



THEORIE ELEMENTAIRE
DES ANTENNES ELECTRIQUES COURTES
EN PLASMA MAXWELLIEN ISOTROPE

C. Béghin

LPCE/NTS/033.B
Février 1996

LABORATOIRE DE PHYSIQUE ET CHIMIE DE L'ENVIRONNEMENT
Centre National de la Recherche Scientifique
3A, Avenue de la Recherche Scientifique - 45071 ORLEANS Cedex 2
Téléphone : (33) 38.51.52.64 - Télécopie/Fax (33) 38.63.12.34



ANTENNES ELECTRIQUES COURTES
en Plasma Maxwellien Isotrope

Numéro/Reference N° : LPCE/NTS/033A (Edition B pour quelques pages)
Titre/Title : THEORIE ELEMENTAIRE DES ANTENNES ELECTRIQUES COURTES EN PLASMA MAXWELLIEN ISOTROPE
Auteur/Author : C. Béghin
Mots-clés/Keywords : Antennes électriques
Plasma
Expériences spatiales

RESUME

Après une revue détaillée de la théorie générale analytique des antennes électriques courtes, tout d'abord dans le vide, puis dans l'approximation "plasma froid" et enfin en plasma chaud, on décrit les différentes méthodes usuelles de calcul et de modélisation utilisées en plasma isotrope et Maxwellien. Ensuite une nouvelle méthode de modélisation numérique par éléments finis est proposée. Les résultats d'une application de cette modélisation aux cas simples d'antennes cylindriques sont comparés aux résultats classiques, en posant les bases utilisables pour des développements ultérieurs.

Les principales caractéristiques (impédance propre, longueur effective, etc...) des antennes utilisées dans les expériences spatiales, telles que dipôles double brin et double sphère, sont déterminées par ces différentes méthodes, tant analytiques que numériques.

Comme ce rapport est destiné tant aux ingénieurs chargés de la réalisation de ces expériences spatiales, qu'aux chercheurs qui les conçoivent, les aspects et considérations physiques sont prioritaires et certains développements mathématiques ne sont donnés qu'à l'appui de démonstrations élémentaires.

SUMMARY

After a detailed review of the general analytic theory of short electric antennas, first in vacuum, then using the cold plasma approximation, and finally in warm plasma, different computation and modelling methods are described for an isotropic and Maxwellian plasma. Thereafter, a new numerical modelling method using finite elements is proposed. Results obtained with this method on simple cases of cylindrical antennas are compared to classical results, as a baseline for further developments.

The main characteristics (self impedance, effective length, etc...) of antennas used in space experiments, such as double-wire and double-sphere dipoles, are determined analytically and numerically by using those different methods.

Since this report is written to the attention of engineers in charge of making those experiments, as well as to scientists making the proposals, the priority is given to physical aspects and comments. Mathematical developments are given only when is necessary for understanding some physical baselines.

Visa de relecture	Nom	Date	Signature
Scientifique	D. Lagoutte	28/06/95	
Documentaliste LPCE	M. Schillewaert	10/06/95	



TABLE DES MATIERES

	Page
INTRODUCTION	1
1. THEORIE GENERALE ANALYTIQUE DES ANTENNES COURTES	3
1.1. Le dipôle dans le vide	3
1.1.1. Dipôle élémentaire	3
1.1.2. Barreau rectiligne plongé dans un champ uniforme	5
1.1.3. Dipôle double brin en émission	10
1.1.4. Dipôle double brin en réception, circuit ouvert	14
1.1.5. Réseau équivalent, et principe de réciprocité	15
1.1.6. Adaptation d'impédance et fonction de transfert d'un dipôle double brin	17
1.1.7. Influence des surfaces conductrices environnantes	17
1.1.8. Comparaison avec la théorie générale du dipôle	20
1.2. Le dipôle dans l'approximation plasma froid	23
1.2.1. Constante diélectrique et équations de dispersion	23
1.2.2. Dipôle court en EM, très long par rapport à λ_D	24
1.2.3. Le dipôle double sphère en plasma froid	27
1.3. Le dipôle en plasma chaud	30
1.3.1. Potentiel induit par une charge ponctuelle pulsante en plasma chaud	30
1.3.2. Le dipôle double sphère en plasma chaud	34
1.3.3. Le dipôle double brin en plasma chaud	38
2. METHODES NUMERIQUES ET MODELISATION	41
2.1. Solution de l'équation de Laplace dans un diélectrique isotrope et homogène	41
2.2. Méthode de Brillouin appliquée aux antennes dipôles en plasma chaud	46
2.3. Solution de l'équation de Poisson appliquée à la méthode des éléments finis	47
3. MODELISATION NUMERIQUE DU DIPOLE EN PLASMA CHAUD	52
3.1. Barreau plongé dans un champ uniforme	52
3.2. Modélisation du dipôle double brin	56
3.2.1. Impédance propre du dipôle double brin	56
3.2.2. Rayonnement électrostatique du dipôle double brin	59
3.2.3. Le dipôle double brin en réception	62
3.3. Modélisation du dipôle double tige	65
CONCLUSION	68
BIBLIOGRAPHIE	69



