

# **BITTECX LIMITED**

**Acoustic Emission - Open AE Initiative**

<https://www.linkedin.com/feed/update/urn:li:activity:6552181436881879041>

## **ОБЩАЯ ТЕОРИЯ СИГНАЛОВ АКУСТИЧЕСКОЙ ЭМИССИИ**

### **Аннотация.**

Метод акустической эмиссии (АЭ) используется длительное время начиная с пионерских работ Кайзера, как в физике твердого тела для исследования свойств материалов, так и в технике неразрушающего контроля. Но до настоящего времени в литературе отсутствует общая математическая теория явления АЭ, позволяющая количественно связать источники и наблюдаемую форму сигналов.

Однако еще в 80-х годах в Харькове нами была разработана такая количественная теория АЭ, основные результаты которой, к сожалению, по разным причинам так и не были опубликованы. Часть материалов была опубликована в отчете о НИР выполненной в Харьковском университете по заказу ЦНИИТМАШ (отчет депонирован в ВИНТИ, Москва). Настоящий документ содержит изложение основных положений и результатов этой теории.

Теоретическое рассмотрение явления АЭ сводится к двум задачам.

Первая: установление связи сигнала с источником, а также вычисление формы наблюдаемого сигнала по заданным параметрам источника АЭ.

Вторая: так называемая обратная задача АЭ, т. е. определение координат источника (локация), а также вычисление по наблюдаемой форме сигнала параметров источника.

### **Источники сигналов АЭ.**

Известно, что АЭ возникает при пластической деформации и разрушении твердых тел.

Экспериментально установлено, что АЭ отсутствует при чисто упругой деформации, когда отсутствуют «дефекты», т. е. малые области зарождения и развития пластического скольжения или разрушения.

Источники АЭ могут иметь различную физическую природу, собственно как и известные механизмы пластической деформации и разрушения. Например, это могут быть дислокации, двойники, трещины и другие развивающиеся дефекты твердого тела. Детальное рассмотрение физических особенностей и внутренних механизмов таких дефектов относится к области физики твердого тела и составляет отдельную и независимую область исследований.

Однако несмотря на физическое разнообразие источников АЭ, все они могут быть описаны в общей приближенной математической модели. Размер источников АЭ, как правило, много меньше размеров исследуемого образца или инженерной конструкции. Деформации и напряжения во всем образце или конструкции могут быть с достаточной точностью описаны с помощью линейных уравнений теории упругости, за исключением «дефектных областей», т.е. малых по сравнению с размерами образца или конструкции областей пластической деформации или разрушения. Эти малые области, где линейная теория упругости неприменима и существенна нелинейность и являются источниками АЭ.

Таким образом, надежно установленным экспериментальным фактом является то, что источниками АЭ являются возникающие или развивающиеся дефекты, т. е. малые области где неприменима линейная теория упругости. Приближенная математическая модель такого

поведения была давно разработана в теории упругости и называется теорией дислокаций Вольтерра-Соммиана (ВС). Суть этой теории заключается в следующем.

Самым общим видом сингулярного решения линейных уравнений теории упругости являются дислокации ВС, т. е. произвольные поверхности разрыва вектора перемещения. Скачек вектора перемещения при переходе через поверхность дислокации ВС называется вектором Бюргерса. Реальный физический дефект имеющий хотя и малые, но конечные размеры, аппроксимируется в этой теории дислокацией ВС, которая является приближенной математической идеализацией дефекта, бесконечно тонкой поверхностью разрыва вектора перемещения. Такая аппроксимация пригодна для приближенного описания упругого поля на расстояниях больших по сравнению с размерами дефекта.

Аналогично, в электродинамике самым общим видом сингулярного решения уравнений поля является сингулярность с точечным зарядом (электрон). Поэтому линейные уравнения электродинамики пригодны для описания поля электрона только на расстояниях существенно больших размера электрона. В теории упругости модель дислокаций ВС, как и классическая модель электрона в электродинамике, является самым общим приближенным теоретическим описанием поля на дальних расстояниях для малых физических дефектов. Упругое поле реального физического дефекта, который является малой областью существенно нелинейного поведения (пластической деформации или разрушения), может быть на расстояниях существенно больших размера дефекта приближенно описано как сингулярное решение линейных уравнений поля.

Эта теоретическая модель давно и успешно используется, например, в сейсмологии для приближенного описания очага землетрясения и вычисления формы сейсмического сигнала вдали от источника — очага землетрясения. Математическая теория, основанная на модели дислокаций ВС, развивалась Эшелби, Ошо и другими авторами.

