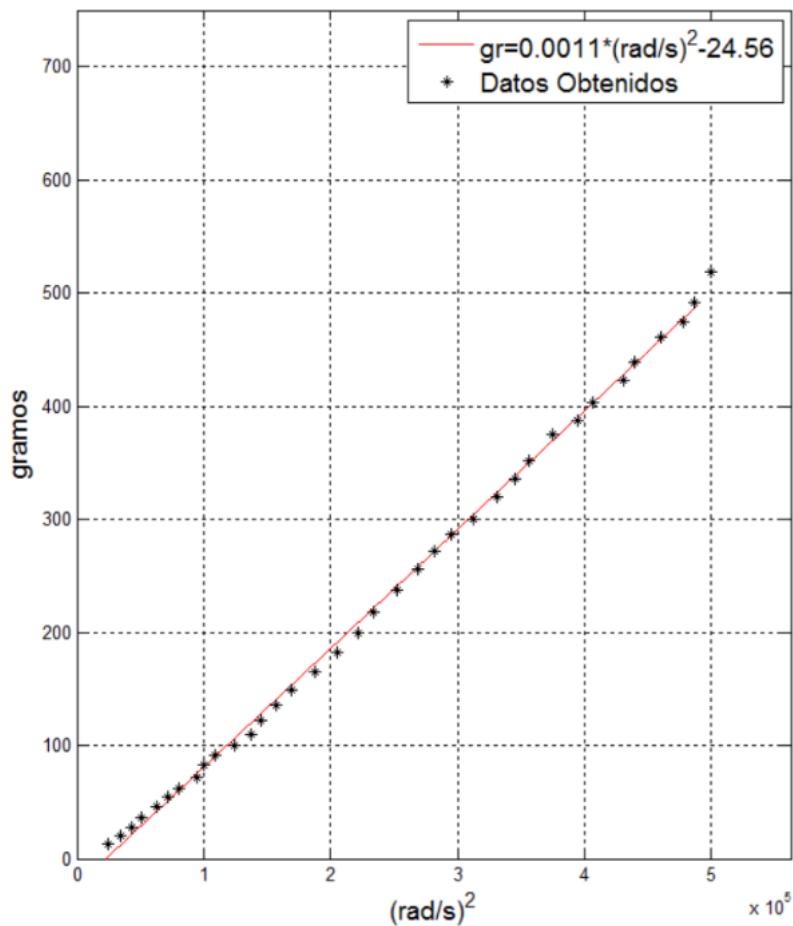


Figura 5.26 Comparación de la curva de fuerza medida y su ajuste aproximado. Elaboración propia.

En la figura 5.26 es posible contemplar la ecuación obtenida al interpolar los datos obtenidos del banco de pruebas por el método de los mínimos cuadrados para un polinomio de grado 1, de esta ecuación podemos deducir que el factor de arrastre es la pendiente de la misma y convirtiendo el valor de gramos a Newton se obtiene lo siguiente:

$$b = 12,76 * 10^{-6} \frac{N}{\left(\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)^2}$$

c. Factor de arrastre (d).

El factor de arrastre o par de arrastre es el efecto causado por el flujo de aire cuando se genera fricción sobre las aspas del cuadricóptero (Schermuk, 2012). Para su medición se recurrió a la misma estructura utilizada para obtener el factor de sustentación, con la diferencia que el motor y la hélice fueron puestos a 90° del brazo del balancín, es decir de forma perpendicular (Figura 5.27). Al girar el motor se produce un torque en la estructura que a su vez genera un torque de sentido contrario en el extremo opuesto. Con ayuda de la balanza digital se registra la fuerza de acuerdo a la variación de la velocidad angular medida mediante el micrófono.

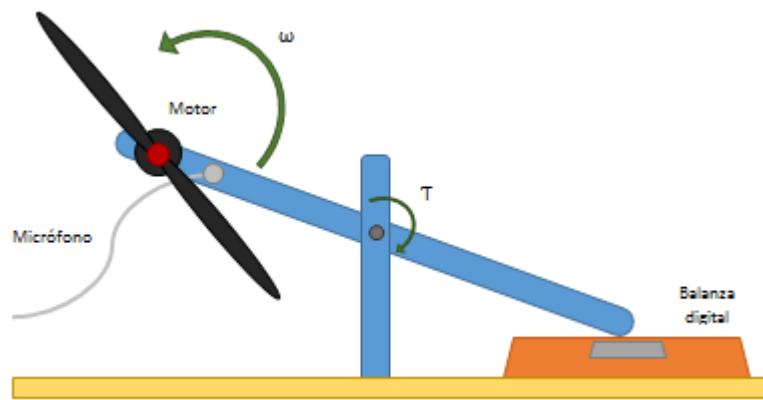


Figura 5.27 Ensayo de medición de la fuerza de arrastre. Elaboración propia.

Así como en la ilustración anterior, el factor de arrastre es la pendiente de la ecuación lineal obtenida a través del método de los mínimos cuadrados para un

polinomio de grado 1 (Figura 5.28). Tanto el factor de sustentación como el factor de arrastre se obtuvieron mediante la función *polyfit* de *MATLAB*.

$$d = 1,07 \times 10^{-6} \frac{N \cdot m}{\left(\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)^2}$$

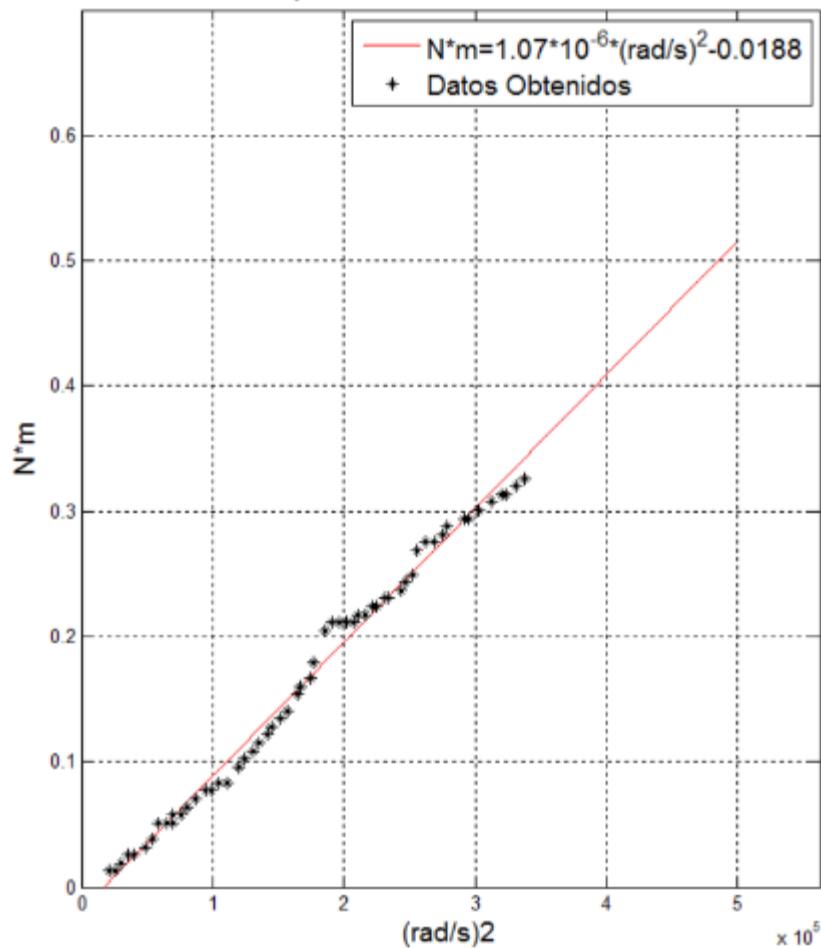


Figura 5.28 Comparación de la curva del torque medido y su ajuste aproximado. Elaboración propia.

6. CALIBRACIÓN DE SENSORES

6.1 CALIBRACIÓN DEL MAGNETÓMETRO

Los sensores de campo magnético son susceptibles a perturbaciones producidas por campos externos debido a los minerales en torno a la tierra y los componentes electrónicos que rodean al sensor. En consecuencia existe la necesidad de realizar ajustes de manera a rechazar estas perturbaciones. Existen dos tipos de error de gran importancia dentro de estos sensores: Error por Hierro Duro y Error por Hierro Dulce (Madgwick, AHRS algorithms and calibration solutions to facilitate new applications using low-cost MEMS, 2014). Téngase en cuenta que al encontrarse el magnetómetro en las distintas direcciones se consiguen distintos valores en los ejes, la gráfica formada por dichos valores idealmente debe corresponder a la de una esfera.

6.1.1 Error por Hierro Duro

Se refiere a las perturbaciones constantes causadas por algunos materiales generadores de un campo magnético y que producen la desviación de las lecturas del campo magnético de la tierra. Ej.: Metales imantados.

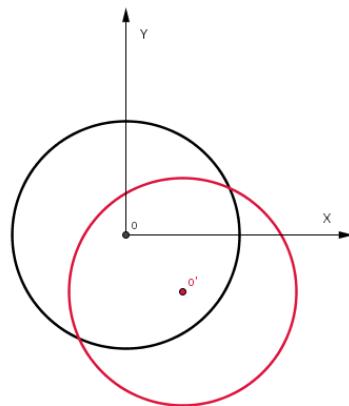


Figura 6.1 Efecto del Error por Hierro Duro. Elaboración propia.

6.1.2 Error por Hierro Suave

Se refiere a los materiales que no producen campo magnético pero generan una distorsión en las mediciones hechas por el magnetómetro. Ej.: Tornillos metálicos.

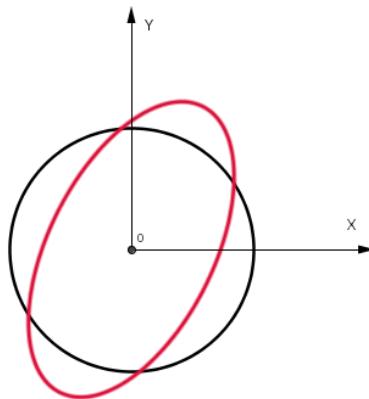


Figura 6.2 Efecto del Error por Hierro Suave. Elaboración propia.

A causa de los errores, los valores dados por el magnetómetro ya no concuerdan con la ecuación de una esfera sino es semejante a un elipsoide, por ello utilizando el algoritmo brindado por Yuri Petrov se ajustan los valores medidos de manera a aproximarlos a la ecuación de dicho elipsoide.

Utilizando la herramienta de *MATLAB* obtenemos de ello el centro del elipsoide c con relación al origen, los semiejes principales (r_x, r_y, r_z) , y la matriz de rotación R del elipsoide. Con estos datos es posible obtener la matriz de hierro suave S , y la desviación por hierro duro h .

$$S = R * \begin{pmatrix} \frac{1}{r_x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{r_y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{r_z} \end{pmatrix} * R^T \quad (6.1)$$

$$h = S * c \quad (6.2)$$

$$m_{cal} = S * m_{nocal} - h \quad (6.3)$$

Donde m_{cal} es el vector que contiene los valores calibrados del magnetómetro y m_{nocal} los valores no calibrados (Madgwick, AHRS algorithms and calibration solutions to facilitate new applications using low-cost MEMS, 2014).

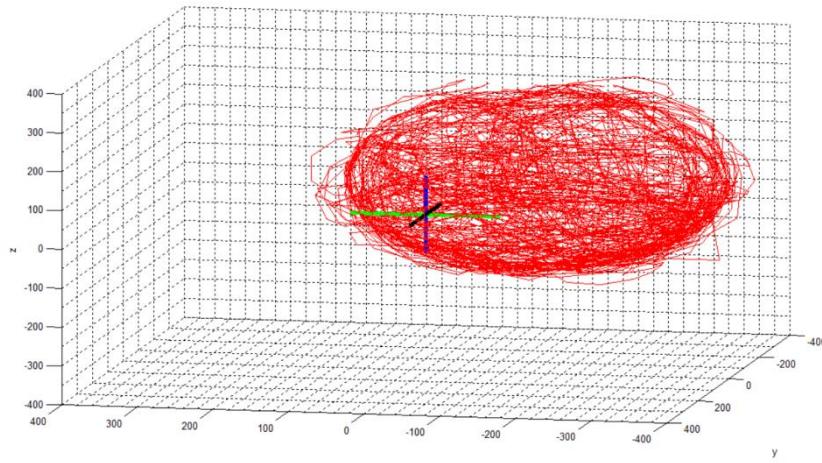


Figura 6.3 Resultado de los valores no calibrados del magnetómetro. Elaboración propia.

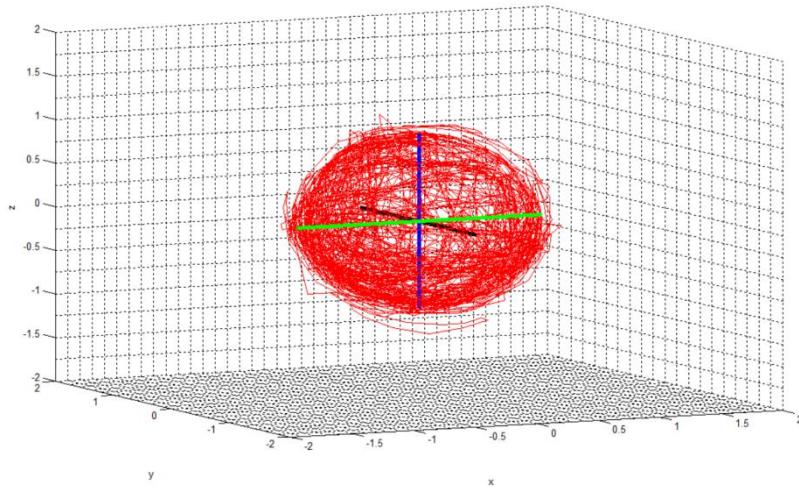


Figura 6.4 Resultado de los valores calibrados del magnetómetro. Elaboración propia.

