



UNIVERSIDAD CATÓLICA
“NUESTRA SEÑORA DE LA ASUNCIÓN”
FACULTAD DE CIENCIAS Y TECNOLOGÍA
INGENIERÍA ELECTROMECAÁNICA CON ORIENTACIÓN ELECTRÓNICA

Enseñanza de teoría de control para aprendizaje basado en proyectos

Paulo José Melgarejo Duarte

Hernandarias, junio 2019

UNIVERSIDAD CATÓLICA
“NUESTRA SEÑORA DE LA ASUNCIÓN”
FACULTAD DE CIENCIAS Y TECNOLOGÍA

INGENIERÍA ELECTROMECÁNICA CON ORIENTACIÓN ELECTRÓNICA

Enseñanza de teoría de control para el aprendizaje basado en proyectos

Paulo José Melgarejo Duarte

Tutor: Gregorio Ariel Guerrero Moral

Hernandarias

2019

Paulo Jose Melgarejo Duarte

Enseñanza de teoría de control para el aprendizaje basado en proyectos

Proyecto Fin de Carrera presentado como requisito parcial para optar al título de Ingeniería Electromecánica con Orientación Electrónica. Facultad de Ciencias y Tecnología, Universidad Católica “Nuestra Señora de la Asunción”

Tutor: Lic. Gregório Ariel Guerrero Moral

Hernandarias

2019

Melgarejo Duarte, Paulo José (2019); Diseño e implementación de una planta para el control automático de un motor de corriente continua. 176 p.

Tutor: Lic. Gregorio Ariel Guerrero Moral

Defensa de Proyecto fin de carrera.

Palabras clave: Motor de corriente continua. Instrumento virtual. Planta. Control automático.

A Dios, Jesús y a la Virgen María, por brindarme la fuerza necesaria para cumplir esta meta y por las oportunidades recibidas que me ayudaron a crecer en sabiduría y como persona.

A mis padres, mis hermanos, novia, compañeros y amigos, quienes me apoyaron incondicionalmente en todos estos años de estudio.

Agradecimientos

Agradezco a Dios, al Divino Niño Jesús y la Virgen María, por la fortaleza y perseverancia que me brindaron en todo momento, por encontrar en Ellos la paz y tranquilidad en los momentos difíciles.

Al profesor tutor, por su sabiduría, paciencia y predisposición para ayudar en todos estos meses de trabajo, principalmente por la confianza puesta en mí.

A mis padres, que, con amor, paciencia y comprensión, me apoyaron en todo momento, por ser mi motivación y fuerza para poder culminar esta etapa de mi vida.

A mis hermanos que caminan y crecen junto a mí en todas las áreas de mi vida.

A mi novia por el constante apoyo y soporte, por haber estado presente en mi etapa universitaria, ayudándome en lo que lo que estuviera a su alcance.

A los profesores de esta casa de estudio, por confiar en mi capacidad, por brindarme todo su apoyo y por transmitirme las enseñanzas que fueron la base para emprender este propósito.

A la Universidad Católica “Nuestra Señora de la Asunción” Sede Alto Paraná, por el apoyo dado en todos estos años.

Y finalmente a todos los que estuvieron de alguna u otra manera acompañándome a lo largo de estos años.

“La continuidad implica necesariamente la alteración”
Ferdinand Saussure

Resumen

Este trabajo consiste en el diseño y la implementación de un interfaz que realice el control automático de un motor de corriente continua de manera que sirva para la práctica de teoría de control para estudiantes de dicha asignatura.

Para este proyecto se optaron por utilizar componentes económicos para la implementación de la planta a ser controlada, y fueron escogidos softwares de programación actual y profesional.

Las etapas de trabajo fueron realizadas de la siguiente manera: selección y prueba de los componentes electrónicos, desarrollo de un instrumento virtual que controle la planta, construcción de la estructura, desarrollo de una interfaz visual de usuario, realización de pruebas de funcionamiento de todo el sistema y comparación de los valores obtenidos con las de otras fuentes.

El proyecto ofrece datos de artefactos ya existentes para la creación de la planta física y también instrucciones para la programación y utilización del instrumento virtual.

Palabras clave: Motor de corriente continua. Instrumento virtual. Planta. Control automático.

Abstract

This work consists of the design and implementation of an interface that performs automatic control of a DC motor so that it serves for the practice of control theory for students of this subject.

For this project they opted to use economic components for the implementation of the silver to be controlled, and current and professional programming software's were chosen.

The work stages were carried out in the following way: selection and testing of the electronic components, development of a virtual instrument that controls the plant, construction of the structure, development of a visual user interface, performance testing of the whole system and comparison of the obtained values with those of other sources.

The project offers data on existing artifacts for the creation of the physical plant and also instructions for the programming and use of the virtual instrument.

Keywords: DC motor. Virtual instrument. Plant. Automatic control.

Índice

Agradecimientos	vi
Resumen	viii
Abstract	ix
Índice	x
Índice de Figuras	xiii
Lista de Tablas	xv
Lista de Abreviaturas	xvi
Introducción	1
Planteamiento del problema	2
1. Pregunta general	3
2. Preguntas específicas.....	3
3. Objetivo general	3
4. Objetivos específicos.....	3
Justificación	5
Marco Teórico	6
Capítulo 1. Introducción a la Ingeniería de Control	6
1.1 Problema fundamental de la enseñanza de teoría de control	6
1.2 Historia del control automático	7
1.3 Aplicaciones de sistema de control en la actualidad	9
1.4 Elementos de un sistema de control	11
1.5 Comparación entre controles analógicos y digitales	14
1.6 Sistemas de control en tiempo discreto	17
1.6.1 Transformada Z.....	18
Capítulo 2. Modelos Matemáticos	21
2.1 Modelado de sistemas eléctricos	24
2.2 Modelado de sistemas mecánicos	30
Capítulo 3. Sistemas de Control Automático	33
3.1 Sistemas de control PID	33
3.2 Lugar de las Raíces	34
3.3 Respuesta en frecuencia	35
3.4 Criterios para la selección del control a ser implementado.....	35

Marco Metodológico	36
Capítulo 4. Diseño Metodológico	36
4.1 Contexto de la investigación	36
4.2 Alcance.....	36
4.3 Diseño de la investigación.....	37
4.4 Enfoque	37
4.5 Unidad de estudio.....	37
4.6 Técnicas e instrumentos de recolección de datos	38
Capítulo 5. Sistemas de Control PID	39
5.1 Parámetros del controlador PID	39
5.1.1 Control Proporcional (P).....	42
5.1.2 Control Proporcional-Integral (PI).....	44
5.1.3 Control Proporcional-Derivativo (PD)	46
5.1.4 Control Proporcional-Integral-Derivativo (PID)	48
5.2 Métodos de sintonización.....	50
5.2.1 Métodos de lazo abierto	51
5.2.1.1 Método de Ziegler y Nichols	52
5.2.1.2 Método de Cohen y Coon.....	52
5.2.1.3 Método de López, Miller, Smith y Murril	53
5.2.2 Métodos de lazo cerrado	55
5.2.2.1 Método de Ziegler y Nichols	55
Capítulo 6. Diseño e Implementación del Software	57
6.1 Control de velocidad	58
6.2 Control de Posición	61
Capítulo 7. Diseño e implementación de Hardware	63
Capítulo 8. Validación de la Bancada	68
8.1 Pruebas del control de velocidad.....	68
8.2 Pruebas con el control de posición.....	72
Consideraciones Finales	75
Conclusión	75
Trabajos Futuros	77
Bibliografía	78
Apéndice	80
Apéndice A. Parametrización de un Motor DC de imán permanente	80

A.1	Resistencia de Armadura.....	80
A.2	Constante del Motor	83
A.3	Coeficiente de fricción viscosa	86
A.4	Inductancia de armadura	88
A.5	Inercia del rotor	90
Apéndice B. Modelado Matemático de un motor cd		92
B.1	Funciones de Transferencia del Motor de Corriente Continua CD.....	95
Apéndice C. Análisis y comparación de costos.....		98

Índice de Figuras

Ilustración 1	Elementos de un Sistema de Control Típico	12
Ilustración 2	Circuito RLC serie	29
Ilustración 3	Diagrama Esquemático de un amortiguador rotacional	31
Ilustración 4	Diagrama de bloques de un control PID	34
Ilustración 5	Respuesta de $G(s)$ para un escalón unitario	42
Ilustración 6	Respuesta de un control proporcional	43
Ilustración 7	Respuesta del control proporcional para diversos valores de K_p	44
Ilustración 8	Respuesta del control PI.....	45
Ilustración 9	Respuesta del control PI para varios valores de K_i	46
Ilustración 10	Respuesta del control PD	47
Ilustración 11	Respuesta del control PD para diferentes valores de K_d	48
Ilustración 12	Respuesta del control PID	49
Ilustración 13	Código fuente del control de velocidad.....	58
Ilustración 14	SubVI Encoder	59
Ilustración 15	SubVI PWM.....	59
Ilustración 16	Panel frontal del VI para control de velocidad.....	60
Ilustración 17	Diagrama de bloques del controlador PID	61
Ilustración 18	Diagrama Fuente del control de posición.....	61
Ilustración 19	Panel frontal del control de posición.....	62
Ilustración 20	NI myRIO.....	63
Ilustración 21	Adaptador de motor Digilent para myRIO.....	64
Ilustración 22	Configuración de pines del puerto de expansión A del myRIO.....	65
Ilustración 23	Esquema de conexión de pines para las entradas analógicas utilizadas.....	65
Ilustración 24	Esquema de conexión de pines para el PWM	66
Ilustración 25	Esquema de conexión de pines para el encoder	66
Ilustración 26	Motor cd utilizado	67
Ilustración 27	Bancada Didáctica.....	67
Ilustración 28	Prueba de control de velocidad	69

Ilustración 29 Simulación del control de velocidad	70
Ilustración 30 Respuesta de la planta simulada.....	70
Ilustración 31 Performance y Robustez de la planta controlada	71
Ilustración 32 Control de velocidad en tiempo real	71
Ilustración 33 Performance y Robustez de la planta controlada	72
Ilustración 34 Respuesta del control de posición	73
Ilustración 35 Respuesta de la planta simulada.....	73
Ilustración 36 Pruebas de laboratorio para la obtención de parámetros.....	85
Ilustración 37 Cálculo del valor de K_m	85
Ilustración 38 Cálculo del valor de B_m	88
Ilustración 39 Calculo de la inductancia de armadura L_m	89
Ilustración 40 VI de adquisición de respuesta de un Motor DC	91
Ilustración 41 Respuesta del motor a una entrada escalón	92
Ilustración 42 Circuito equivalente de un motor cd	93

Lista de Tablas

Tabla 1 Ventajas y desventajas del control analógico y digital	17
Tabla 2 Características de los controles PID	50
Tabla 3 Tabla Ziegler Nichols de Sintonización.....	52
Tabla 4 Valores de constantes para Sintonización de López	54
Tabla 5 Valores resistivos medidos	81
Tabla 6 Cálculo de R_m a través de Polyfit	82
Tabla 7 Mediciones para el cálculo de K_m	83
Tabla 8 Mediciones para el cálculo de K_m	84
Tabla 9 Mediciones para el cálculo de K_m	84
Tabla 10 Mediciones para el cálculo de B_m	86
Tabla 11 Mediciones para el cálculo de B_m	87
Tabla 12 Mediciones para el cálculo de T_m	87
Tabla 13 Mediciones del valor de la inductancia de armadura L_m	89
Tabla 14 Análisis de costos de la bancada	99
Tabla 15 Bancadas comerciales	100

Lista de Abreviaturas

A/D.....	Analógico/Digital
CC	Corriente Continua
CD	Corriente Directa
CTIM.....	Ciencia, Tecnología, Ingeniería y Matemáticas
D/A.....	Digital/Analógico
DCS	Distributed Control System
IAE.....	Integral Absolute Error
ISE.....	Integral Squared Error
ITAE	Integral Time-weighted Absolute Error
LTI	Linear Time-Invariant
MCDIP	Motor de Corriente Directa de Imán Permanente
PAC.....	Programmable Automation Controller
PID	Proporcional, Integral y Derivativo
PLC	Programmable Logic Controller
PMCD	Motor de Imán Permanente de CD
RLC.....	Resistencia, Inductancia y Capacitancia
RTU.....	Remote Terminal Unit
SCADA.....	Supervisory Control And Data Acquisition

Introducción

En la industria actual, por causa de la alta competitividad, las empresas deben producir con mayor rapidez, a un menor costo y con una mayor calidad, para poder destacarse. Por ello, los procesos industriales tienden a ser cada vez más automatizados, debido a que esto permite que la calidad de la producción sea superior y a su vez sea elaborada en menor tiempo. Modernas plantas industriales en la actualidad tienen sofisticados sistemas de control que constituyen elementos esenciales para su correcta operación.

La Ingeniería de Control ha producido un gran impacto en la sociedad y a medida que pasa el tiempo, nuevos desafíos surgen para la ingeniería de control, por lo cual nuevos sistemas de control actualizados necesitan ser desarrollados, para ello se deberá partir de una base, los sistemas de control clásicos. De ahí la importancia de conocerlos y poder evaluarlos en simulaciones es de gran importancia.

Para poder conocer a profundidad estos sistemas de control clásicos, la aplicación práctica para los estudiantes acerca de estos conceptos es de suma importancia, de ahí la necesidad de contar con las herramientas, en lo posible actualizadas, para su estudio.

Planteamiento del problema

La validación experimental de resultados teóricos es un paso importante en el proceso de aprendizaje en todas las áreas de la ingeniería. Además, los profesores necesitan de sistemas reales para transmitir adecuadamente conceptos a los estudiantes.

Para el área de Ingeniería de Control, en particular, se necesita de un entorno computacional que facilite el diseño, la simulación, la implementación de algoritmos de control y, finalmente permita interactuar con la planta real a controlar. Además, es importante contar con un ambiente gráfico que posibilite observar las señales en el lazo de realimentación de tal manera que se pueda comparar la respuesta del sistema real con las obtenidas en la simulación.

Existen productos educativos en el mercado que incluyen la planta construida, el hardware y el software necesario que brindan las funcionalidades citadas, pero esta alternativa no está disponible a todos debido a su alto costo.

1. Pregunta general

- ¿Cómo se puede impulsar a la próxima generación de ingenieros a innovar en el aula de hoy aplicando el conocimiento de Ciencia, Tecnología, Ingeniería y Matemáticas (CTIM) problemas de ingeniería reales y multidisciplinarios?

2. Preguntas específicas

- ¿Cuál es la manera de comparar los datos de la planta simulada con la planta física?
- ¿Cuál es la efectividad de un sistema de control Proporcional-Integral-Derivativo para el control de velocidad y posición de un motor de corriente continua?
- ¿Cuáles son los sistemas de control existentes actualmente?

3. Objetivo general

- Implementar una plataforma de pruebas de bajo costo en donde se puedan ejecutar algoritmos de control digital aplicados a una planta real específica. De esta manera puede ser utilizado en un laboratorio de control digital en la experimentación de estudiantes.

4. Objetivos específicos

- Realizar el modelado matemático de la planta y comparar la respuesta con la planta física.
- Analizar el comportamiento de la planta con los controles PID de velocidad y posición aplicados.

- Estudiar distintos sistemas de control actuales, clásicos y modernos.

Justificación

El área de automatización y control ha sido, a lo largo de los años, objeto de estudio y desarrollo constante. Su investigación e implementación hace que sea un área de estudio apasionante, más aún si se cuenta con la infraestructura necesaria para su desarrollo didáctico.

Por ello, el que los estudiantes de ingeniería puedan contar con las herramientas necesarias es de suma importancia, ya que de esta manera podrán desarrollar un gran potencial para esta área de aplicación de la ingeniería.

Cabe destacar que la teoría de control de esta planta específica es el primer paso hacia el control de plantas más complejas, por lo tanto, este punto de partida es fundamental para las futuras generaciones de ingenieros.

Marco Teórico

Capítulo 1

Introducción a la Ingeniería de Control

En este capítulo se dará una breve introducción a los sistemas de control, una reseña histórica y su importancia e influencia en la industrial actual, comparación entre sistemas digitales y analógicos, haciendo énfasis en sistemas de control digital.

1.1 Problema fundamental de la enseñanza de teoría de control

La ingeniería de control es un campo muy rico con áreas de aplicaciones en continuo aumento, la presencia de esta en las distintas áreas de la sociedad hace necesario difundir el conocimiento del control a audiencias más amplias. Una de las conclusiones a la que se puede llegar, según Åström, Apkarian, & Lacheray, (2005), es la siguiente recomendación: invertir en un nuevo enfoque de educación y divulgación para la difusión de conceptos y herramientas de control a audiencias no tradicionales.

Como primer paso, hacia la implementación de esta recomendación, los autores mencionados anteriormente exponen que, nuevos cursos y libros de texto deben ser desarrollados, tanto para expertos como para no expertos. El control también debe ser un requisito de los currículos de ingeniería y ciencia en la mayoría de las universidades, incluyendo no solo mecánica, Ingeniería eléctrica, química y aeroespacial, pero también informática, física aplicada, y bioingeniería.

Otro dato importante citado por Åström, Apkarian, & Lacheray, (2005), es que estos cursos enfatizan los principios de control en lugar de simplemente proporcionar herramientas que se pueden usar en un dominio determinado.

Un elemento importante de la educación y la divulgación es el uso continuo de experimentos y el desarrollo de nuevos laboratorios y herramientas de software.

Esto es mucho más fácil que nunca antes y también más importante. Laboratorios y herramientas de software deben integrarse en el currículo (Åström, Apkarian, & Lacheray, 2005).

1.2 Historia del control automático

El sistema de control de retroalimentación automática es conocido y usado por más de 2000 años.

La retroalimentación automática se encuentra en una amplia gama de sistemas.

La historia de la automatización se divide en cuatro grandes periodos:

- Control Antiguo (*Early Control*) Hasta 1900.
- El Periodo Pre Clásico (*Pre-Classical Period*) 1900-1940.
- Periodo Clásico (*Classical Period*) 1940-1960.
- Control Moderno (*Modern Control*) a partir de 1960.

En el siglo 18, el avance más significativo en el área de control fue el control de motor a vapor. Cerca del siglo 20, se vio un rápido y agresivo crecimiento en la aplicación de sistemas

de control realimentados para regulación de voltaje, corriente y frecuencia; control de calderas para generación de vapor; control de velocidad de motores eléctricos; dirección de aeronaves y barcos y estabilización automática.

En la mayoría de los casos las aplicaciones se referían a una regulación simple, sin embargo, también había mecanismos más complejos envolviendo complicadas leyes de control que estaban siendo desarrolladas, por ejemplo, el mecanismo de dirección de un barco ideado por Elmer Sperry en 1911 que incorporaba un control Proporcional, Integral y Derivativo (PID) y un ajuste automático de ganancia que compensaba los disturbios ocasionados cuando el clima del mar cambiaba.

Durante el periodo de 1935-1940, Bennet, (1996) comenta que, los avances en el conocimiento acerca del análisis y diseño de sistemas de control fue hecho de forma independiente por muchos grupos en muchos países. Los más conocidos provenían de Estados Unidos, y de algunos países de Europa y Rusia. En épocas de guerra, varios de los estudios de estos sistemas tenían enfoque militar.

Continuando con lo expuesto por el autor mencionado, el tiempo de guerra demostró el poder del enfoque de respuesta de frecuencia para el diseño de sistemas de retroalimentación, también reveló la debilidad de cualquier método de diseño basado en el supuesto de un comportamiento determinista y lineal. Los sistemas reales no son lineales, mediciones reales contienen errores y están contaminadas con ruido.

Luego el problema de diseño cambio de la obtención de un simple control estable a la obtención del mejor control, pero, ¿Cuál era el mejor control?

Ziegler y Nichols mostraron como elegir los parámetros de un tipo de controlador para obtener resultados óptimos de una estructura de control (PI, PID).

A partir de ahí, y con la experiencia postguerra, el estudio para el diseño e implementación de los sistemas de control automatizados fueron creciendo de manera agresiva, hasta llegar a la tecnología con la que contamos hoy en día (Bennett, 1996).

Un sistema de control automático es una interconexión de elementos que forman una configuración denominada sistema, de tal manera que el arreglo resultante es capaz de controlar se por sí mismo (Hernández G, 2010).

1.3 Aplicaciones de sistema de control en la actualidad

La tecnología industrial de los sistemas de control ha evolucionado en las últimas tres o cuatro décadas. Los Sistemas de Control Distribuidos o los DCS, de sus siglas en inglés, se utilizan para controlar procesos industriales como la generación de energía eléctrica, refinerías de petróleo y gas, agua y tratamiento de aguas residuales, y químicos, los alimentos y la producción de automóviles. Los DCS se integran como una arquitectura de control que contiene un nivel de supervisión de múltiples subsistemas integrados que se encargan de controlar los detalles de un proceso localizado (Pinzón Ardila, 2010).

Según Pinzón Ardila, (2010), el concepto DCS surgió de una necesidad de reunir datos y controlar los sistemas en un gran campo en tiempo real, utilizando una banda ancha de datos con una baja latencia en las redes de comunicación. Es común que los controles locales requieren enviar información a otros controladores de más alto nivel en un DCS. Estos sistemas

evolucionaron debido a la necesidad de ampliar los sistemas neumáticos de control más allá de una pequeña área de una refinería.

Continuando con lo mencionado por el autor mencionado, por su parte, el Controlador Lógico Programable, PLC de sus siglas en inglés, surgió de la necesidad de reemplazar gabinetes de relés. Estos últimos no eran fiables y eran difíciles de cablear y diagnosticar cuando existía un fallo. Los PLCs facilitan las operaciones lógicas booleanas, contadores de tiempo, y (en algunos modelos) el control continuo PID, ajustando las ganancias de la función de control del PLC que puede asociar a un sistema continuo. Los PLC son dispositivos de estado sólido basados en microprocesadores que controlan equipos y procesos industriales. Mientras que el PLC puede controlar los componentes de un sistema SCADA (Supervisión, Control y Adquisición de Datos) y utilizarlos en los sistemas de DCS, a menudo son los principales componentes en configuraciones más pequeñas del sistema de control utilizado para proporcionar el control reglamentario de los procesos discretos, tales como líneas de montaje de automóviles. De hecho, hoy en día los PLC se utilizan ampliamente en casi todos los procesos industriales.