Модель дефектов упругого тела как дислокаций ВС является самой общей приближенной теоретической моделью также и для источников АЭ при условии, что сигнал наблюдается вдали от источника. Таким образом имеется математическая аналогия между сейсмологией и теорией сигналов АЭ. Однако следует иметь в виду, что в теоретической сейсмологии, как правило, рассматривается только распространение упругих волн в полупространстве, тогда как в теории АЭ форма образца или конструкции может иметь произвольную форму.

### **Волновое решение уравнений теории упругости для дислокаций ВС.**

В теории АЭ приходится изучать распространение упругих волн не только в полупространстве, но также и в ограниченных и неограниченных образцах и конструкциях таких как стержни, пластины и оболочки. Для того, чтобы вычислить форму сигнала АЭ необходимо решить нестационарную краевую задачу для уравнений теории упругости при возбуждении волн возникающей или развивающейся в образце или конструкции дислокацией ВС.

Общее решение такой задачи может быть получено следующим образом. (Математические детали достаточно сложны и будут опубликованы в другом месте. Здесь существенно использование методов функционального анализа: теории обобщенных функций, спектральной теории и исчисления дифференциальных операторов. ) Здесь приводим только краткую сводку результатов.

Для расчета формы сигнала АЭ в образце произвольной формы необходимо сначала вычислить динамическую функцию Грина нестационарных уравнений теории упругости для заданной формы тела и краевых условий. Функция Грина описывает динамическую реакцию упругого тела на точечное ударное воздействие силы меняющейся во времени как дельта-функция.

В случае ограниченного в пространстве тела эту функцию Грина можно вычислить в явном виде путем разложения в ряд по собственным функциям (собственным колебаниям тела). Собственные функции и собственные значения (формы и собственные частоты

колебаний) должны быть получены из решения краевой задачи для оператора теории упругости и соответствующих краевых условий. Во многих случаях хорошей симметрии эти собственные значения и функции могут быть точно выражены через элементарные или специальные функции. Для образцов более сложной формы не имеющих особой симметрии необходим расчет с помощью подходящих численных или приближенных аналитических методов. Возможно существенное упрощение вычислений с использованием имеющихся приближенных теорий распространения волн для имеющих важное значение в инженерном деле особых случаев, таких как, стержни, пластины и оболочки.

Для ограниченного образца существенным также является учет затухания сигналов. Если не учитывать затухание, то колебания идеально упругого тела будут длиться бесконечно долго. Затухание колебаний может происходить вследствие двух причин: вязкой диссипации в объеме или излучения через границу тела в окружающую среду.

Поэтому в теории сигналов АЭ необходимо, вообще говоря, рассматривать краевую задачу для несамосопряженного оператора, собственные функции которого не являются ортогональными. Теорию таких несамосопряженных диссипативных операторов изучали еще в 1965 г. математики Гохберг и Крейн в Одессе, а также другие авторы. Однако поскольку вязкое затухание звука в твердых телах мало (на этом и основаны применения метода АЭ!), то можно ограничиться учетом малого затухания с помощью метода возмущений для диссипативных операторов, который также рассматривали Гохберг и Крейн.

О конкретном примере такого расчета для стержневого образца будем говорить далее.

В другом случае, когда тело в котором рассматривается распространение волн является неограниченным, происходит кроме собственных колебаний также излучение волн на бесконечность. Тогда для вычисления динамической функции Грина необходимо кроме дискретного учитывать также и непрерывный спектр краевой задачи, другими словами, нужно учитывать кроме собственных колебаний также и излучение волн.

Простым примером такого случая является стержневой образец зажатый в захваты разрывной машины, как в опытах Кайзера. В этом случае возбуждаются не только колебания образца на собственных частотах, но возникает также затухание сигнала АЭ за счет излучения волн через захваты разрывной машины.

Возвратимся к расчету формы и спектра самого сигнала АЭ в образце или конструкции произвольной формы. Математическая техника которую нужно здесь использовать следующая (детали вычислений опускаются).

Известно, что для дифференциальных операторов, в частности для дифференциального оператора теории упругости, существует исчисление. Это исчисление позволяет обращаться с дифференциальными операторами примерно так же, как с числами в обычной арифметике и, в частности, вычислять обратный оператор.

