



## ساختمان داده‌ها (۲۲۸۲۲)

مدرس: حسین بومری

[زمستان ۹۹]

نگارنده: آئیریا محمدی

سوال ۸: مرتب‌سازی ادغامی چندتایی

الف) هر یک از بخش‌های لیست اندازه  $k$  دارند و در بدترین حالت در  $O(k^2)$  مرتب می‌شوند. جمعاً  $n/k$  لیست داریم پس روی هم  $O(\frac{n}{k} \cot k^2) = O(nk)$  زمان می‌گیرند.

ب) تقسیم یک لیست به  $n/k$  لیست مرتب مانند این است که بخشی از عمق الگوریتم مرج سورت را طی کرده باشیم (تا وقتی که اندازه هر لیست  $k$  شده باشد). در هر مرحله اندازه زیرلیست‌ها دوبرابر می‌شود پس انگار  $\log k$  مرحله جلویم. و در نتیجه تعداد عملیات باقی مانده متناسب با عمق باقی مانده است که می‌شود  $\log \frac{n}{k} = \log n - \log k$ . در هر مرحله نیز از  $\Theta(n)$  کار انجام می‌دهیم پس مرتبه زمانی این ادغام از  $\Theta(n \log \frac{n}{k})$  خواهد بود.

ج)  $k$  نمی‌تواند از  $\Omega(n)$  باشد چرا که الگوریتم ما از مرتبه  $\Omega(n^2)$  خواهد شد. به ازای  $k = O(\log(n))$  خواهیم داشت

$$T = O(n \cdot \log n + n \log \frac{n}{\log n}) = O(n \log n - n \log(\log(n))) = O(n \log n)$$

پس  $k(n) \in O(\log n)$ .

د) اگر  $a, b$  ثابت باشند داریم  $T(n, k) = ank + bn \log \frac{n}{k} = ank + bn \log n - bn \log k$ . قرار می‌دهیم  $\frac{d}{dk} T = 0$  که می‌دهد

$$an + 0 - bn/k = 0 \rightarrow k = b/a$$

یعنی یک مقدار بهینه ثابت برای  $k$  وجود دارد. می‌توانیم برای  $n$  های نسبتاً بزرگ  $k$  های مختلف از  $O(\log n)$  را امتحان کنیم و بهترین مورد را انتخاب کنیم.