Funciones cópula con Julia

Universidad Nacional Autónoma de México GitHub: **@aerdely**

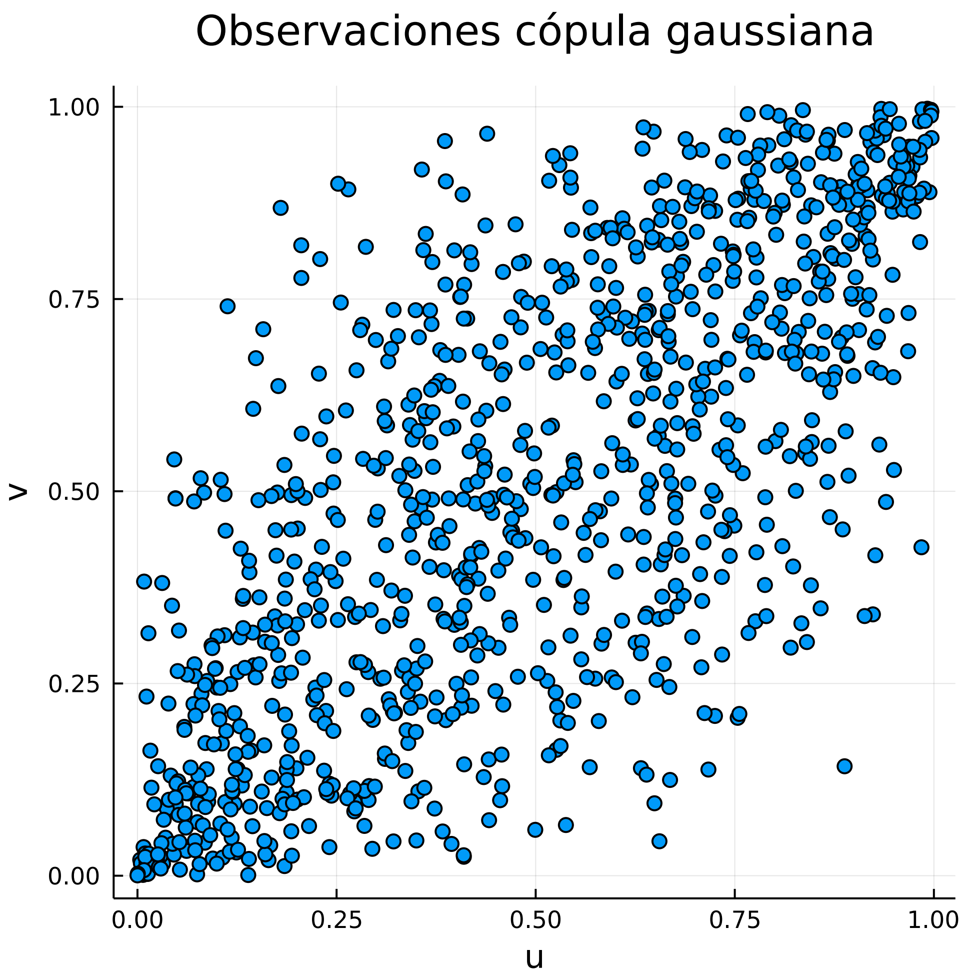
La función *cópula* $C_{X,Y}$ de un vector aleatorio (X,Y) es la relación funcional entre la función de distribución conjunta de probabilidades $F_{X,Y}$ de dicho vector aleatorio y las respectivas funciones de distribución de probabilidad marginales F_X y F_Y de las variables aleatorias de dicho vector aleatorio, esto es:

$$\mathbb{P}(X \leq x, Y \leq y) = F_{X,Y}(x,y) = C_{X,Y}(F_X(x), F_Y(y))$$

Esto significa que toda la información sobre la dependencia entre las variables (X,Y) está en la cópula subyacente $C_{X,Y}$ que es una función $[0,1] \times [0,1] \to [0,1]$ que puede deducirse mediante:

