

20.01.2022

- NEU: Orakel O_2 mit DisjNP, DisjCoNP und $UP = P$ (DisjNP ist dazugekommen). Damit analog zu DG20 ($DisjNP \wedge NP \cap coNP \wedge UP = P$).
- NEU: Orakel O_3 mit DisjCoNP und alle DisjNP-Paare sind P-separierbar. Das übernimmt schon ziemlich viele Orakel, welche sich durch die Einführung der Hypothese „*existiert ein P-inseparierbares DisjNP-Paar*“ ergeben. Beob. dass diese das symmetrische Analog zu $\neg Q'$ ist („... *P-inseparierbares DisjCoNP-Paar*“).
- Eine Variante von Titus' Orakel zeigt $UP \cap coUP \neq P \wedge \neg TAUT \wedge \neg SAT$. Das übernimmt alle Orakel, welche sich durch die Einführung der Hypothese $UP \cap coUP \neq P$ ergeben.
- Damit verbleiben nur noch wenige offene Orakel übrig (grüne Pfeile). Alle anderen Orakel sind mindestens so stark wie $Q' \wedge \neg Q$ oder $NPMV_t \wedge DisjCoNP$.

Exposé zur Masterarbeit (Anton Ehrmanntraut)

Die Masterarbeit beschäftigt sich grob mit Suchproblemen und hierzu zugehörigen komplexitätstheoretischen Hypothesen. Dabei wird der Begriff „Suchprobleme“ bewusst weit gefasst, um die verschiedenen Konzeptionen aus der Komplexitätstheorie abzudecken, die Probleme detaillierter betrachten als reine Entscheidungsprobleme. Dies umfasst (intuitiv zu Suchproblemen am nächsten) die Klasse TFNP (Beame et al.), aber auch Funktionenklassen wie NPMV (Selman), und allgemein eine Perspektivierung über Levin-Reduktionen (im Gegensatz zu den üblichen Cook-Reduktionen). Hypothesen bezüglich deren Vollständigkeit, Inklusionen, etc., (das umfasst auch die Hypothese Q, Fenner et al.) haben große Nähe zu Hypothesen über Beweissysteme (Cook, Reckhow).

Im ersten Beitrag will die Masterarbeit daher einen Überblick und Systematisierung dieser unterschiedlichen Konzepte von Suchproblemen liefern. Ein Schwerpunkt liegt hierbei auf der Kategorisierung der Levin-Reduktion und weiteren Definitionen von Reduktionen, sowie die Verknüpfung zu Beweissystemen und der Hypothese Q.

Der zweite Beitrag vertieft den Zusammenhang der Hypothese Q, der Vollständigkeit von Suchproblemen, und Optimalität von Beweissystemen. Konkret ergänzt und erweitert die Arbeit damit die von Pudlák entwickelte Systematisierung, welche verschiedene Hypothesen um Komplexitätsklassen bzw. Beweissysteme in Beziehung setzt.

Aus dieser Erweiterung von Pudlák's Systematisierung ergeben sich neue potentielle Implikationen zwischen den Hypothesen. Daher will die Masterarbeit, als dritter Beitrag, einige Orakelkonstruktionen erarbeiten, welche einige dieser (relativierbaren) Implikationen ausschließt. Damit schließt sich die Arbeit auch „Pudlák's Programm“ an.

Inhalt Masterarbeit

1. Introduction

- Introduce the subject: search problems as computational problems; subject of computational complexity theory
- Contextualize into the history of the subject: search problems are not discussed as much as *decision* problems. Give historical reasons why! (Simpler conceptualization; search reduces to decision at least for NP-complete problems; *recognition* of sets brought over from computability theory; P-NP question can be equivalently stated both in their decision variant vs function variant.)
- Broad question: what is the relation between NP search problems?
- Observation: conjectures concerning search problems are related to conjectures concerning proof systems resp. promise classes. These are investigated in Pudlák's program.
- Contribution: (a) a survey on reducibility notions and research on search problems; (b) linking search problems with Pudlák's hypotheses and the hypothesis Q, extending Pudlák's systematization; (c) provide oracle constructions that separate several conjectures.

2. Preliminaries

- Notation of words and sets of words; p-isomorphism to the natural numbers; implicit list coding;
- machine model, esp. oracle Turing machine; nondeterministic polynomial time transducer
- Relativization: all statements relativize except when stated otherwise.
- Notation concerning oracle construction; partial oracles as words, definite computations
- Definition of complexity classes, reducibilities between sets, p-isomorphism, standard enumeration of machines
- Proof systems and simulation.

3. The order of search problems

3.1. Search problems and Levin reducibility

3.2. Reducibilities of search problems

4. Search problems and the conjecture Q in the context of Pudlák's program

4.1. Which search problems are paddable

4.2. Hypothesis Q vs. the completeness of search problems

4.3. Karp completeness vs. Levin completeness

4.4. Implications between conjectures and oracle separations