Es importante aclarar que en este proyecto solo se considera la dirección del campo magnético. Por esta razón, la esfera que representa los valores calibrados es unitaria y carece de unidad de medida.

6.2 CALIBRACIÓN DEL ACELERÓMETRO

El acelerómetro puede sufrir de desviaciones en la medición de sus valores debido a estrés mecánico, cambios de temperatura, etc. Para corregirlos se utiliza el algoritmo del Ing Luis Ródenas que colocando el sensor en una posición totalmente horizontal busca el valor máximo de 1g en LSB para la medición en el eje Z y un valor mínimo de 0g para las mediciones en los ejes X e Y.

Esto se obtiene mediante el promedio de 100 mediciones, se restan con los valores deseados y posteriormente se repite el ciclo hasta que los valores obtenidos en los tres ejes no sobrepasen un umbral.

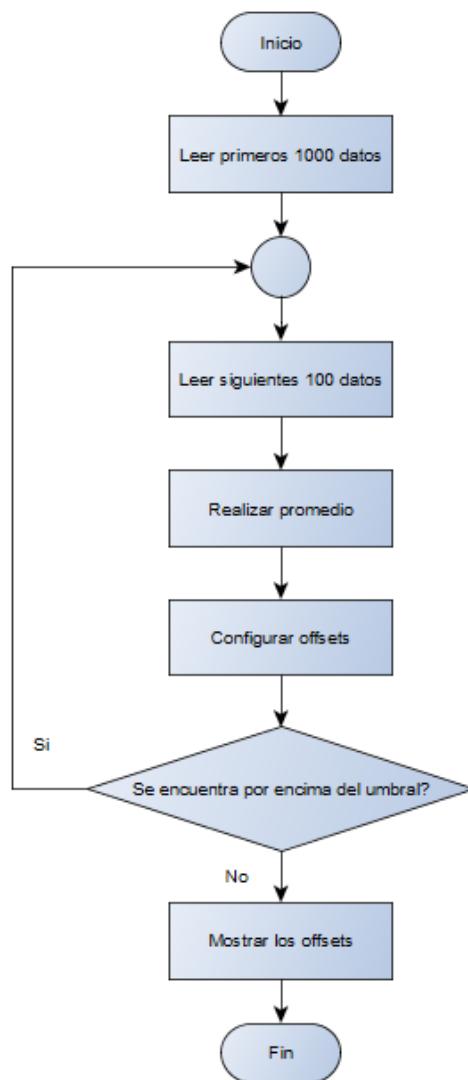


Figura 6.5 Diagrama de flujo del algoritmo de calibración del acelerómetro y giroscopio.
Elaboración propia.

6.3 CALIBRACIÓN DEL GIROSCOPIO

El giroscopio involucra dos ocasiones de calibración. La primera se da al calibrar el acelerómetro siguiendo el mismo procedimiento. El segundo consiste en una calibración dentro del microcontrolador nuevamente antes de cada vuelo debido a los errores del giroscopio por cambios de temperatura. En ambos sensores se efectúa la ecuación (6.4), donde V_{cal} es el valor calibrado, V_{nocal} es el valor no calibrado y V_{offset} es el valor del offset.

$$V_{cal} = V_{nocal} - V_{offset} \quad (6.4)$$

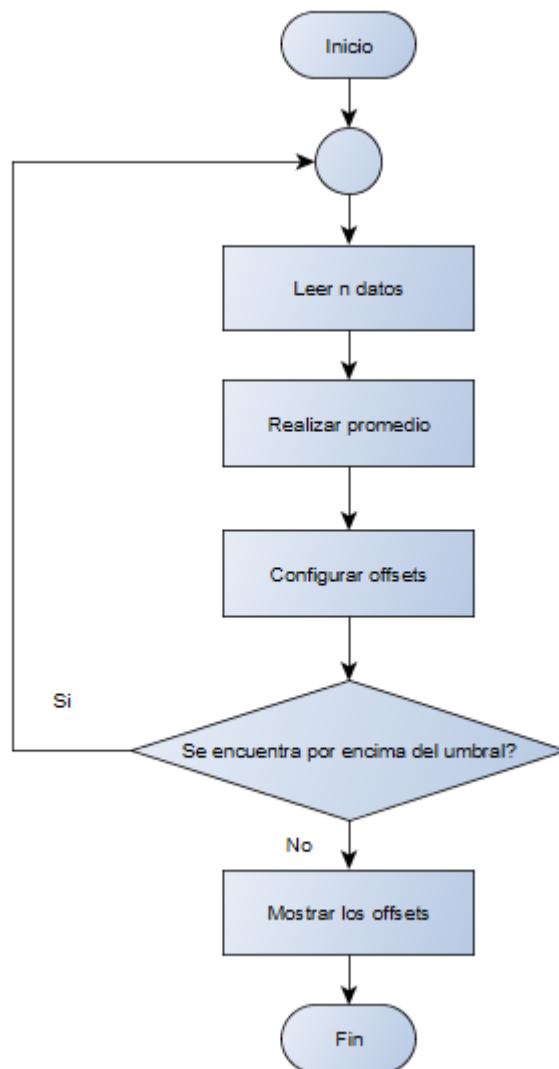


Figura 6.6 Diagrama de flujo del algoritmo de calibración del giroscopio ejecutada antes de cada vuelo. Elaboración propia.

7. SIMULACIÓN E IMPLEMENTACIÓN DEL CONTROL

En el presente capítulo se muestran las simulaciones del sistema realizadas con el software *MATLAB*. Las mismas se realizaron con el propósito de servir como herramienta para ajustar debidamente los parámetros de los controladores y proporcionar referencias para contrastar con los resultados de las primeras pruebas de vuelo.

7.1 SUBFUNCIONES DEL SIMULADOR

Con el fin de simular correctamente los controladores elaborados se desarrollaron las siguientes subfunciones basados en el algoritmo de Muhamad Ai-Omari (Ai-Omari, 2013).

- *All_Variables*: función que carga todas los parámetros iniciales del cuadricóptero.
- *Motor_Speed*: función que computa la velocidad de rotación de las hélices según la ecuación obtenida en el control.
- *Z_meas e IMU*: funciones que representan a los sensores con los errores en distribución normal que los caracterizan.
- *Forces*: función que computa las fuerzas que se producen en el cuadricóptero según la ecuación en el modelado.
- *quadmodel*: función que computa toda la dinámica del cuadricóptero según la ecuación hibrida en el modelado.
- *quaternion_calc*: función que convierte los ángulos roll, pitch y yaw obtenidos en *c_dinamica* a un cuaternión, esto es necesario pues la dinámica se modela según matrices de rotación pero la estimación de la orientación dentro del cuadricóptero se hace con cuaterniones.
- *quaterniondes_calc*: función que convierte los valores de roll, pitch y yaw deseados a un cuaternión deseado según la ecuación de control.

- *In_quaternion*: función que representa el doble control CAS+SAS hecho en el cuaternión según lo establecido en el capítulo de control.
- *PID_Altura*: función que representa el doble control CAS+SAS en el control de la altura según lo establecido en el capítulo de control.

7.2 DIAGRAMA DE FLUJO DEL ALGORITMO DE SIMULACIÓN ELABORADO EN MATLAB

El algoritmo inicia cargando las variables iniciales del sistema físico (masa, inercia, factor de arrastre, radio de la estructura, etc.), especificando también el tiempo máximo y paso del mismo en el cual se desarrollara la simulación. Se considera también un tiempo de acción t_{accion} que son los segundos en donde se ejecutaran acciones que modificaran los valores de referencia o se insertaran perturbaciones en forma de escalón unitario en las distintas variables controladas del sistema, luego se hace una simulación de la lectura de sensores dentro del cuadricóptero sometiéndolos a ruidos de distribución normal de manera a realizar una simulación más realística.

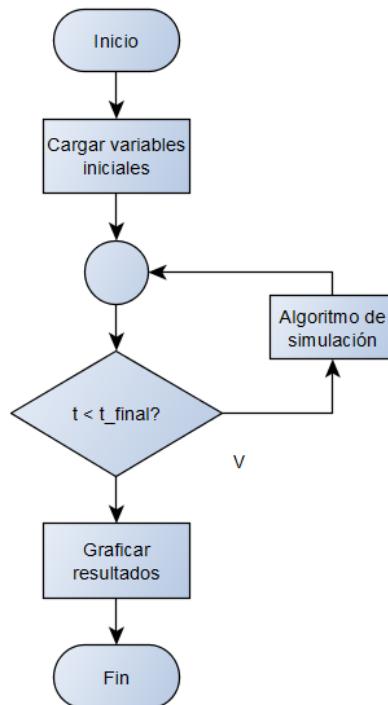


Figura 7.1 Diagrama de flujo del bucle de simulación. Elaboración propia.

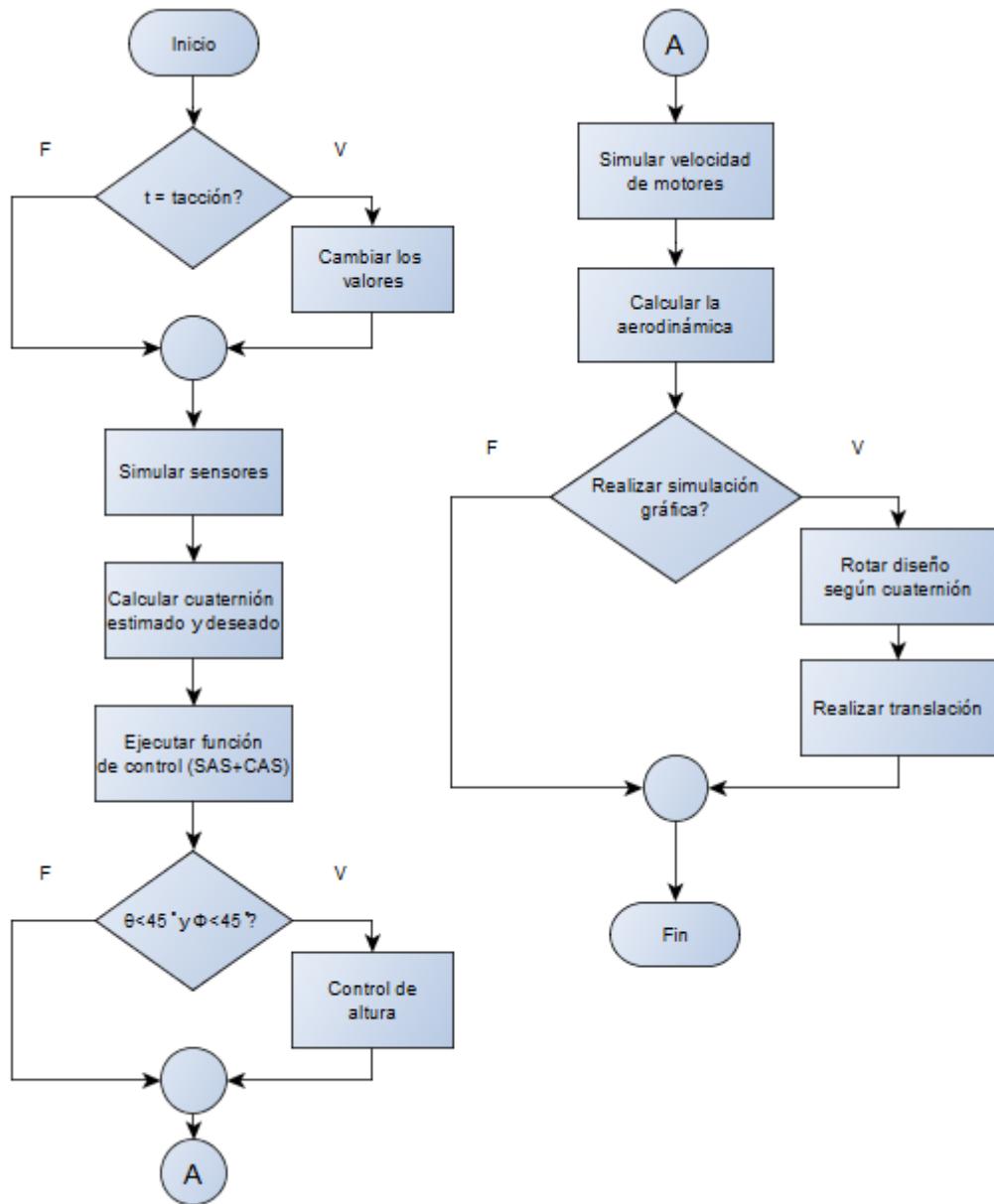


Figura 7.2 Diagrama de flujo del algoritmo de simulación. Elaboración propia.

Como el simulado se hace en base al modelado previamente elaborado en el capítulo 3, es necesario pasar las variables a un cuaternion de rotación para ello se utiliza la fórmula (4.6) del capítulo 4; de la misma manera se hace para el cuaternion deseado en base a los valores de referencia, fórmula (4.4) . Posteriormente, se ejecutan las funciones de control de actitud y altura, teniendo especial cuidado con la inclinación del dron en el control de altura.

Para terminar se simulan los valores de fuerza, velocidad de motor y aerodinámica del cuadricóptero, ecuación (3.39). Una vez que se obtengan los datos recién mencionados se realiza una simulación gráfica si el usuario así lo desea; en caso que no sea así, se realiza todo el procedimiento nuevamente hasta terminar el tiempo de simulación, graficando al final los resultados como se mostrara en la sección 4 de este capítulo.