Por su parte, la historia del SCADA tiene sus raíces en aplicaciones de distribución, tales como la energía, el gas natural, y las tuberías de agua, donde hay una necesidad de recopilar datos a distancia a través de enlaces de poco ancho de banda, alta latencia, poco fiables o con operación intermitente. Los sistemas SCADA crean lazos de control con sitios que están muy separados geográficamente. De hecho, un sistema SCADA utiliza RTU (Unidades Terminales Remotas, también conocidos como unidades de telemetría a distancia) para enviar datos de control de nuevo a un centro de control. La mayoría de los sistemas de RTU poseen alguna

capacidad limitada para manejar los controles locales, si la estación principal no está disponible (Pinzón Ardila, 2010).

Pinzón Ardila, (2010) expone en su artículo que, en los últimos años los sistemas de RTU han crecido más su capacidad de manejar los controles locales. Las fronteras entre estas definiciones del sistema se van difuminando con el tiempo. El límite técnico que llevó a los diseños de estos diversos sistemas ya no son un problema.

De acuerdo con el mencionado autor, muchas plataformas de PLC actualmente pueden realizar operaciones de pequeños DCS, utilizando el control remoto de entradas salidas analógicas y los lazos de control con capacidad de comunicar los datos al sistema de supervisión.

Hoy en día no es raro tener excelentes infraestructuras de telecomunicaciones con alta fiabilidad que en algunos sistemas SCADA consiguen el control en lazo cerrado a largas distancias (Pinzón Ardila, 2010).

Con los desarrollos tecnológicos se ha llegado al concepto de un PAC (Controlador de Automatización Programable o Controlador de Automatización de Procesos). Esto es una mezcla de estos tres conceptos: PLC, RTU y DCS. El tiempo y el mercado determinarán si esto puede simplificar la parte de la terminología y la confusión que rodea a estos conceptos en la actualidad (Pinzón Ardila, 2010).

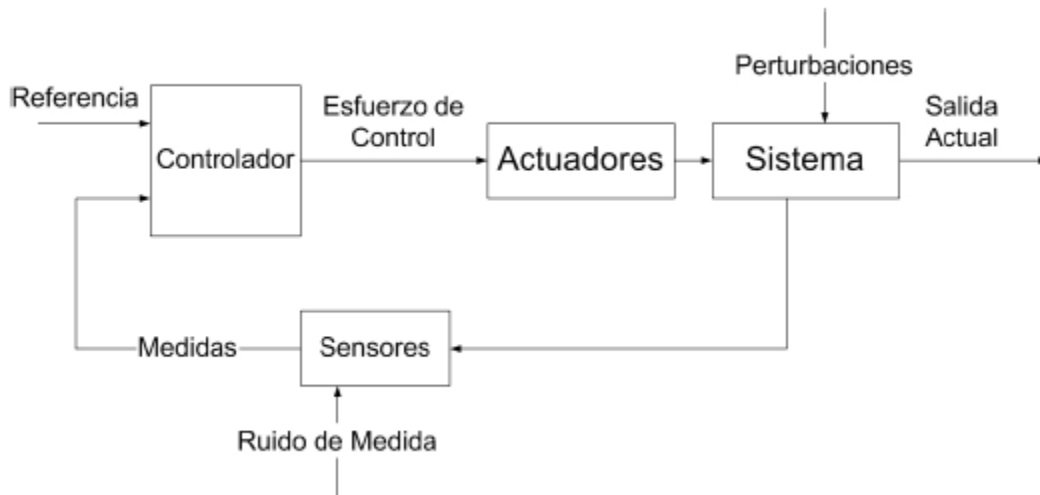
1.4 Elementos de un sistema de control

Según Coda Morselli, (2005), los elementos principales que componen un sistema de control son:

- Sensores.
- Actuadores.
- Controlador.
- Planta.
- Sistema de comunicación.

La elección de cada uno de los elementos constituye un problema de ingeniería.

Ilustración 1 Elementos de un Sistema de Control Típico



Fuente: Codas Morselli, (2005).

- *Los sensores:* Son como los ojos del sistema y gracias a ellos es posible medir las señales del proceso bajo control y de esta forma conocer el comportamiento del sistema. La tecnología a ser utilizada depende de diversos factores tales como: la resolución, la precisión, el rango, etc., así como del entorno de operación. Hay que considerar, además, que en la práctica la medida se ve afectada por ruidos de medida (Codas Morselli, 2005).

- *Los actuadores:* Otro elemento fundamental son los actuadores, a través de los mismos es posible afectar o actuar sobre el sistema para conducir el proceso desde el estado actual al deseado. La disponibilidad de nuevos actuadores posibilita la obtención de mejores rendimientos. Por lo general, en un problema de control típico se requieren de actuadores de diferentes tipos (Codas Morselli, 2005).
- *El controlador:* Es el corazón de la ingeniería de control, en este se incluyen los objetivos a ser alcanzados y la dinámica del proceso. Para conseguir su objetivo utiliza como entradas las señales de los sensores y la referencia, a partir de las cuales genera la señal de control modificando apropiadamente la dinámica del sistema (Codas Morselli, 2005).
- *La planta:* El sistema o la planta es el proceso que se desea controlar. Se formulan modelos matemáticos a fin de capturar las características esenciales del sistema. Las perturbaciones externas, varían la dinámica del sistema físico, las que deben ser compensadas por el controlador. Los sistemas reales son afectados por ruidos e interferencias externas. Estos factores pueden tener un gran impacto sobre el rendimiento del sistema, como por ejemplo aviones sujetos a ráfagas de viento y pilotos automáticos de vehículos a diferentes cargas. A través del diseño apropiado puede desensibilizarse al sistema en relación a las perturbaciones. Otro problema lo constituye la incertidumbre en el modelado, los sistemas reales son complejos y sus modelos tienen algún tipo de error. Gracias a la realimentación pueden conseguirse niveles deseados de rendimiento con modelos relativamente simples (Codas Morselli, 2005).
- *Los sistemas de comunicación:* Interconectar los elementos de un sistema de control requieren de un sistema de comunicación. Por ejemplo, para interconectar los sensores al

controlador y este otra vez a los actuadores. Una planta típica puede tener miles de señales independientes que necesitan ser enviadas a largas distancias, por lo que el diseño de un sistema de comunicación y de los protocolos asociados es un aspecto importante de la teoría de control moderna. Existen problemas y requerimientos especiales para sistemas de comunicación diferentes. Por ejemplo, en transmisión de voz, pequeños retardos e imperfecciones en la comunicación no son importantes, ya que son transparentes al receptor. Sin embargo, en sistemas de control de alta velocidad esos detalles podrían constituir un gran problema. Los retardos no determinísticos introducidos en la transmisión de los datos, pueden afectar el rendimiento los sistemas de control. (Coda Morselli, 2005)

1.5 Comparación entre controles analógicos y digitales

En los últimos 40 años con la llegada de la electrónica analógica y digital hizo posible que la tecnología de control se extienda más allá de sus aplicaciones iniciales, logrando que se aplique la ingeniería de control a muchas aplicaciones. Según Pinzón Ardila, (2010), entre los éxitos visibles de los desarrollos pasados del control se encuentran:

- *El guiado y control de vehículos aeroespaciales*, incluyendo las aeronaves, guiado de misiles, aviones avanzados de combate, lanzamiento de satélites.

Estos sistemas de control junto con el circuito de seguimiento, proporcionando una estabilidad en la presencia de grandes perturbaciones en el entorno del sistema.

- *Los sistemas de control en las industrias de fabricación*, desde la automoción a los circuitos integrados. Las máquinas controladas por computador proporcionan un montaje

y posicionamiento preciso necesario para producir una alta calidad de fabricación de los productos y componentes de alto rendimiento.

- *Los sistemas de control de proceso industriales, especialmente en la industria de los hidrocarburos y del tratamiento químico.* Estas mantienen una alta calidad del producto mediante la vigilancia de miles de señales obtenidas de sensores y realizan los ajustes correspondientes de cientos de válvulas, calentadores, bombas y otros actuadores.
- *Control de los sistemas de comunicaciones, incluido los sistemas telefónicos, teléfonos celulares e Internet.* Los sistemas de control regulan los niveles de potencia de la señal de los transmisores y repetidores, gestionar los buffers de paquetes en la red de enrutamiento de los equipos y proveen la cancelación de ruido adaptativo para responder a una variedad de características de las líneas o medios de transmisión.

Pinzón Ardila, (2010), también menciona que, en un principio los controladores digitales se usaron solo como componentes en sistemas de control a gran escala. Actualmente, sin embargo, gracias a la disponibilidad de microcomputadoras de bajo costo relativo, los controladores digitales se utilizan en muchos sistemas de control de gran y pequeña escala. De hecho, los controladores digitales están reemplazando a los controladores analógicos que han sido utilizados en muchos sistemas de control a pequeña escala. Son a menudo superiores en desempeño y con un costo menor que su contraparte analógica.

Los controladores analógicos representan las variables mediante cantidades físicas continuas. Estos se pueden diseñar fácilmente para servir de manera satisfactoria como controladores que

no tienen que tomar decisiones. Pero el costo de los controladores analógicos se incrementa rápidamente a medida que la complejidad del cálculo se incrementa (Pinzón Ardila, 2010).

Además, Pinzón Ardila, (2010), expone que, los controladores digitales son muy versátiles. Estos pueden manejar ecuaciones de control no lineales que involucran cálculos complicados u operaciones lógicas. Se pueden utilizar con controladores digitales una variedad mucho más amplia de leyes de control que las que se pueden utilizar con controladores analógicos. También, mediante la edición de un nuevo programa, las operaciones que se están ejecutando se pueden cambiar por completo. Son capaces de ejecutar cálculos complejos con exactitud constante a alta velocidad y pueden tener casi cualquier grado deseado de exactitud de cálculo con un incremento relativamente pequeño del costo.

Existen ventajas adicionales de los controladores digitales sobre los analógicos. Los componentes digitales, tales como circuitos de muestreo y retención, convertidores A/D y D/A y los transductores digitales, son de construcción robusta, alta confiabilidad y a menudo compactos y ligeros. Además, los componentes digitales tienen alta sensibilidad y con frecuencia son más baratos que sus contrapartes analógicas (Pinzón Ardila, 2010).

El autor explica que, un sistema capaz de controlar un proceso completamente, debería resolver ecuaciones complicadas.

Otro dato expuesto por Pinzón Ardila (2010), es que, el sistema debe ser capaz de aceptar instrucciones desde muy variadas fuentes como computadoras y operadores humanos. Mediante el uso de un controlador digital, es posible tomar en cuenta todas las variables del proceso, conjuntamente con los factores económicos, los requerimientos de producción, el desempeño del

equipo y todas las demás necesidades, y de este modo alcanzar el control óptimo de los procesos industriales.

Tabla 1

Ventajas y desventajas del control analógico y digital

Tipo de control	Ventajas	Desventajas
Analógico	Ancho de Banda Alto Mayor facilidad de Uso Mayor Facilidad de diseño	Envejecimiento Temperatura Diseño cableado Sistemas Simples
Digital	Solución Programada Insensible al entorno Comportamiento preciso Algoritmos complejos Funciones adicionales	Problemas numéricos Procesador de alto desempeño Diseño más complicado

Fuente: Kuo, (1996).

1.6 Sistemas de control en tiempo discreto

Codas Morselli, (2005), menciona que, en los últimos años, los controles discretos fueron tomando un protagonismo cada vez más importante ya que su utilización permite alcanzar un desempeño optimo en los procesos en los que son utilizados.

Por ejemplo, en la forma de productividad máxima, beneficio máximo, costo mínimo o la utilización mínima de energía. La capacidad en la toma de decisiones y la flexibilidad en los programas de control son las mayores ventajas de los sistemas de control digital (Codas Morselli, 2005).

1.6.1 Transformada Z

El método de la transformada z es un método operacional muy poderoso cuando se trabaja con sistemas en tiempo discreto. Al considerar la transformada z de una función del tiempo $x(t)$, solo se toman en cuenta los valores muestreados de $x(t)$, esto es, $x(0), x(T), x(2T), \dots$, donde T es el periodo de muestreo (Ogata K. , 1996).

Ogata K., (1996), menciona que, la transformada z de una función del tiempo $x(t)$, donde t es positivo, o de la secuencia de valores $x(kT)$, donde k adopta valores de cero o enteros positivos y T es el período de muestreo, se define mediante la siguiente ecuación:

$$X(z) = Z[x(t)] = Z[x(kT)] = \sum_{k=0}^{\infty} x(kT)z^{-k} \quad 1.1.$$

Cuando la señal es una secuencia de números $x(k)$, la transformada z se define como

$$X(z) = Z[x(k)] = \sum_{k=0}^{\infty} x(k)z^{-k} \quad 1.2.$$

La transformada z definida por las ecuaciones (1.1.) y (1.2.) se conocen como transformada z unilateral.

El símbolo “ Z ”, denota “obtener la transformada z ”. En la transformada z unilateral se supone que $x(t)=0$ para $t<0$ o $x(k)=0$ para $k<0$.

Es de importancia notar que la transformada z , es una transformación que convierte una secuencia en el tiempo $x(kT)$ en una función compleja $x(z)$. Nos damos cuenta que la transformación al dominio de z , permite un análisis de sistemas lineales e invariantes en el

tiempo con relativa facilidad. Se debe notar que trabajando con una secuencia de tiempo $x(kT)$ que se obtuvo mediante el muestreo de una señal $x(t)$ la transformada z ; de $X(z)$ lleva implícito el periodo de muestreo T . Cuando se trabaja con una secuencia en el tiempo que no implica el periodo de muestreo, tal como $x(t)$, la transformada no incluye a T , explícitamente.

A continuación, se define la transformada z de $x(t)$, donde $-\infty < t < \infty$, o de $x(k)$, donde k adopta valores enteros tales como $\pm 1, \pm 2, \pm 3$, etc. (Ogata K. , 1996).

$$X(z) = Z[x(t)] = Z[x(kT)] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(kT)z^{-k} \quad 1.3.$$

$$X(z) = Z[x(k)] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k)z^{-k} \quad 1.4.$$

El tipo de transformada definido en las dos ecuaciones (1.3.) y (1.4.) se denomina transformada bilateral, y se asume que la función $x(t)$ es distinta de cero cuando $t < 0$ y se considera que la secuencia $x(k)$ tiene valores distintos de cero para $k < 0$.

Debido a que la transformada z unilateral presenta una solución apropiada en su región de convergencia, para el desarrollo y análisis de muchos sistemas, en el presente trabajo solo se utilizara esta.

Se debe notar que cuando la serie infinita $X(z)$, en z^{-1} converge fuera del círculo $z = R$, donde R es el radio de convergencia absoluta, y utilizando el método de la transformada z para resolver problemas en tiempo discreto, no se necesita especificar los valores de z para los cuales $X(z)$ converge. Debe notar que al expandir la ecuación (1.5.) para diferentes valores de k , tenemos:

$$X(z) = x(0) + x(T)z^{-1} + x(2T)z^{-2} + x(3T)z^{-3} + \dots + x(kT)z^{-k} \quad 1.5.$$

La expansión en la ecuación (1.5.), nos demuestra que podemos escribir la transformada z, en forma de serie, de cualquier función $x(t)$ por simple inspección, en donde z^{-k} indica la posición en el tiempo en que fue tomada la amplitud de $x(t)$.

Por otra parte, si la transformada z de una función está dada como la ecuación (1.5.), la transformada z inversa se puede encontrar por simple inspección como una secuencia de la función $x(kt)$ que equivalga a los valores de $x(t)$ en los valores de tiempo correspondientes.

Capítulo 2

Modelos Matemáticos

En este capítulo se habla del modelado matemático de sistemas dinámicos, mecánicos y eléctricos. Se dará enfoque a la planta específica a ser implementada en este trabajo.

“Cualquier tentativa de diseño de un sistema debe empezar a partir de una predicción de su funcionamiento antes que el sistema pueda diseñarse a detalle o construirse físicamente. Tal predicción se basa en una descripción matemática de las características dinámicas del sistema. A esta descripción matemática se le llama modelo matemático.” (Ogata K. , 1992, pág. 2)

Al aplicar las leyes físicas a un sistema específico, es posible desarrollar un modelo matemático que describa al sistema, Tal sistema puede incluir parámetros desconocidos, los cuales deben evaluarse mediante pruebas reales. Sin embargo, algunas veces las leyes físicas que gobiernan el comportamiento de un sistema no están completamente definidas, y la formulación de un modelo matemático puede resultar imposible. De ser así, se puede utilizar un procedimiento de modelado experimental. En este procedimiento, se somete al sistema a un conjunto de entradas conocidas y se miden sus salidas. A partir de las relaciones de entrada y salida se deriva entonces el modelo matemático (Ogata K. , 1992, pág. 3).

El primer paso en el proceso de diseño de control es desarrollar modelos matemáticos apropiados del sistema a controlar. Estos modelos pueden derivarse de leyes físicas o datos experimentales (Universidad Carnegie Mellow, s/f).

Los sistemas dinámicos son sistemas que cambian o evolucionan en el tiempo de acuerdo con una regla fija. Para muchos sistemas físicos, esta regla se puede establecer como un conjunto de ecuaciones diferenciales de primer orden:

$$\dot{x} = \frac{dx}{dt} = f[x(t); u(t); t] \quad 2.1.$$

En la ecuación 2.1., $x(t)$ es el vector de estado, un conjunto de variables que representan la configuración del sistema en el momento t . $u(t)$ es el vector de entradas externas al sistema en el momento t , y f es una función (posiblemente no lineal) que produce la derivada de tiempo (tasa de cambio) del vector de estado, $\frac{dx}{dt}$, para un instante particular de tiempo.

El estado en cualquier momento futuro, $x(t_1)$, se puede determinar exactamente dado el conocimiento del estado inicial, $x(t_0)$, y el historial de tiempo de las entradas, $u(t)$, entre t_0 y t_1 integrando la ecuación. Aunque las variables de estado en sí mismas no son únicas, hay un número mínimo de variables de estado, n , necesarias para capturar el "estado" de un sistema dado y para poder predecir el comportamiento futuro del sistema (resolver las ecuaciones de estado). n , se refiere al orden del sistema y determina la dimensionalidad del espacio de estado. El orden del sistema generalmente corresponde al número de elementos de almacenamiento de energía independientes en el sistema (Universidad Carnegie Mellow, s/f).

La relación dada en la ecuación es muy general y puede usarse para describir una amplia variedad de sistemas diferentes; desafortunadamente, puede ser muy difícil de analizar. Hay dos simplificaciones comunes que hacen que el problema sea más manejable. Primero, si la función f depende explícitamente del tiempo, es decir $\dot{x} = f(x; u; t)$ entonces se dice que el sistema es invariante en el tiempo. Esto suele ser una suposición muy razonable porque las leyes físicas

subyacentes en sí mismas no suelen depender del tiempo. Para sistemas invariantes en el tiempo, los parámetros o coeficientes de la función f son constantes. Las variables de estado, $x(t)$, y las entradas de control, $u(t)$, sin embargo, aún pueden depender del tiempo. (Universidad Carnegie Mellow, s.f.)

El segundo supuesto común se refiere a la linealidad del sistema. En realidad, casi todos los sistemas físicos no son lineales. En otras palabras, f es típicamente una función complicada del estado y las entradas. Estas no linealidades surgen de muchas maneras diferentes, una de las más comunes en los sistemas de control es la "saturación" en la que un elemento del sistema alcanza un límite físico difícil para su funcionamiento. Afortunadamente, en un rango de operación suficientemente pequeño (piense en una línea tangente cerca de una curva), la dinámica de la mayoría de los sistemas es aproximadamente lineal. En este caso, el sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden se puede representar como una ecuación matricial, es decir:

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad 2.2.$$

Hasta la llegada de las computadoras digitales (y, en gran medida, a partir de entonces), solo era práctico analizar los sistemas lineales invariantes en el tiempo, o también llamados LTI. En consecuencia, la mayoría de los resultados de la teoría de control se basan en estas suposiciones. Afortunadamente, como veremos, estos resultados han demostrado ser notablemente efectivos y se han resuelto muchos desafíos de ingeniería significativos utilizando técnicas de LTI. De hecho, el verdadero poder de los sistemas de control de retroalimentación es que funcionan (son robustos) en presencia de la inevitable incertidumbre en el modelado. (Universidad Carnegie Mellow, s/f)

2.1 Modelado de sistemas eléctricos

Para la elaboración de modelos matemáticos y el análisis de respuesta de sistemas eléctricos, se debe tener conocimiento básico de las leyes de circuitos eléctricos, tales como la ley de Ohm y las leyes de Kirchhoff, para luego, a partir de esos conocimientos, poder modelar dichos sistemas.

Los conceptos de Voltaje, Corriente, Carga, Potencia. son conceptos básicos de circuitos eléctricos. A seguir, se exponen las definiciones según lo presentado por K. Alexander & O. Sadiku, (2004).

- Voltaje: Es la energía requerida para mover una carga unitaria a través de un elemento, medida en volts.
- Corriente: Es la velocidad de cambio de la carga respecto al tiempo, unidad de medida en amperes.
- Carga: es una propiedad eléctrica de las partículas atómicas de las que se compone la materia, medida en coulomb.
- Potencia: Es la variación con respecto al tiempo de entrega o absorción de energía, unidad de medida en watts.

