

## Universal quantifier

$$\frac{\frac{\overline{x : A} \quad \vdots \quad E : B(x)}{\text{fun } x \Rightarrow E : \forall x : A, B(x)} \forall I \quad \frac{E_1 : \forall a : A, B(a) \quad E_2 : A}{E_1 \ E_2 : B[x \mapsto E_2]} \forall E$$

## Implication

$$\frac{\frac{\overline{x : A} \quad \vdots \quad E : B}{\text{fun } x \Rightarrow E : A \rightarrow B} \rightarrow I \quad \frac{E_1 : A \rightarrow B \quad E_2 : A}{E_1 \ E_2 : B} \rightarrow E$$

## Conjunction

$$\frac{E_1 : A \quad E_2 : B}{(E_1, E_2) : A \wedge B} \wedge I \quad \frac{E : A \wedge B}{\text{fst } E : A} \wedge E_1 \quad \frac{E : A \wedge B}{\text{snd } E : B} \wedge E_2$$

## Disjunction

$$\frac{E : A}{\text{inl } E : A \vee B} \vee I_1 \quad \frac{E : B}{\text{inr } E : A \vee B} \vee I_2$$

$$\frac{\frac{\overline{x : A} \quad \vdots \quad E : A \vee B}{} \quad \frac{\overline{y : B} \quad \vdots \quad E_1 : C \quad E_2 : C}{\text{match } E \text{ with } | \text{ inl } x \Rightarrow E_1 \mid \text{ inr } y \Rightarrow E_2 \text{ end} : C} \vee E$$

## Existential quantifier

$$\frac{E_1 : A \quad E_2 : B[x \mapsto E_1]}{\{E_1, E_2\} : \exists x : A, B(x)} \exists I$$

$$\frac{\frac{\overline{x : A} \quad \overline{y : B(x)} \quad \vdots \quad E : \exists x : A, B(x)}{} \quad E' : C}{\text{let } \{x, y\} := E \text{ in } E' : C} \exists E$$