7.3 SIMULACIÓN VISUAL DEL CUADRICÓPTERO

Para visualizar la simulación se utilizó la función *patch* para diseñar el cuadricóptero, a continuación se tomó la función *drawnow* para graficarlo en la simulación, junto con la función *plot_quat_3D* que rotaba el diseño del cuadricóptero elaborado por el Ing. Muhannad (Ai-Omari, 2013) según el cuaternion obtenido.

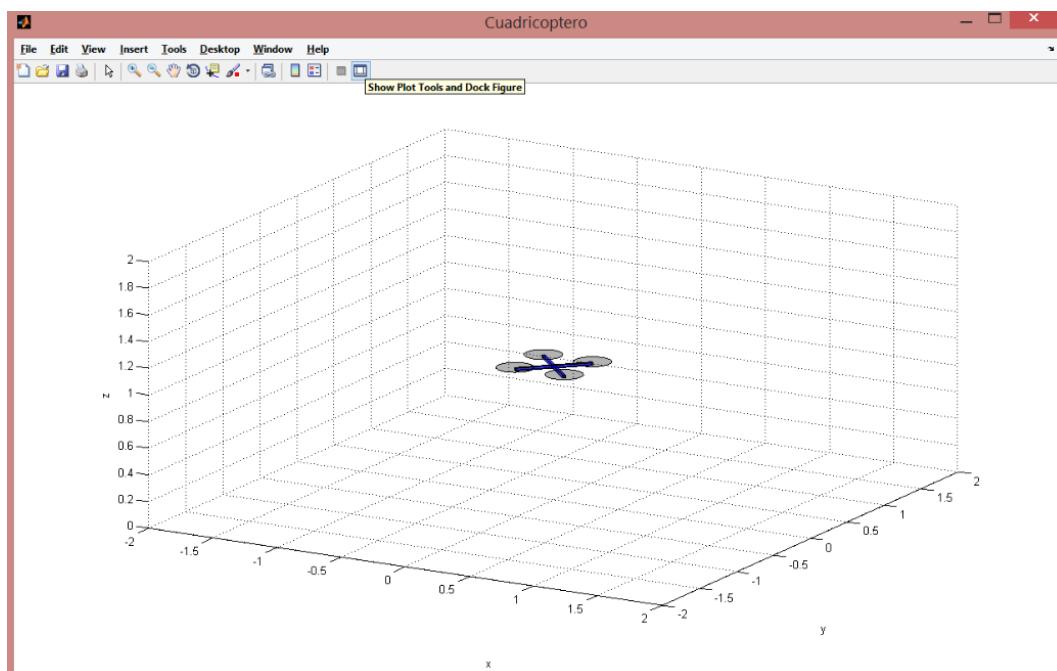


Figura 7.3 Simulación en el entorno de *MATLAB*. Elaboración propia.

7.4 RESULTADOS DE LOS CONTROLADORES SEGÚN SIMULACIÓN

Se estableció una función escalón con valor de referencia de 15 grados y se procedió a realizar dos simulaciones; una sin ningún tipo de ruido en los sensores,

es decir, asumiendo que los sensores son ideales. En ella los resultados muestran un sobre pico casi inexistente y un tiempo de subida de unos 0.89 segundos. Y otra con ruidos de distribución normal del 5% del valor sacado por los sensores y se obtuvo una desviación estándar de 0.43 grados en el roll, 0.49 grados en el yaw y 0.54 grados en el pitch, los valores de sobrepico y tiempo de subida se mantienen.

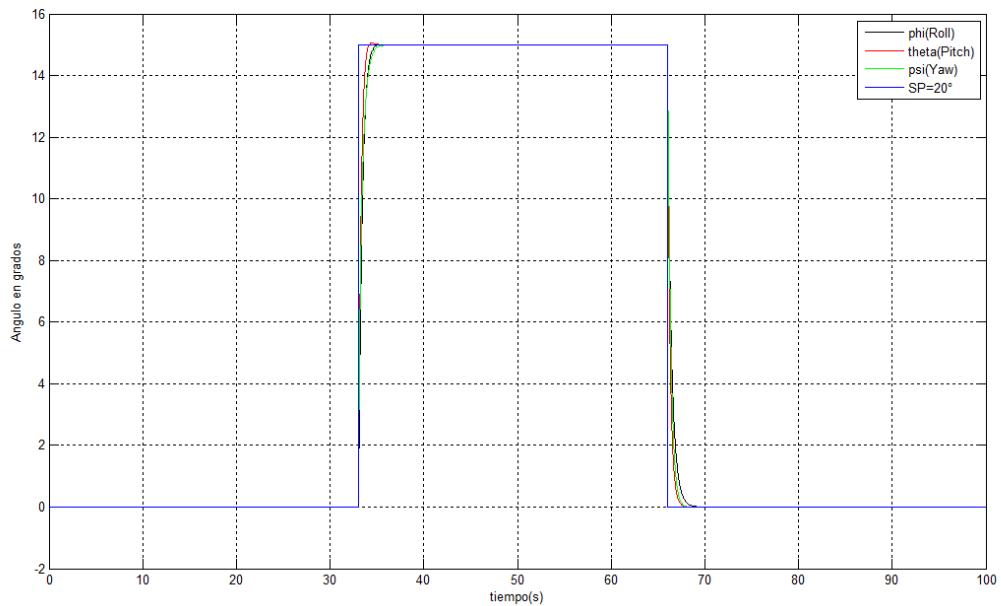


Figura 7.4 Gráfico de la respuesta a un escalón de los ángulos Yaw, Pitch, y Roll sin ruido.
Elaboración propia.

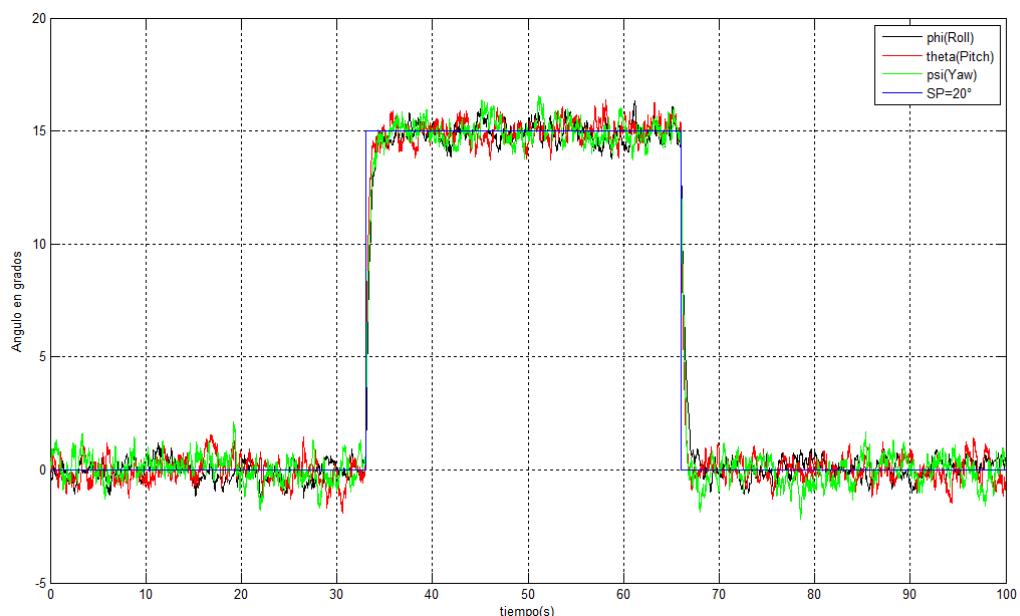


Figura 7.5 Gráfico de la respuesta a un escalón de los ángulos Yaw, Pitch y Roll con ruido del 5% de distribución normal. Elaboración propia.

También se realizó lo mismo con el control de altura del cuadricóptero haciendo ambas simulaciones con un valor de referencia $SP = 2\text{mts}$, una sin ruido donde se obtuvo un tiempo de subida de 2.5 con sobrepico menor al 10% y otra con un ruido de distribución normal del 10% del valor real que produjo una desviación estándar de 0.022mts.

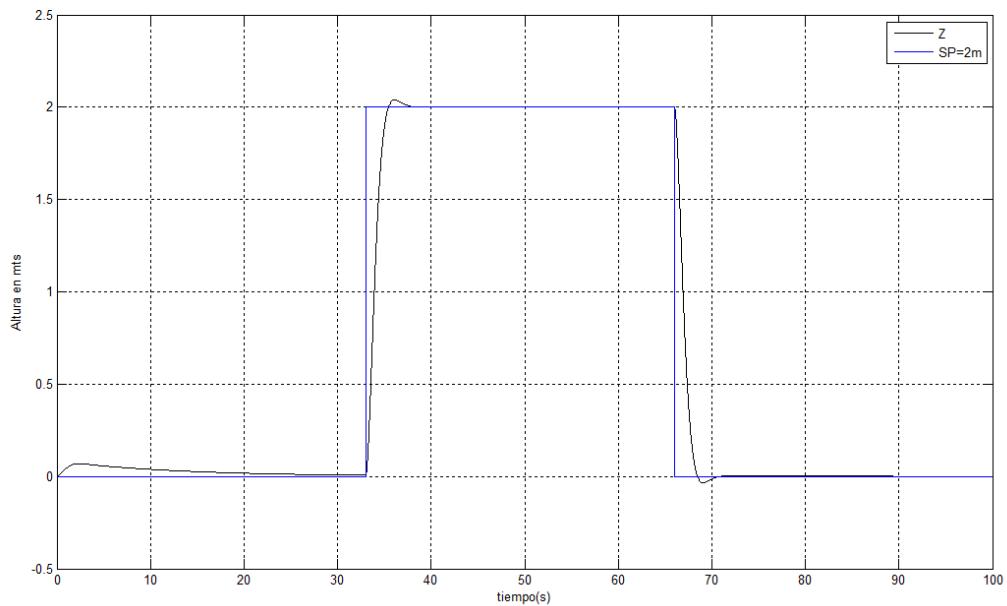


Figura 7.6 Gráfico de la respuesta a un escalón de la altura sin ruido. Elaboración propia.

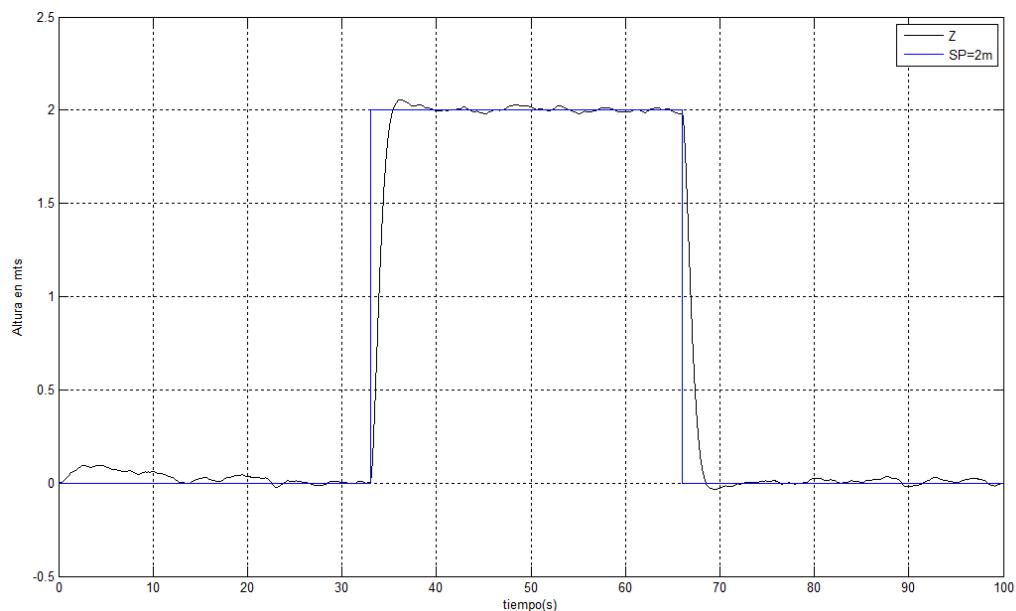


Figura 7.7 Gráfico de la respuesta a un escalón de la altura con ruido de distribución normal del 10%. Elaboración propia.

8. ESTACIÓN TERRESTRE

El monitoreo del VANT y la manipulación de ciertos parámetros es una necesidad que no puede ser ignorada durante los vuelos. El diseño e implementación de una estación terrestre permite la comunicación entre el piloto y el cuadricóptero aportando seguridad, comodidad y confianza. La interfaz se ha desarrollado a través de *LabVIEW*, el cual es un entorno de programación gráfico que permite crear aplicaciones con interfaz de usuario eficientemente. En la figura 8.1 se observa el trabajo culminado:



Figura 8.1 Panel frontal de la estación terrestre. Elaboración propia.

8.1 DISEÑO DE LA INTERFAZ

La interfaz puede ser dividida en dos secciones, un área de visualización correspondiente a la transmisión de video, valores de la actitud, altura e indicador de estado del GPS; y por otro lado, un área de modificación de parámetros tanto para las propiedades de la cámara como para las propiedades del puerto serial. La transmisión de video, mencionada en la sección 5.1.8, permite visualizar el entorno a inspeccionar desde el sistema del vehículo 3 encontrándose el piloto en el sistema inercial. El indicador de actitud muestra la orientación del cuadricóptero respecto a un horizonte artificial y proporciona los valores de los ángulos roll, pitch y yaw en

cajas de textos independientes, la interfaz del indicador fue realizada por el Ing. Milan R. junto con otros ingenieros en software en los foros de la comunidad de National Instrument (R., 2013). El indicador de altitud exhibe la elevación del cuadricóptero tomando como referencia o punto de origen el nivel del suelo de su posición de despegue. La altura se puede leer mediante la combinación de tres indicadores con tres unidades de medida diferentes que indica la altura en unidades de 1, 10 y 50 metros. Y por último el indicador del estado del GPS que informa al usuario si se estableció correctamente la conexión satelital.