Исчисление операторов порождается двойственностью. В случае дифференциальных операторов это двойственность между внешним дифференциалом и краем многообразия, выражаемая теоремой Стокса. Необходимо использовать также дифференциальное соотношение взаимности для уравнений теории упругости, которое является просто обобщением формулы Лейбница на дифференциальные формы и оператор теории упругости. Преобразуя соотношение взаимности с помощью теоремы Стокса (интегрирование по частям) и учитывая краевые условия, определяем сопряженный оператор. При отсутствии диссипации оператор теории упругости самосопряжен.

Далее, подставляя определение функции Грина получаем явное интегральное выражение для обратного оператора. В нестационарном случае также необходимо выполнить прямое и обратное преобразование Лапласа, поэтому возникает еще и временная свертка.

Явное выражение для обратного оператора нестационарной задачи теории упругости, получается в виде интегрального оператора временной свертки, использующего динамическую функцию Грина соответствующую заданной геометрии тела и краевым условиям. Полученное решение пригодно как для случая собственных колебаний

ограниченного тела, так и в неограниченном случае непрерывного спектра, когда нужно учитывать излучение волн.

В случае наличия диссипации оператор становится несамосопряженным, но изложенный метод продолжает работать. Необходимо только использовать в случае ограниченного тела разложение функции Грина по биортогональной системе функций, поскольку собственные функции становятся неортогональными. Проще, однако, учесть малое затухание методом возмущений или явным расчетом потерь на излучение. (На этом здесь останавливаться не будем.) Упрощенный пример такого расчета приведен далее для стержневого образца.

Решение для источника в виде дислокации ВС получается если учесть, что вся поверхность тела состоит из двух кусков: внешней поверхности и поверхности дислокации ВС. Краевые условия на части поверхности соответствующей дислокации ВС сводятся просто к условиям для скачка вектора перемещения (вектор Бюргерса).

Решение имеет вид интеграла по поверхности дислокации ВС и временной свертки вектора Бюргерса (понимаемого как обобщенная функция) и производных (градиента) функции Грина для соответствующей формы тела и краевых условий. Это решение может быть использовано для явного расчета формы сигнала АЭ. Если известны параметры источника, т. е. форма поверхности дислокации ВС, а также зависимость от времени и распределение по поверхности вектора Бюргерса, то можно вычислить форму сигнала АЭ. Таким образом в общем виде решается первая задача теории сигналов АЭ о вычислении по заданным параметрам источника формы сигнала для тела произвольной формы, ограниченного или неограниченного.

Изложенного достаточно для восстановления всех вычислений. Но для тех кто не желает погружаться в математическую теорию, дадим простое объяснение.

Распространение сигнала АЭ в образце или инженерной конструкции можно рассматривать в виде модели черного ящика. На входе - источник сигнала АЭ, на выходе - наблюдаемый на экране осциллографа сигнал. Сам черный ящик - это обратный интегральный оператор нестационарной теории упругости, временная свертка, ядро которой определяется динамической функцией Грина, зависящей от геометрии тела и краевых условий.

Источником сигнала АЭ на входе черного ящика является распределение вектора Бюргерса по поверхности дислокации ВС.

### **Частные случаи упрощенного вычисления формы сигналов АЭ.**

Существуют важные для инженерного дела частные случаи простой геометрии, когда теория позволяет в явном виде рассчитать форму сигнала АЭ точно или приближенно с использованием некоторых разумных упрощающих допущений.

**Аннигиляция прямолинейных дислокаций в неограниченной среде.** Задача о расчете формы сигналов АЭ для прямолинейных дислокаций в неограниченной среде имеет скорее теоретический интерес, поскольку позволяет выписать точное решение.

Решение этой задачи опубликовано в журнале ФТТ.

Расчет для винтовых дислокаций выполняется путем вычисления интеграла свертки, который точно вычисляется в элементарных функциях. Для краевых дислокаций можно использовать метод Каньяра-де Хоопа.

Также решена задача о возбуждении рэлеевских волн краевой дислокацией выходящей на поверхность.

#### **Расчет излучения дислокационной петли (дислокационного диполя).**

Также достаточно просто решается задача о поле излучения дислокационной петли на больших расстояниях от петли. Любой источник АЭ в неограниченной среде может быть на больших расстояниях аппроксимирован как дислокационная петля (диполь).

**Стержневой образец.** Это наиболее важная форма образца для физических и прочностных исследований. Начиная с пионерских работ Кайзера, пластическая деформация

стержневого образца в разрывной машине используется как стандартная экспериментальная модель для исследования АЭ.

