



## ساختمان داده‌ها (۲۲۸۲۲)

مدرس: حسین بومری

[زمستان ۹۹]

نگارنده: آئیریا محمدی

سوال ۷: مرتب‌سازی سریع

اثبات. برهان خلف

فرض کنیم این‌گونه نباشد. یعنی بتوان نزدیک‌ترین عنصر آرایه  $n$  عضوی  $A$  به مقدار  $x$  را در زمان  $o(\log n)$  / مثلاً  $O(1)$  پیدا کرد. به عبارتی رابطه زیر برقرار باشد

$$\exists c, n_0 > 0, \forall x > n_0, T(x) < c \cdot \log n \quad (1)$$

آن‌گاه می‌توان الگوریتم زیر را برای مرتب کردن اعداد ارائه داد:

```
SORT( $A, n$ )
1  B[n]
2  // find index of minimum and maximum
3  min = 0
4  max = 0
5  for i=0 to n // exclusive
6      if A[i] < A[min]
7          min = i
8      if A[i] > A[max]
9          max = i
10 B[0] = A[min]
11 for i=1 to n
12     x = nearest(B[i-1]) // index of nearest item
13     B[i] = A[x]
14     A[x] = A[max]
15 return B
```

این الگوریتم از دو بخش پیدا کردن مینیمم و ماکسیمم (در زمان خطی) و پیدا کردن نزدیک‌ترین عنصر هر عدد (در زمان  $o(\log n)$ ) است. اردر این الگوریتم برابر است با

$$O(n) + n * o(\log n) = o(n \log n)$$

و داریم  $o(n \cdot \log n) < O(n \cdot \log n)$  . در حالی که می دانیم الگوریتم مرتب سازی مقایسه ای از مرتبه خطی وجود ندارد.

پس فرض غلط است. یعنی مقادیر مثبت  $c$  و  $n_0$  در رابطه ۱ با ویژگی های خواسته شده وجود ندارد و خواهیم داشت

$$\neg(\exists c, n_0 > 0, \forall x > n_0, T(x) < c \cdot \log n) \quad (2)$$

که می دهد

$$\forall c, n_0 > 0, \exists x > n_0, T(x) \geq c \cdot \log n \quad (3)$$

که بنابر تعریف به معنای این است  $T \in \Omega(n \cdot \log n)$