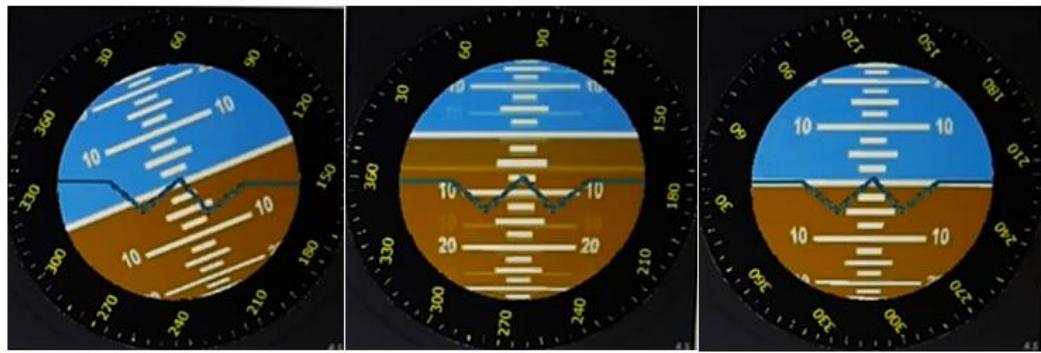


Figura 8.2 Indicador de actitud. De izquierda a derecha: Roll, Pitch y Yaw. Elaboración propia.

8.2 DISEÑO DEL ALGORITMO GRÁFICO

El código fuente se divide en dos secciones independientes, la primera corresponde a los datos recibidos por el módulo XBee y la segunda concierne a la transmisión de video. La figura 8.3 exhibe la programación realizada para los VI (*Virtual Instruments*) de actitud y altitud.

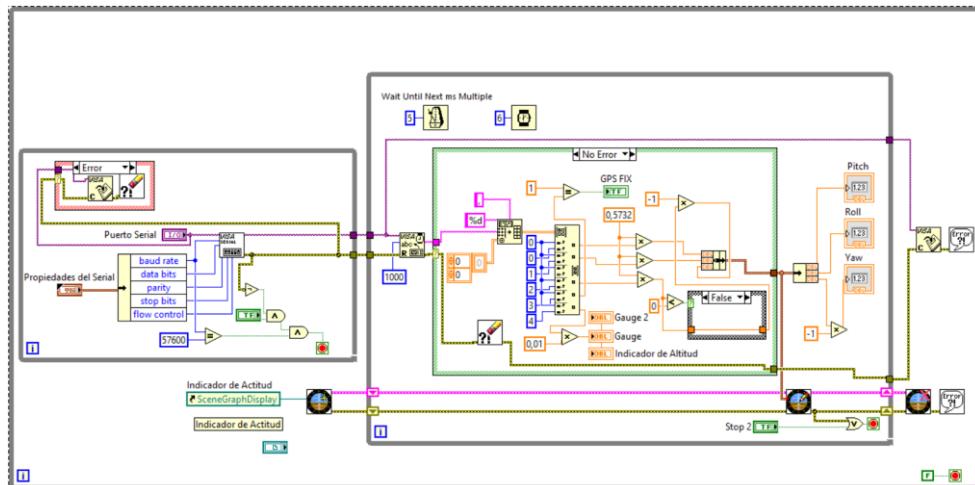


Figura 8.3 Código fuente de los VI de actitud y altitud. Elaboración propia.

Inicialmente se obtienen los datos del módulo inalámbrico por medio del puerto serial, este bloque (Figura 8.4) se encarga de realizar la conexión entre la pc y el Xbee donde se configuran los datos del puerto a través del panel frontal y debido a que los datos provenientes del cuadricóptero se transmiten a una tasa de baudios de 57600 se predetermino ese valor para realizar la conexión, también se creó un sub-bloque que se encarga de cerrar el puerto serial en caso de una conexión errónea para volver a intentar nuevamente.

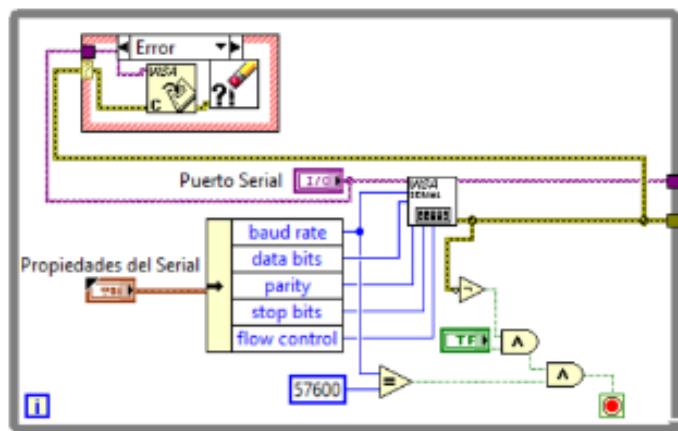


Figura 8.4 Código fuente del puerto serial. Elaboración propia.

Una vez que no se tenga ningún error de conexión y se configure correctamente el puerto serial se procede al siguiente bloque (Figura 8.5), que se encarga de leer los datos recibidos en el puerto serial, el mismo consta además de un sub-bloque que convierte estos datos crudos en bits a datos de tipo *string*, los cuales son separados mediante otro sub-bloque que los convierte a un formato matricial. Finalmente se separan los datos de la matriz para ser interpretados por el ordenador y mostrados luego en la interfaz gráfica. En caso de que no se reciban los datos correctamente se procede a poner en cero los valores en la interfaz gráfica hasta que se reciban correctamente los datos (Figura 8.6).

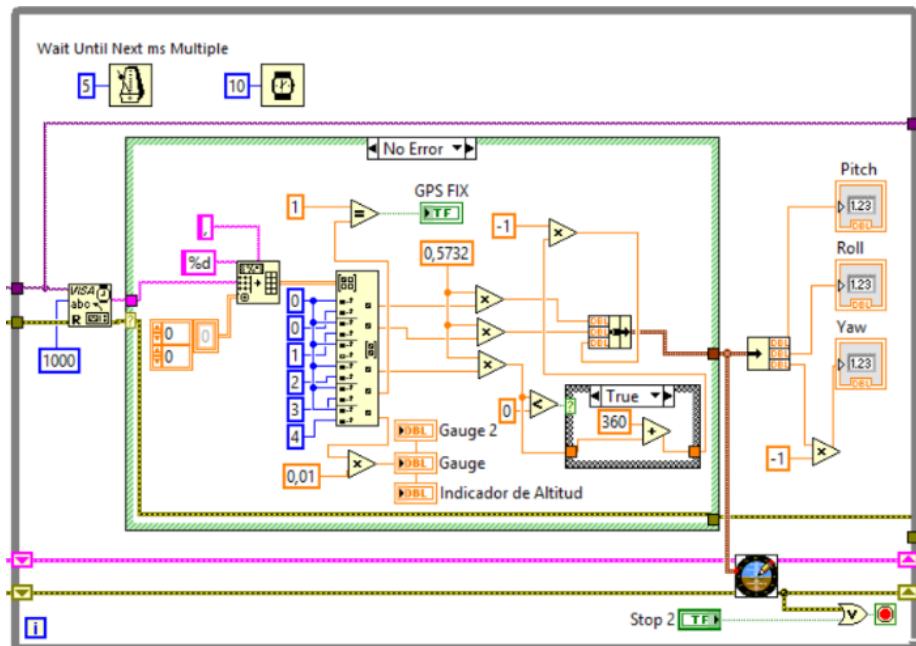


Figura 8.5 Código fuente de los datos sin error. Elaboración propia.

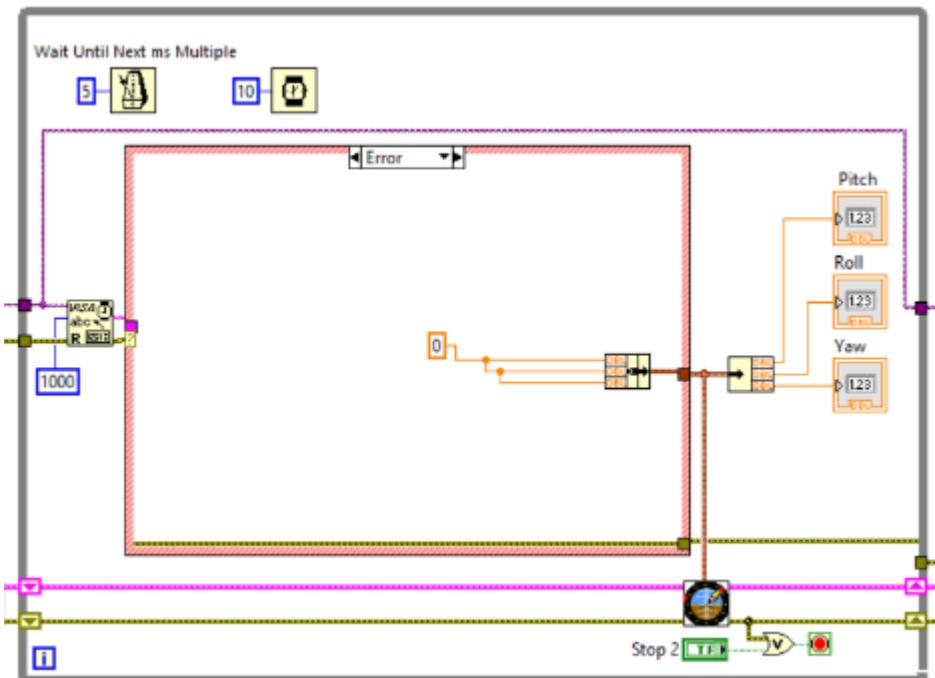


Figura 8.6 Código fuente de los datos con error. Elaboración propia.

Por último en la figura 8.7 se establece la conexión con el transmisor de la cámara con la herramienta *Vision Acquisition* del software *LabVIEW* que toma los datos del conversor analógico-digital que se conecta al transmisor y los convierte en imágenes que se muestran cada cierto tiempo (*FPS*) (*Frames per second*).

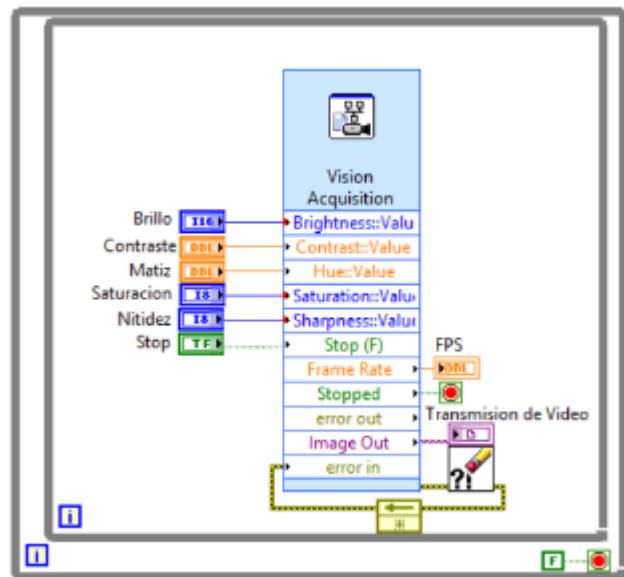


Figura 8.7 Código fuente de la transmisión de video. Elaboración propia.

9. RESULTADOS EXPERIMENTALES

Una vez concluidas todas las simulaciones se procedió a ejecutar las pruebas reales, realizadas en el campo de la Universidad Católica con sede en Hernandarias. En la figura 9.1 el cuadricóptero se encuentra en el modo de vuelo estacionario a una altura deseada de 2.8mts, los datos de la estimación de la actitud obtenidos del DMP se transmitieron a través del módulo Xbee Pro S1 con el protocolo DigiMesh y se graficaron por medio del software *MATLAB* con lo cual se obtuvo la desviación estándar generando así los resultados detallados a continuación.

