Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
«МИФИ»

ИНСТИТУТ ЛАЗЕРНЫХ И ПЛАЗМЕННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ
КАФЕДРА №31 ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА

Отчет

по проектной практике на тему:

"Многокритериальная оптимизация и выбор параметров механизмов"

Авторы: Асланиди Е.М., Жуков К.А.

Руководитель проекта: Нелюбин А.П.

г. Москва 2020

Содержание

Аннотация

В данном проекте рассматривается многокритериальная оптимизация на примере задачи оптимизации параметров робота-паука. Первой стадией нашей работы является изучение литературы и ознакомление с математическим понятие оптимизации, в частности многокритериальной. Вторым этапом является выбор механической модели и работа с оптимизацией её параметров. В качестве механической модели нами был выбран робот-паук.

1 Обзор научной литературы

Решение задач многокритериального выбора имеет особенности, связанные с необходимостью моделирования предпочтений лица, принимающего решение. Будет рассмотрена общая классификация методов таких задач. Применение математических методов предполагает построение математической модели объекта анализа. Важен и визуальный анализ, который играет существенную роль в многокритериальных задачах и является неотъемлемой составляющей интерактивных методов их решения. Интерактивный подход к организации процесса принятия решения позволяет более точно выявить реальные предпочтения лица, принимающего решение, и осуществить наилучший выбор.

Проблемы, связанные с отысканием наилучших решений для достижения поставленных целей при ограниченных ресурсах, вставали перед людьми всегда. Чаще всего цели моделируются стермлением к увеличению или же уменьшению специальных функций - критериев. В относительно простых случаях, когда можно обойтись одним критерием, оптимальным вариантом считается тот, который максимизирует или минимизирует этот критерий. Когда не удается обойтись одним критерием, то поставленная задача называется многокритериальной. Особенность многокритериальных задач состоит в том, что обычно не существует варианта, который был бы лучшим сразу по всем критериям. Поэтому выбор наилучшего варианта связан с необходимостью разрешения центральной проблемы, то есть проблемы сопоставления по предпочтительности потерь по одним критериям с выиграшами по другим. Так и для проектирования механической системы применяются методы многокритериальной оптимизации и многокритериального выбора. При наличии множества критериев оптимальности (эффективности, качества) проектируемого объекта, как правило, недостаточно применить формальные методы оптимизации, но нужно ещё проанализировать и корректно учесть предпочтения относительно важности критериев и их значений. Задача выбора в общем случае заключается в поиске и выделении среди множества возможных альтернатив некоторого подмножества наиболее подходящих альтернатив. Чаще всего на практике требуется выбрать одну или несколько альтернатив. Исходное множество альтернатив может быть конечным или бесконечным. Конечное множество альтернатив может быть небольшим, а может быть таким большим, что все альтернативы не перебрать за разумное время даже численными методами. Бесконечное множество альтернатив чаще всего является континуальным, при этом сами альтернативы задаются набором параметров, которые могут принимать значения из определенного диапазона, интервала. В таких задачах выбора необходимо предварительно произвести поиск допустимых альтернатив, удовлетворяющих всем ограничениям.

Таким образом, для анализа сложных многокритериальных задач необходимо привлечение специальных математических методов, разрабатываемых в теории принятия решений. Применение методов теории принятия решений предполагает в процессе анализа задачи использование математической модели проблемной ситуации, включающей множество вариантов решений и набор критериев для характеристики последствий их реализации. Чтобы выбрать оптимальный вариант решения необходим не только набор критериев, но относительная важность этих критериев.

Наиболее распространенные методы анализа многокритериальных задач основаны на свертывании набора исходных критериев в один обобщенный (агрегированный, интегральный, глобальный и т.п.) критерий, имеющий, например, вид взвешенной при помощи коэффициентов важности суммы исходных критериев. Но эти методы обладают целым рядом серьезных недостатков, существенно ограничивающих возможности получения при их помощи обоснованных рекомендаций по выбору оптимальных вариантов сложных ответственных решений.

Именно поэтому разработка математической теории оказалась актуальной. Эта теория основанна на строгих (формальных) определениях понятия относительной важности критериев, которая включала бы методы корректного анализа многокритериальных задач с использованием информации о важности.

