



ساختمان داده‌ها (۲۲۸۲۲)

مدرس: حسین بومری

[زمستان ۹۹]

نگارنده: آثیریا محمدی

سوال ۵: مرتب‌سازی خطی

اثبات. برهان خلف

فرض کنیم این‌گونه نباشد. یعنی بتوان نزدیک‌ترین عنصر آرایه n عضوی A به مقدار x را در زمان $o(\log n)$ پیدا کرد.

آنگاه می‌توان الگوریتم زیر را برای مرتب کردن اعداد ارائه داد:

```
SORT( $A, n$ )
1  B[n]
2  // find index of minimum and maximum
3  min = 0
4  max = 0
5  for i=0 to n // exclusive
6      if A[i] < A[min]
7          min = i
8      if A[i] > A[max]
9          max = i
10 B[0] = A[min]
11 for i=1 to n
12     x = nearest(B[i-1]) // index of nearest item
13     B[i] = A[x]
14     A[x] = A[max]
15 return B
```

این الگوریتم از دو بخش پیدا کردن مینیمم و ماکسیمم (در زمان خطی) و پیدا کردن نزدیک‌ترین عنصر هر عدد (در زمان $o(\log n)$) است. اردر این الگوریتم برابر است با

$$O(n) + n * o(\log n) = o(n \log n)$$

و داریم $o(n \cdot \log n) < O(n \cdot \log n)$.

در حالی که می‌دانیم الگوریتم مرتب‌سازی از مرتبه قطعی کمتر از $O(n \log n)$ وجود ندارد.

پس فرض غلط است. یعنی هیچ الگوریتمی نیست که از $o(n \log n)$ باشد یا به عبارتی برای هر الگوریتم مورد نظر (برای پیدا کردن نزدیک ترین عنصر) داریم:

$$T \in \Omega(n \cdot \log n)$$