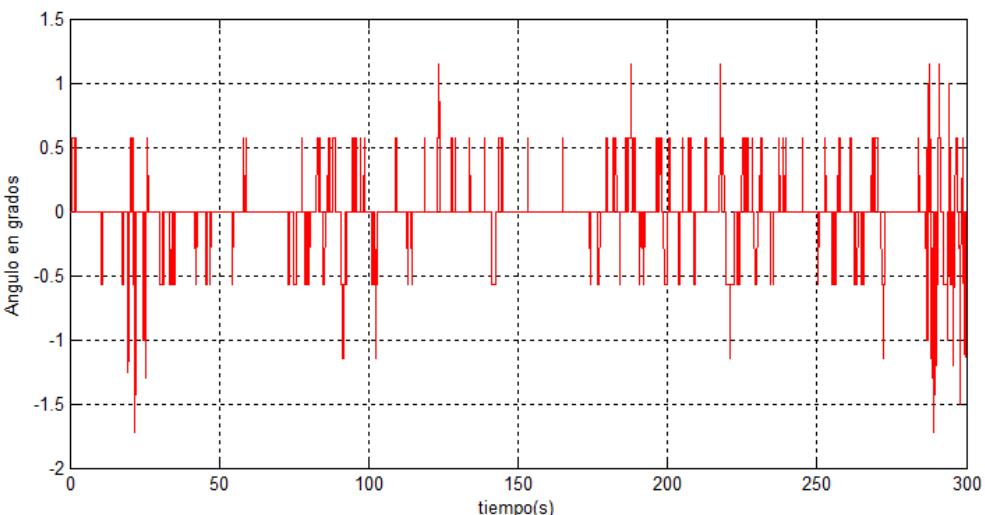
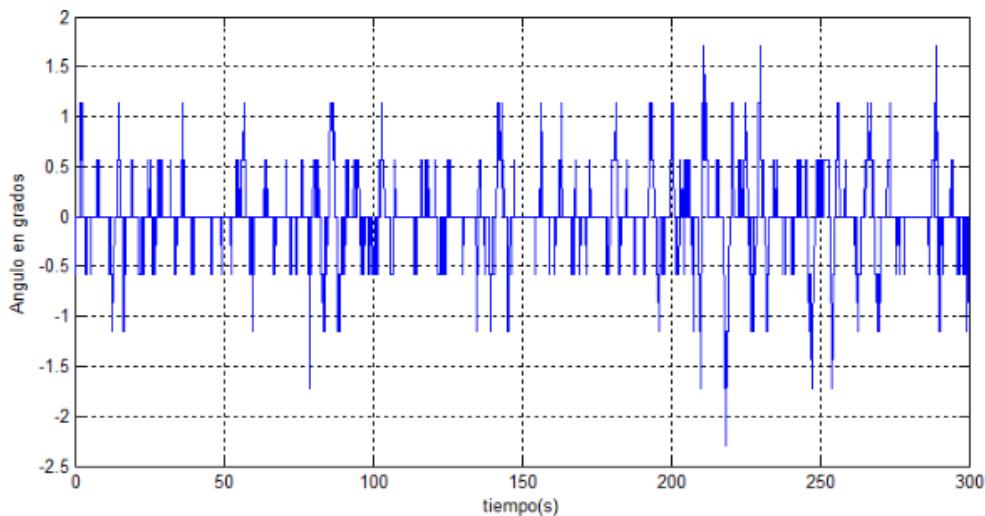


Figura 9.1 Cuadricóptero en vuelo. Elaboración propia.

Se puede observar en las siguientes ilustraciones que la actitud se comporta según lo esperado en el capítulo 7. En la tabla 9.1 se elabora el contraste de las desviaciones estándar con la simulación. Los valores tanto del roll como del pitch son semejantes a los resultados de la simulación, y el valor del yaw difiere principalmente a causa de la perturbación electromagnética que producen los motores al magnetómetro.

	Pruebas simuladas	Pruebas Reales
Roll (grados)	0.43	0.445
Pitch (grados)	0.54	0.4134
Yaw (grados)	0.49	1.59
Altura (metros)	0.02	0.17

Tabla 9.1 Tabla de contraste. Elaboración propia.



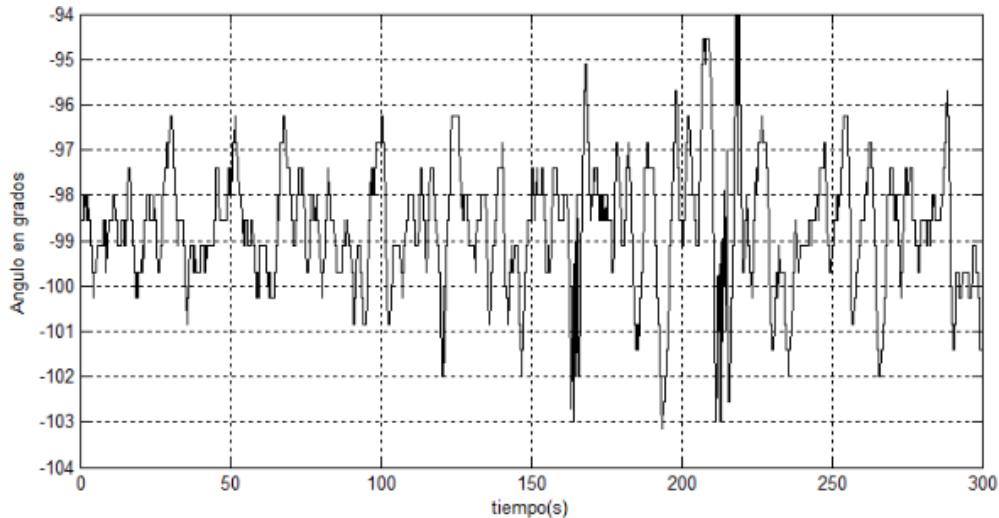


Figura 9.4 Gráfica de la respuesta del control del Yaw. Elaboración propia.

Es decir una variación de un máximo de 2° en el roll, pitch, y 5° en el yaw, resultados bastante semejantes a los obtenidos por el Ing. Alan Kharsansky (Kharsansky, 2013).

En cuanto a la altura se puede observar que las variaciones de presión produce una desviación estándar de 0.17 metros en el vuelo estacionario. Es necesario tener en cuenta el error de la velocidad estimada a través del acelerómetro, lo que aumenta la cantidad de error cometido por el controlador; sin embargo, esta cantidad de error se puede considerar aceptable para realizar tomas aéreas.

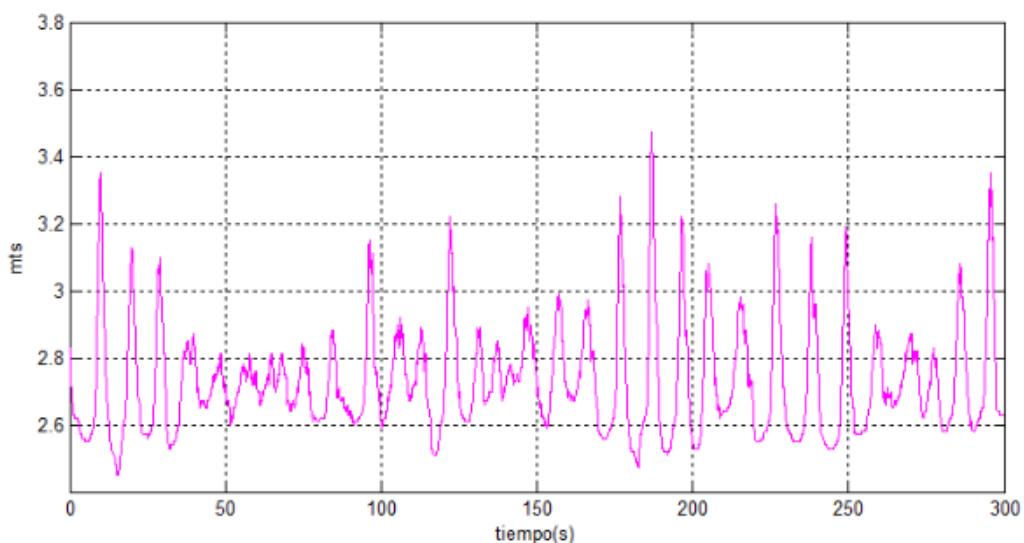


Figura 9.5 Gráfica de la respuesta del control de altura. Elaboración propia.

Luego del contraste, se llevó a cabo la inspección de un transformador de media tensión en una línea eléctrica aérea, no se produjo ningún efecto indeseable a causa del campo electromagnético y las imágenes que se pueden ver a continuación se tomaron sin ningún tipo de inconvenientes.



Figura 9.6 Inspección visual con cuadricóptero vista desde el suelo. Elaboración propia.



Figura 9.7 Inspección visual del cuadricóptero visto desde la cámara principal. Elaboración propia.

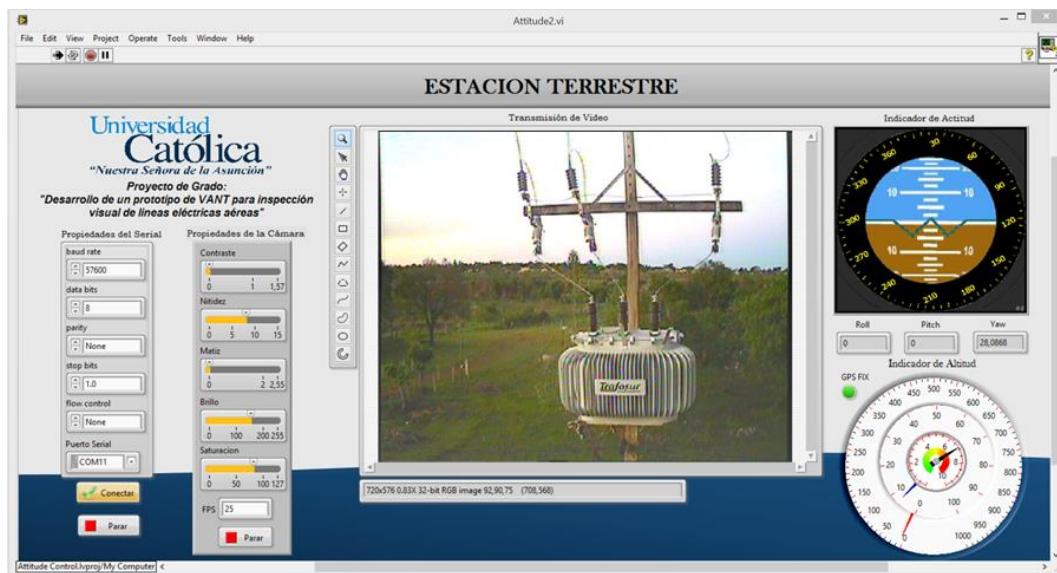


Figura 9.8 Inspección visual con el cuadricóptero vista desde la estación terrestre. Elaboración propia.

Con esto se comprueba la capacidad del cuadricóptero para realizar tomas aéreas, y con ello verificar visualmente los elementos que no se ven desde el suelo.

10. CONCLUSIÓN

El presente trabajo consistió en el diseño, construcción e implementación de un prototipo de VANT para la inspección visual de líneas eléctricas aéreas. Para el propósito se realizó el modelo físico de manera a conocer el funcionamiento de este tipo de aeronaves, este desarrollo matemático se basó en el modelo de Newton-Euler planteado por el Ing. Tommaso Bresciani (Bresciani, 2008) que si bien es aproximado por considerar solamente la inercia en los ejes principales es el que más se aproxima al sistema no lineal real. En cuanto a la estimación de las posiciones angulares se recurrió al álgebra de cuaterniones debido a sus diversos beneficios, (Schermuk, 2012), entre los cuales se resalta el de evitar el bloqueo de ejes.

Obtener un adecuado control de la aeronave conlleva a adquirir los parámetros principales que influyen en dicho control (Factor de arrastre, Factor de sustentación, etc.), se diseñaron y elaboraron bancos de pruebas para el efecto. Ya con todo esto definido se procedió a diseñar el sistema de control de actitud para la aeronave, utilizando un doble control CAS+SAS (Kharsansky, 2013) debido a su amplio uso en los casos comerciales y la robustez que demuestran utilizando un método de control clásico como lo es el PID, con la novedad de que el control es hecho directamente sobre el cuaternion estimado y no sobre los ángulos como tradicionalmente se realizan (Schermuk, 2012). También se le agrego un control de altura aplicando para el efecto un sensor barométrico y un control de posición en 2D utilizando el GPS.

Una vez realizado el control se procede a la simulación desarrollada en el entorno *MATLAB*, considerando el modelado matemático previamente descrito, de manera a escoger correctamente los parámetros para el control PID de los sistemas CAS+SAS y altura. Los parámetros simulados fueron contrastados con los valores reales al ser implementados en el cuadricóptero real, con resultados más que satisfactorios. Se evitó el contraste con el control de posición en 2D pues se llegó a la conclusión de que se necesita una mejor estimación de la posición y velocidad

para obtener resultados aceptables al realizar una inspección automática con el control de posición.

La implementación del algoritmo se realizó de manera directa con el lenguaje C++ y la plataforma Arduino basándonos enteramente en el modelado. A continuación se presenta una lista de librerías abiertas utilizadas en la elaboración del código:

- *I2Cdev.h* creado por Jeff Rowberg (Rowberg, 2015).
- *MPU6050.h* creado por Jeff Rowberg (Rowberg, 2015).
- *HMC5883L.h* creado por Jeff Rowberg (Rowberg, 2015).
- *MS561101BA.h* creado por Fabio Varesano (Varesano, 2011).
- *TinyGPS.h* creado por Mikal Hart (Hart, 2013).
- *SERVO.h* creado por Michael Margolis (Margolis, 2015).
- *MedianFilter.h* creado por Phillip Schmidt. (Schmidt, 2012)
- *FastSerial.h* creado por Michael Smith y Nicholas Zambetti (Smith & Zambetti, 2010).
- *IntegralSmooth.h* creado por Adrien Hadj Salah (Salah, 2015).
- *PinChangeInt.h* creado por la comunidad de Arduino (Arduino, 2015).

Por último se elaboró una estación terrestre en el ambiente *LabVIEW* de manera a poder plasmar los datos de actitud y altura del cuadricóptero en la PC junto con la transmisión de las imágenes obtenidas en la cámara para realizar una correcta inspección aérea.

Con todo esto junto se procedió a probar el sistema y realizar una inspección exitosa de una línea de media tensión donde se observó el estado del transformador y sus diversos accesorios.

Por ello se concluye lo siguiente:

- Se pudo observar las ventajas de los cuaterniones con relación a los ángulos de Euler citados en la tesis del Ing. Daniel (Schermuk, 2012).

- Se comprobó la reducción del lapso requerido para realizar una inspección aérea.
- El ahorro económico al utilizar VANT para realizar inspecciones aéreas semejantes al de una inspección pedestre pero con mejores resultados (Garcés, 2012).
- Los resultados satisfactorios de aplicar un control PID directamente sobre el cuaternión estimado sin necesidad de utilizar la matriz de rotación o los ángulos de Euler en la estabilización del roll y pitch.

El costo económico del prototipo fue de 695US sin considerar los impuestos nacionales e internacionales, ni tampoco los gastos superfluos, con lo cual el costo del proyecto se elevó aproximadamente a 1200US.