Se encuentran tres tipos de elementos básicos en los circuitos eléctricos: elementos resistivos, elementos capacitivos y elementos inductivos, que se explican a continuación:

Elementos Resistivos: La resistividad se define como el cambio de voltaje requerido para producir un cambio unitario en la corriente.

$$R = \frac{\text{cambio en voltaje}}{\text{cambio en corriente}} \frac{V}{A} \quad 2.3.$$

Entonces, la resistencia R de un resistor lineal puede darse por:

$$R = \frac{e_R}{i} \quad 2.4.$$

Donde e_R es el voltaje a través del resistor e i es la corriente que fluye por el resistor. La unidad de medida es Ohm (Ω), donde:

$$\text{Ohm}(\Omega) = \frac{\text{volt}}{\text{ampere}} \quad 2.5.$$

Los resistores no almacenan energía eléctrica en forma alguna, pero en su lugar la disipan en forma de calor. Los resistores reales pueden ser no lineales y pueden presentar efectos capacitivos e inductivos (Ogata K. , 1992).

Elementos Capacitivos: Dos conductores separados por un medio no conductor (aislante o dieléctrico) forman un capacitor. De modo que dos placas metálicas separadas por un material eléctrico muy delgado forman un capacitor. Algunas veces el área se hace variable, como en un condensador de sintonización de un radio (Ogata K. , 1992).

La capacitancia se define como el cambio en la cantidad de carga eléctrica requerido para producir un cambio unitario en el voltaje.

$$C = \frac{\text{cambio de cantidad de carga electrica } C}{\text{cambio de voltaje } V} \quad 2.6.$$

La capacitancia C de un capacitor puede darse por:

$$C = \frac{q}{e_c} \quad 2.7.$$

Donde q es la cantidad de carga almacenada y e_c es el voltaje a través del capacitor. La unidad de medida de la capacitancia es farad (F), donde:

$$\text{Farad (F)} = \frac{\text{ampere} - \text{segundo}}{\text{volt}} = \frac{\text{coulomb}}{\text{volt}} \quad 2.8.$$

También se tiene que:

$$i = \frac{dq}{dt} \quad 2.9.$$

$$e_c = \frac{q}{C} \quad 2.10.$$

O bien

$$de_c = \frac{1}{C} i dt \quad 2.11.$$

Por lo tanto:

$$e_c(t) = \frac{1}{C} \int_0^t i dt + e_c(0) \quad 2.12.$$

Aunque un capacitor puro almacena energía y puede entregarla toda, los capacitores reales, por otro lado, muestran diferentes pérdidas. Estas pérdidas de energía se indican mediante el factor de potencia, el cual es la relación de las pérdidas de energía por ciclo. Por lo tanto, es deseable un factor de potencia de valor reducido (Ogata K. , 1992).

Elementos Inductivos: Alrededor de una carga en movimiento o corriente hay una región de influencia que se llama campo magnético. Si el circuito se encuentra en un campo magnético variante con respecto al tiempo, se induce una fuerza electromotriz en el circuito. La relación entre el voltaje inducido y la razón de cambio de la corriente se define como inductancia (Ogata K. , 1992).

$$L = \frac{\text{cambio en voltaje inducido}}{\text{cambio en corriente por segundo}} \frac{V}{A/s} \quad 2.13.$$

Luego podemos definir la inductancia L como:

$$L = \frac{e_L}{di/dt} \quad 2.14.$$

O bien:

$$e_L = L \frac{di}{dt} \quad 2.15.$$

Donde la unidad de medida de la inductancia es Henry (H).

$$H = \frac{\text{volt}}{\text{ampere}/\text{segundo}} \quad 2.16.$$

A causa de que la mayor parte de los inductores son bobinas de alambre, estos tienen una considerable resistencia. Las pérdidas de energía debidas a la presencia de la resistencia se indican en el factor de calidad Q , el cual muestra la relación entre la energía almacenada y la disipada. Un valor de Q alto generalmente significa que el inductor posee poca resistencia (Ogata K. , 1992).

Para el modelado matemático de este tipo de sistemas, recurrimos a la ley de Ohm y las leyes de Kirchhoff de voltaje y corriente.

Ley de Ohm: Esta establece que la corriente en un circuito es proporcional a la fuerza electromotriz total (e) que actúa sobre el circuito e inversamente proporcional a la resistencia total del circuito. Puede expresarse mediante:

$$i = \frac{e}{R} \quad 2.17.$$

Donde i es la corriente, e es la fem y R la resistencia.

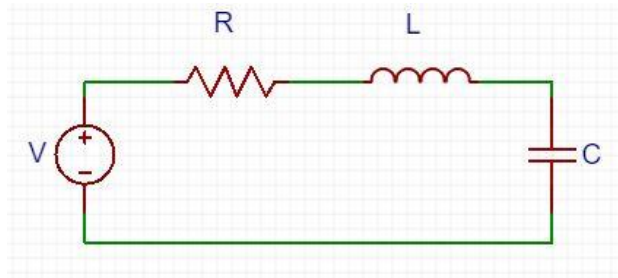
Leyes de Kirchhoff: Podemos separar las leyes de Kirchhoff en dos leyes, ley de voltaje y ley de corriente.

- a) *Ley de corrientes de Kirchhoff (ley de nodos):* Un nodo en un circuito eléctrico es un punto donde tres o más conductores se unen entre sí. Esta ley establece que la suma algebraica de las corrientes, que entran al nodo o salen de él, es igual a cero (Ogata K. , 1992).

- b) *Ley de voltajes de Kirchhoff (ley de mallas)*: Establece que en cualquier instante dado del tiempo la suma algebraica de los voltajes alrededor de una malla cualquiera, de un circuito eléctrico, es cero (Ogata K. , 1992).

Un circuito básico bastante utilizado como parte de circuitos más complejos es el RCL serie, compuesto de una resistencia, un capacitor y un inductor.

Ilustración 2 Circuito RLC serie



Fuente: Elaboración propia.

Utilizando la Ley de voltajes de Kirchhoff obtenemos la siguiente ecuación:

$$V - e_R - e_L - e_C = 0 \quad 2.18.$$

Donde:

$$e_R = i \cdot R \quad 2.19.$$

$$e_L = L \frac{di}{dt} \quad 2.20.$$

$$e_C = \frac{1}{C} \int_0^t i \, dt \quad 2.21.$$

Estas tres igualdades llevadas a la ecuación 2.18., tenemos:

$$V = i.R + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int_0^t i dt \quad 2.22.$$

El cual es un modelo matemático del circuito dado, en función del tiempo.

2.2 Modelado de sistemas mecánicos

Para cualquier sistema mecánico se puede desarrollar un modelo matemático, aplicando al sistema de leyes de Newton.

En el modelado matemático de sistemas mecánicos pueden necesitarse tres tipos de elementos básicos: elementos de inercia, de resorte y elementos amortiguadores.

Elementos de inercia: por elementos de inercia entendemos las masas y los momentos de inercia.

La inercia puede definirse como el cambio en fuerza requerido para producir un cambio unitario en la aceleración (Ogata K. , 1992).

$$Inercia (masa) = \frac{\text{cambio de la fuerza}}{\text{cambio en la aceleracion}} \frac{N}{m/s^2} o kg \quad 2.23.$$

Inercia (momento de inercia)

$$= \frac{\text{cambio en el par}}{\text{cambio en la aceleracion angular}} \frac{N - m}{rad/s^2} o kg - m^2 \quad 2.24.$$

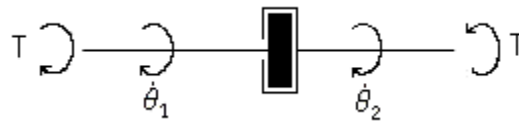
Partiendo de la segunda ley de Newton, que da la relación aceleración angular-par de un cuerpo rígido en rotación. Para un cuerpo rígido en rotación pura alrededor de un eje fijo, se establece que:

$$\sum T = J\alpha \quad 2.25.$$

Donde $\sum T$ es la sumatoria de todos los pares que actúan alrededor de un eje dado, J es el momento de inercia del cuerpo alrededor de ese eje y α es la aceleración angular.

Elementos amortiguadores: un amortiguador es un elemento mecánico que disipa energía en forma de calor en lugar de almacenarla (Ogata K. , 1992).

Ilustración 3 Diagrama Esquemático de un amortiguador rotacional



Fuente: Elaboración propia.

En la Ilustración 3 se muestra un diagrama esquemático de un amortiguador de torsión o rotacional, el par aplicado a los extremos del amortiguador es proporcional a la diferencia de velocidad angular de ambos extremos.

$$T = b\dot{\theta} = b(\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2) \quad 2.26.$$

Donde T es el par aplicado a los extremos del amortiguador de torsión, $\dot{\theta}_1$ y $\dot{\theta}_2$ son las velocidades angulares de los extremos y b es coeficiente de fricción viscosa de torsión.

Elementos de resorte: Un resorte lineal es un elemento mecánico que puede ser deformado por una fuerza externa tal que la deformación sea directamente proporcional a la fuerza o par que se le aplique (Ogata K. , 1992).

Capítulo 3

Sistemas de Control Automático

En este capítulo se exponen algunos sistemas de control clásicos más utilizados actualmente, haciendo una breve reseña y evaluándolos para la selección de la implementación de la planta propuesta en este proyecto, se expondrán los criterios para la selección del mismo.

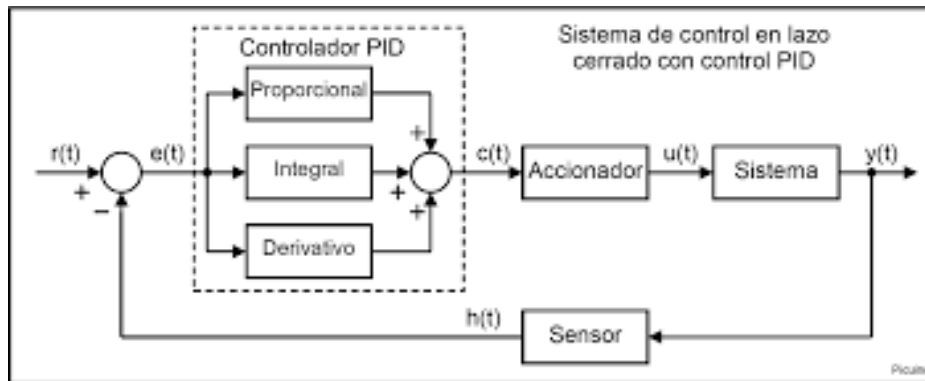
El control automático es el mantenimiento de un valor deseado para una cantidad o condición física, midiendo su valor actual, comparándolo con el valor referencia, y utilizando la diferencia para proceder a reducirla mediante una acción correctiva. En consecuencia, el control automático exige un lazo cerrado de acción y reacción que funcione sin intervención humana (Kuo, 1996).

3.1 Sistemas de control PID

El controlador proporcional-integral-derivado (controlador PID) es un mecanismo de retroalimentación de bucle de control que se utiliza en sistemas de control industrial. Un controlador PID calcula el valor de error como diferencia entre la variable de proceso medida y el punto de ajuste deseado. El controlador intenta reducir el error ajustando el proceso mediante el uso de una variable manipulada (Kant, 2014).

“El controlador PID se emplea ampliamente porque es muy comprensible y porque es bastante efectivo. Una atracción del controlador PID es que todos los ingenieros comprenden la diferenciación y la integración conceptuales, de modo que pueden implementar el sistema de control incluso sin una comprensión profunda de la teoría de control. Además, aunque el compensador es simple, es bastante sofisticado, ya que captura la historia del sistema (a través de la integración) y anticipa el comportamiento futuro del sistema (a través de la diferenciación).” (Universidad Carnegie Mellow, s/f)

Ilustración 4 Diagrama de bloques de un control PID



Fuente: Picuino, (s/f).

3.2 Lugar de las Raíces

La técnica del Lugar Geométrico de las Raíces (LGR) es un método gráfico para dibujar la posición de los polos del sistema en el plano complejo a medida que varía un parámetro, la información que proporciona este método es utilizada para el análisis de la estabilidad y funcionamiento del sistema.

La estabilidad relativa del sistema de control en tiempo discreto puede ser investigada con el círculo unitario en el plano z . Por ejemplo, si los polos en lazo cerrado son complejos conjugados y ocurren dentro del círculo unitario, la respuesta escalón unitario será oscilatoria. A menudo resulta necesario investigar los efectos de la ganancia del sistema o del periodo de muestreo del sistema sobre la estabilidad absoluta y relativa del sistema en lazo cerrado. Para estos fines, el método del lugar geométrico de raíces es muy útil (Codas Morselli, 2005).

Este método, desarrollado para sistemas en tiempo continuo, puede ser extendido sin modificaciones a sistemas en tiempo discreto, excepto por que el límite de estabilidad queda modificado del eje $j\omega$ en el plano s al círculo unitario en el plano z . La razón por la cual este

método puede extenderse a sistemas en tiempo discreto es porque la ecuación característica correspondiente al sistema en tiempo discreto tiene la misma forma que la del sistema en tiempo continuo en el plano s (Codas Morselli, 2005).

3.3 Respuesta en frecuencia

La respuesta en frecuencia o salida del sistema se basa en que un sistema lineal e invariante en el tiempo conserva la frecuencia y modifica únicamente la amplitud y la fase de la señal de entrada. Por tanto, las dos únicas cantidades que deben ser manejadas serán magnitud y fase vs. frecuencia. Es necesaria la familiarización con los diagramas de Bode (trazas logarítmicas) para la extensión de las técnicas convencionales de análisis y diseño de sistemas de control en tiempo continuo a sistemas de control en tiempo discreto.

La parte crucial del análisis en el dominio de la frecuencia es que las características de amplitud y fase de un sistema en lazo cerrado se pueden emplear para predecir el desempeño del sistema en el dominio temporal y en el estado estable.

3.4 Criterios para la selección del control a ser implementado

Al tener un enfoque didáctico, se decidió, para este primer prototipo, partir de una planta básica y con un control sencillo para explorar los principios básicos de la teoría de control.

Se decidió implementar en Control PID, debido a su simplicidad y facilidad de estudio.

Así también no se descartan para trabajos futuros la ampliación de la planta y la implementación de otros controles clásicos y modernos.

Marco Metodológico

Capítulo 4

Diseño Metodológico

En este capítulo, se explican los procedimientos utilizados para el análisis de la problemática propuesta en dicho proyecto.

4.1 Contexto de la investigación

El presente proyecto se enmarca dentro del estudio realizado para obtener el título de grado. Dicha investigación surge a partir de la necesidad de poder validar los conocimientos teóricos, obtenidos en clase, en los laboratorios.

4.2 Alcance

Este proyecto tiene un alcance descriptivo, según (Hernández, 2010), los estudios descriptivos buscan especificar las propiedades, las características y los perfiles de personas, grupos, comunidades, procesos, objetos o cualquier otro fenómeno que se someta a un análisis

En este proyecto se presenta una bancada para el control automático, de posición y velocidad, de un motor cd, el control a ser implementado será el control PID.

No forma parte del proyecto la implementación de otros tipos de controles, ya sean modernos o clásicos. Tampoco otras plantas.

4.3 Diseño de la investigación

El diseño será experimental. El diseño experimental es

“Una acepción particular de experimento, más armónica con un sentido científico del término, se refiere a un estudio en el que se manipulan intencionalmente una o más variables independientes (supuestas causas-antecedentes), para analizar las consecuencias que la manipulación tiene sobre una o más variables dependientes (supuestos efectos-consecuentes), dentro de una situación de control para el investigador.” (Hernández Sampieri, Fernández Collado, & Baptista Lucio, 2010)

Teniendo en cuenta este concepto, en esta investigación son manipulados de manera intencional los parámetros del controlador a ser implementado, con el fin de, analizar el comportamiento del motor.

4.4 Enfoque

Debido a que, en este trabajo, son manipuladas ecuaciones matemáticas y utilizados cálculos matemáticos para determinar el comportamiento de motor, se define el enfoque como cuantitativo.

“En el enfoque cuantitativo los planteamientos a investigar son específicos y delimitados desde el inicio de un estudio. Además, las hipótesis se establecen previamente, esto es, antes de recolectar y analizar los datos. La recolección de los datos se fundamenta en la medición y el análisis en procedimientos estadísticos, la investigación debe ser lo más “objetiva” posible. Los estudios cuantitativos siguen un patrón predecible y estructurado (el proceso) y la meta principal de estos estudios es la construcción y la demostración de teorías.” (Hernández Sampieri, Fernández Collado, & Baptista Lucio, 2010)

4.5 Unidad de estudio

La unidad de estudio es sistema de control automático.

4.6 Técnicas e instrumentos de recolección de datos

Las técnicas utilizadas para la recolección de datos fueron la revisión de libros, trabajos de grados y revistas relacionados con el área; asistencia a cursos relacionados con el área; simulaciones con herramientas de software; y pruebas físicas con la bancada construida.

Capítulo 5

Sistemas de Control PID

En este capítulo se profundizará sobre el sistema de control PID, se expondrán los métodos de sintonización del controlador, la forma de implementar, y su comportamiento de acuerdo a varias situaciones propuestas.

Como ya se mencionó en el Capítulo 3, el controlador proporcional-integral-derivado (controlador PID) es un mecanismo de retroalimentación de bucle de control que se utiliza en sistemas de control industrial. Un controlador PID calcula el valor de error como diferencia entre la variable de proceso medida y el punto de ajuste deseado. El controlador intenta reducir el error ajustando el proceso mediante el uso de una variable manipulada (Kant, 2014).

5.1 Parámetros del controlador PID

El algoritmo del controlador PID tiene tres parámetros diferentes, es decir, el proporcional, valores integrales y derivados, indicados como P, I y D.

Los miembros de la familia de controladores PID, incluyen tres acciones: proporcional (P), integral (I) y derivativa (D). Estos controladores son los denominados P, PI, PD y PID.

P: acción de control proporcional, da una salida del controlador que es proporcional al error, es decir:

$$u(t) = K_p \cdot e(t) \tag{5.1}$$

Que, descripta desde su función transferencia, queda:

$$Cp(s) = K_p \quad 5.2.$$

Donde, K_p es una ganancia proporcional ajustable. Un controlador proporcional puede controlar cualquier planta estable, pero posee desempeño limitado y error en régimen permanente (off-set).

I: acción de control integral: da una salida del controlador que es proporcional al error acumulado, lo que implica que es un modo de controlar lento.

$$u(t) = \frac{Ki}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau \quad 5.3.$$

Que, pasando al dominio de “s”, queda:

$$C_i = \frac{Ki}{T_i s} \quad 5.4.$$

Donde, T_i se denomina tiempo integral y es quien ajusta la acción integral. La señal de control $u(t)$ tiene un valor diferente de cero cuando la señal de error $e(t)$ es cero. Por lo que se concluye que, dada una referencia constante, o perturbaciones, el error en régimen permanente es cero.

D: acción de control derivativa: se define mediante:

$$K_d \cdot T_d \frac{de(t)}{dt} \quad 5.5.$$

Que, en “s”, queda:

$$K_d \cdot T_d \cdot s \quad 5.6.$$

Donde T_d es una constante denominada tiempo derivativo. Esta acción tiene carácter de previsión, lo que hace más rápida la acción de control, aunque tiene la desventaja importante que amplifica las señales de ruido y puede provocar saturación en el actuador. La acción de control derivativa nunca se utiliza por sí sola, debido a que solo es eficaz durante periodos transitorios.

PID: acción de control proporcional-integral-derivativa, esta acción combinada reúne las ventajas de cada una de las tres acciones de control individuales. La ecuación de un controlador con esta acción combinada se obtiene mediante:

$$u(t) = K_p \cdot e(t) + \frac{K_p}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau + K_p \cdot T_d \frac{de(t)}{dt} \quad 5.7.$$

Y su función transferencia resulta:

$$C_{PID}(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d \cdot s \right) \quad 5.8.$$

Se puede decir que esta ecuación es la versión primitiva o normal de PID, no obstante, hay otras formas alternativas.

La respuesta de los controles P, PI, PD y PID se puede ver en los siguientes análisis.

Aplicando estos controladores a una planta aleatoria, se comparan las respuestas para un escalón.

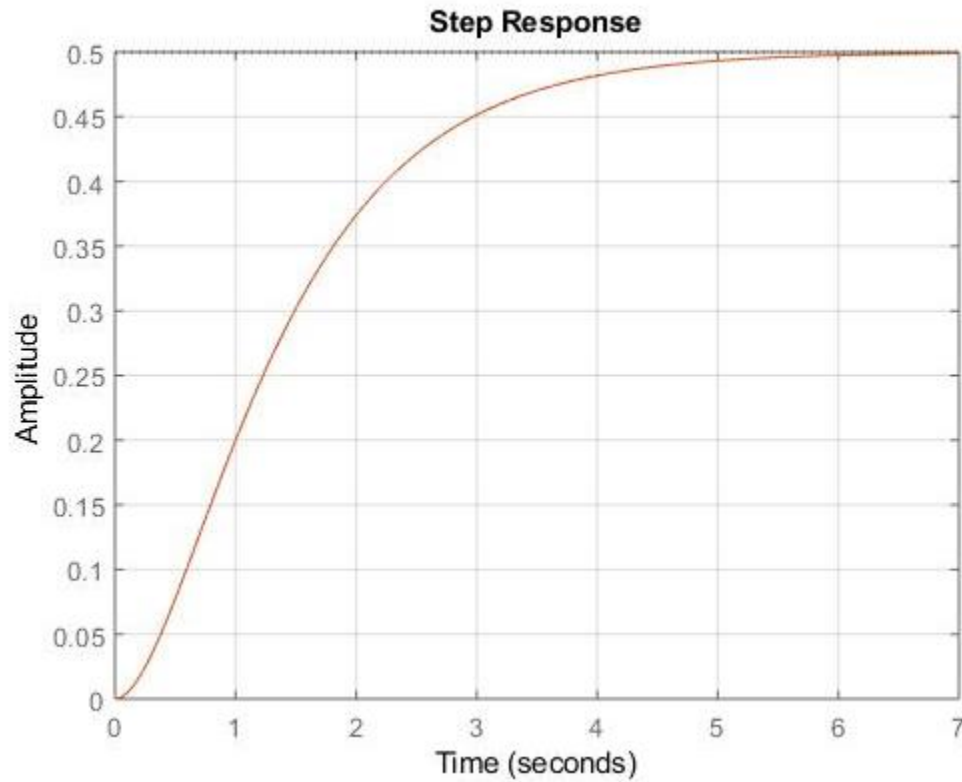
La función de transferencia para este caso será una de segundo orden.

