



ساختمان داده‌ها (۲۲۸۲۲)

مدرس: حسین بومری

[زمستان ۹۹]

نگارنده: آئیریا محمدی

سوال ۵: الگوریتم ضعیف تحلیل قوی

رشته‌ها را به شکل مرتب شده بر اساس طول و با نماد w_1, \dots, w_n نشان می‌دهیم که n تعداد رشته‌ها است و طول هرکدام به شکل l_i و داریم $l_i < l_{i+1}$.

فرض کنیم m_1 پرسمان از رشته‌های جفت طول کوچک‌تر مساوی x یا یکی بزرگ‌تر و یکی کوچک‌تر از x انجام دهیم و $m_2 = m - m_1$ پرسمان با هر دو رشته با طول بیشتر.

مرتبه زمانی اجرای الگوریتم بر روی دو رشته از مرتبه طول رشته کوتاه‌تر است پس برای m_1 پرسش اول داریم $T = O(m_1 \cdot x)$.

برای m_2 پرسش نوع دوم به شکل زیر استدلال می‌کنیم:

از آنجایی که طول تمام رشته‌ها از x بزرگ‌تر است و جمع طول آن‌ها حداکثر k می‌شود پس حداکثر تعداد آن‌ها $n_2 = \frac{k}{x}$ می‌باشد.

از طرفی اگر $n_2 = \frac{k}{x}$ و $n_1 = n - n_2$ را تعداد رشته‌های با طول بزرگ‌تر و کوچک‌تر از x در نظر بگیریم، در صورت وجود محدودیت برای پرسمان تکراری حداکثر $\binom{n_2}{2}$ زوج رشته از نوع دو می‌توان انتخاب کرد که از $O((n_2)^2)$ می‌باشد و مشابه تعداد زوج‌های قابل انتخاب از رشته‌های نوع اول از مرتبه $O((n_1)^2)$.

پس مرتبه زمانی برای پرسش‌های نوع دوم به شکل $O(m_2 \cdot k) = O(n_2 \cdot k) = O((\frac{k}{x})^2 \cdot k) = O(\frac{k^3}{x^2})$

پس مجموع هزینه‌ای که برای این دو نوع پرسش خواهیم داد به شکل زیر خواهد بود:

$$T = O(x(n - n_1)^2) + O(k(n_2)^2) = O(x(n - \frac{k}{x})^2) + O(\frac{k^3}{x^2})$$