$$C_{X,Y}(u,v) = F_{X,Y}(F_X^{-1}(u), F_Y^{-1}(v))$$

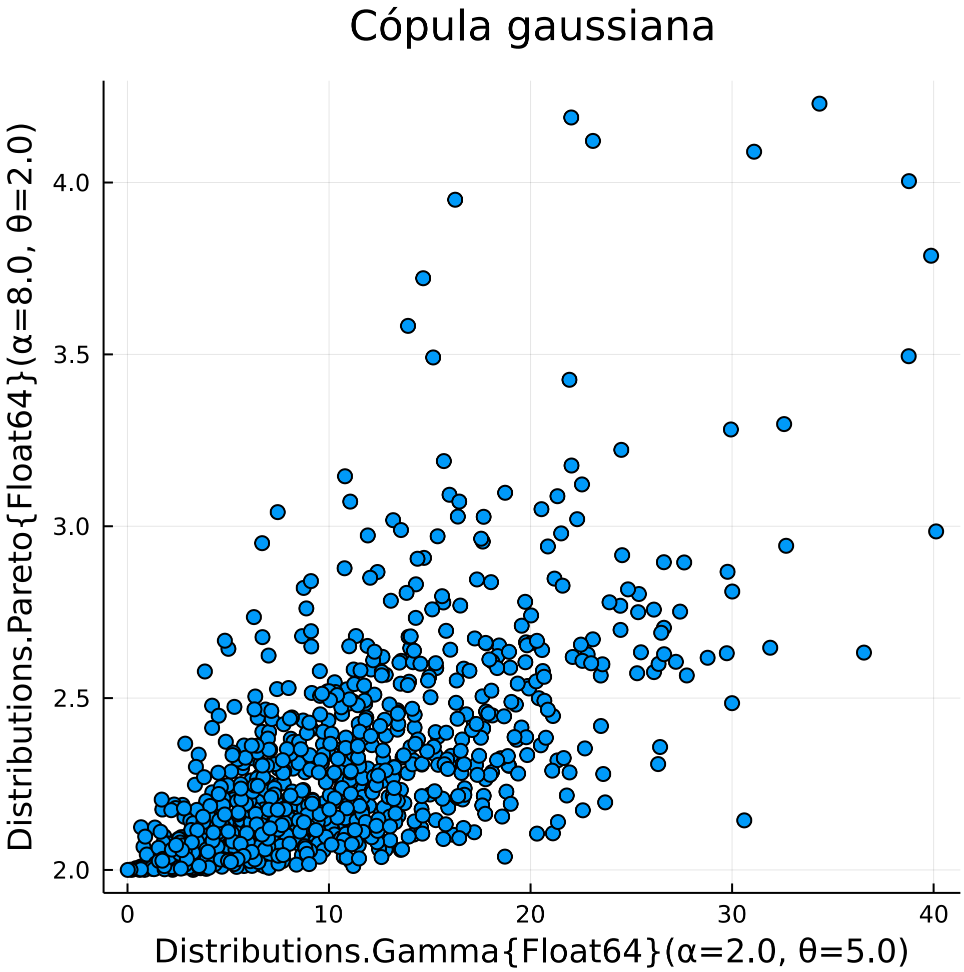
Las distribuciones marginales individuales F_X y F_Y nada aportan sobre la dependencia, y sí estorban para su análisis, por lo que es necesario eliminar su efecto para analizar los datos de la cópula subyacente, que puede obtenerse de la siguiente forma: Si $(x_1, y_1), \ldots, (x_n, y_n)$ son datos observados del vector aleatorio (X,Y) basta definir $u_k = F_X(x_k)$ y $v_k = F_Y(y_k)$ para $k \in \{1, \ldots, n\}$ y así los pares de valores $(u_1, v_1), \ldots, (u_n, v_n)$ son los valores observados de la cópula subyacente, ya sin la distorsión de la distribuciones marginales.