.

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + 3s + 1}$$

5.9.

Ilustración 5 Respuesta de $G(s)$ para un escalón unitario

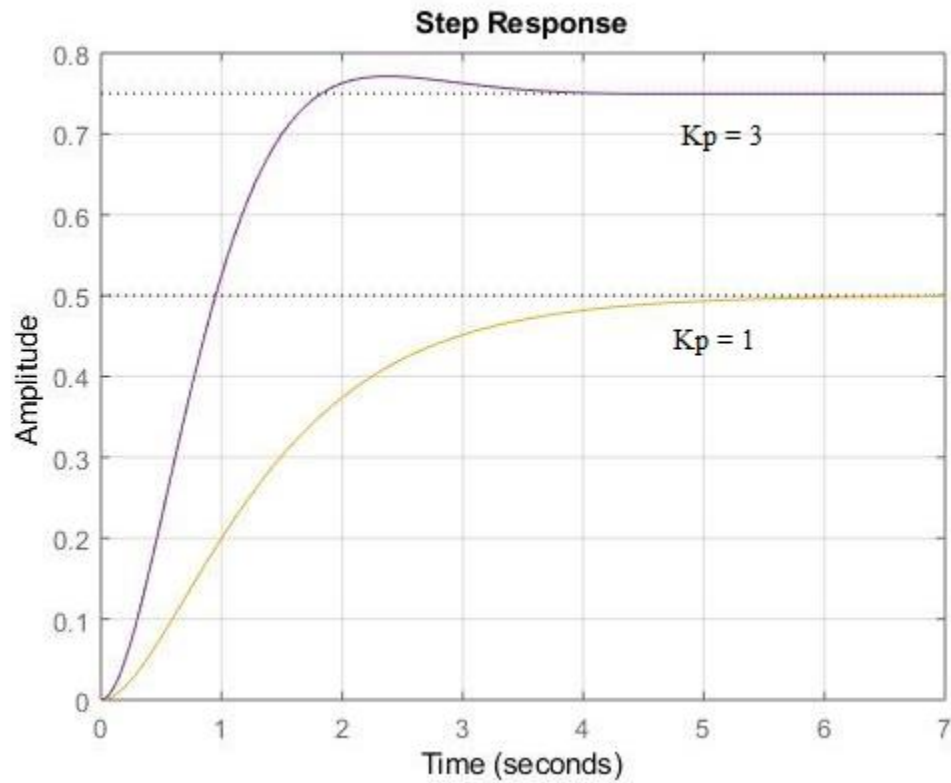


Fuente: Elaboración propia.

5.1.1 Control Proporcional (P)

El controlador proporcional K_p reduce el “*rise time*” o tiempo de subida, pero no elimina el error en estado estable por completo.

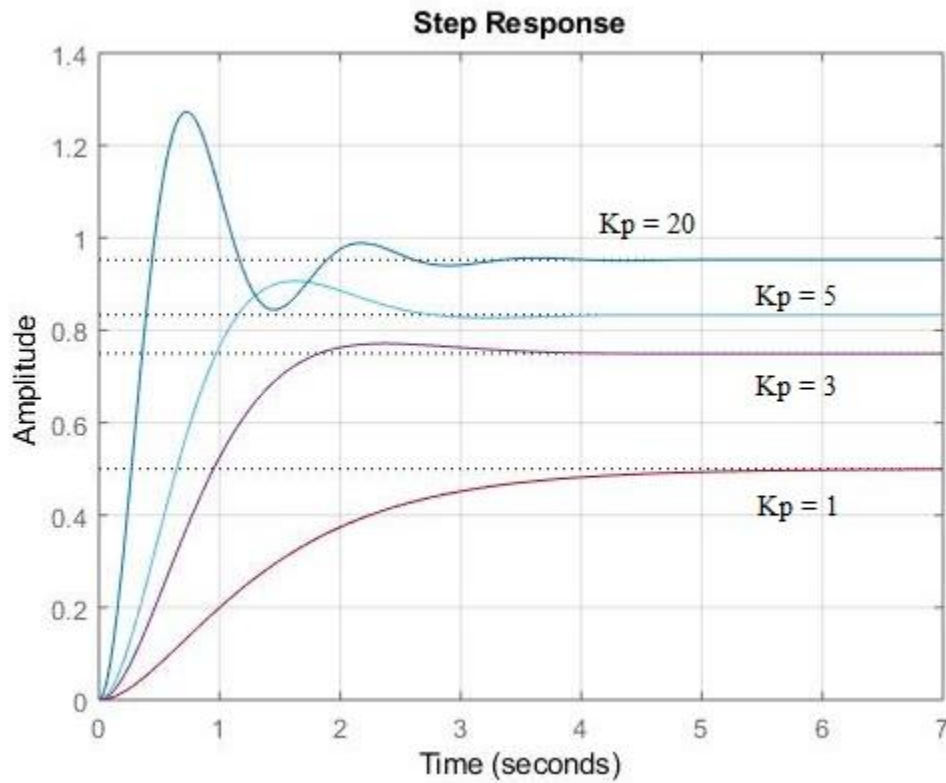
Ilustración 6 Respuesta de un control proporcional



Fuente: Elaboración propia.

Cuanto más grande la constante K_p , también la función tiene a tener un mayor sobre impulso y oscilaciones, pero el tiempo de subida decrece, como así también el error en estado estable, pero este último no llega a ser corregido totalmente.

Ilustración 7 Respuesta del control proporcional para diversos valores de K_p

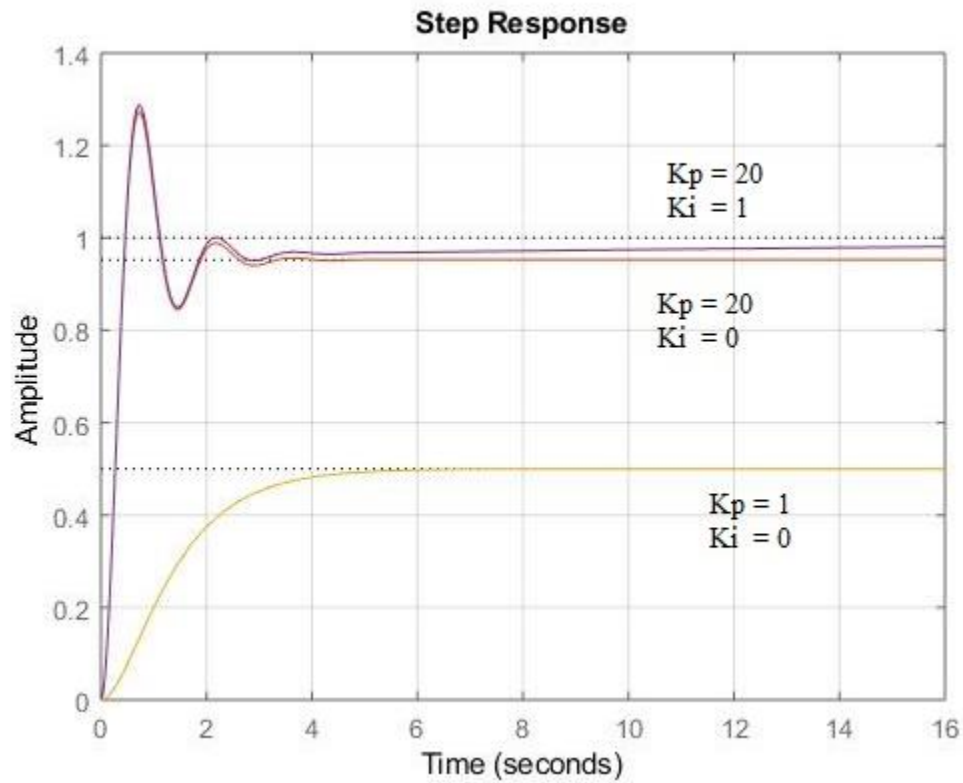


Fuente: Elaboración propia.

5.1.2 Control Proporcional-Integral (PI)

Este caso es la combinación de la acción proporcional con la integral, la incorporación de la acción integral eliminaría el error en estado estable pero así también empeoraría la respuesta transitoria.

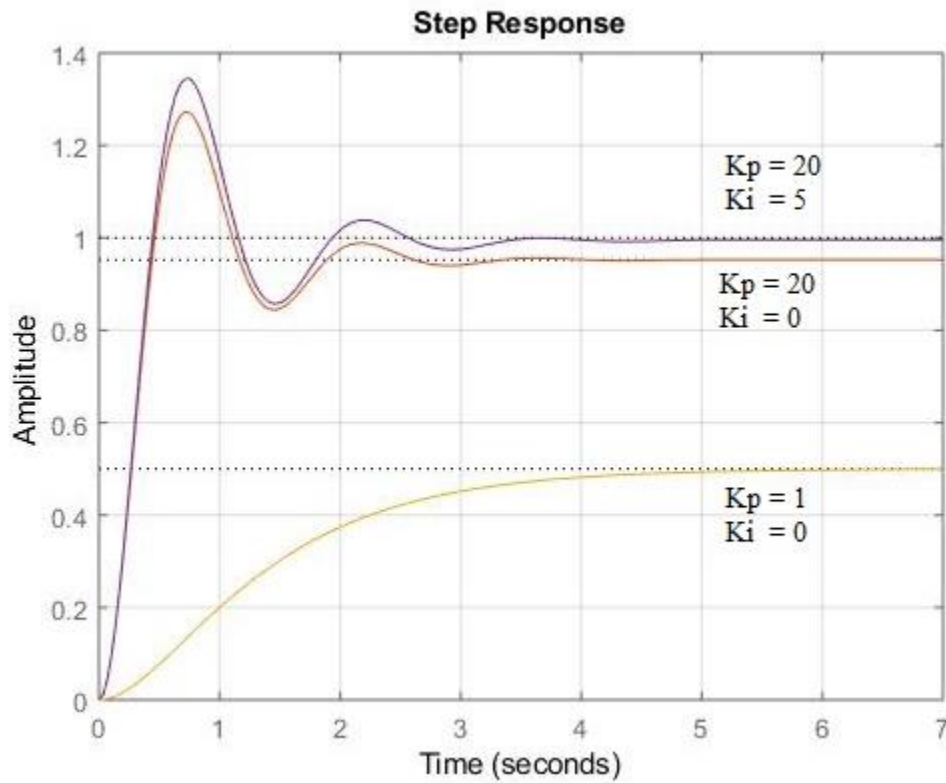
Ilustración 8 Respuesta del control PI



Fuente: Elaboración propia.

Como se puede ver en la Ilustración 8, al agregar la constante integral K_i , se reduce el error en estado estacionario pero el sobre impulso es mayor.

Ilustración 9 Respuesta del control PI para varios valores de K_i

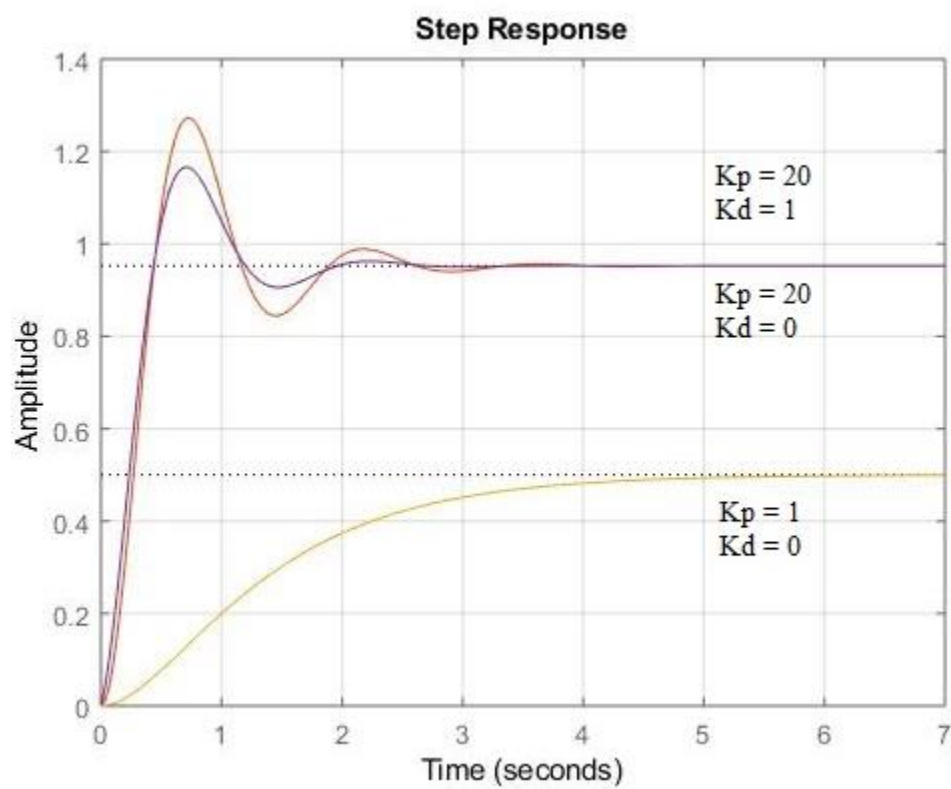


Fuente: Elaboración propia.

5.1.3 Control Proporcional-Derivativo (PD)

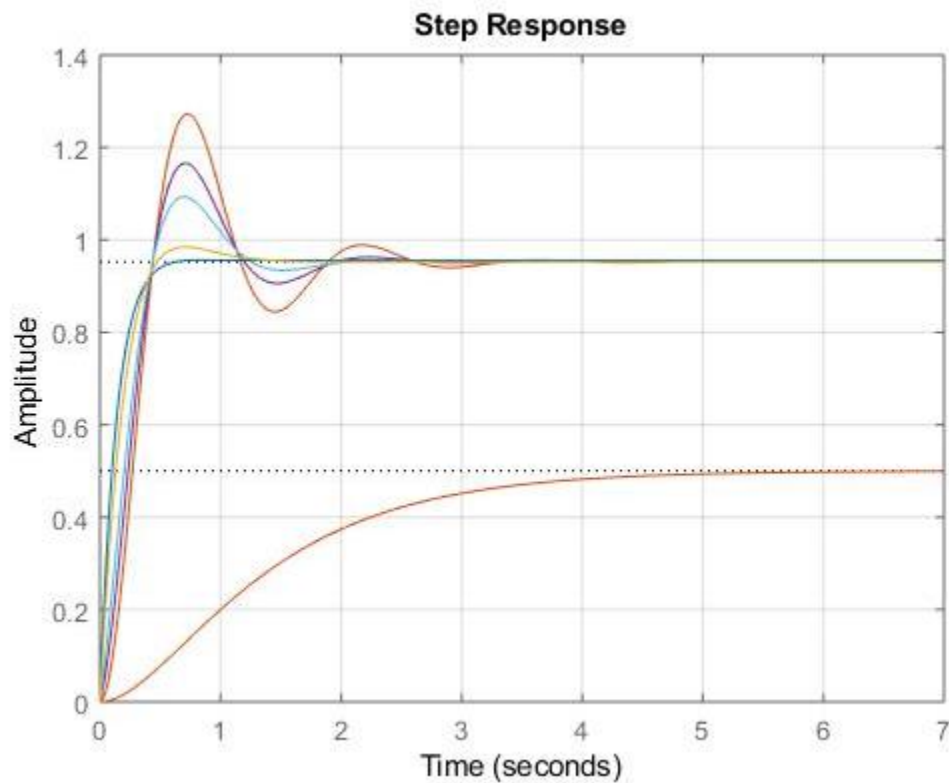
Para este caso, la combinación de las acciones proporcional y derivativa mejoraría la respuesta transitoria, reduciría el sobre paso y aumentaría la estabilidad del sistema, pero se verá afectado mayormente por el ruido de la media.

Ilustración 10 Respuesta del control PD



Fuente: Elaboración propia.

Ilustración 11 Respuesta del control PD para diferentes valores de K_d

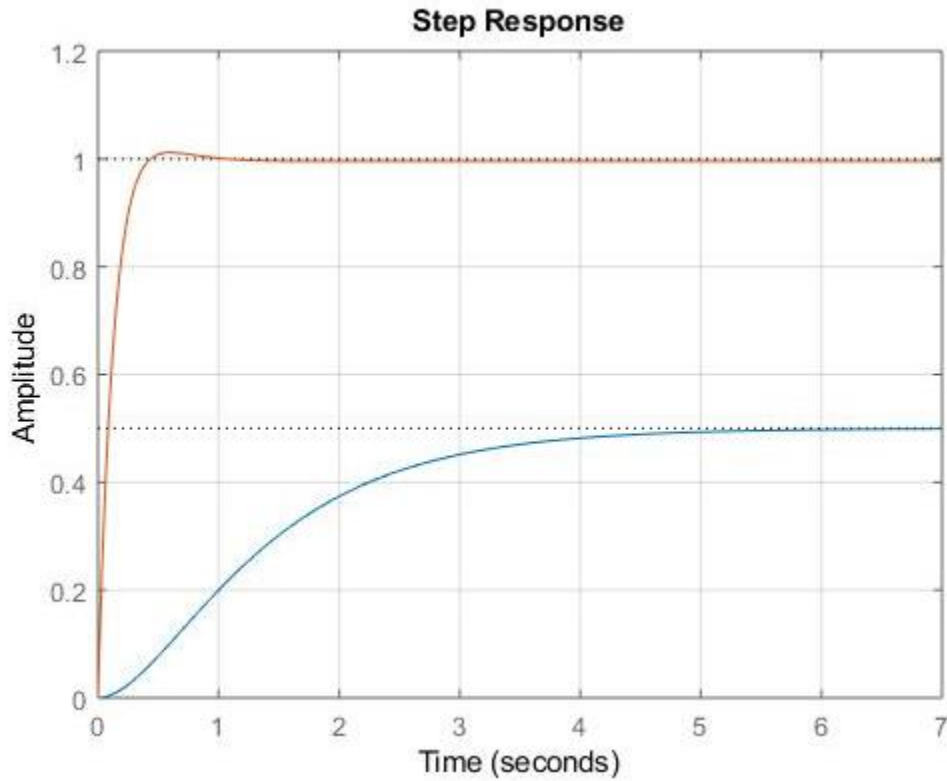


Fuente: Elaboración propia.

5.1.4 Control Proporcional-Integral-Derivativo (PID)

La combinación de las tres acciones, posee las características de las tres acciones: proporcional, integral y derivativo. Esto hace, que este controlador sea el más completo entre todos los expuestos en este capítulo.

Ilustración 12 Respuesta del control PID



Fuente: Elaboración propia.

“Originalmente el PID fue implementado usando diversas tecnologías analógicas, que van desde válvulas neumáticas, relés y motores hasta transistores y circuitos integrados. Lo cual impulso que la metodología se difunda y afiance ampliamente y, por ende, que los diseñadores hoy en día posean mucha experiencia en el diseño con esta técnica. No obstante, actualmente casi todos los controladores son implementados digitalmente. Al principio, las implementaciones del PID fueron digitalizaciones de (5.10.). Debido a que, en su versión digital, el algoritmo de control no considera las limitaciones intrínsecas de los sistemas analógicos, es decir, ancho de banda finito del término derivativo y la saturación del término integral, se requiere introducir modificaciones para mejorar su rendimiento.” (Coda Morselli, 2005)

$$\frac{u(s)}{e(s)} = K_P + \frac{K_I}{s} + sK_D \quad 5.10.$$

Tabla 2

Características de los Controles PID

Respuesta en lazo cerrado	Tiempo de subida	Sobreimpulso	Tiempo de estabilización	Error en estado estacionario
Kp	Decrece	Incrementa	Cambio Pequeño	Decrece
Ki	Decrece	Incrementa	Incrementa	Elimina
Kd	Cambio Pequeño	Decrece	Decrece	Cambio Pequeño

Fuente: Elaboración propia.

Una vez elegido es controlador, en este caso el PID, el siguiente paso es determinar los parámetros del controlador. Estos valores son típicamente coeficientes de una o más funciones de transferencia que componen el controlador.

“El enfoque de diseño básico es emplear las herramientas de análisis para determinar cómo los valores de los parámetros individuales afectan las especificaciones de diseño y finalmente el desempeño del sistema.” (Kuo, 1996)

5.2 Métodos de sintonización

La sintonización de los controladores Proporcional – Integral – Derivativo o simplemente controladores PID, consiste en la determinación del ajuste de sus parámetros (K_c , T_i , T_d), para lograr un comportamiento del sistema de control aceptable y robusto de conformidad con algún criterio de desempeño establecido.

Para poder realizar la sintonización de los controladores, primero debe identificarse la dinámica del proceso, y a partir de ésta determinar los parámetros del controlador utilizando el método de sintonización seleccionado (Alfaro Ruíz, 2003).

En la industria de procesos, la mayor parte de los controladores se utilizan para responder a un cambio en la perturbación, y se requiere de una buena regulación para seguir el cambio en el

valor deseado, con excepción de los controladores esclavos en los sistemas de control en cascada. Si el controlador se ha sintonizado para lograr una buena respuesta en un cambio en el valor deseado, no eliminará las perturbaciones en forma efectiva, si el sistema contiene un integrador o si su constante de tiempo es grande. Es importante, entonces, determinar los requisitos de funcionamiento del lazo de control para seleccionar el procedimiento de sintonización adecuado. El desarrollo de los métodos de sintonización ha sido extenso desde que Ziegler y Nichols propusieron su procedimiento en 1942. Normalmente, se dividen en métodos de lazo abierto y métodos de lazo cerrado (Alfaro Ruíz, 2002).

