Chap 6/7 线性方程组

2022年11月5日 16:36

高斯消元法

- 部分主元消元(partial pivoting):把某列对角线下面的绝对值最大元素换到对角线的位置
- Scaled pivoting:取某行绝对值最大的元素si
  - 若si=0,这个系统没有唯一解
  - 在partial pivoting前对元素进行归一再比较(除每行最大元素)
- 时间复杂度O(n^3),消元O(n^3),求解O(n^2)

迭代方法

- 雅可比迭代:$x^{(k)} = D^{-1}(L+U)x^{(k-1)} + D^{-1}b$
- 高斯赛德迭代:$x^{(k)} = (D-L)^{-1}Ux^{(k-1)} + (D-L)^{-1}b$
- 迭代矩阵收敛的充要条件:谱半径<1
- 存在高斯不收敛但雅可比收敛的情况
- 误差边界:

$$\|\mathbf{x} - \mathbf{x}^{(k)}\| \le \frac{\|T\|^k}{1-\|T\|}\|\mathbf{x}^{(1)} - \mathbf{x}^{(0)}\|.$$

$$\frac{\|\mathbf{x} - \tilde{\mathbf{x}}\|_\infty}{\|\mathbf{x}\|_\infty} \le K(A)\frac{\|\mathbf{r}\|_\infty}{\|\mathbf{b}\|_\infty}$$

- 斯坦恩罗森堡定理:如果非对角元素小于等于零,对角元素大于零,则要么高斯雅可比都不收敛,要么高斯收敛更快.
- 条件数K等于A的范数乘A逆的范数,越接近1,说明矩阵越良态,误差也会越小.