10.1 SUGERENCIAS PARA TRABAJOS FUTUROS

- Utilizar un filtro Kalman extendido con un microcontrolador más potente de manera a realizar una mejor estimación de las velocidades y posiciones, obteniendo con ello un mejor control de posición y altitud.
- Aplicar un sistema de seguimiento de trayectoria para realizar inspecciones automáticas.
- Se recomienda utilizar este control con un octacóptero u hexacóptero, de manera a aumentar la seguridad y estabilidad en los vuelos.
- Aplicar un sistema de cardan (*Gimbal*) con un control PID a la cámara de manera a realizar tomas fijas de los puntos deseados, evitando malas tomas debido a la vibración.
- Para realizar inspecciones a torres de transmisión tomar en cuenta el efecto electromagnético que producen las altas tensiones y proteger correctamente la electrónica del VANT (Groch, 2013).
- Estudiar y aplicar el uso de una cámara térmica de manera a identificar puntos calientes en las líneas.

APÉNDICE

Apéndice A – Matrices de rotación

Las matrices de rotación expresan de forma matricial el giro de un cuerpo en un espacio 3D (Beard, 2012). Consideremos dos sistemas de referencia y un vector P (Figura A 1), el cual puede ser expresado por S^0 especificado por i^0, j^0, k^0 y S^1 especificado por i^1, j^1, k^1 .

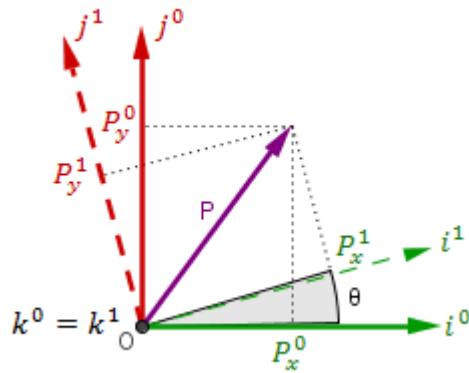


Figura A 1 Rotación en 2D. Elaboración propia.

La representación vectorial de P en ambos sistemas es:

$$\begin{aligned} P &= P_x^0 \cdot i^0 + P_y^0 \cdot j^0 + P_z^0 \cdot k^0 \\ P &= P_x^1 \cdot i^1 + P_y^1 \cdot j^1 + P_z^1 \cdot k^1 \end{aligned}$$

Aplicando producto vectorial entre el vector P y los distintos ejes del S1, y posteriormente haciendo una representación matricial tenemos:

$$P_x^1 = P \cdot i^1$$

$$P_y^1 = P \cdot j^1$$

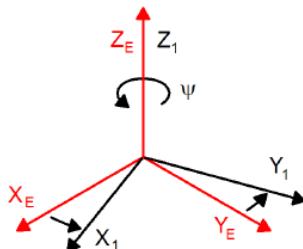
$$P_z^1 = P \cdot k^1$$

$$P^1 = \begin{pmatrix} P_x^1 \\ P_y^1 \\ P_z^1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i^1 \cdot i^0 & i^1 \cdot j^0 & i^1 \cdot k^0 \\ j^1 \cdot i^0 & j^1 \cdot j^0 & j^1 \cdot k^0 \\ k^1 \cdot i^0 & k^1 \cdot j^0 & k^1 \cdot k^0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} P_x^0 \\ P_y^0 \\ P_z^0 \end{pmatrix}$$

$$P^1 = R_0^1 P^0$$

Donde P^1 y P^0 son el vector P con las posiciones dadas según el sistema de referencia S^1 y S^0 respectivamente. La matriz R_0^1 es la matriz rotacional desde el sistema S^0 al S^1 y se presenta considerando el eje alrededor del cual sucederá la rotación. A continuación se presenta la matriz de rotación según el eje de rotación:

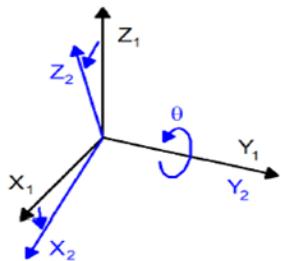
- a. Rotación alrededor del eje z.



$$R_0^1(\psi) = \begin{vmatrix} \cos\psi & \sin\psi & 0 \\ -\sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

Figura A 2 Rotación alrededor del eje z. Obtenido de (Bresciani, 2008).

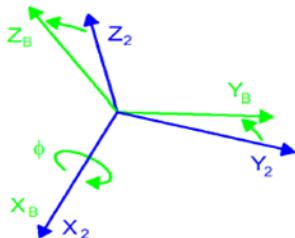
- b. Rotación alrededor del eje y.



$$R_0^1(\theta) = \begin{vmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta \end{vmatrix}$$

Figura A 3 Rotación alrededor del eje y. Obtenido de (Bresciani, 2008).

- c. Rotación alrededor del eje x.



$$R_0^1(\phi) = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\phi & -\sin\phi \\ 0 & \sin\phi & \cos\phi \end{vmatrix}$$

Figura A 4 Rotación alrededor del eje x. Obtenido de (Bresciani, 2008).

La matriz R_0^1 es un ejemplo de una clase más general de matrices de rotación ortonormales que tiene las siguientes propiedades:

- $(R_a^b)^{-1} = (R_a^b)^T = R_b^a$
- $R_a^c = R_a^b R_b^c$
- $\det(R_a^b) = 1$

Apéndice B – Diferenciación de un vector en un sistema de referencia no inercial

Frecuentemente es necesario calcular las derivadas de los vectores del sistema en que se mueven al sistema de referencia. Supongamos dos sistemas de coordenadas F^i y F^v , el primero representando el marco inercial y el segundo el marco del cuadricóptero. Considerando la Figura B 1, sea P un vector que se mueve en torno a F^v y $\omega_{v/i}$ es la velocidad angular del sistema F^v al sistema F^i (Beard, 2012).

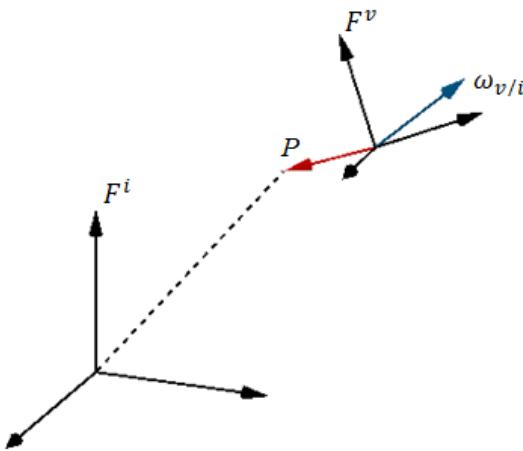


Figura B 1 Diferenciación de un vector en un sistema no inercial en rotación. Elaboración propia.

Debemos encontrar la derivada del vector P con respecto del tiempo visto desde el sistema F^i , expresándolo en términos de sus componentes se tiene:

$$P = p_x i^v + p_y j^v + p_z k^v \quad (\text{B.1})$$

La derivada de P con respecto del tiempo visto desde el sistema inercial se enuncia de la siguiente manera:

$$\frac{dP}{dt_i} = \dot{p}_x i^v + \dot{p}_y j^v + \dot{p}_z k^v + p_x \frac{di^v}{dt_i} + p_y \frac{d j^v}{dt_i} + p_z \frac{dk^v}{dt_i} \quad (\text{B.2})$$

$$\text{Dónde: } \frac{dP}{dt_v} = \dot{p}_x i^v + \dot{p}_y j^v + \dot{p}_z k^v \quad (\text{B.3})$$

Los tres primeros términos representan el cambio del vector P visto desde el sistema del cuadricóptero, los tres siguientes representan el cambio del vector P debido a la rotación del sistema del cuadricóptero con relación al sistema inercial. Por la mecánica clásica, sabemos que:

$$\begin{aligned}\frac{di^v}{dt_i} &= \omega_{v/i} \times i^v \\ \frac{d j^v}{dt_i} &= \omega_{v/i} \times j^v \\ \frac{dk^v}{dt_i} &= \omega_{v/i} \times k^v\end{aligned}$$

Reescribiendo los tres últimos términos de la ecuación (B.1):

$$\begin{aligned}p_x(\omega_{v/i} \times i^v) + p_y(\omega_{v/i} \times j^v) + p_z(\omega_{v/i} \times k^v) \\ = \omega_{v/i} \times P\end{aligned}\tag{B.4}$$

Reemplazando las ecuaciones (B.2) y (B.3) en (B.1):

$$\frac{dP}{dt_i} = \frac{dP}{dt_v} + \omega_{v/i} \times P$$

Apéndice C – Cálculo aerodinámico

La aerodinámica describe el comportamiento de la rotación de las hélices en el aire y su relación con el vector de movimiento. Para su estudio se utilizará la teoría del momento de Froude (Rajagopalan, 2002) y las características de las hélices se asumen constantes. Primeramente, es necesario modelar los motores de manera a conocer la relación que existe entre la potencia electromotriz y la

Motores

Para los motores eléctricos *brushless*, el torque producido está dado por τ , donde k_t es la constante de proporcionalidad del torque, I es la corriente total o corriente en vacío más la corriente de carga e I_0 es la corriente en vacío (Gibiansky, 2012).

$$\tau = k_t(I - I_0) \quad (\text{C.1})$$

El voltaje a través del motor es la suma de una fuerza electromotriz y una perdida resistiva:

$$V = I R_m + k_v \omega \quad (\text{C.2})$$

En esta ecuación R_m es la resistencia del motor, ω es la velocidad angular del motor y k_v es una constante de proporcionalidad que relaciona la fuerza electromotriz generada por RPM (Revoluciones Por Minuto). Sabiendo que la potencia se define como la corriente multiplicada por un diferencial de potencial y empleando las ecuaciones (C.1) y (C.2):

$$P = I V = \frac{(\tau + k_t I_0) \cdot (\tau R_m + k_t I_0 R_m + k_v \omega k_t)}{k_t^2}$$

Asumiendo que la resistencia del motor eléctrico es despreciable y que la corriente I_0 es mucho menor que I , podemos redefinir la ecuación anterior:

$$P = \frac{k_v}{k_t} \tau \omega \quad (\text{C.3})$$

Fuerzas

Por la conservación de la energía, sabemos que la energía gastada por un motor en un tiempo dado es igual a la fuerza sobre las hélices veces la distancia que se desplaza. De manera que la potencia es igual a la fuerza de suspensión veces la velocidad del aire.

$$\begin{aligned} P dt &= F_s dx \\ P &= F_s \frac{dx}{dt} \\ P &= F_s v_a \end{aligned} \quad (\text{C.4})$$

Teoría del momento de Froude

Las hélices son modeladas como un disco que proporciona energía al aire circundante, recibiendo así una fuerza neta. Las hipótesis que se asumen en la teoría del momento de Froude son las siguientes:

- Un tubo de flujo de aire que atraviesa el disco y es considerado sin interacción de agentes externos.
- Las hélices tienen un número infinito de cuchillas.
- El espesor del disco es una cantidad infinitesimal.
- La velocidad vertical del aire es continua a través del disco.
- El aire es un gas perfecto e incompresible.
- No se consideran los efectos de la viscosidad.

La fuerza de suspensión es representada por F_s y las velocidades del aire son definidas con respecto al rotor: $v_{-\infty}$ [m s⁻¹] está asintóticamente por encima, v_1 [m s⁻¹] está directamente por encima, $v_{+\infty}$ [m s⁻¹] está asintóticamente por debajo, v_2 [m s⁻¹] está directamente por debajo. De igual manera las presiones $P_{-\infty}$, P_1 , $P_{+\infty}$, y P_2 también se encuentran definidas con respecto al rotor.

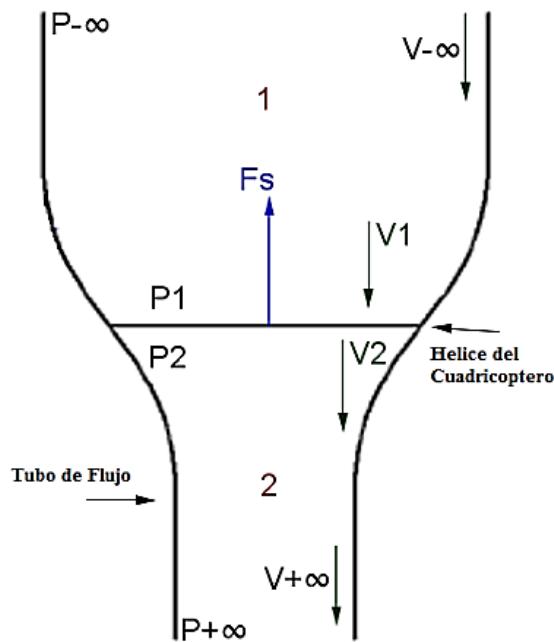


Figura C 1 Teoría del Momento de Froude. Editado de (Bresciani, 2008).

$$F_s = A (P_1 - P_2)$$

Por definición, la fuerza de suspensión es igual al área por la diferencia de presión. En la figura C 1, téngase en cuenta que a través del disco, las ecuaciones de Bernoulli no pueden ser aplicadas y que las constantes de Bernoulli no son las mismas. De manera que el flujo de aire se divide en dos regiones 1 y 2, aplicando Bernoulli se obtiene las ecuaciones a continuación:

$$\begin{aligned} P_{-\infty} + \frac{1}{2} \rho_a v_{-\infty}^2 &= P_1 + \frac{1}{2} \rho_a v_1^2 \\ P_2 + \frac{1}{2} \rho_a v_2^2 &= P_{+\infty} + \frac{1}{2} \rho_a v_{+\infty}^2 \end{aligned}$$