Оптимизация. Постановка задачи оптимизации: заданы множество X и функция f(x), определенная на X; требуется найти точки минимума или максимума функции f на X.

$$f(x)->min, x \in X \tag{1}$$

Наиболее важные классы оптимизационных задач:

- Задача безусловной оптимизации. Задача называется задачей безусловной оптимизации, если $X = R^n$.

$$f(x)->min, x \in R^n \tag{2}$$

- Задача условной оптимизации. Задача называется задачей условной оптимизации, если X - собственное подмножество пространства R^n.

- Классическая задача на условный экстремум. Это задача с допустимым множеством X, заданных системой конечного числа уравнений:

$$X = x \in R^n | g_i(x) = 0, i = 1, ..., m. \quad (3)$$

Обычно эта задача записывается в виде

$$f(x) -> min, g_i(x) = 0, i = 1, ..., m, \quad (4)$$

то есть указывается не само допустимое множество, а система, его определяющая.

Большинство сложных задач управления, требующих принятия решений, являются многокритериальными. Например, при выборе места строительства потенциально опасного или вредного промышленного объекта (скажем, аэродрома или химического комбината) необходимо учитывать, помимо «ресурсных» критериев, еще и воздействие функционирующего объекта на окружающую среду, социальные, а иногда и политические последствия принимаемого решения. Задачи проектирования машин также многокритериалы, так как при выборе наилучшего варианта приходится учитывать много различных требований, предъявляемых к машине, и среди этих требований встречаются противоречащие друг другу. Однако почти все математические методы оптимизации предназначены для отыскания оптимального значения одной функции - одного критерия. Большинство неудачных решений связано с этапом форумлировки математической задачи, которая не соответствует исходной задаче. Чтобы разумно поставить математическую задачу был разработан метод, отличительной особенностью которого является систематический просмотр многомерных областей: в качестве пробных точек в пространстве параметров используются точки равномерно распределенных последовательностей. Для этого применяются ЛП, последовательности, которые обладают наилучшими характеристиками равномерности среди всех известных в настоящее время равномерно распределенных последовательностей.

Если определен единый критерий выбора – функция, которая ставит в соответствие каждой альтернативе степень того, насколько она подходит для выбора, – то задача выбора решается численными методами оптимизации. В многокритериальных задачах выбора каждая альтернатива характеризуется вектором значений функций каждого критерия. Такие векторные оценки альтернатив могут оказаться несравнимы между собой. Поэтому для осуществления выбора в многокритериальных задачах требуется произвести дополнительный анализ критериев и альтернатив.

Построить функцию выбора непосредственно можно лишь в задачах небольшой размерности. Поэтому на практике принимают упрощающие допущения о виде этой функции. Чаще всего все критерии агрегируют в один обобщенный критерий, позволяющий ранжировать по предпочтительности произвольный набор альтернатив. Среди таких методов:

- выделение одного главного критерия;

- лексикографическое упорядочение критериев по важности;

- свертка критериев с использованием весов их относительной важности;

- построение функции полезности.

Такие методы решения многокритериальных задач выбора называют априорными, поскольку полностью восстановленная функция выбора позволяет осуществить выбор на произвольном множестве альтернатив.

С другой стороны, для решения единичных задач выбора полностью восстанавливать функцию выбора не требуется. Методы, в которых предпочтения ЛПР(лица, принимающего решение) устанавливаются при изучении имеющегося множества альтернатив, называют апостериорными. Среди таких методов:

- построение отношений предпочтения на множестве вариантов;

- анализ вариантов в пространстве критериев: исследование границы Парето, наложение ограничений и допусков.

По способу организации процесса решения задачи выбора методы можно разделить на одношаговые и многошаговые (итеративные). Под шагом понимается цикл, состоящий из двух этапов:

1. Выяснение информации о предпочтениях ЛПР в соответствии с используемой моделью;

2. Формирование выводов и рекомендаций по осуществлению выбора на основе полученной информации о предпочтениях.