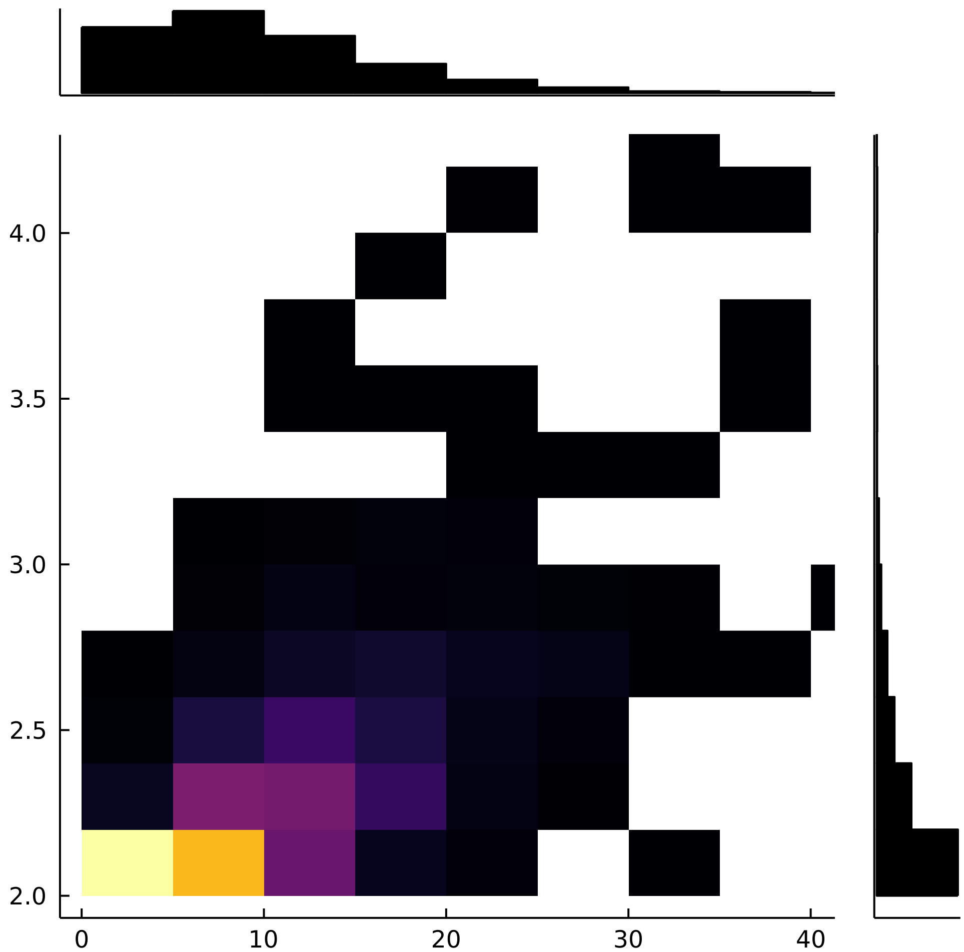
Correlación ρ = 0.75

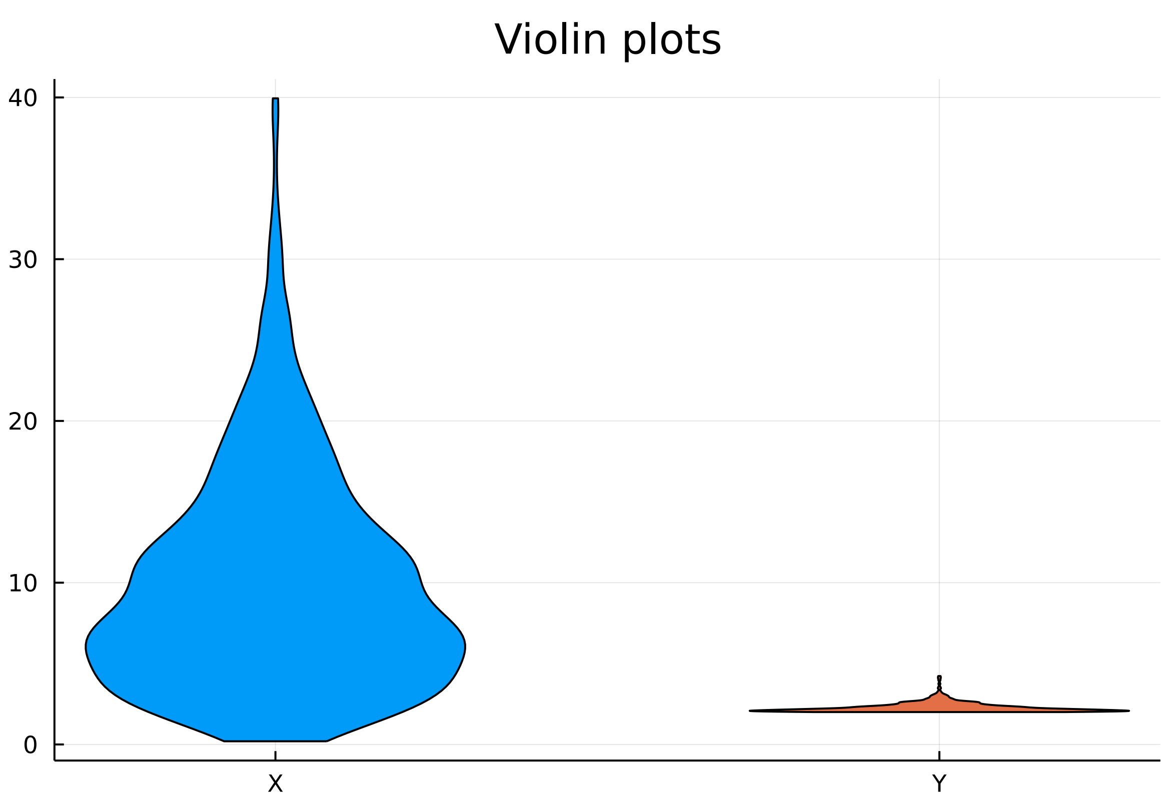
Y ahora podemos asignar a las observaciones anteriores de la cópula las distribuciones de probabilidad marginales G y H, respectivamente, que consideremos pertinentes, y transformar las observaciones de la cópula mediante $(G^{-1}(u_k), H^{-1}(v_k))$ para $k \in \{1, \ldots, n\}$

G Distributions.Gamma{Float64}(α=2.0, θ=5.0) H Distributions.Pareto{Float64}(α=8.0, θ=2.0)



Cópula gaussiana
Distributions.Pareto{Float64}(α=8.0, θ=2.0)
2.0
2.5
3.0
3.5
4.0
0
10
20
30
40
Distributions.Gamma{Float64}(α=2.0, θ=5.0)





Referencia

A. Erdely (2009) Cópulas y dependencia de variables aleatorias: Una introducción. Miscelánea Matemática 48, 7–28.