Por hipótesis, la velocidad del aire directamente por encima del disco es igual a la velocidad del aire directamente por debajo del mismo, y la presión $P_{-\infty}$ es igual a $P_{+\infty}$. Igualando las ecuaciones anteriores:

$$P_2 + \frac{1}{2} \rho_a v_2^2 = P_1 + \frac{1}{2} \rho_a v_1^2 - \frac{1}{2} \rho_a v_{-\infty}^2 + \frac{1}{2} \rho_a v_{+\infty}^2$$

$$(P_1 - P_2) = \frac{1}{2} \rho_a (v_{-\infty}^2 - v_{+\infty}^2)$$

Multiplicando ambos miembro por el área (A):

$$F_s = A(P_1 - P_2) = \frac{1}{2} \rho_a A (v_{-\infty}^2 - v_{+\infty}^2) \quad (\text{C.5})$$

Por el Teorema del impulso:

$$F_s = \rho_a A v_1 (v_{-\infty} - v_{+\infty}) \quad (\text{C.6})$$

Luego, igualando C.5 y C.6:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \rho_a A (v_{-\infty}^2 - v_{+\infty}^2) &= \rho_a A v_1 (v_{-\infty} - v_{+\infty}) \\ v_1 &= \frac{(v_{-\infty} + v_{+\infty})}{2} \end{aligned}$$

Consideremos v_a [m s^{-1}] la velocidad expresada por:

$$v_a = v_1 - v_{-\infty} = \frac{(v_{-\infty} + v_{+\infty})}{2} - v_{-\infty} = \frac{(v_{+\infty} - v_{-\infty})}{2}$$

Reemplazando esta ecuación por la (C.4):

$$F_s = 2 \rho_a A v_1 v_a$$

En condiciones de flote, la velocidad $v_{-\infty} = 0$, por lo que $v_1 = v_a$.

$$v_a = \sqrt{\frac{F_s}{2 \rho_a A}} \quad (\text{C.7})$$

Sabiendo que el torque es igual a la fuerza de sustentación por una constante k_τ determinada por la configuración de las hélices y los parámetros, igualando las ecuaciones C.3, C.4, y C.7 (Gibiansky, 2012):

$$P = \frac{F_s F_s^{1/2}}{\sqrt{2 \rho_a A}} = \frac{k_v}{k_t} \tau \omega = \frac{k_v}{k_t} F_s k_\tau \omega$$

$$F_s = K \omega^2$$

Dónde K está conformada por todas aquellas constantes existentes en las últimas ecuaciones.

Apéndice D - Cuaterniones

La concepción de los cuaterniones fue obra de Sir. William Rowan Hamilton (1805-1865), irlandés físico-matemático. Los cuaterniones son números complejos de cuatro dimensiones que pueden ser empleados para representar la orientación de un cuerpo rígido o marco de coordenadas en el espacio 3D. Un cuaternion Q es de la forma $q_0 + q_1i + q_2j + q_3k$, donde q_0, q_1, q_2, q_3 son números reales denominados componentes del cuaternion e i, j, y k son unidades imaginarias con las siguientes propiedades:

$$i^2 = j^2 = k^2 = ijk = -1$$

$$ij = k = -ji$$

$$jk = i = -kj$$

$$ki = j = -ik$$

Una representación alternativa del cuaternion es $Q (q_0, v_q)$, donde q_0 representa la parte escalar y $v_q (q_1, q_2, q_3)$ la parte vectorial.

Propiedades de los cuaterniones

- Conjugada compleja

El conjugado de un cuaternion Q es $Q^* (q_0, -v_q)$. Se cumple que:

$$(Q_A Q_B)^* = Q_A^* Q_B^*$$

$$(Q_A^* Q_B)^* = Q_A Q_B^*$$

El producto del cuaternion con su conjugada es:

$$Q Q^* = |Q|^2$$

- Norma

La norma de un cuaternion q es:

$$|Q| = \sqrt{Q Q^*} = \sqrt{q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2}.$$

- Cuaternion unidad

Un cuaternión unidad se da cuando su norma es igual a uno.

$$|Q| = \sqrt{Q Q^*} = |Q^*| = 1$$

O también:

$$Q Q^* = 1$$

- Cuaternión puro

Un cuaternión es puro cuando su parte escalar es igual a 0. Es decir:

$$Q_p = (0, v_q)$$

- Inversa de un cuaternión

La inversa de un cuaternión es denotado por q^{-1} . Por la definición de inversa:

$$\begin{aligned} Q Q^{-1} &= 1 \\ Q^* Q Q^{-1} &= Q^* \\ Q^{-1} &= \frac{Q^*}{|Q|^2} \end{aligned}$$

Rotación en el espacio

Por las similitudes con los números complejos es posible expresar un cuaternión que se pueda utilizar para rotar un punto en el espacio 3D.

$$Q = (\cos \alpha, \sin \alpha \hat{r})$$

Para comprobar esta teoría vamos a multiplicar el cuaternión q por un vector p , el cual se desea rotar (Oosten, 2012). Se pueden dar dos casos, cuando el vector v_q es perpendicular a p y cuando no lo es. Suponiendo que Q_p es un cuaternión puro dado por el vector p y Q un cuaternión unidad:

$$Q_p = (0, p)$$

$$Q = (q_0, v_q)$$

$$Q_p' = Q \cdot Q_p$$

$$Q_p' = (-v_q \cdot p, q_0 p + v_q x p)$$

La operación $v_q \cdot p$ es un producto escalar y $v_q \times p$ es un producto vectorial. Si suponemos que el vector v_q es perpendicular a p , entonces el producto de la parte escalar sería cero, de manera que Q_p' se convierte en un cuaternión puro.

$$Q_p' = (0, q_0 p + v_q \times p)$$

Para rotar p alrededor de v_q sustituimos $q_0 = \cos \alpha$ y $v_q = \lambda \hat{r}$, donde $\lambda = \sin \alpha$.

$$Q_p' = (0, \cos \alpha p + \sin \alpha \hat{r} \times p)$$

Si reemplazamos estas variables por constantes, la magnitud del producto resultante sería la misma que el del vector a rotar, lo cual por lógica debería mantenerse.

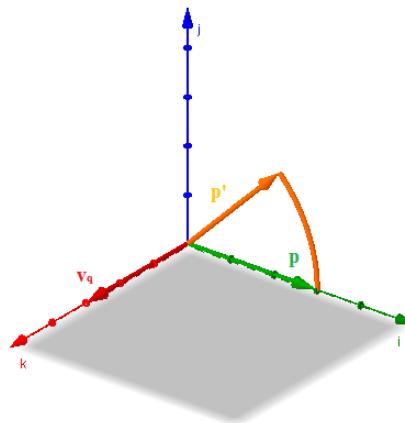


Figura D 1 Dibujo del Vector p perpendicular a v_q . Elaboración propia.

Ahora supongamos que v_q no es perpendicular a p .

$$Q_p = (0, p)$$

$$Q = (\cos \alpha, \sin \alpha \hat{r})$$

$$Q_p' = Q \cdot Q_p$$

$$Q_p' = (-\sin \alpha \hat{r} \cdot p, \cos \alpha p + \sin \alpha \hat{r} \times p)$$

El problema con la no perpendicularidad entre ambos vectores es que la magnitud de Q_p' es diferente a la de Q_p . Sin embargo, si multiplicamos el resultado de $Q \cdot Q_p$ por la inversa de Q la norma de la componente vectorial se mantiene. Entonces la operación de rotación se define de la siguiente manera:

$$Q_p' = Q \cdot Q_p \cdot Q^{-1} = Q \cdot Q_p \cdot Q^*$$

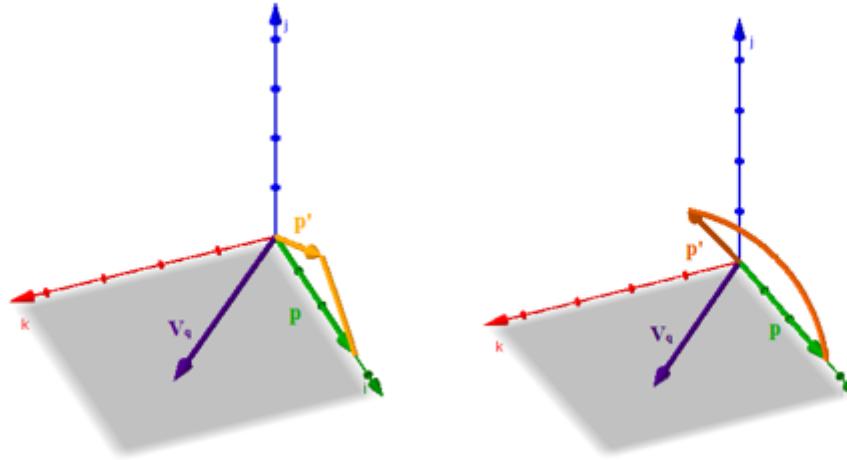


Figura D 2 Dibujo del Vector p no perpendicular a v_q . Izq.: $Q \cdot Q_p$ Der.: $Q \cdot Q_p \cdot Q^{-1}$. Elaboración propia.

Como esta técnica hace que el vector rote el doble de lo que se desea, debemos tener en cuenta la mitad del ángulo para la apropiada rotación del vector. De manera que el cuaternión de rotación es de la forma expresada a continuación (Torres del Castillo, 1999):

$$Q = (\cos \frac{\alpha}{2}, \sin \frac{\alpha}{2} \hat{r}) \quad (D.1)$$

Donde:

$$q_0 = \cos \frac{\alpha}{2}$$

$$q_1 = \sin \frac{\alpha}{2} \hat{r}_x$$

$$q_2 = \sin \frac{\alpha}{2} \hat{r}_y$$

$$q_3 = \sin \frac{\alpha}{2} \hat{r}_z$$

El ángulo α representa la magnitud a ser rotada alrededor del eje principal \hat{r} , definido como eigenaxis en el teorema de Euler.

Al igual que la propiedad de las matrices de rotación ortogonales los cuaterniones de rotación obedecen lo siguiente:

$$Q_A^C = Q_A^B \cdot Q_B^C \quad (\text{D.2})$$

Además sea un eje de rotación $\hat{r} \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$, el cuaternion de rotación Q y α el ángulo de rotación, se admite lo siguiente:

$$\ln Q = \frac{\hat{r}\alpha}{2} \quad (\text{D.3})$$

Matriz de rotación con cuaterniones

Considerando la rotación por cuaterniones se puede definir una matriz de rotación equivalente a la descrita en el capítulo 3 (Henderson, 1977).

$$\begin{bmatrix} q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 & 2(q_1q_2 - q_3q_0) & 2(q_0q_2 + q_1q_3) \\ 2(q_1q_2 + q_3q_0) & q_0^2 - q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 & 2(q_2q_3 - q_1q_0) \\ 2(q_1q_3 - q_2q_0) & 2(q_0q_1 + q_2q_3) & q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 \end{bmatrix}$$

Conversión entre cuaterniones y ángulos de Euler

Combinando la propiedad D.2 con la secuencia de rotación 3,2,1 establecida en los ángulos de Euler, tenemos:

$$Q_{Euler} = Q_\psi Q_\theta Q_\phi = \begin{bmatrix} \cos \frac{\psi}{2} & \cos \frac{\theta}{2} & \cos \frac{\phi}{2} \\ 0 & 0 & \sin \frac{\phi}{2} \\ \sin \frac{\psi}{2} & \sin \frac{\theta}{2} & 0 \end{bmatrix}$$

$$Q_{Euler} = \begin{bmatrix} \cos\left(\frac{\phi}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{\psi}{2}\right) + \sin\left(\frac{\phi}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{\psi}{2}\right) \\ \sin\left(\frac{\phi}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{\psi}{2}\right) - \cos\left(\frac{\phi}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{\psi}{2}\right) \\ \cos\left(\frac{\phi}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{\psi}{2}\right) + \sin\left(\frac{\phi}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{\psi}{2}\right) \\ \cos\left(\frac{\phi}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{\psi}{2}\right) - \sin\left(\frac{\phi}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{\psi}{2}\right) \end{bmatrix}$$

Para la conversión de cuaternion a ángulos de Euler se tiene (Henderson, 1977):

$$\begin{bmatrix} \phi \\ \theta \\ \psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tan^{-1}\left(\frac{2(q_0q_1 + q_3q_2)}{1 - 2(q_1^2 + q_2^2)}\right) \\ \sin^{-1}(2(q_0q_2 - q_3q_1)) \\ \tan^{-1}\left(\frac{2(q_0q_3 + q_1q_2)}{1 - 2(q_2^2 + q_3^2)}\right) \end{bmatrix}$$

Apéndice E – Ecuación del altímetro

La ecuación de estado del gas ideal describe la relación entre la presión, el volumen, la cantidad de moles y la temperatura de un gas ideal, siendo R la constante universal de los gases ideales (E.1). Se sabe que el número de moles es igual a la masa dividida la masa molar M, la densidad ρ se refiere a la cantidad de masa en un determinado volumen, y la constante específica del gas R_{esp} es equivalente a la constante universal dividida la masa molar. Considerando estas relaciones y reemplazando en la ecuación de estado se obtiene la ecuación E.2.

$$P \cdot V = n \cdot R \cdot T \quad (E.1)$$

$$\rho = \frac{P}{R_{esp} \cdot T} \quad (E.2)$$

La ecuación hidrostática considera un volumen infinitesimal de altura dz, densidad ρ , bajo una presión dP y una gravedad g (E.3).

$$\frac{dP}{dz} = -\rho \cdot g \quad (E.3)$$

Considerando que la temperatura es igual a la diferencia entre la temperatura inicial asumiendo el nivel del mar T_0 y la temperatura que decrece uniformemente con la altura ($\Gamma \cdot z$), se iguala y reordena las ecuaciones E.2 y E.3.