Для решения сложных и ответственных задач многокритериального выбора лучше подходят многошаговые интерактивные методы. К интерактивным методам решения многокритериальных задач часто необоснованно относят простые итеративные процедуры, в которых этапы построения модели предпочтений ЛПР чередуется с этапами формальных вычислений. Помимо наличия нескольких шагов, эти методы должны обеспечивать обратную связь для ЛПР, то есть формируемые рекомендации на каждом шаге должны сопровождаться некоторым обоснованием, чтобы их можно было проанализировать и скорректировать предпочтения на следующем шаге решения задачи. На этой стадии анализа задачи существенную роль играют средства визуализации, позволяющие донести до ЛПР в виде образа информацию о текущем решении и как оно зависит от указанных параметров предпочтений.

Этот анализ должен производится с участием лица, принимающего решение (ЛПР), особенно в сложных стратегических задачах выбора. В качестве ЛПР может выступать группа людей, экспертов в данной области. ЛПР заинтересовано в осуществлении наилучшего для него выбора, поэтому является носителем информации о предпочтениях. Проблема состоит в том, что эти предпочтения обычно не могут быть сразу сформулированы в явном виде, тем более в виде количественных соотношений. Принятие ответственного решения является особым процессом, которому свойственна протяженность во времени и активная мыслительная деятельность. В начале этого процесса ЛПР имеет лишь примерное представление о своих предпочтениях. В ходе анализа задачи эти предпочтения могут проясняться, уточняться и даже меняться.

В этом процессе особую роль играют средства представления данных: об альтернативах, о критериях, о предпочтениях. Визуальное представление таких данных является наиболее естественным для человека, поскольку оно затрагивает и логическое, и образное мышление. Известно, что человек может держать в голове одновременно не более 5-7 факторов (вариантов, оценок). Графический образ позволяет агрегировать больший объем информации об анализируемом объекте. Поэтому для решения задач многокритериального выбора целесообразно применение интерактивных графических методов. В процессе диалога с компьютерной системой поддержки принятия многокритериальных решений ЛПР и эксперты глубже понимают задачу, возможности достижения поставленных целей, уточняют свои предпочтения.

2 Проектная деятельность

В ходе работы над проектом нами был изучен материал, представленный в обзоре литературы. Также некоторые материалы были предоставлены научным руководителем во время обсуждения проекта. Для применения полученных теоретических знаний мы выбрали изучение вариантов многокритериальной оптимизация работы робота-паука. При решении задач кинематики и динамики робота с шестью ногами мы опираемся на то, что часть ног движется в воздухе, в то время как часть ног находится на земле и поддерживает робота. Необходимо выяснить, как каждая нога движется отдельно, а также какое движение будет наиболее экономичным или быстрым. Другими словами, на первом этапе мы предполагаем, что тело робота неподвижно. В соответствии с этим предположением мы рассматриваем каждую ногу как разомкнутую кинематическую цепь. В соответствии с этим предположением уравнение прямой задачи кинематики имеет вид:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = M_z(\alpha) \left[M_x(\beta) \left[M_x(-\gamma) \begin{pmatrix} 0 \\ L_3 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ L_2 \\ 0 \end{pmatrix} \right] + \begin{pmatrix} 0 \\ L_1 \\ 0 \end{pmatrix} \right]$$

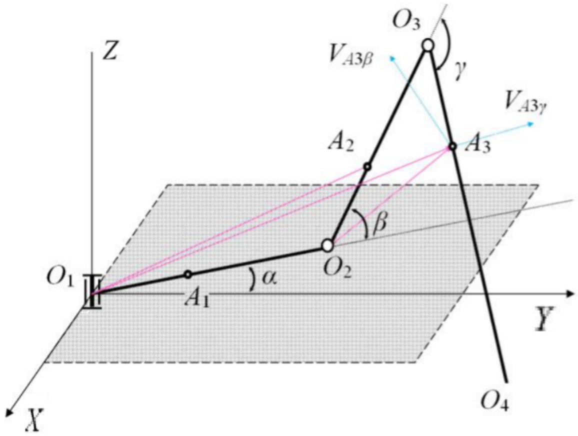

Рис.1 Кинематическая схема ноги робота-паука [5].

