

Chap 10 非线性方程组

2022年11月5日 20:24

范数距离:

- $\|\mathbf{x} - \mathbf{y}\|_2 = \left\{ \sum_{i=1}^n (x_i - y_i)^2 \right\}^{1/2}$ 和 $\|\mathbf{x} - \mathbf{y}\|_\infty = \max_{1 \leq i \leq n} |x_i - y_i|$

一般的不动点法

- 收敛条件: $\left| \frac{\partial g_i(\vec{x})}{\partial x_j} \right| \leq \frac{K}{n}$
- 有error bound $\|\mathbf{x}^{(k)} - \mathbf{p}_\infty\| \leq \frac{K^k}{1-K} \|\mathbf{x}^{(1)} - \mathbf{x}^{(0)}\|$

牛顿方法:

- 雅可比矩阵, f下标为行, x下标为列
- $\vec{x}^{(k)} = \vec{x}^{(k-1)} - \mathbf{J}^{(k-1)^{-1}} \mathbf{F}^{(k-1)}$
- 仍需要精确的初值
- $\frac{\partial f_j}{\partial x_k}(\mathbf{x}^{(i)}) \approx \frac{f_j(\mathbf{x}^{(i)} + \mathbf{e}_k h) - f_j(\mathbf{x}^{(i)})}{h},$

最陡下降法:

- $\mathbf{x}^{(1)} = \mathbf{x}^{(0)} - \alpha \nabla g(\mathbf{x}^{(0)})$ 取 $g(x) = \sum f_i^2(x)$, 则 $\nabla g(x) = 2J(x)^t F(x)$
- 问题是步长 α 的选择