



ساختمان داده‌ها (۲۲۸۲۲)

مدرس: حسین بومری

[زمستان ۹۹]

سوال ۷: باز هم پادشاه خسته

نگارنده: آئیریا محمدی

یک درخت trie می‌سازیم با این تفاوت که برای بچه‌های آن ترتیب قائل می‌شویم. به عبارتی اگر دو کلمه x_a و x_b را در آن اضافه کنیم درخت به یاد داشته باشد که بین بچه‌های x اول b بوده است و سپس a . حال تمام رشته‌ها را به این درخت اضافه می‌کنیم.

همچنین یک گراف جهت‌دار با ۲۶ راس (هر راس نماینده یک حرف الفبا) می‌سازیم.

حال بر روی این درخت پیمایش می‌کنیم (مثلاً BFS) و برای هر گره که به آن می‌رویم این عملیات را انجام می‌دهیم:

برای فرزندان گره مورد نظر: نقاط متناظر حروف فرزندان i و $i + 1$ را در گراف ساخته شده پیدا می‌کنیم و از فرزند چپی (کوچک‌تر) به راستی یک یال رسم می‌کنیم. این کار را برای هر دو جفت فرزند مجاور این گره انجام می‌دهیم.

مفهوم پشت کاری که انجام دادیم این است که اگر دو رشته تا تعدادی حرف مشابه باشند، اولین حرفی که متفاوت هستند به ما این آگاهی را می‌دهد که آن حرف رشته کوچک‌تر از حرف هم‌اندیشش در رشته بزرگ‌تر کوچک‌تر است و این روابط کوچک‌تری را در گراف می‌توان به راحتی نگهداری کرد.

در نهایت بر روی گراف ساخته شده از ترتیب‌های جزئی در زمان ثابت و مستقل از اندازه رشته‌ها توپولوژیکال سورت انجام می‌دهیم و به یکی از جواب‌های درست مسئله دست می‌ایابیم.

اگر در گراف ساخته شده دور وجود داشته باشد برای این مسئله جوابی وجود ندارد و می‌توان در زمان ثابت بر روی این گراف با راس‌های مشخص به دنبال دور گشت (با پیدا کردن یال‌های عقب‌گرد در DFS). چرا که ارزش ترتیبی هیچ دو حرفی با هم مساوی نیست و از دور می‌توان نتیجه گرفت تمام حروف روی دور با هم مساوی و هم‌ارزش هستند.

برای سورت توپولوژیک هم به این شکل عمل می‌کنیم که الگوریتم DFS می‌زنیم اما با این فرق که یک استک داریم و برای هر راسی که به آن می‌رویم ابتدا به طور بازگشتی برای تمام همسایه‌های آن نیز DFS را فراخوانی می‌کنیم و سپس مقدار این گره را در استک وارد می‌کنیم.

حال می‌توانیم اعضای استک را نوبتی بیرون بیاوریم که نشان‌دهنده ترتیب اعداد از کوچک به بزرگ می‌باشد.

تحلیل زمانی ساختن و پیمایش گراف در زمان ثابت انجام می‌شود. ساختن و پیمایش درخت برای نیز در زمان تعداد کل حروف تمام کلمات که برابر با مجموع طول آن‌ها (K) انجام می‌شود. و برای هر گره برای نیز باید حداکثر ۲۶ فرزند را در ۲۷ عملیات مقایسه کنیم (یال متناظر در گراف اضافه کنیم) که این ضریبی برای هزینه پیمایش گره برای می‌شود ($O(27K) = O(K)$)

در نتیجه مرتبه زمانی الگوریتم از $O(K)$ خواهد بود.