$$\left[M_x(-\gamma) \begin{pmatrix} 0 \\ L_3 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ L_2 \\ 0 \end{pmatrix} \right] = \begin{pmatrix} 0 \\ L_3 Cos(\gamma) + L_2 \\ -L_3 Sin(\gamma) \end{pmatrix}, M_z(\alpha) = \begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha & 0 \\ \sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$M_x(\beta) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\beta & -\sin\beta \\ 0 & \sin\beta & \cos\beta \end{pmatrix},$$

$$M_x(\beta)\begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha & 0 \\ \sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ L_1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ (L_3\cos\gamma + L_2)\cos\beta + L_3\sin\gamma\sin\beta + L_1 \\ (L_3\cos\gamma + L_2)\sin\beta - L_3\sin\gamma\cos\beta \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} 0 \\ L_3\cos(\gamma-\beta) + L_2\cos\beta + L_1 \\ -L_3\sin(\gamma-\beta) + L_2\sin\beta \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (L_3\cos(\gamma-\beta) + L_2\cos\beta + L_1)(-\sin\alpha) \\ (L_3\cos(\gamma-\beta) + L_2\cos\beta + L_1)\cos\alpha \\ -L_3\sin(\gamma-\beta) + L_2\sin\beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (L_3\cos\gamma + L_2\cos\beta + L_1)(-\sin\alpha) \\ (L_3\cos\gamma + L_2\cos\beta + L_1)\cos\alpha \\ -L_3\sin\varphi + L_2\sin\beta \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} -L\sin\alpha \\ L\cos\alpha \\ -L_3\sin\varphi + L_2\sin\beta \end{pmatrix}$$

Рассмотрим этот же механизм в OY и OZ: $\beta + \gamma + (\pi - \varphi) = \pi; \varphi = \gamma - \beta$

$$\begin{pmatrix} y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_3\cos\varphi + L_2\cos\varphi \\ -L_3\sin\varphi + L_2\sin\varphi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\beta & \cos\varphi \\ \sin\beta & -\sin\varphi \end{pmatrix}\begin{pmatrix} L_2 \\ L_3 \end{pmatrix},$$

$$\begin{cases} y^2 + z^2 = L_3^2(\cos^2\varphi - \sin^2\varphi) + L_2^2 \\ y^2 - z^2 = L_3^2 + L_2^2(\cos^2\beta - \sin^2\beta) \end{cases}$$

Теперь решим обратную задачу: $L = \sqrt{x^2 + y^2}$ - проекция ноги на плоскость Oxy, $\operatorname{tg}\alpha = -\frac{x}{y}$,

$$\begin{cases} \cos^2\varphi = \frac{1}{2L_3^2}(y^2 + z^2 + L_3^2 - L_2^2) \\ \cos^2\beta = \frac{1}{2L_2^2}(y^2 - z^2 + L_2^2 - L_3^2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = L\cos\alpha \\ x = -L\sin\alpha \end{cases}$$

Тогда

$$\begin{cases} \cos^2\varphi = \frac{1}{2L_3^2}((L - L_1)^2 + z^2 + L_3^2 - L_2^2) \\ \cos^2\beta = \frac{1}{2L_2^2}((L - L_1)^2 + z^2 + L_2^2 - L_3^2) \end{cases}$$

Также в программе T-FLEX была построена модель движения ноги робота-паука и ее траектория. Это поможет при выборе параметров оптимизации.