$$\frac{dP}{P} = -\frac{g}{R_{esp}(T_0 - \Gamma \cdot z)} dz$$

Integrando la ecuación entre un nivel de presión P_0 a P correspondientes a una altura de 0 a Z y reestructurando se obtiene la ecuación del altímetro (Department of Mathematical Physics, 2005).

$$z = \frac{T_0}{\Gamma} \left[1 - \left(\frac{P}{P_0} \right)^{\frac{R_{esp} \cdot \Gamma}{g}} \right]$$

BIBLIOGRAFÍA

- Aibotix. (2015). *Videos de las aplicaciones del Aibot X6*. Recuperado el 21 de Julio de 2015, de www.aibotix.com: www.aibotix.com/es/videos-de-aplicaciones-del-aibot-x6.html
- Ai-Omari, M. (2013). Integrated simulation platform for indoor quadrotor applications. *Mechatronics and its Applications (ISMA)* (pp. 1-6). Amman: IEEE.
- Airde, I. V. (18 de Enero de 2012). *Arducopter: Changing from PI to PID to improve stability*. Recuperado el 28 de Agosto de 2015, de diydrones.com: diydrones.com/profiles/blogs/arducopter-changing-from-pi-to-pid-to-improve-stability
- APM Copter. (2015). *Modo Altitude Hold*. Recuperado el 11 de Agosto de 2015, de copter.ardupilot.com: copter.ardupilot.com/wiki/altholdmode
- Arduino. (2015). *PinChangeInt Library*. Recuperado el 3 de Junio de 2015, de playground.arduino.cc: playground.arduino.cc/Main/PinChangeInt
- Austin, R. (2010). *Unmanned aircraft systems*. Chichester, United Kingdom: John Wiley and Sons Ltd.
- AVIONRC. (s.f.). *Cuadricoptero BUMBLEBEE ST450 en version aluminio*. Recuperado el 15 de Enero de 2015, de www.avionrc.es: www.avionrc.es/cuadricoptero-bumblebee-st450-en-version-aluminio-9306-p.asp
- Barrientos, J., Gutiérrez, S. M., & Martínez, R. (2013). *Vehículos aéreos no tripulados para uso civil. Tecnología y Aplicaciones*. Universidad Politécnica de Madrid.
- Beard, R. (2012). *Small Unmanned Aircraft*. Princeton, United States: Princeton University Press.
- BeginnerFlyer. (30 de Agosto de 2015). *PARROT AR DRONE 2.0 REVIEW*. Recuperado el 15 de Septiembre de 2015, de www.beginnerflyer.com: www.beginnerflyer.com/parrot-ar-drone-2-0-review

- Boza, J. (2003). Inspección integral de las líneas de transmisión. *Ingeniería Energética*, 24(3), 3-7.
- Bresciani, T. (2008). *Modelling, Identification and Control of a Quadrotor Helicopter*. Lund University, Suecia.
- Colton, S. (2007). *The Balance Filter*. Massachusetts Institute of Technology, United States.
- Department of Mathematical Physics. (2005). *The Hydrostatic Equation*. University College Dublin, Ireland.
- Digi. (2015). XBee® DigiMesh® 2.4. Obtenido de www.digi.com: www.digi.com/products/xbee-rf-solutions/modules/xbee-digimesh-2-4
- DJI. (2015). *Flame Wheel ARF KIT*. Recuperado el 29 de Agosto de 2015, de www.dji.com: www.dji.com/product/flame-wheel-arf/feature
- DroneLab. (20 de Marzo de 2014). *Review (with video!): DJI Phantom 2 Vision quadcopter*. Recuperado el 11 de Junio de 2015, de www.dronelab.com.br: www.dronelab.com.br/post.php?id=e99NTM9c7c
- Electronilab. (s.f.). *Hobby King 30A ESC 3A UBEC – Controlador de velocidad*. Recuperado el 18 de Agosto de 2015, de www.electronilab.co: www.electronilab.co/tienda/hobby-king-30a-esc-3a-ubec-controlador-de-velocidad/
- Elsamanty, M. (2013). Methodology for identifying quadrotor parameters, attitude estimation and control. *International Conference ASME* (pp. 1343-1348). Wollongong: IEEE.
- Endesa. (4 de Mayo de 2015). *Endesa despliega 14 drones para revisar las líneas eléctricas en España*. Recuperado el 30 de Junio de 2015, de www.endesa.com: www.endesa.com/es/saladeprensa/noticias/Endesa-despliega-14-drones-para-revisar-lineas-electricas
- Fresk, E. (2013). Full Quaternion Based Attitude Control for a Quadrotor. *European Control Conference (ECC)* (pp. 3864-3869). Zürich: IEEE.
- Fundación de la Energía de la Comunidad de Madrid. (30 de Junio de 2014). *Jornada sobre los Drones y sus Aplicaciones a la Ingeniería Civil*. Recuperado el 22 de Marzo de 2015, de <http://www.fenercom.com>: www.fenercom.com/pages/informacion/evento.php?id=356

- Galois Inc. (2013). *What is an RC transmitter?* Recuperado el 23 de Abril de 2015, de smaccmpilot.org: smaccmpilot.org/hardware/rc-controller.html
- Garcés, J. (2012). Inspecciones Aéreas de Líneas de Transmisión con Alta Tecnología. *Jornadas Técnicas ISA*.
- GensAceUSA. (s.f.). *GENS ACE 5000mAh 25C 3S 11.1V LiPo Battery for Traxxas RC Cars (TRX Pack)*. Recuperado el 15 de Septiembre de 2015, de [www.gensaceusa.com:](http://www.gensaceusa.com/) www.gensaceusa.com/98p-b-25c-5000-3s1p-trx.html
- Gibiansky, A. (23 de Noviembre de 2012). *Quadcopter Dynamics and Simulation*. Recuperado el 10 de Diciembre de 2014, de [andrew.gibiansky.com:](http://andrew.gibiansky.com/) andrew.gibiansky.com/blog/physics/quadcopter-dynamics/
- Gouws, R. (2013, July 10). Prototype Monitoring System for Power Line Inspection by Means of a PandaBoard. *Journal of Energy and Power Engineering* 8, pp. 176-182.
- Groch, M. (2013). *HV Transmission Line and Tower Inspection Safe-Fly Zone Modelling and Metrology*. Stellenbosch University, South Africa.
- Grupo ACRE. (2013). *Vehículos Aéreos no Tripulados*. Toledo: Grupo ACRE.
- Hart, M. (Agosto de 31 de 2013). *TinyGPS*. Recuperado el 27 de Junio de 2015, de [arduiniana.org:](http://arduiniana.org/) arduiniana.org/libraries/tinygps
- Henderson, M. (1977). *Euler Angles, Quaternions, and Transformation Matrices*. Houston: NASA.
- Hobbyking. (s.f.). *USER MANUAL 30A UBEC*. Recuperado el 11 de Agosto de 2015, de [www.hobbyking.com:](http://www.hobbyking.com/) www.hobbyking.com/hobbyking/store/uploads/811103388X7478X20.pdf
- Honeywell. (Febrero de 2013). 3-Axis Digital Compass IC. Plymouth, Minnesota, Estados Unidos.
- Honeywell. (s.f.). *Compass heading using magnetometers*. Recuperado el 7 de Junio de 2015, de www51.honeywell.com.
- Hull, L. (2010, Febrero 12). Drone makes first UK 'arrest' as police catch car thief hiding under bushes. *MailOnline*.
- InvenSense. (16 de Mayo de 2012). MPU-6000 and MPU-6050 Product Specification Revision 3.3. Sunnyvale, California, Estados Unidos.

- Kharsansky, A. (2013). *Diseño e implementación de un sistema embebido de control de actitud para aeronaves no tripuladas*. Facultad de Ingeniería de la Universidad de Buenos Aires, Argentina.
- León, J., & C., M. (2013). *Estudio de soluciones existentes en el mercado para la inspección y mantenimiento de líneas eléctricas de alta tensión*. Universidad Politécnica de Madrid, España.
- Luque, L. (2014). Power line inspection via an unmanned aerial system based on the quadrotor helicopter. *Mediterranean Electrotechnical Conference* (pp. 393-397). Beirut: IEEE.
- Madgwick, S. (2010). *An efficient orientation filter for inertial and inertial/magnetic sensor arrays*. Bristol: Report x-io and University of Bristol.
- Madgwick, S. (2014). *AHRS algorithms and calibration solutions to facilitate new applications using low-cost MEMS*. University of Bristol, Reino Unido.
- Margolis, M. (2015). *Servo library*. Recuperado el 16 de Marzo de 2015, de www.arduino.cc: www.arduino.cc/en/Reference/Servo
- Measurement. (19 de Julio de 2011). MS5611-01BA01 Variometer Module, with LCP cap . Northport Loop West Fremont, California, Estados Unidos.
- Michini, B. (2009). *Modeling and Adaptive Control of Indoor Unmanned Aerial Vehicles*. Massachusetts Institute of Technology.
- MIT. (mayo de 2011). *Aerospace Controls Laboratory*. Recuperado el 13 de Julio de 2015, de acl.mit.edu: acl.mit.edu/projects/vpitch_quad.html
- Oosten, J. V. (25 de Junio de 2012). www.3dgep.com. Recuperado el 5 de Marzo de 2015, de Understanding Quaternions: www.3dgep.com/understanding-quaternions
- Openhacks. (s.f.). *Arduino UNO Rev3*. Recuperado el 20 de Junio de 2015, de www.openhacks.com:
www.openhacks.com/page/productos/id/28/title/Arduino-UNO-Rev3
- Quadrocopter. (14 de Mayo de 2014). *DJI Flame Wheel F450 ARF Kit*. Recuperado el 3 de Agosto de 2015, de www.quadrocopter.com: www.quadrocopter.com/DJI-Flame-Wheel-F450-ARF-Kit_p_788.html

- R., M. (9 de Agosto de 2013). *Attitude Indicator - Made Embeddable in LabVIEW Application*. Recuperado el 1 de Septiembre de 2015, de decibel.ni.com: decibel.ni.com/content/docs/DOC-30592
- Rajagopalan, G. (2002). *Froudes' Momentum Theory: (Actuator Disk Theory)*. Iowa State Univerty, United States.
- Rajesh, S. M. (2014, April). Mission Planning and Waypoint Navigation of a Micro Quad Copter by Selectable GPS Co-ordinates. *International Journal of Advanced Research in Computer Science and Software Engineering*, 4.
- Robledo, I. C. (18 de Mayo de 2015). Entrevista sobre Inspección de líneas eléctricas aéreas en el Paraguay. Informe 8. (Y. Bogado, & W. Benítez, Entrevistadores)
- Rowberg, J. (2015). *i2cdevlib*. Recuperado el 3 de Abril de 2015, de github.com: github.com/jrowberg/i2cdevlib
- Salah, A. H. (2015). *IntegralSmooth*. Recuperado el 29 de Agosto de 2015, de github.com: github.com/Hadjubuntu/breeze/tree/master/math
- Sánchez, G., Mulero, M., & Saumeth, E. (2013). *Vehículos Aéreos no tripulados en Latinoamérica*. Madrid: Information and Design Solutions.
- Schermuk, D. (2012). *Diseño e implementación de un controlador para la orientación de un quadrotor*. Facultad de Ingeniería de la Universidad de Buenos Aires, Argentina.
- Schmidt, P. (7 de Abril de 2012). *MedianFilter*. Recuperado el 12 de Junio de 2015, de github.com: github.com/daPhoosa/MedianFilter
- Schneider, B. (s.f.). *A guide to LiPo batteries*. Recuperado el 13 de Agosto de 2015, de www.rcaces.org: www.rcaces.org/RC%20Aces%20News%20Letter/A_Guide_to_LiPo_Batteries.pdf
- Smith, M., & Zambetti, N. (2010). *FastSerial*. Recuperado el 15 de Junio de 2015, de code.google.com: code.google.com/p/ardupilot-mega/source/browse/libraries/FastSerial
- STULOGY. (s.f.). *NI myDAQ STUDENT*. Recuperado el 12 de Marzo de 2015, de www.stulogy.com: www.stulogy.com/ni-mydaq-student.html

- Texas Instruments. (2015). *Brushless DC Motors (BLDC)*. Recuperado el 11 de Agosto de 2015, de www.ti.com: www.ti.com/lsm/ti/apps/motor/brushless_dc/overview.page
- Torres del Castillo, G. (1999). La representación de rotaciones mediante cuaterniones. *Miscelánea Matemática*, 43-50.
- Ublox. (2014). NEO-6 u-blox 6 GPS Modules Data Sheet. Thalwil, Suiza.
- Vanhoenacker, M. (1 de Noviembre de 2012). *What's That Thing? Lump on a Wire Edition*. Recuperado el 12 de Agosto de 2015, de www.slate.com: www.slate.com/blogs/browbeat/2012/11/01/cylinder_or_box_on_computer_cords_what_s_it_for.html
- Varesano, F. (12 de Junio de 2011). www.varesano.net. Recuperado el 16 de Abril de 2015, de www.varesano.net/blog/fabio/ms5611-01ba-arduino-library-first-developments-results
- Wikipedia. (23 de Junio de 2015). *Breguet-Richet Gyroplane*. Recuperado el 30 de Junio de 2015, de en.wikipedia.org: en.wikipedia.org/wiki/Breguet-Richet_Gyroplane
- Wikipedia. (22 de Mayo de 2015). *Quadcopter*. Recuperado el 13 de Junio de 2015, de es.wikipedia.org: es.wikipedia.org/wiki/Quadcopter
- Wikipedia. (16 de Septiembre de 2015). *Sistema de suministro eléctrico*. Recuperado el 22 de Septiembre de 2015, de es.wikipedia.org: es.wikipedia.org/wiki/Sistema_de_suministro_electrico