5.2.1 Métodos de lazo abierto

El controlador cuando está instalado operará manualmente. Produciendo un cambio escalón a la salida del controlador se obtiene la curva de reacción del proceso, a partir de la cual se identifica un modelo para el mismo, usualmente de primer orden más tiempo muerto. Este modelo es la base para la determinación de los parámetros del controlador.

En este trabajo se presentan tres de los métodos de sintonización clásicos más utilizados, de los cuales el de Ziegler-Nichols será el utilizado para la implementación.

Estos métodos son:

- Método de Ziegler y Nichols.
- Método de Cohen y Coon.
- Método de López, Miller, Smith y Murril.

5.2.1.1 Método de Ziegler y Nichols

El primer procedimiento sistematizado para el cálculo de los parámetros de un controlador PID fue desarrollado por Ziegler y Nichols. El criterio de desempeño que seleccionaron fue el de un decaimiento de 1/4, o sea que el error decae en la cuarta parte de un periodo de oscilación. Las ecuaciones fueron determinadas de forma empírica a partir de pruebas realizadas en el laboratorio con diferentes procesos, y están basadas en un modelo de primer orden más tiempo muerto identificado por el método de la tangente, para un funcionamiento del lazo de control como regulador con un controlador PID-Ideal. En cuanto al tipo de controlador, si bien la gran mayoría de los autores indican que este método es para la sintonización de controladores ideales, otros, entre los que destaca Corripio, afirman que este método es para los controladores que interactúan. Las ecuaciones de sintonización de este método están dadas en la siguiente tabla:

Tabla 3

Tabla Ziegler Nichols de Sintonización

Controlador	Kc	Ti	Td
P	$\frac{\tau}{K_p t_m}$	-	-
PI	$0,9 \cdot \frac{\tau}{K_p t_m}$	$3,33 \cdot t_m$	-
PID	$1,2 \cdot \frac{\tau}{K_p t_m}$	$2 \cdot t_m$	$0,5 \cdot t_m$

Fuente: Kuo, (1996).

5.2.1.2 Método de Cohen y Coon

En el desarrollo de su método de sintonización Ziegler y Nichols no consideraron que el proceso fuera auto regulado. Cohen y Coon introdujeron, entonces, un índice de auto regulación

definido como $\mu = t_m/\tau$ y plantearon nuevas ecuaciones de sintonización. Estas se basan en el mejor modelo de primer orden más tiempo muerto que se pueda obtener para lazos de control que funcionan como regulador, con el criterio de desempeño de decaimiento de 1/4 con sobrepaso mínimo, y con mínima área bajo la curva de respuesta, y un controlador PID-Ideal. Las ecuaciones son:

$$K_c = \frac{\tau}{k_p t_m} \left(\frac{4}{3} + \frac{t_m}{4\tau} \right) \quad 5.11.$$

$$T_i = t_m \left(\frac{32 + \frac{6t_m}{\tau}}{13 + \frac{8t_m}{\tau}} \right) \quad 5.12.$$

$$T_d = t_m \left(\frac{4}{11 + \frac{2t_m}{\tau}} \right) \quad 5.13.$$

5.2.1.3 Método de López, Miller, Smith y Murril

El primer método basado en criterios integrales que presentó ecuaciones para el cálculo de los parámetros del controlador fue desarrollado por López, Miller, Smith, & Murril, (1967), y es conocido como el método de López. Definiendo una función de costo de la forma:

$$\Phi = \int_0^{\infty} F[e(t), t] dt \quad 5.14.$$

Donde F es una función del error y del tiempo, se obtiene un valor que caracteriza la respuesta del sistema. Entre menor sea el valor de Φ , mejor será el desempeño del sistema de control, por ello, un desempeño óptimo se obtiene cuando Φ es mínimo. Como Φ es una función de los parámetros del controlador (K_c , T_i , T_d), el valor mínimo de Φ se obtiene resolviendo las siguientes ecuaciones:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial K_c} = 0; \frac{\partial \Phi}{\partial T_i} = 0; \frac{\partial \Phi}{\partial T_d} = 0 \quad 5.15.$$

Los criterios de desempeño utilizados por López fueron: Integral del error absoluto (IAE), Integral del error absoluto por el tiempo (ITAE) e Integral del error cuadrático (ISE).

La optimización de los criterios de desempeño integrales de López está basada en el mejor modelo de primer orden más tiempo muerto que se pueda obtener, para lazos de control que funcionan como reguladores con un controlador PID-Ideal. Las ecuaciones de sintonización son:

$$K_c k_p = a \left(\frac{t_m}{\tau} \right)^b \quad 5.16.$$

$$\frac{T_i}{\tau} = \frac{1}{c} \left(\frac{t_m}{\tau} \right)^{-d} \quad 5.17.$$

$$\frac{T_d}{\tau} = e \left(\frac{t_m}{\tau} \right)^f \quad 5.18.$$

Los valores para las constantes a hasta f para los diferentes criterios se encuentran en el Tabla 4.

Tabla 4

Valores de constantes para Sintonización de López.

	A	b	c	d	e	f
IAE	1,435	-0,921	0,878	-0,749	0,482	1,137
ITAE	1,357	-0,947	0,842	-0,738	0,381	0,995
ISE	1,495	-0,945	1,101	-0,771	0,560	1,006

Fuente: Alfaro Ruíz, (2003).

5.2.2 Métodos de lazo cerrado

El controlador opera automáticamente produciendo un cambio en el valor deseado se obtiene información del comportamiento dinámico del sistema para identificar un modelo de orden reducido para el proceso, o de las características de la oscilación sostenida del mismo, para utilizarla en el cálculo de los parámetros del controlador.

5.2.2.1 Método de Ziegler y Nichols

Al igual que sucedió con los procedimientos de sintonización basados en la curva de reacción del proceso, el primer procedimiento de sintonización basado en una prueba de lazo cerrado fue propuesto por Ziegler y Nichols, quienes presentaron ambos procedimientos en la misma publicación.

Utilizando un controlador puramente proporcional y mediante un proceso iterativo, el procedimiento requiere aumentar paulatinamente la ganancia del mismo hasta lograr que el sistema entre en una oscilación sostenida ante un cambio del escalón en el valor deseado. La ganancia en este punto es la ganancia última K_{cu} y el periodo de la oscilación, el periodo último T_u .

Para el ajuste proporcional seleccionaron, como se indicó, el decaimiento de 1/4 como un compromiso entre el error permanente y el decaimiento, y encontraron que la ganancia proporcional para un controlador P debería ser la mitad de la ganancia última.

Las ecuaciones de sintonización del controlador PID son:

$$k_c = 0,6. K_{cu} \quad 5.19.$$

$$T_i = 0,5. T_u \quad 5.20.$$

$$T_d = 0,125. T_u \quad 5.21.$$

No solo por ser el primero sino porque se emplea todavía en su forma original o en alguna de sus variantes, los métodos de sintonización desarrollados por Ziegler y Nichols se han convertido en el patrón en el que, por años, se han establecido las comparaciones entre muchos de los métodos de sintonización de controladores.

Capítulo 6

Diseño e Implementación del Software

En esta sección se detalla la elaboración del software a ser utilizado en este proyecto. El entorno de programación utilizado es el LabVIEW.

La implementación de los programas fue hecha a través de los productos de National Instruments, el sistema embebido myRIO y el software LabVIEW.

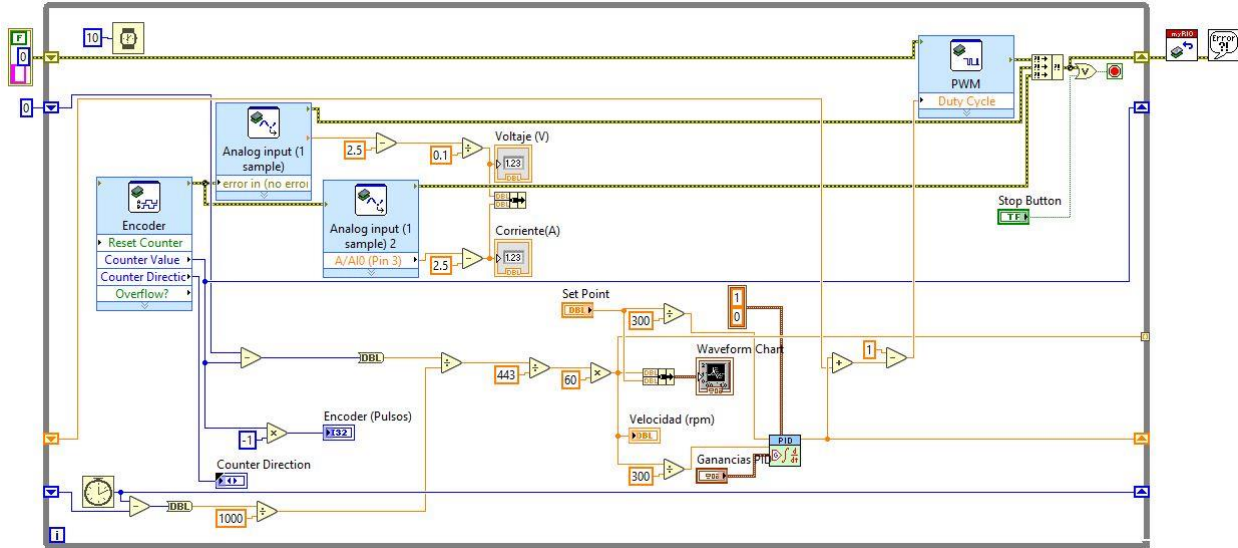
Los VI's o Instrumentos Virtuales a ser utilizados en este proyecto son enteramente de elaboración propia.

Este programa tendrá dos partes, o dos VI's, uno para el control de posición del motor y el otro para control de velocidad del mismo.

Como fue establecido, el controlador a ser implementado será el PID, tanto para el control de velocidad como para el de posición.

6.1 Control de velocidad

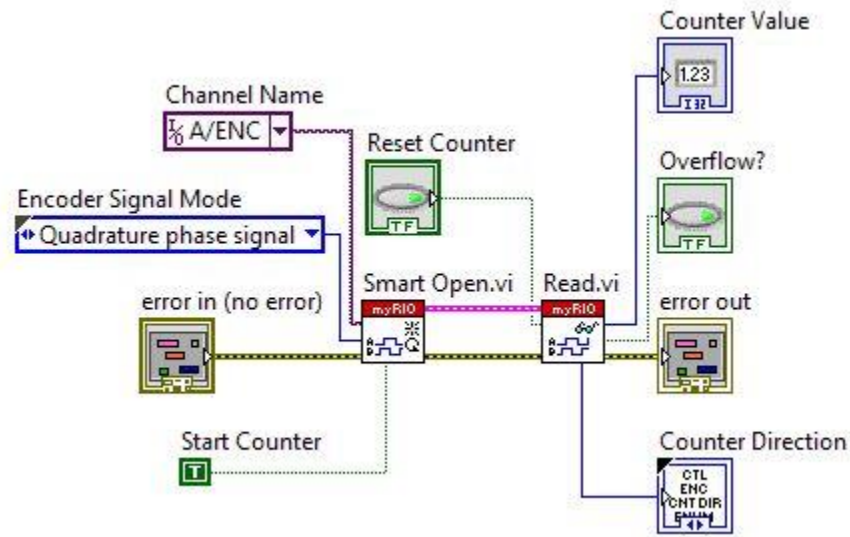
Ilustración 13 Código fuente del control de velocidad



Fuente: Elaboración propia.

El código está programado para contar los pulsos enviados por el encoder del motor, con el subVI Encoder.VI, luego a través de relaciones matemáticas, se convierte la referencia contabilizada en pulsos por vueltas a rpm, esta señal de referencia pasa a través del bloque PID.VI, el cual compara esta señal con un *set point* deseado y envía la señal de control corregida, de esta forma se ejerce el control realimentado de la planta.

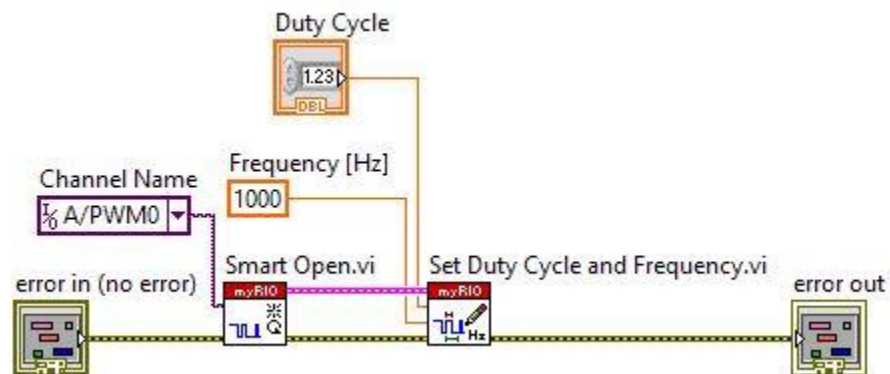
Ilustración 14 SubVI Encoder



Fuente: LabVIEW – Librería de VI's MyRIO

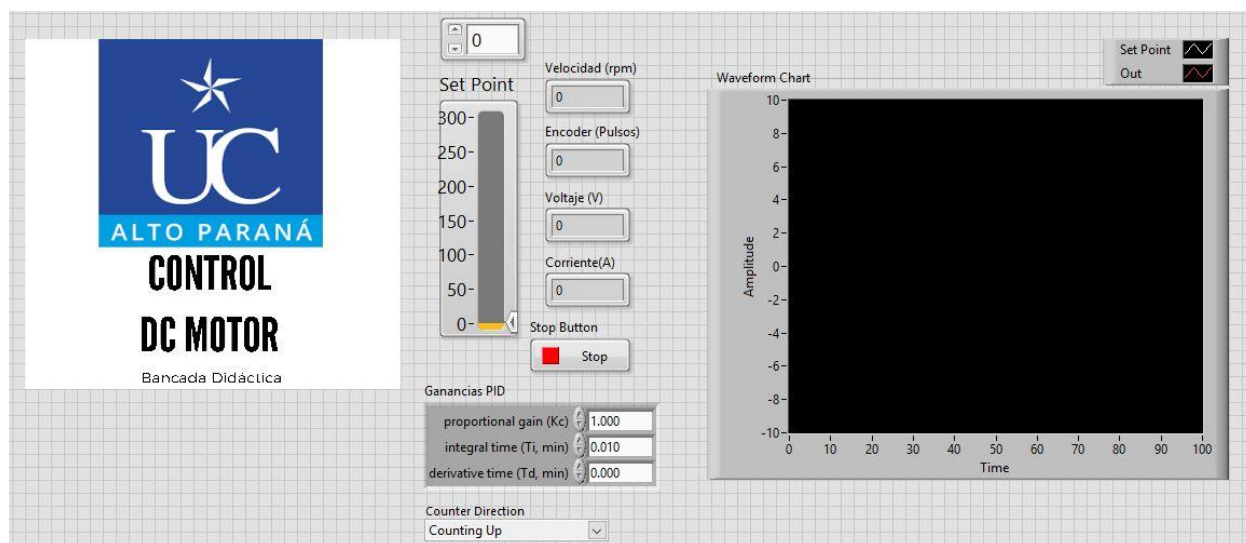
El control es realizado a través de modulación por ancho de pulso, para ello se utiliza el PWM.VI

Ilustración 15 SubVI PWM



Fuente: LabVIEW – Librería de VI's MyRIO

Ilustración 16 Panel frontal del VI para control de velocidad

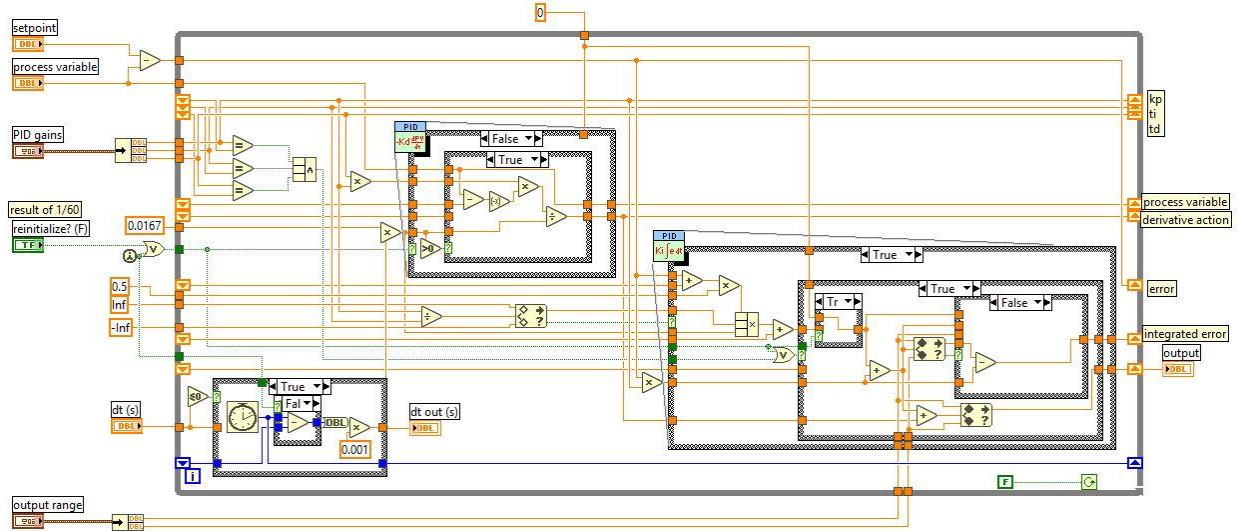


Fuente: Elaboración propia.

El panel frontal cuenta con indicadores de velocidad en rpm, pulsos por revolución, voltaje en volts y corriente en amperes. Posee un control para el *set point* que varía de 0 a 300 rpm, que es la velocidad mínima y máxima respectivamente del motor utilizado en esta planta, alimentando el puente H en 12 volts.

Una vez sintonizados los parámetros del controlador PID, independientemente al método de sintonización utilizado, esos parámetros pueden ser insertados en los controles de las Ganancias PID, para de esa forma, poder observar tanto la respuesta grafica en el Waveform Chart como la respuesta física la planta real.

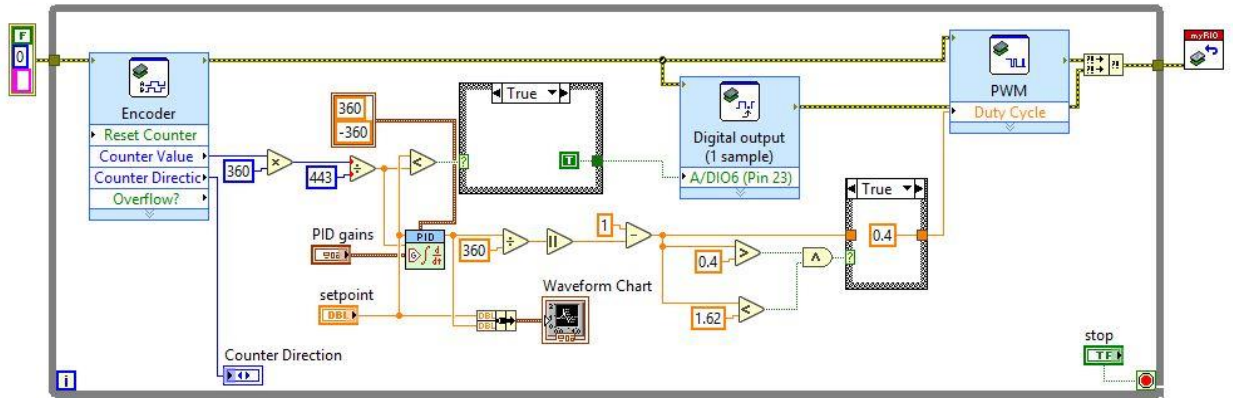
Ilustración 17 Diagrama de bloques del controlador PID



Fuente: Control and Simulation - National Instruments

6.2 Control de Posición

Ilustración 18 Diagrama Fuente del control de posición



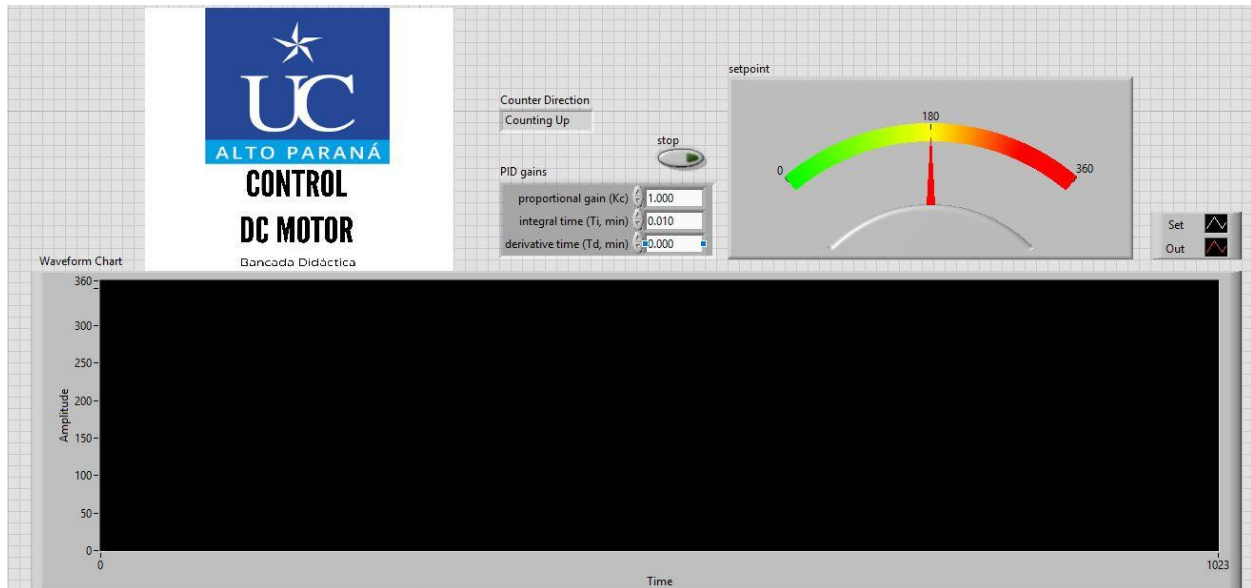
Fuente: Elaboración propia.