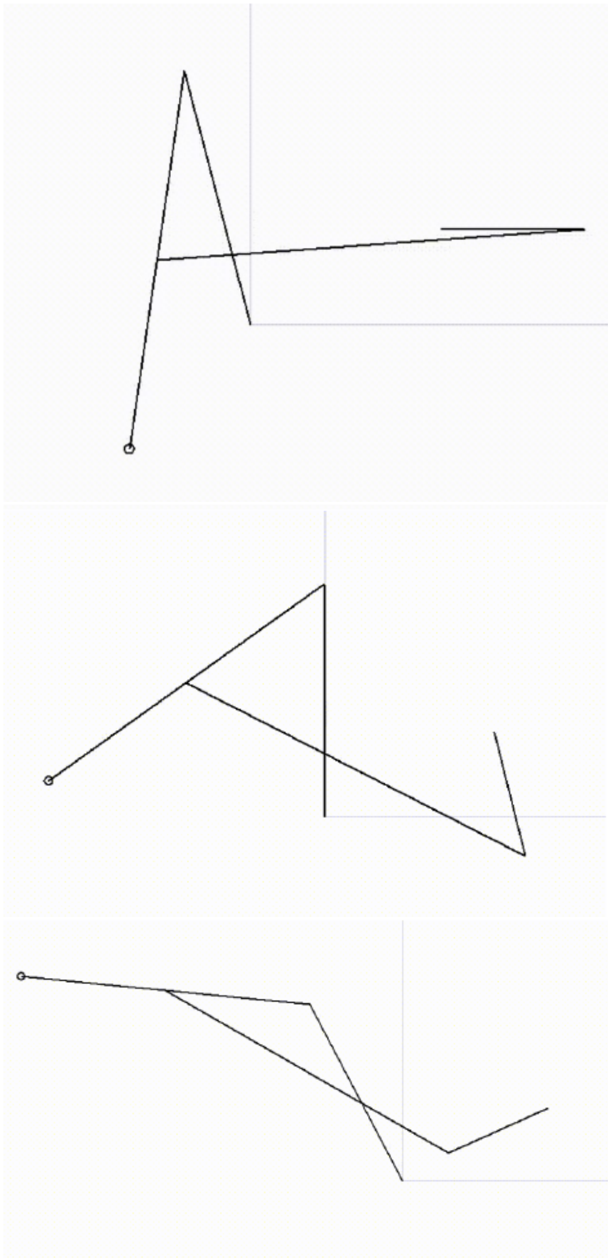

Рис.2, 3, 4 Модель движения ноги робота-паука

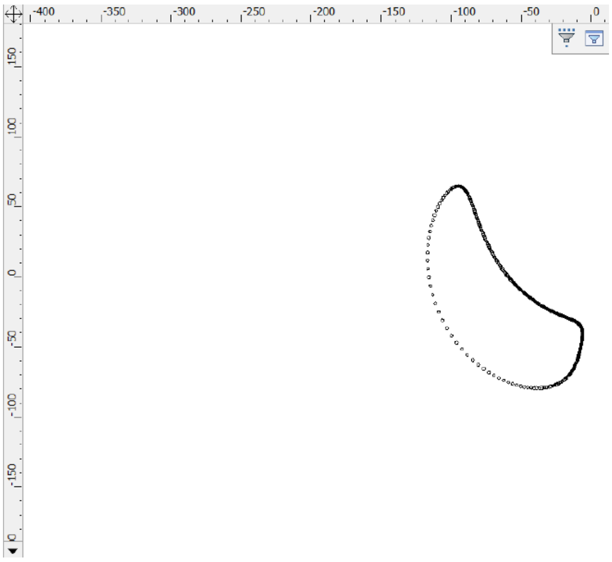

Рис.5 Траектория движения ноги робота-паука

Во втором семестре перед нами стояла задача выбора критериев оптимизации и была поставлена задача оптимизации – сохранение равновесия робота паука при движении на неровной поверхности. Мы продолжили более подробно изучать кинематику робота, а именно, изменение положения конечностей робота в пространстве, а также область достижимости ступни робота.

3 Кинематическая модель гидроприводов

Изменение положения конечностей робота в пространстве происходит за счет изменения углов между звеньями конечностей. В свою очередь величины углов зависят от величин выдвижения штоков гидроприводов. Кинематика работы гидроприводов звеньев ног также может быть представлена в форме геометрической модели. Такая модель для гидропривода голени показана на рис. 6, где $L_4 L_5 \alpha_5$ — конструкционные параметры; G_3 — величина выдвижения штока привода голени. Звенья L_2 и L_5 жестко связаны (звено L_2 является продолжением звена L_5).

