倒立摆系统建模分析

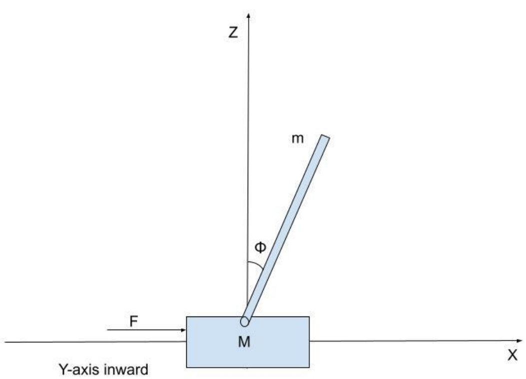
目录

1 系统建模

1.1 简化与假设

1. 不考虑杆子转动阻尼以及车轮与地面摩擦等等外力因素。
2. 杆子偏离平衡位置角度极小， 可做小角近似。

1.2 参数定义



M：车身质量

m：杆子质量

b：车身与地面阻尼系数

I：杆子绕质心轴的转动惯量

g：重力加速度

L：杆子质心到转点的距离

$$q = (M + m) * (I + m * L^2) - (m * L)^2$$

$$p = I * (m + M) + M * m * L^2$$

ϕ ：杆子偏离平衡位置的角度

x：车身偏离 $x = 0$的距离

```
Inpend = struct;
g = sym("g");

Inpend.M = sym("M");
Inpend.m = sym("m");
Inpend.b = sym("b");
Inpend.I = sym("I");
Inpend.L = sym("L");
Inpend.q = (Inpend.M + Inpend.m)*(Inpend.I+Inpend.m*Inpend.L^2)-
(Inpend.m*Inpend.L)^2;
Inpend.p = Inpend.I*(Inpend.m+Inpend.M)+Inpend.M*Inpend.m*Inpend.L^2;
```

2 状态空间模型

状态空间方程满足如下形式：

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{x}} = A\,\boldsymbol{x} + B\,\boldsymbol{u} \\ \boldsymbol{y} = C\,\boldsymbol{x} + D\,\boldsymbol{u} \end{cases}$$

我们选取状态向量：

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x & \dot{x} & \phi & \dot{\phi} \end{bmatrix}^{\top}$$

控制向量：

$$\mathbf{x} = [f]^{\top}$$

输出向量：

$$\mathbf{y} = \mathbf{x}$$

通过计出状态空间方程：

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\dfrac{(mL^2+I)b}{p} & -\dfrac{gm^2L^2}{p} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -\dfrac{mLb}{p} & \dfrac{mgL(M+m)}{p} & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ \dfrac{mL^2+I}{p} \\ 0 \\ -\dfrac{mL}{p} \end{bmatrix}$$

$C = Id_4$

$D = 0$

```
Inpend.A = sym(zeros(4,4));
Inpend.B = sym(zeros(4,1));
Inpend.C = sym(eye(4));
Inpend.D = sym(zeros(4,1));

Inpend.A(1,2) = 1;
Inpend.A(3,4) = 1;
Inpend.A(2,2) = -((Inpend.I + Inpend.m*Inpend.L^2)*Inpend.b)/Inpend.p;
Inpend.A(2,3) = -(g*Inpend.m^2*Inpend.L^2)/Inpend.p;
Inpend.A(4,2) = -(Inpend.b*Inpend.m*Inpend.L)/Inpend.p;
Inpend.A(4,3) = (Inpend.m*Inpend.L*g*(Inpend.M + Inpend.m))/Inpend.p;

Inpend.B(2) = (Inpend.m*Inpend.L^2 + Inpend.I)/Inpend.p;
Inpend.B(4) = -(Inpend.m*Inpend.L)/Inpend.p
```

```
Inpend = 包含以下字段的 struct:
    M: M
    m: m
    b: b
    I: I
    L: L
    q: (M + m)*(m*L^2 + I) - L^2*m^2
    p: M*m*L^2 + I*(M + m)
    A: [4×4 sym]
    B: [4×1 sym]
    C: [4×4 sym]
    D: [4×1 sym]
```