Este VI recoge la información del encoder y la convierte en ángulos, a través de una relación matemática, en donde:

$$\text{Angulo de giro} = \frac{\text{Pulsos} * 360^{\circ}}{\text{Resolucion del encoder}} \quad 6.1.$$

Esta señal es comparada con el *set point* establecido en el subVI PID.VI, para que luego el subVI mencionado pueda enviar la señal de control corregida hacia la salida del sistema.

Ilustración 19 Panel frontal del control de posición



Fuente: Elaboración propia.

El panel frontal cuenta con un control del *set point*, en el cual se ajusta el ángulo deseado, también, como en el control de velocidad, posee un control para poder variar las ganancias de controlador PID.

Una vez sintonizado el controlador, la posición del eje podrá ser comparada con los resultados teóricos obtenidos, tanto gráficamente a través de *waveform* chart ubicado en el panel frontal, como físicamente observando el puntero del eje del motor.

Capítulo 7

Diseño e implementación de Hardware

En este capítulo se presenta el proceso de elaboración del hardware del proyecto. Se detallan las herramientas físicas utilizadas para la adquisición y posterior procesamiento de datos o señales.

Como se mencionó en el capítulo anterior, el dispositivo de adquisición y procesamiento de datos utilizado para la implementación de esta tesis es el myRIO, el myRIO es un sistema embebido reconfigurable I/O (RIO), dispositivo que, estudiantes pueden usar para diseño de control, robótica, y sistemas mecatrónicos.

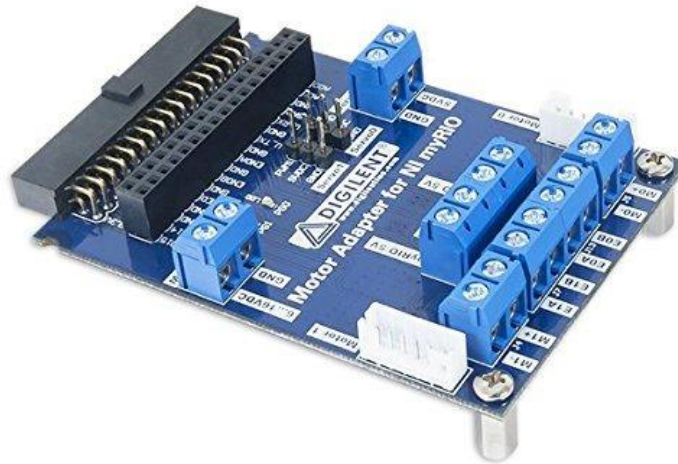
Ilustración 20 NI myRIO



Fuente: National Instruments

Este dispositivo cuenta tanto con entradas y salidas analógicas como digitales, por lo tanto, no fue necesaria la elaboración de un circuito conversor analógico-digital, si se recurre al Adaptador de motor Digilent para myRIO.

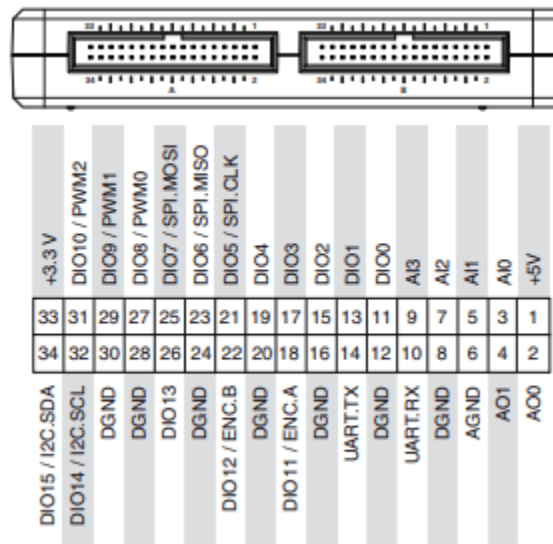
Ilustración 21 Adaptador de motor Digilent para myRIO



Fuente: National Instruments

El adaptador de motor Digilent para myRIO, funciona como un Puente H para el motor, es decir, funciona como un circuito que permite el giro del eje del motor en ambos sentidos, avance y retroceso. El mismo es conectado al puerto de expansión A del myRIO MXP, el cual fue configurado en el código de LabVIEW de acuerdo a las conexiones de pines del mismo.

Ilustración 22 Configuración de pines del puerto de expansión A del myRIO

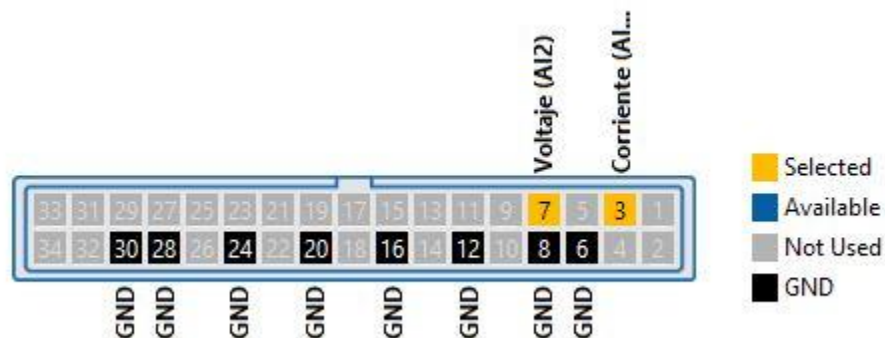


Fuente: NI myRIO-1900 User Guide and Specifications

La conexión del motor será en el puerto “Motor 0” del adaptador, que ira conectado al puerto de expansión A del myRIO.

Los pines configurados para utilizar en la implementación son el 3 y el 7, que son entradas analógicas que serán utilizadas para tener referencia del voltaje y corriente administrada por la fuente externa de alimentación.

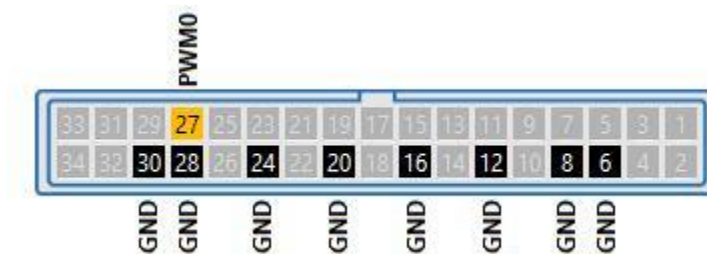
Ilustración 23 Esquema de conexión de pines para las entradas analógicas utilizadas



Fuente: LabVIEW – Librería de VI's MyRIO

Para la señal PWM, el bloque está conectado al pin 27.

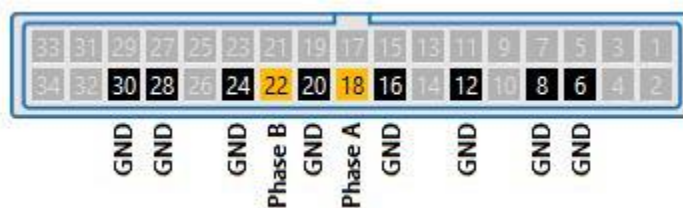
Ilustración 24 Esquema de conexión de pines para el PWM



Fuente: LabVIEW – Librería de VI's MyRIO

Para la conexión de encoder, la fase A va al pin 18 y la fase B al 22.

Ilustración 25 Esquema de conexión de pines para el encoder



Fuente: LabVIEW – Librería de VI's MyRIO

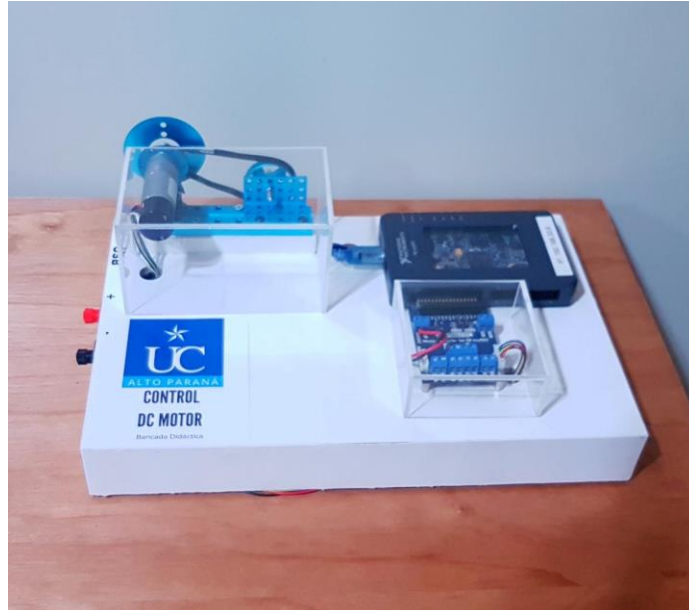
El motor a ser utilizado es un motor dc de 24v, 600rpm de la marca TSYNI.

Ilustración 26 Motor cd utilizado



Fuente: Elaboración Propia

Ilustración 27 Bancada Didáctica



Fuente: Elaboración propia.

Capítulo 8

Validación de la Bancada

En este capítulo se procede a la validación de la bancada de pruebas.

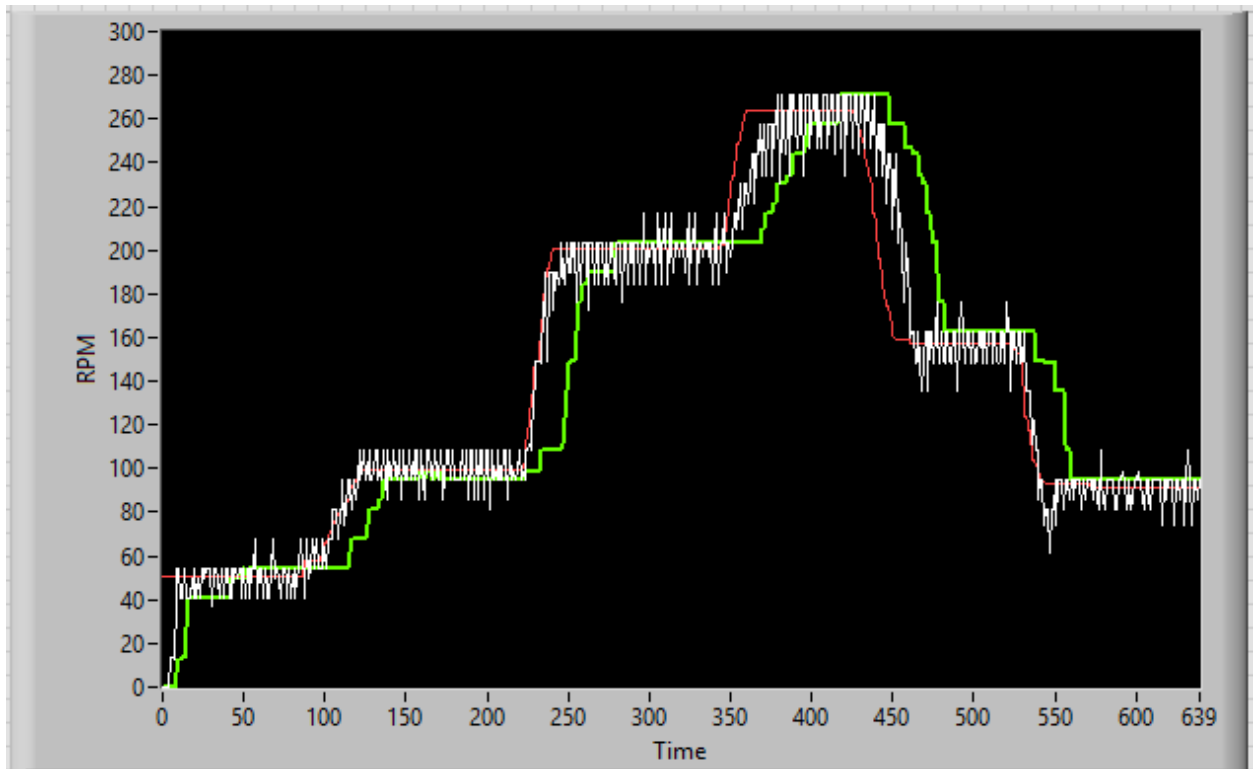
Para poder validar la bancada de pruebas, se diseñaron dos controladores y fueron aplicados a un motor cd de tal manera a que se pueda contrastar la respuesta en tiempo real y la simulación.

La simulación fue hecha en el entorno de programación de Matlab, en tanto que el control en tiempo real fue hecho en el entorno de programación de LabVIEW, como ya se especificó en capítulos anteriores.

8.1 Pruebas del control de velocidad

Para las pruebas del control de velocidad se propone primero aplicar el control haciendo variar el *set point* de manera a que se pueda observar la respuesta del controlador a las variaciones, luego se aplica un escalón a la entrada tanto para la planta simulada como para la real y se comparan las respuestas.

Ilustración 28 Prueba de control de velocidad



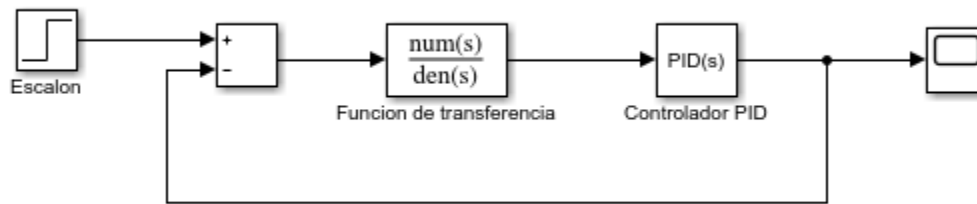
Fuente: Elaboración propia.

Al hacer variar el *set point* repentinamente, el control ajusta la velocidad de acuerdo al *set point* establecido.

Para la elaboración de la simulación, primero se tuvo que encontrar la función de transferencia de la planta a ser controlada, este proceso se encuentra en el Anexo 2.

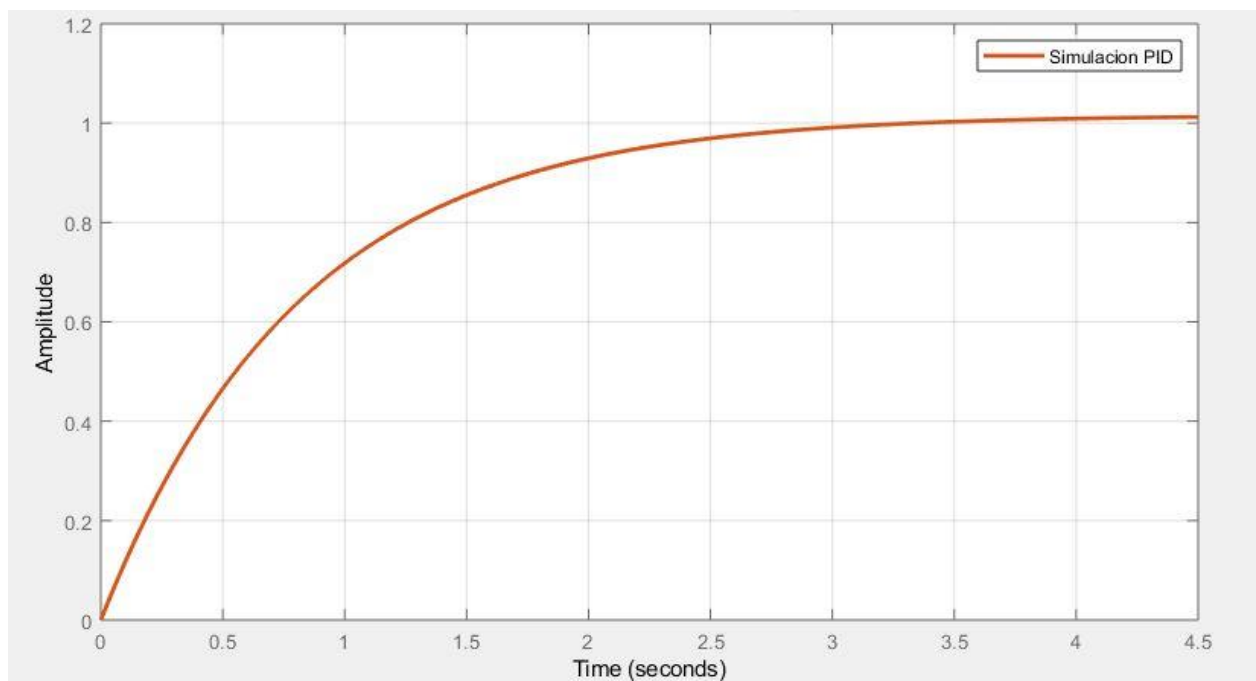
$$G(s) = \frac{0.3937}{0.0005569s^2 + 4.605s + 0.001567} \quad 8.1.$$

Ilustración 29 Simulación del control de velocidad



Fuente: Elaboración propia.

Ilustración 30 Respuesta de la planta simulada



Fuente: Elaboración propia.

La simulación en Matlab, para un escalón, arroja que el tiempo de subida o *rise time* es de 1.68 segundos, el tiempo de asentamiento es de 2.71 segundos y el sobrepaso es del 1.54%

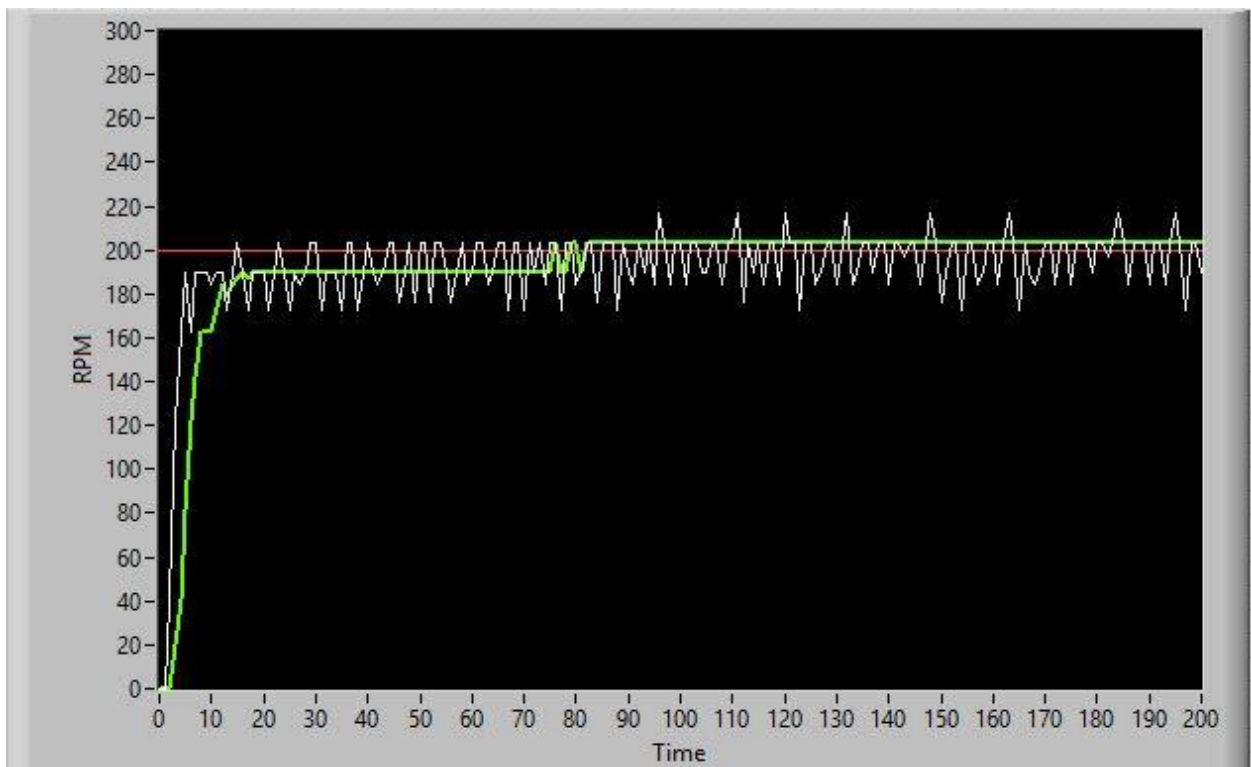
Ilustración 31 Performance y Robustez de la planta controlada

Performance and Robustness	
	Tuned
Rise time	1.68 seconds
Settling time	2.71 seconds
Overshoot	1.54 %
Peak	1.02
Gain margin	Inf dB @ Inf rad/s
Phase margin	89 deg @ 1.25 rad/s
Closed-loop stability	Stable

Fuente: Elaboración propia.

En tanto que, para el control real, el tiempo de subida asciende a 1.65 segundos, el tiempo de asentamiento es mayor a 4 segundos, además posee un error en estado estable del 8%.

Ilustración 32 Control de velocidad en tiempo real



Fuente: Elaboración propia.

8.2 Pruebas con el control de posición

Para el control de posición se seguirá el mismo proceso que las pruebas anteriores, la función de transferencia es la siguiente:

$$G(s) = \frac{0.3937}{0.0005569s^3 + 4.605s^2 + 0.001567s} \quad 8.2.$$

El método de obtención de la misma se detalla en el Anexo 2.

