



ساختمان داده‌ها (۲۲۸۲۲)

مدرس: حسین بومری

[زمستان 99]

جلسه ۸: مرتبه زمانی

نگارنده: محمد مهدی زارع

در جلسه گذشته در حال محاسبه تابع بازگشتی بودیم و این جلسه ادامه مطالب و تعریف master theory می پردازیم و یکم هم از ساختمان داده می گوئیم.

۱ معادله بازگشتی

مثال:

معادله ۱

$$T(0) = a_0, \quad T(1) = a_1, \quad T(n) = T(n-1) + 2$$

$$\rightarrow r^2 - r - 1 = 0 \rightarrow r_1, r_2 = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$T(n) = c_1 r_1^n + c_2 r_2^n + 2$$

⊗

مثال:

معادله ۲:

$$T(n) = 4T(n-1) + 4T(n-2) + f(n)$$

$$r^2 - 4r^2 + 4 = 0 \rightarrow (r-2)^2 = 0 \rightarrow r = 2$$

$$T(n) = c_1 2^n + c_2 n 2^n + f(n)$$

که از $O(n2^n)$ است

⊗

مثال:

معادله ۳:

$$T(n) = 2T(n-1) + 2^n = 4T(n-2) + 2^n + 2^n = 2^n T(0) + n 2^n$$

پس از $O(n2^n)$ است.

☒

مثال:

معادله ۴ (merge sort):

$$T(n) = 2T(n/2) + 2$$

$$T(2^n) = 2T(2^{n-1}) + 2^n \rightarrow S(m) = 2S(m-1) + 2^m$$

$$S(m) = m2^m \rightarrow T(n) = nLgn \quad (2^m = n \rightarrow m = Lgn)$$

☒

مثال:

معادله ۵:

$$T(n) = 2T(n/2) + 1 \quad T(n) = Lgn$$

با توجه به نمودار درختی به وضوح معلوم میشود .

☒

مثال:

معادله ۶:

$$T(n) = 2T(n/2) + nLgn$$

$$S(m) = 2S(m-1) + m2^m \rightarrow 2(2T(m-2) + 2^{m-1}(m-1))$$

$$= 4T(m-2) + 2^m(m-1)$$

$$4T(m-2) < 2^m(m-1) \text{ چون}$$

$$\rightarrow 2^m(m + m - 1 + m - 2 + \dots) \rightarrow S(m) = m^2 2^m \rightarrow T(n) = n \log^2 n$$

☒

Mater theory

$$T(n) = aT(n/b) + F(n), c = \log_b^a$$

$$1) F(n) \in \theta(n^{c'}), c' > c \rightarrow T(n) = \theta(n^{c'})$$

$$2) F(n) \in \theta(n^{c'}), c' < c \rightarrow T(n) = \theta(n^c)$$

$$3) F(n) \in \theta(n^c) \rightarrow T(n) = O(n^c \lg n)$$

مثال:

$$T(n) = 2T(n/2) + \frac{n}{\log n}$$

$$T(2^m) = 2T(2^{m-1}) + \frac{2^m}{m}$$

$$S(m) = 2S(m-1) + \frac{2^m}{m}$$

$$2S(m-2) + 2^m \left(\frac{1}{m} + \frac{1}{m-1} + \dots \right)$$

$$2^m S(0) + 2^m \left(\sigma_{\frac{1}{i}} \right)$$

$$\rightarrow S(m) = 2^m \log m \rightarrow T(n) = n \log(\log n)$$

⊗

مثال:

جست و جوی دودویی

$$T(n) = T(n/2) + O(1)$$

$$c = \log_2^1 = 0, n^0 = 0 \rightarrow T(n) = \theta(\log n)$$

⊗

ساختمان داده ها

در ساختمان داده های اولیه انتظار داریم که بتوانیم عملیات هایی مانند *search, max, min, size, delete, add, insert, pop, ielemnt* را انجام دهیم

هر کدام از عملیات های بالا را برای آرایه میتوانیم در مرتبه زمانی های زیر پیدا کنیم :

$$search = O(n) \quad , iElement = O(1) \quad , size = O(1)$$

$$max = O(n) \quad , min = O(n) \quad , iSorted = O(n)$$

$$delete = O(n) \quad , add = O(n) \quad , insert = O(n) \quad , pop = O(1)$$