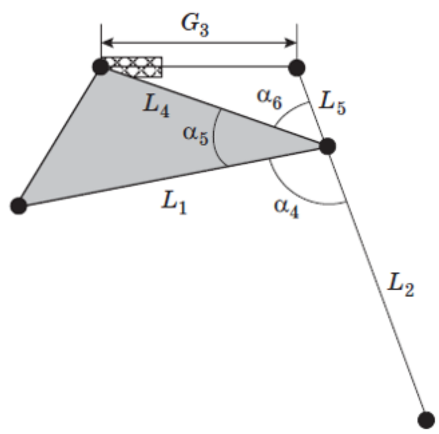

Рис.6 Геометрическая модель гидропривода поворота голени

По геометрическим моделям могут быть найдены зависимости величин выдвижения штоков от углов разворота звеньев ноги. Так, для гидропривода голени получим $G_3 = \sqrt{L_4^2 + L_5^2 - 2 * L_4 * L_5 * \cos\alpha_6}$, где $\alpha_6 = 180° - \alpha_4 - \alpha_5$; $L_4 L_5 \alpha_5$ - конструкционные параметры; α_4 - угол подъема голени.

4 Область достижимости ступни робота

Одной из задач, возникающих на кинематическом уровне, является задача построения области достижимости для ступни ноги робота. Область достижимости ступни определяется длинами звеньев ноги (длиной бедра и голени), а также допустимыми углами отклонения. Углы α_1 и α_4 задают возможные движения ступни в плоскости ноги. Границы допустимой области в этой плоскости могут быть получены путем поочередного закрепления одного из углов в предельном положении и варьирования второго угла в рамках допустимых значений.

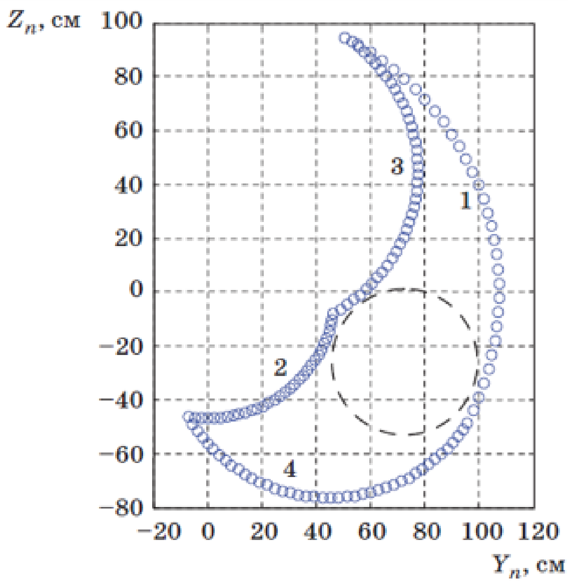

Рис.7 Разрез области достижимости ступни

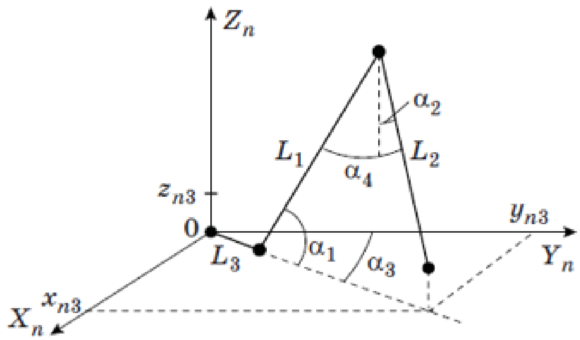

Рис. 8. Геометрическая модель конечности робота

Область достижимости ступни в плоскости ноги представляет собой криволинейный четырехугольник, стороны которого — дуги окружностей. Рассмотрим эти окружности. Дуга 1 представляет собой траекторию ступни при повороте максимально выпрямленной ноги (угол между бедром и голенью α_4) вокруг оси X_n в пределах допустимых значений α_1. Центр соответствующей окружности $Y_n^2 + Z_n^2 = R_1^2$