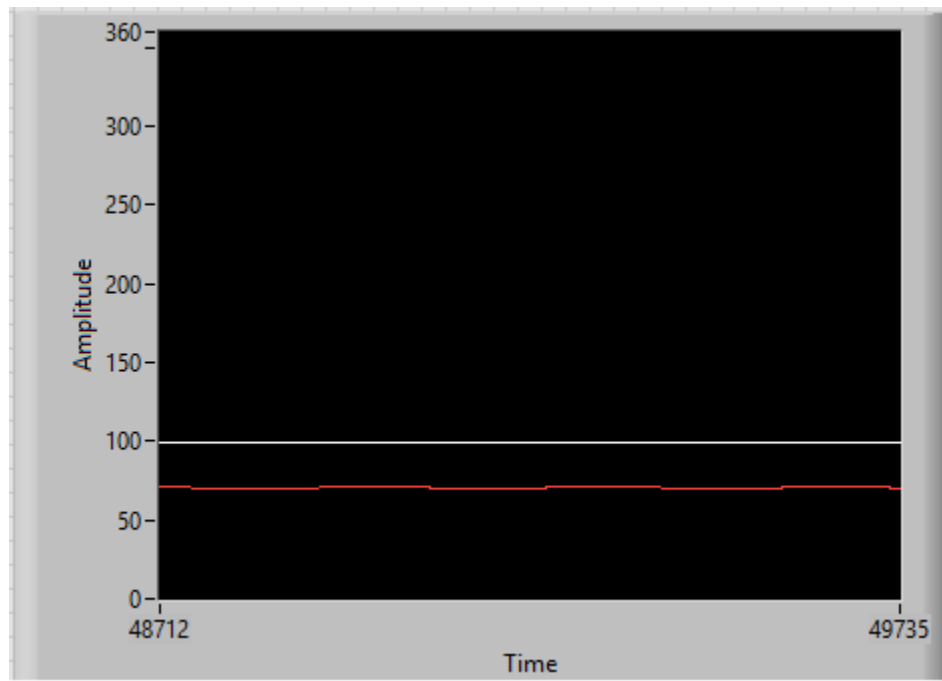
Ilustración 33 Performance y Robustez de la planta controlada

Performance and Robustness	
	Block
Rise time	0.718 seconds
Settling time	7.25 seconds
Overshoot	10.5 %
Peak	1.11
Gain margin	-29.3 dB @ 0.161 rad/s
Phase margin	81 deg @ 2.27 rad/s
Closed-loop stability	Stable

Fuente: Elaboración propia.

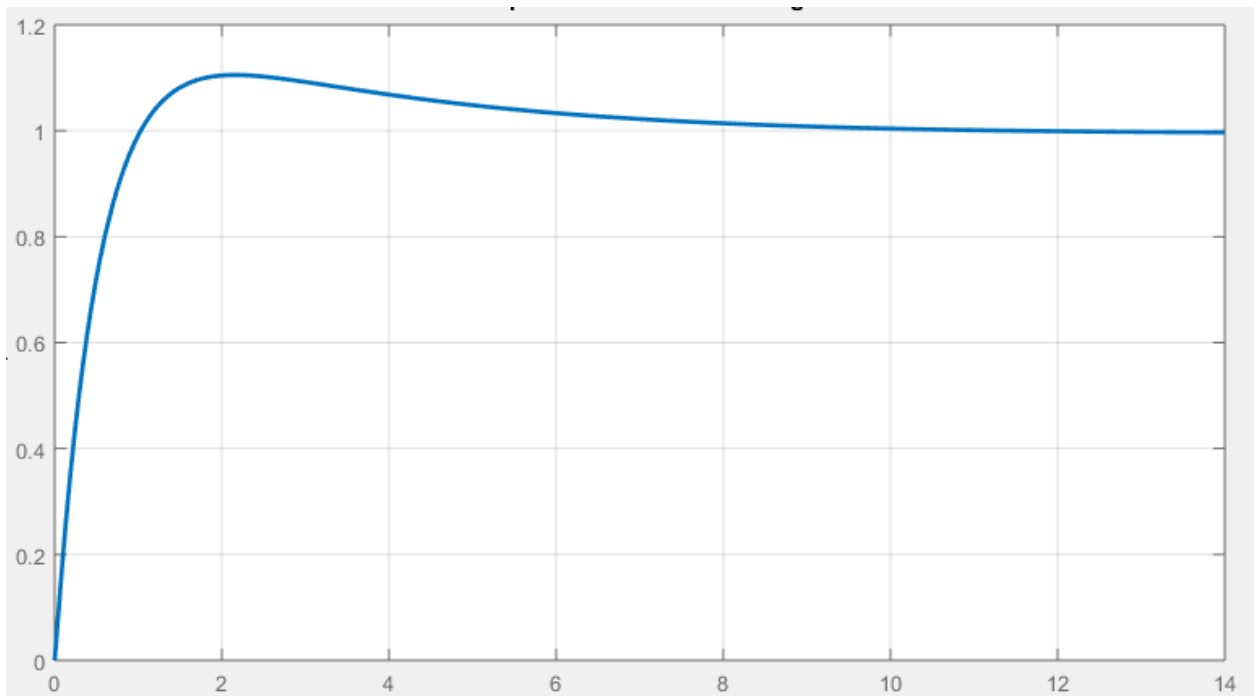
El tiempo de subida para este caso es de 0.718 segundos, el tiempo de estabilización es de 7.25 segundos y el sobre paso es del 10.5%. Contrastando con el control en tiempo real, el tiempo de subida del mismo es aproximadamente 1 segundo y el sobre paso es del 6% aproximadamente, además posee un error en el estado estable del 20%.

Ilustración 34 Respuesta del control de posición



Fuente: Elaboración propia.

Ilustración 35 Respuesta de la planta simulada



Fuente: Elaboración propia.

A diferencia del control de velocidad, el de posición está programado para que, una vez que la posición deseada sea alcanzada, el controlador deje de enviar voltaje al motor hasta que el *set point* varíe, y el eje del motor deba de cambiar de posición nuevamente.

Consideraciones Finales

Conclusión

El presente trabajo consistió en el diseño e implementación de una bancada didáctica portátil, de bajo costo, para las prácticas de laboratorio de automatización. Para dicho propósito se realizó una investigación para determinar que planta sería la más adecuada para la implementación de este proyecto y cual sistema de control automático sería el adecuado para el propósito ya mencionado.

El control PID fue el sistema de control elegido, debido a su simplicidad y facilidad de entendimiento, además de su amplia utilización en el campo industrial actual.

Partiendo de eso se decidió que la planta a controlar sería un motor cd, debido a su disponibilidad en el mercado y a su variedad de usos en las distintas áreas de la ingeniería y automatización. Además, cabe destacar que, para el propósito de crear una bancada de bajo costo, este tipo de motores se adaptan perfectamente a los requerimientos del proyecto, debido a la variedad de precios encontrados en el mercado y a su facilidad de manejo.

Se optó por el entorno de programación de LabVIEW, debido a su biblioteca virtual que cuenta con una amplia gama de instrumentos virtuales, además también debido a la practicidad de conexión del sistema embebido myRIO, elemento que justamente tiene como finalidad la experimentación con fines didácticos.

Se pudo contrastar los conocimientos de sistemas de control gracias a los ensayos de laboratorio creados para la implementación de este proyecto, que son los controles de posición y

velocidad del motor cd. Ambos experimentos, para las diferentes situaciones propuestas, pudieron validar los conocimientos teóricos acerca de la teoría de control.

Trabajos Futuros

- Realizar una adaptación del hardware para la implementación de otros proyectos más complejos como el Ball and beam o el péndulo invertido.
- Actualizar el programa para poder implementar otros sistemas de control, tanto clásicos como modernos.
- Aprovechar la plataforma de pruebas para implementar un laboratorio virtual, en donde el estudiante pueda, vía internet, conectarse a la planta para realizar los experimentos.

Bibliografía

- Alfaro Ruíz, V. (2002). Métodos de sintonización de controladores PID que operan como reguladores. *Revista Ingeniería*, 12(1-2), 21-36.
- Alfaro Ruíz, V. (2003). Métodos de sintonización de controladores PID que operan como servomecanismos. *Revista Ingeniería*, 13(1-2), 13-29.
- Åström, K., Apkarian, J., & Lacheray, H. (2005). DC Motor Control Trainer (DCMCT). *USB QICii Laboratory Workbook*.
- Bennett, S. (1996). A Brief History of Automatic Control. *IEEE Control Systems Magazine*, 16(3), 17-25.
- Chapman, S. J. (2012). *Máquinas Eléctricas* (5ta ed.). Nueva York: McGraw Hill.
- Codas Morselli, P. (2005). *Evaluación de algoritmos de control digital industrial (Tesis de Grado)*. Asunción: Universidad Católica "Nuestra Señora de la Asunción".
- Dominguez, D., Ulloa, R., Valencia, D., & Zaragoza, D. (2007). Control de un motor por medio de PWM para procesos de velocidad (Tesis de Grado). *Control moderno aplicado a máquinas eléctricas rotatorias y a sistemas automatizados*. Mexico D.F.
- Hernández G, R. (2010). *Introducción a los sistemas de control: Conceptos, aplicaciones y simulacion con MATLAB*. Naucalpan de Juárez: Prentice Hall.
- K. Alexander, C., & O. Sadiku, M. (2004). *Fundamentos de Circuitos Eléctricos*. Mc Graw Hill.
- Kant, M. (2014). *Análisis comparativo del control de velocidad de un motor DC usando varios métodos de ajuste*. Punjab.
- Kuo, B. (1996). *Sistemas de Control Automático*. Illinois: Prentice Hall.
- López, A., Miller, J., Smith, C., & Murril, P. (1967). Tuning Controllers with Error-Integral Criteria. *Instrumentation Technology*, 14, 57-62.
- Ogata, K. (1992). *Dinámica de Sistemas*. Minnesota: Prentice Hall.
- Ogata, K. (1996). *Sistemas de control en tiempo discreto*. Minnesota: Prentice Hall.
- Perez, M., Perez Hidalgo, A., & Perez Berenguer, E. (2008). Introducción a los sistemas de control y modelo matemático para sistemas lineales invariantes en el tiempo. *Facultad de Ingeniería, Departamento de Electrónica y Automática, Universidad Nacional de San Juan*.
- Picuino. (s/f). *Controlador PID*. Recuperado el 20 de mayo de 2019, de Picuino: <https://www.picuino.com/es/arduprog/control-pid.html>
- Pinzón Ardila, O. (2010). Estado actual y futuro de la ingeniería de control. *Puente*, 4(2), 7-15.

Universidad Carnegie Mellow. (s/f). *Introduction: System Modeling*. Recuperado el 12 de mayo de 2019, de Control Tutorial for Matlab & Simulink: <http://ctms.engin.umich.edu/CTMS/index.php?example=Introduction§ion=SystemModeling#2>

Apéndice

Apéndice A

Parametrización de un Motor DC de imán permanente

Un motor de cd de imán permanente (MCDIP) es un motor de cd cuyos polos están hechos de imanes permanentes. Para ciertas aplicaciones, estos motores ofrecen varios beneficios en comparación con los motores de cd en derivación. Puesto que no requieren un circuito de campo externo, no sufren las pérdidas en el cobre del circuito de campo asociadas con los motores de cd en derivación.

Debido a que no requieren devanados de compensación, pueden ser más pequeños que los correspondientes motores de cd en derivación. Por lo general, los motores MCDIP se pueden encontrar en tamaños hasta de 10 hp y, en años recientes, se han construido algunos motores hasta de 100 hp. Sin embargo, son especialmente comunes en tamaños más pequeños, de caballaje fraccional y subfraccional, donde no se puede justificar el costo y el espacio necesarios para un circuito de campo separado.

El procedimiento para identificación de parámetros seguido aquí está basado en el documento presentado por Piero Coda *“Modelado matemático de un motor PMDC”* en su libro de Tesis.

A.1 Resistencia de Armadura

Para el cálculo de la resistencia de armadura, se toman mediciones de valores resistivos.

Tabla 5*Valores resistivos medidos*

Medición	Valor Obtenido (Ohm)
1	44,2
2	45,2
3	45,1
4	44,7
5	44,6
6	45,3
7	46,2
8	46,8
9	50,9
10	46,1
11	46,0
12	46,1
13	46,0
14	46,3
15	46,4

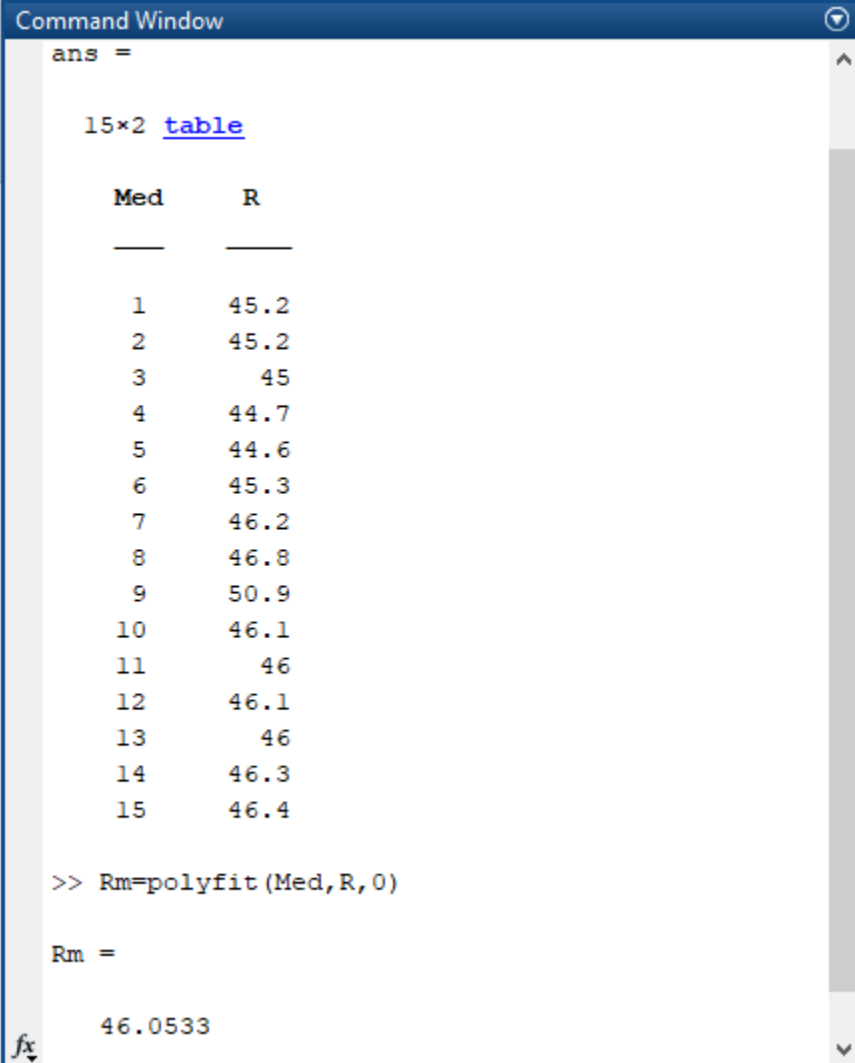
Fuente: Elaboración propia.

A través del método de los mínimos cuadrados, se estima el valor de la resistencia de armadura R_m .

Para esto se utiliza la función *Polyfit* de Matlab.

Tabla 6

Cálculo de R_m a través de Polyfit



Command Window

```
ans =  
  
15x2 table  
  
    Med    R  
    ---    -  
     1    45.2  
     2    45.2  
     3     45  
     4    44.7  
     5    44.6  
     6    45.3  
     7    46.2  
     8    46.8  
     9    50.9  
    10    46.1  
    11     46  
    12    46.1  
    13     46  
    14    46.3  
    15    46.4  
  
>> Rm=polyfit (Med,R,0)  
  
Rm =  
  
46.0533
```

fx

Fuente: Elaboración propia.

La resistencia de armadura que se obtiene es:

$$R_m = 46,0533 \, \Omega$$

A.2 Constante del Motor

Para el cálculo de la constante de motor K_m se hicieron tres grupos de 10 mediciones. En cada medición se registraron el voltaje de entrada V_{in} , la corriente de armadura i_a , y la velocidad angular W_m . También se muestran los cálculos para la obtención del voltaje del motor V_m y la constante del motor K_m .

Tabla 7

Mediciones para el cálculo de K_m

$V_{in}(V)$	$i_a(mA)$	$W_m(rad/s)$	$R_m(\Omega)$	$V_m = V_{in} - R_m * i_a (V)$	$K_m = V_m/W_m$
3	0,94	6,733	46,0533	2,957	0,4391
4	1,03	9,490	46,0533	3,952	0,4164
5	1,1	12,493	46,0533	4,949	0,3961
6	1,15	15,027	46,0533	5,947	0,3957
7	1,20	18,021	46,0533	6,945	0,3854
8	1,27	20,598	46,0533	7,941	0,3855
9	1,33	23,0488	46,0533	8,938	0,3878
10	1,4	26,187	46,0533	9,935	0,3794
11	1,46	28,95	46,0533	10,940	0,3779
12	1,50	31,437	46,0533	11,930	0,3794

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 8*Mediciones para el cálculo de K_m*

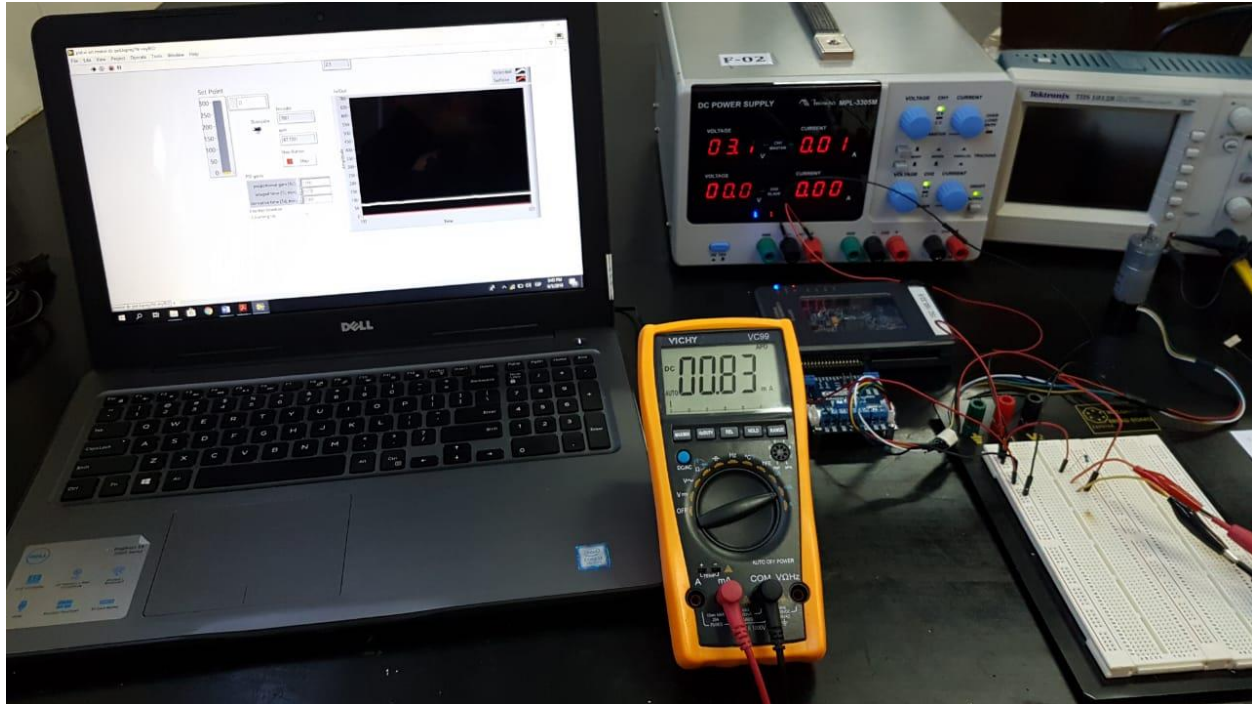
$V_{in}(V)$	$i_a(mA)$	$W_m(rad/s)$	$R_m(\Omega)$	$V_m = V_{in} - R_m * i_a$	$K_m = V_m/W_m$
3	0,83	7,091	46,0533	2,962	0,4177
4	0,91	9,927	46,0533	3,958	0,3987
5	1	12,574	46,0533	4,954	0,3940
6	1,08	15,317	46,0533	5,950	0,3884
7	1,16	18,154	46,0533	6,946	0,3826
8	1,22	20,321	46,0533	7,944	0,3909
9	1,3	23,552	46,0533	8,940	0,3796
10	1,37	26,275	46,0533	9,936	0,3781
11	1,44	28,909	46,0533	10,933	0,3782
12	1,49	31,677	46,0533	11,931	0,3766

Fuente: Elaboración propia.**Tabla 9***Mediciones para el cálculo de K_m*

$V_{in}(V)$	$i_a(mA)$	$W_m(rad/s)$	$R_m(\Omega)$	$V_m = V_{in} - R_m * i_a$	$K_m = V_m/W_m$
3	0,86	7,020	46,0533	2,960	0,4216
4	0,91	9,822	46,0533	3,958	0,4029
5	1,02	12,654	46,0533	4,953	0,3914
6	1,08	15,410	46,0533	5,950	0,3861
7	1,14	17,833	46,0533	6,947	0,3895
8	1,21	20,707	46,0533	7,944	0,3836
9	1,29	23,556	46,0533	8,940	0,3795
10	1,35	26,223	46,0533	9,937	0,3789
11	1,42	28,928	46,0533	10,934	0,3779
12	1,48	31,596	46,0533	11,932	0,3780

Fuente: Elaboración propia.

Ilustración 36 Pruebas de laboratorio para la obtención de parámetros



Fuente: Elaboración propia.

El valor final de K_m se obtiene a través del método de los mínimos cuadrados, para esto se utiliza la función *Polyfit* de Matlab.

Ilustración 37 Cálculo del valor de K_m

```
Command Window
>> polyfit(Vm,Km,0)

ans =

    0.3937

fx >>
```

Fuente: Elaboración propia.

