



ساختمان داده‌ها (۲۲۸۲۲)

مدرس: حسین بومری

[زمستان ۹۹]

سوال ۷: صرفه‌جویی در مصرف انرژی

نگارنده: آئیریا محمدی

الف) به ازای هر عمل افزایش یک یک با کم ارزش‌ترین بیت جمع می‌شود و اگر carry داشته باشیم این جمع کردن تا رسیدن به یک صفر (و تبدیل آن به یک) ادامه دارد. استدلال می‌کنیم که هر بیتی که در این مسیر صفر می‌کنیم زمانی به دلیل افزایش‌های پیشین یک شده بود. پس می‌توان گفت هزینه صفر کردن را با یک کردن سرشکن می‌کنیم. به عبارتی در هر افزایش تنها یک بیت صفر به یک تبدیل می‌شود و باقی هزینه‌ها خرج صفر کردن یک‌ها می‌شود که آن‌ها هم هزینه‌شان با یک کردن افزایش‌های قبلی سرشکن می‌شود. پس تنها از مرتبه ۱ هزینه می‌کنیم.

ب) در این جا نیز استدلال‌های مشابهی را می‌توان کرد. برای افزایش ابتدا هزینه برای صفر کردن یک‌ها می‌کنیم و در نهایت منفی یک یا صفر را در مرتبه ۱ افزایش می‌دهیم.

کاهش نیز مشابه است (منفی یک‌ها را صفر می‌کنیم و در نهایت یک رقم را صفر یا منفی یک می‌کنیم). می‌توان استدلال کرد تمام یک‌هایی که صفر می‌شوند برایشان یک هزینه یک شدن در یک عمل افزایش خرج شده است و همچنین تمام منفی یک‌هایی که صفر می‌شوند در یک عمل کاهش یک هزینه برای منفی یک شدن صفر خرج شده است. پس تمام صفر شدن یک را با یک شدن صفر در عمل افزایش سرشکن می‌کنیم و مشابهاً صفر شدن منفی یک را با منفی یک شدن صفر در عمل کاهش.

صفر شدن یک توسط کاهش و یا صفر شدن منفی یک با عمل افزایش نیز در هر بار عمل کاهش/افزایش حداکثر تنها یک بار انجام می‌شود و از مرتبه یک است. در نهایت مرتبه زمانی الگوریتم ما به طور سرشکن از مرتبه ۱ است.