Опять опуская выкладки приведем результаты.

Простейшая приближенная стержневая теория дает результат с приемлемой для инженерных применений точностью. Сигнал АЭ в стержне растягиваемом в захватах разрывной машины вычисляется как суперпозиция собственных продольных колебаний стержня возбуждаемых полосой скольжения в образце. Спектр сигнала имеет пики на собственных частотах продольных колебаний стержня. Учитывается также излучение в захваты разрывной машины. Затухание собственных колебаний и сигнала АЭ происходит, в основном, за счет излучения в захваты разрывной машины.

Полученный приближенный результат уточняется при использовании более сложной теории продольных волн в стержнях Миндлина — Хермана.

**Пластины и оболочки.** Для пластин и оболочек распространение акустических волн имеет сложный характер. Однако учитывая наличие хорошо известных приближенных теорий распространения волн в таких структурах решение имеет вид интеграла свертки, который во многих случаях простой симметрии вычисляется. На деталях вычислений (довольно громоздких) здесь останавливаться не будем.

**АЭ в пьезоэлектриках.** Рассмотрена также задача о выходе прямолинейной винтовой дислокации на поверхность пьезоэлектрического кристалла. Результаты опубликованы в Письмах ЖЭТФ. Оказывается, что выход винтовой дислокации сопровождается возбуждением поверхностных волн Гуляева-Блюстейна. Форма волнового импульса рассчитывается с помощью метода Каньяра-де Хоопа.

### **Обратная задача теории сигналов АЭ.**

Вторая или обратная задача теории сигналов АЭ заключается в определении параметров источника по наблюдаемому сигналу. Аналогичная задача давно и успешно рассматривается в сейсмологии.

В теории обратной задачи АЭ следует ясно понимать основополагающий факт: такая задача относится к классу так называемых некорректных задач математической физики. Определение корректности задачи математической физики впервые рассматривалась Адамаром. Решение этой обратной задачи АЭ все же существует, при условии что используется понятие корректности по Тихонову.

Для простейшего случая стержневого образца выполнен полный анализ обратной задачи теории АЭ. Получены формулы связывающий длительность работы источника АЭ с формой и спектром сигналов. Краткое изложение можно найти в сообщении опубликованном в Письмах ЖТФ.

### **Границы применимости теории.**

Рассматриваемая теория сигналов АЭ применима только на больших расстояниях от источника когда размеры дефекта — источника АЭ существенно меньше размеров образца или конструкции. Это аналогично классической электродинамике, где решения для точечного источника — электрона применимы только на больших по сравнению с радиусом электрона расстояниях (при малых энергиях).

Это характерно для наиболее важного в инженерном деле случая, когда изучается начальная стадия развития пластической деформации и зарождения микротрещин. Что касается конечной стадии разрушения, когда размеры области пластической деформации или трещины могут быть сопоставимы с размерами тела, то излагаемая теория здесь неприменима, так как такой процесс имеет существенно нелинейный характер и его описание не может быть сведено к решению линейных уравнений теории упругости.

### **Экспериментальная проверка теории.**

Нами экспериментальная проверка излагаемой теории не производилась. Представляется важным провести такую проверку для простейших стандартных форм образцов.

Прежде всего необходимо экспериментально изучить соответствие рассматриваемой теории и формы, а также спектра сигналов АЭ для простейшего случая стержневого образца.

Также возможна простая проверка теории для полупространства в виде массивного поликристаллического или монокристаллического образца, сигналы АЭ в котором возбуждаются вдавливанием алмазного индентора. Такая схема эксперимента является стандартной при исследовании динамики дислокационных полу петель, выходящих на поверхность. С другой стороны, форма возбуждаемого сигнала АЭ в этом случае легко рассчитывается с помощью излагаемой теории.

Более сложным, но вполне возможным представляется также проверка теории для пластин и оболочек. В качестве тестового источника АЭ можно также применять алмазный индентор или ломающийся графитовый стержень, предложенный Дунеганом.

### **Применение в инженерном деле.**

Предлагаемое здесь решение обратной задачи теории сигналов АЭ позволяет разработать оборудование нового поколения, так сказать «акустико-эмиссионный микроскоп», которое не только определяет координаты дефекта — источника АЭ, но также вычисляет его параметры, в частности, энергетические характеристики и опасность для контролируемой конструкции. Такое оборудование также существенно уточнит точность локации источника АЭ.