Así obtenemos que el valor final de $K_m=0.393$.

A.3 Coeficiente de fricción viscosa

En este cálculo, se encuentra el coeficiente de fricción viscosa para cada valor medido de la tabla anterior.

Cuando un motor alcanza una velocidad constante y además opera sin carga, tenemos las siguientes expresiones:

$$T_m = B_m \cdot W_m \quad \text{A.1.}$$

$$T_m = K_m \cdot i_a \quad \text{A.2.}$$

Trabajando con ambas ecuaciones se obtiene:

$$B_m = \frac{K_m \cdot i_a}{W_m} \quad \text{A.3.}$$

Tabla 10

Mediciones para el cálculo de B_m

<i>i_a (ma)</i>	<i>W_m (rad/s)</i>	<i>K_m</i>	<i>T_m</i>	<i>B_m</i>
0,94	6,733	0,4391	4,12754E-04	6,1303E-05
1,03	9,490	0,4164	4,28892E-04	4,5194E-05
1,1	12,493	0,3961	4,35710E-04	3,4833E-05
1,15	15,027	0,3957	4,55055E-04	3,0282E-05
1,20	18,021	0,3854	4,62480E-04	2,5663E-05
1,27	20,598	0,3855	4,89585E-04	2,3768E-05
1,33	23,0488	0,3878	5,04140E-04	2,1872E-05
1,4	26,187	0,3794	5,31160E-04	2,0283E-05
1,46	28,95	0,3779	5,51734E-04	1,9058E-05
1,50	31,437	0,3794	5,69102E-04	1,8102E-05

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 11*Mediciones para el cálculo de B_m*

<i>ia (ma)</i>	<i>Wm (rad/s)</i>	<i>Km</i>	<i>Tm</i>	<i>Bm</i>
0,83	7,091	0,4177	3,46691E-04	6,1303E-05
0,91	9,927	0,3987	3,62817E-04	4,5194E-05
1	12,574	0,3940	3,94012E-04	3,4833E-05
1,08	15,317	0,3884	4,19472E-04	3,0282E-05
1,16	18,154	0,3826	4,43816E-04	2,5663E-05
1,22	20,321	0,3909	4,76898E-04	2,3768E-05
1,3	23,552	0,3796	4,93480E-04	2,1872E-05
1,37	26,275	0,3781	5,17997E-04	2,0283E-05
1,44	28,909	0,3782	5,44608E-04	1,9058E-05
1,49	31,677	0,3766	5,61134E-04	1,8102E-05

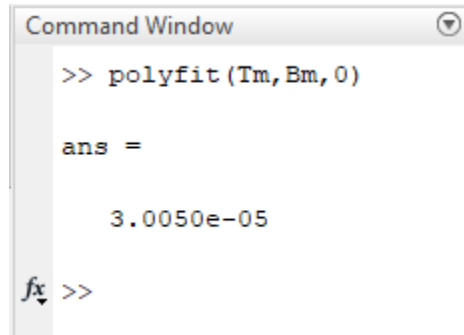
Fuente: Elaboración propia.**Tabla 12***Mediciones para el cálculo de T_m*

<i>ia (ma)</i>	<i>Wm (rad/s)</i>	<i>Km</i>	<i>Tm</i>	<i>Bm</i>
0,86	7,020	0,4216	3,62576E-04	5,1649E-05
0,91	9,822	0,4029	3,66639E-04	3,7328E-05
1,02	12,654	0,3914	3,99228E-04	3,1549E-05
1,08	15,410	0,3861	4,16988E-04	2,7059E-05
1,14	17,833	0,3895	4,44030E-04	2,4899E-05
1,21	20,707	0,3836	4,64156E-04	2,2415E-05
1,29	23,556	0,3795	4,86555E-04	2,0655E-05
1,35	26,223	0,3789	5,11515E-04	1,9506E-05
1,42	28,928	0,3779	5,36618E-04	1,8550E-05
1,48	31,596	0,3780	5,59440E-04	1,7706E-05

Fuente: Elaboración propia.

El valor final de B_m se obtiene a través de la función *Polyfit*, por el método de los mínimos cuadrados como en los casos anteriores.

Ilustración 38 Cálculo del valor de B_m



```
Command Window
>> polyfit(Tm,Bm,0)

ans =

    3.0050e-05

fx >>
```

Fuente: Elaboración propia.

El valor estimado del coeficiente de fricción viscosa para este caso es:

$$B_m = 3,005 \times 10^{-5}$$

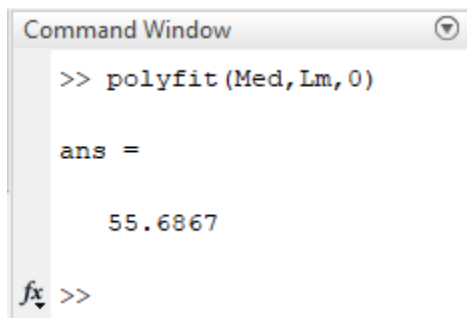
A.4 Inductancia de armadura

La inductancia de armadura se mide directamente con el LCR meter.

Se toman valores en varias mediciones.

Tabla 13*Mediciones del valor de la inductancia de armadura L_m*

Medición	Valor Obtenido (mH)
1	55,3
2	55,3
3	55,2
4	55,3
5	57
6	57
7	55,3
8	55,4
9	55,3
10	55,3
11	58
12	55,2
13	55,3
14	55,3
15	55,1

Fuente: Elaboración propia.**Ilustración 39** Calculo de la inductancia de armadura L_m


```

Command Window
>> polyfit(Med, Lm, 0)

ans =

    55.6867

fx >>

```

Fuente: Elaboración propia.

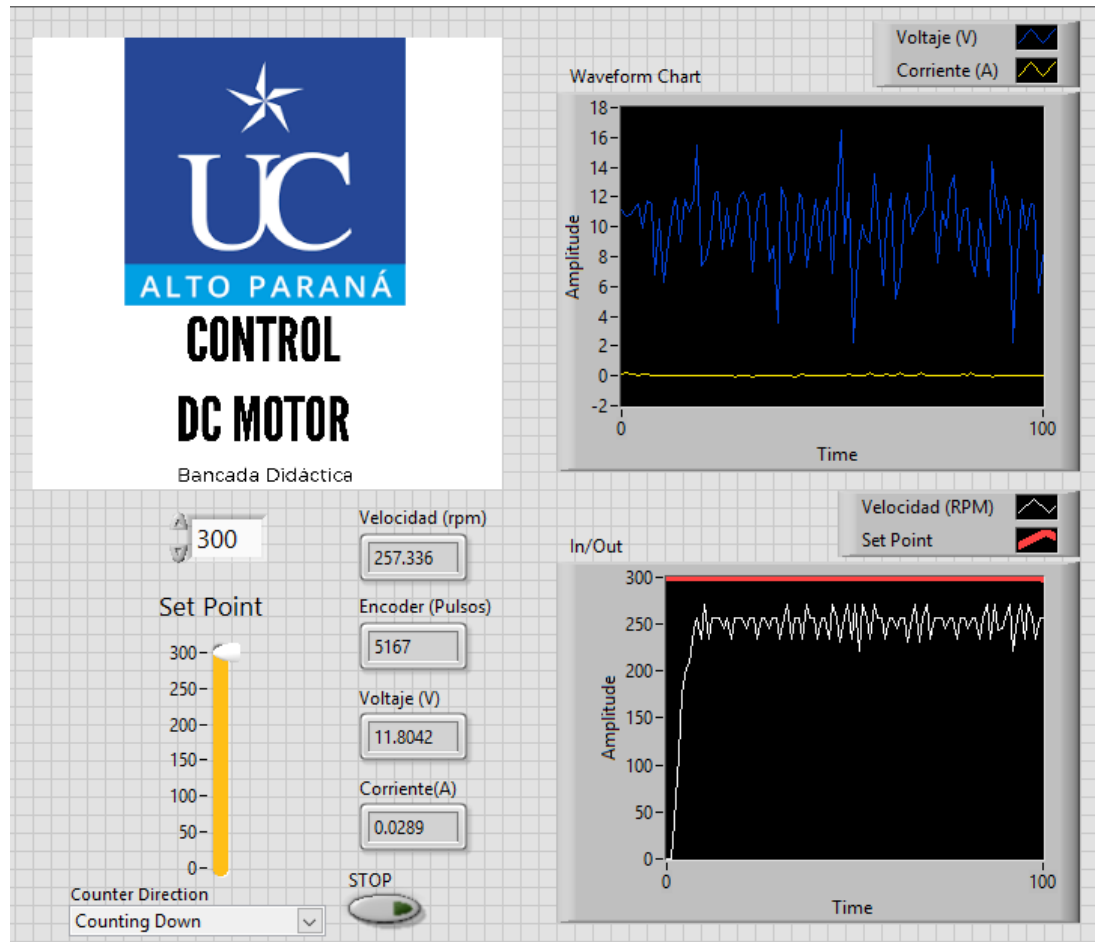
A través de la función *Polyfit* obtenemos que $L_m = 55,6867mH$.

A.5 Inercia del rotor

Para este punto, el parámetro que falta encontrar es la inercia del rotor, por lo tanto, el método a ser aplicado será el de capturar la respuesta del motor a un escalón de 12v y se lo compara con la simulación, luego se ira ajustando el parámetro J_m en la simulación hasta que las curvas coincidan.

La respuesta del motor se obtiene a través de VI de LabVIEW, de elaboración propia, estos datos son almacenados en una planilla Excel para luego ser importados a Matlab para la comparación con la simulación.

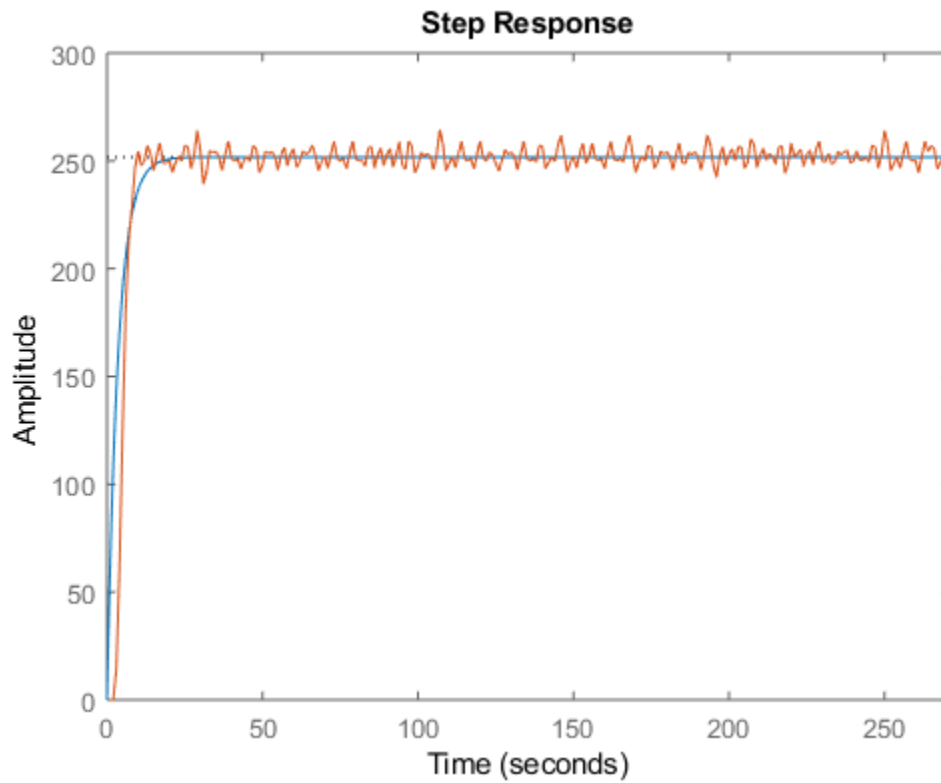
Ilustración 40 VI de adquisición de respuesta de un Motor DC



Fuente: Elaboración propia.

Esta respuesta se compara con la simulación, ajustando el parámetro J_m para hacer coincidir ambas graficas.

Ilustración 41 Respuesta del motor a una entrada escalón



Fuente: Elaboración propia.

La curva de la figura anterior muestra como la respuesta simulada se parece a la respuesta real luego de ajustar el parámetro de inercia del motor a:

$$J_m = 0,01211$$

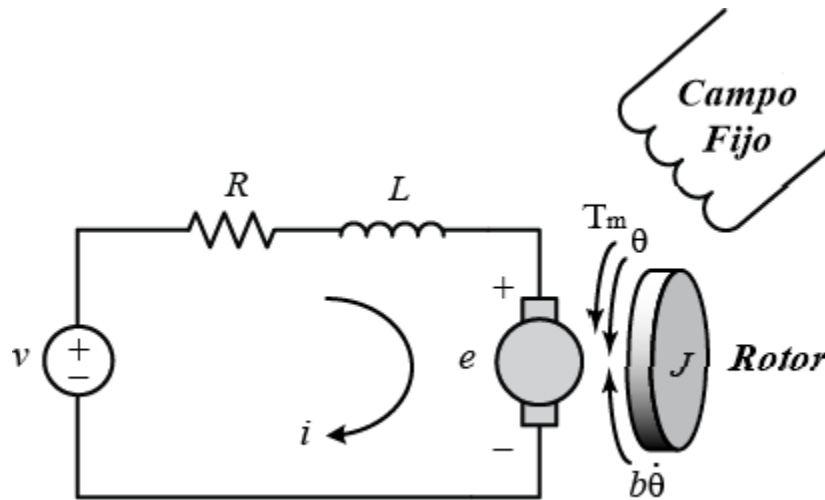
De esta manera quedan identificados todos los parámetros de motor a ser usado para la implementación de la planta.

Apéndice B

Modelado Matemático de un motor cd

Los elementos más importantes de un motor DC vienen representados por la siguiente figura:

Ilustración 42 Circuito equivalente de un motor cd



Fuente:(Universidad Carnegie Mellow, (s.f.).

La armadura del motor DC se modela como si tuviera una resistencia constante R en serie con una inductancia constante L que representa la inductancia de la bobina de la armadura, y una fuente de alimentación v que representa la tensión generada en la armadura.

La primera ecuación se realiza haciendo un análisis de la malla del circuito:

$$v(t) = Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} + E_a(t) \quad \text{B.1.}$$

Despejando

$$L \frac{di(t)}{dt} = v(t) - Ri(t) - E_a(t) \quad \text{B.2.}$$

Donde $E_a(t)$ es una tensión generada que resulta cuando los conductores de la armadura se mueven a través del flujo de campo establecido por la corriente del campo i_f .

Naturalmente, en toda potencia mecánica desarrollada en el rotor se entrega a la carga mecánica conectado al eje del motor de CD. Parte de la potencia desarrollada se pierde a través de la resistencia de la bobina del rotor y la fricción y por histéresis y pérdidas por corrientes de Foucault en el hierro del rotor. Desde aquí las pérdidas por fricción y parte de la energía desarrollada es almacenada como energía cinética en la masa girante del rotor. La ecuación de la sección mecánica viene dada por el modelo

$$T_m(t) = J \frac{d\omega(t)}{dt} + B\omega(t) \quad \text{B.3.}$$

Despejando

$$J \frac{d\omega(t)}{dt} = T_m(t) - B\omega(t) \quad \text{B.4.}$$

Donde $T_m(t)$ es el torque del motor de corriente continua, B es el coeficiente de fricción equivalente al motor de CD (corriente continua) y la carga montados sobre el eje del motor, J es el momento de inercia total del rotor y de la carga con relación al eje del motor, $\omega(t)$ es la velocidad angular del motor y $\frac{d\omega(t)}{dt}$ es la aceleración angular.

Para poder lograr la interacción entre las ecuaciones anteriores se proponen las siguientes relaciones que asumen que existe una relación proporcional, K_a , entre el voltaje inducido en la armadura y la velocidad angular del eje del motor.

$$E_a(t) = K_a \omega(t) \quad \text{B.5.}$$

Y se supone la siguiente relación electromecánica que establece que el torque mecánico es proporcional a la corriente K_m eléctrica que circula por el motor CD.

$$T_m(t) = K_m i(t) \quad \text{B.6.}$$

B.1 Funciones de Transferencia del Motor de Corriente Continua CD

Comenzamos aplicando transformada de Laplace a las ecuaciones B.2., B.4., B.5. y B.6.

$$Lsi(s) = v(s) - Ri(s) - E_a(s) \quad \text{B.7.}$$

$$Js\omega(s) = T_m(s) - B\omega(s) \quad \text{B.8.}$$

$$E_a(s) = K_a \omega(s) \quad \text{B.9.}$$

$$T_m(s) = K_m i(s) \quad \text{B.10.}$$

Sustituimos B.9. y B.10. en B.7.

$$Ls \frac{T_m(s)}{K_m} = v(s) - R \frac{T_m(s)}{K_m} - K_a \omega(s) \quad \text{B.11.}$$

$$v(s) = \frac{(R + Ls)T_m(s)}{K_m} + K_a \omega(s) \quad \text{B.12.}$$

De la B.8., podemos obtener la velocidad angular:

$$\omega(s) = \frac{T_m(s)}{Js+B} \quad \text{B.13.}$$

Sustituyendo B.13. en B.12.

$$v(s) = \frac{(R + Ls)T_m(s)}{K_m} + K_a \frac{T_m(s)}{Js + B} \quad \text{B.14.}$$

$$v(s) = \left[\frac{R + Ls}{K_m} + \frac{K_a}{Js + B} \right] T_m(s) \quad \text{B.15.}$$

$$v(s) = \left[\frac{(R + Ls)(Js + B) + K_a K_m}{K_m (Js + B)} \right] T_m(s) \quad \text{B.16.}$$

De esta forma podemos obtener la función de transferencia que relaciona la salida (torque) del motor de CD con la entrada (voltaje).

$$\frac{T_m(s)}{v(s)} = \frac{K_m (Js + B)}{(R + Ls)(Js + B) + K_a K_m} \quad \text{B.17.}$$

De la misma forma, se pueden usar las ecuaciones para obtener la función de transferencia que relacione cualquier salida con la entrada que es voltaje.

Función de transferencia de la fuerza contraelectromotriz con relación al voltaje:

$$\frac{E_a(s)}{v(s)} = \frac{K_m K_a}{LJs^2 + (RJ + LB)s + RB + K_a K_m} \quad \text{B.18.}$$

Función de transferencia de la corriente de armadura con relación al voltaje:

$$\frac{i(s)}{v(s)} = \frac{Js + B}{LJs^2 + (RJ + LB)s + RB + K_a K_m} \quad \text{B.19.}$$

Función de transferencia de la velocidad angular con relación al voltaje:

$$\frac{\omega(s)}{v(s)} = \frac{K_m}{LJs^2 + (RJ + LB)s + RB + K_a K_m} \quad \text{B.20.}$$

Por otro lado, si estamos interesados en conocer la posición del motor de corriente directa DC, basta simplemente con integrar la velocidad angular, en otras palabras, simplemente colocamos un integrador a la función de transferencia anterior. Por lo tanto, la ecuación que representa la posición del Motor DC es:

$$\frac{\theta(s)}{v(s)} = \frac{K_m}{s(LJs^2 + (RJ + LB)s + RB + K_a K_m)} \quad \text{B.21.}$$

Apéndice C

Análisis y comparación de costos

Se evaluaron los costos de los elementos utilizados para la construcción de la bancada, los mismos son presentados en la Tabla 14, y se compara el costo final con otras bancadas disponibles en el mercado, Tabla 15.

Tabla 14*Análisis de costos de la bancada*

Nombre	Descripción	Precio p/unidad	Marca	Observación
Motor cd	Motor de cd con encoder incorporado 24v – 600rpm Resolución del encoder 443ppr	Gs. 173.000	TSYNI	----
Base de aluminio para el motor	Base de diseño propio adaptado para el proyecto	Gs. 50.000	-----	----
Base de madera para la bancada	Base de MDF de diseño propio adaptado para el proyecto	Gs. 120.000	-----	----
NI myRIO 1900	Dispositivo Embebido para Estudiantes	Us. 485 Gs. 3.000.000	National Instruments	Este dispositivo fue cedido por el profesor tutor para la elaboración del proyecto
Adaptador de motor para myRIO	Adaptador preparado para controlar distintos tipos de motores sin necesidad de circuitos adicionales	Us. 80 Gs. 496.000	Digilent	Este dispositivo fue cedido por el profesor tutor para la elaboración del proyecto
Fuente de alimentación DC	Fuente variable que suministra hasta 16v cd	Gs. 230.000	Dazheng	-----
Cubierta de acrílico para protección de motor y adaptador	Cubierta de acrílico de elaboración propia	Gs. 25.000	----	-----
Total de la inversión		Gs. 4.094.000		

Fuente: Elaboración propia.




Si se toma en cuenta que tanto el myRIO como el adaptador de motor digilent pueden ser herramientas de laboratorio de las casas educativas, ya sean universidades, colegios u otro centro

educativo, o que también pueden ser reemplazados por otros controladores, como Arduino o Raspberry PI, el costo de la bancada se reduce significativamente.

Se realizo un estudio de mercado para comparar precios con otros productos del mismo tipo.

Tabla 15

Bancadas comerciales

Nombre	Bancada	Precio
DC Servo Control Experiment Platform Modelo – GSMT2012	 <p>GSMT2012</p>	Us. 2450
Inteco Modular Servo		Us. 2000
Quanser Qube Servo		Us. 4020

Fuente: Elaboración propia.

Aun si consideramos el costo del myRIO incluido en la bancada construida para este proyecto, el costo es mucho menor, aun asi hay que considerar que estas bancadas comerciales poseen mas

experimentos de laboratorios, y en el caso del GSMT2012, cuenta con la opción de un control analógico.

Hecho este estudio, este proyecto cumple con el criterio de ser de bajo costo, comparado con las plantas didácticas existentes.