будет лежать в начале координат, а ее радиус $R_1 = \sqrt{L_1^2 + L_2^2 - 2 * L_1 * L_2 * \cos\alpha_4}$ Дуга 2 представляет собой траекторию ступни при повороте максимально согнутой ноги (угол между бедром и голенью α_4) вокруг оси X_n в пределах допустимых значений α_1. Центр соответствующей окружности $Y_n^2 + Z_n^2 = R_2^2$ также будет лежать в начале координат, а ее радиус R_2 можно найти аналогично радиусу R_1. Дуга 3 представляет собой траекторию ступни при сгибании максимально поднятой ноги (угол подъема бедра α_1) в пределах допустимых значений α_4. Центр соответствующей окружности $(Y_n - Y_3)^2 + (Z_n - Z_3)^2 = L_2^2$ является точкой расположения колена при максимально поднятом бедре Y_3, Z_3, а ее радиус равен L_2. Дуга 4 представляет собой траекторию ступни при сгибании максимально опущенной ноги (угол подъема бедра α_1) в пределах допустимых значений α_4. Центр соответствующей окружности $(Y_n - Y_4)^2 + (Z_n - Z_4)^2 = L_2^2$ является точкой расположения колена при максимально опущенном бедре Y_4, Z_4, а ее радиус будет равен L_2. Полная область достижимости ступни в трехмерном пространстве образуется поворотом полученного криволинейного четырехугольника вокруг вертикальной оси в пределах допустимых значений. Движение происходит в зоне, наиболее удобной для согласования рабочих и холостых перемещений конечностей и оптимальной с энергетических позиций. В качестве такой зоны в модели машины могут быть приняты сфера или эллипсоид максимального радиуса, вписанные в трехмерную область достижимости (вертикальный разрез такой сферы показан пунктиром на рис.7). Перемещение стопы прекращается при достижении поверхности сферы. Центр сферы является точкой, в которой находятся стопы робота перед началом перемещения, и конечной точкой положения стоп при завершении движения в заданном направлении. Холостой перенос ног может выполняться по поверхности сферы.

Также была написана программа для расчета и визуализации ноги паука. L_1 – платформа робота(которая остается всегда горизонтальной в соответствии с нашей задачей оптимизации), L_2 и L_3 – звенья ноги паука. Так же вводятся начальные и конечные углы и количество шагов. На выходе получаем конечные координаты ноги робота. Скорость перемещения оценивается пропорционально максимальной ширине расстановки ног(и на ровной горизонтальной поверхности это будет сумма всех звеньев).

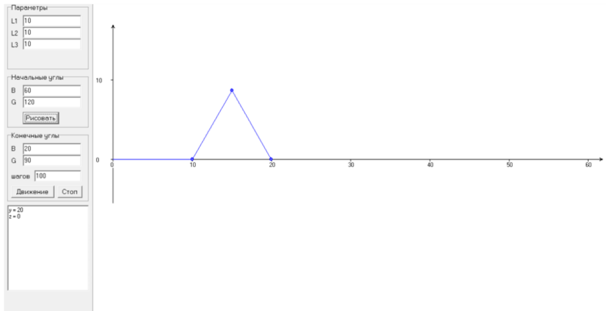

Рис.9 Программа визуализации ноги робота-паука.

Ссылка на Github: https://github.com/aem004/project

Список литературы

[1] В. В. Подиновский Идеи и методы теории важности критериев в многокритериальных задачах принятия решений. Москва Наука. - 2019., с. 7-39.

[2] А. Г. Сухарев, А. В. Тимохов, В. В. Федоров Методы оптимизации. Москва Юрайт - 2014., с. 7-17.

[3] И. М. Соболь, Р. Б. Статников Выбор оптимальных параметров в задачах со многими критериями. Москва Наука - 1981. с. 5-7.

[4] А. П. Нелюбин, Т. П. Галкин, А. А. Галаев, Д. Д. Попов, С. Ю. Мисюрин, В. В. Пилюгин Использование визуализации при решении задач многокритериального выбора. Институт машиноведения им. А.А. Благонравова Российской академии наук, Россия Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ», Россия.

[5] С.Ю. Мисюрин, Г. Крейнин, Н.Ю. Носова, А.П. Нелюбин, Кинематика и динамика механизма робота-паука, оптимизация движения, Научно-исследовательский институт машиностроения им. А.А. Благонравова РАН. (МИНИ РАН), Национальный исследовательский ядерный университет МИФИ (МИФИ)