INTRODUCTION

La théorie des antennes électriques en plasma est un très vaste sujet, extrêmement complexe et loin d'être exploré dans tous ses domaines d'application. Tout comme dans le vide ou dans un diélectrique, il n'existe pas d'antenne idéale adaptée pour n'importe quelle fréquence ou longueur d'onde. Il n'y a que pour les fréquences très hautes, disons supérieures à 5 ou 10 fois la fréquence caractéristique du plasma environnant, que les antennes utilisées dans l'air (ou le vide) peuvent se comporter indépendamment du plasma. La fréquence caractéristique en question est définie par la plus grande valeur locale entre, soit la fréquence de plasma électronique f_p , soit la gyrofréquence électronique (appelée aussi fréquence cyclotron) f_{ce} données respectivement par

$$f_p = 9\sqrt{n_e} \quad ; \quad f_{ce} = 2,8 \cdot 10^6 \cdot B$$

où les fréquences sont en Hertz, n_e est la densité électronique (nombre d'électrons par m^3) et B l'induction magnétique statique en Gauss. Pour être plus précis, il conviendrait de définir la fréquence caractéristique maximale par la fréquence de résonance du plasma la plus élevée, qui est la résonance hybride haute f_{uh} , définie comme la racine carrée de la somme quadratique des deux précédentes. Cependant, comme dans ce rapport on ne considérera que des plasmas isotropes, c'est-à-dire sans champ magnétique, ou tout au moins insignifiant ($f_{ce}/f_p \ll 1$), la valeur de f_{uh} peut être confondue avec f_p . Dans la magnétosphère terrestre, la valeur la plus élevée de f_p dépasse à peine 10 MHz à basse altitude, de sorte que pour des fréquences supérieures à quelques dizaines de MHz toutes les techniques d'antennes utilisées au sol sont applicables, en tenant compte bien entendu des contraintes technologiques spatiales. Une exception cependant : lors de ré-entrée de véhicules spatiaux dans l'atmosphère, une très forte ionisation se produit autour des engins, et donc aussi des antennes. Il se produit alors un phénomène bien connu de blocage des liaisons radio.

Plusieurs modes d'ondes électromagnétiques peuvent se propager dans un plasma [voir par exemple *Quemada, 1968*] avec des indices de phase parfois très supérieurs à celui du vide, conduisant donc à des longueurs d'onde plus petites que dans l'air. Les plus forts indices ne s'observent cependant que dans le mode dit "siffllement", à des fréquences toujours très inférieures à f_{ce} , dans la bande Très Basse Fréquence (TBF) en dessous d'environ 100 kHz dans la magnétosphère terrestre. Sans entrer dans les détails, les plus courtes longueurs d'onde électromagnétique (EM) que nous aurions à considérer dans un plasma spatial, aux fréquences pour lesquelles le plasma pourrait interagir, seraient de l'ordre de quelques centaines de mètres. Nous allons donc restreindre notre étude au cas d'antennes dites "courtes", c'est-à-dire de longueur très inférieure à la longueur d'onde EM, soit moins d'une dizaine de mètres pour des expériences spatiales sur des ondes de fréquence inférieure à 3 MHz.

Il convient de noter au passage que l'étude du comportement d'antennes de longueur moyenne ou grande par rapport à la longueur d'onde EM dans un plasma, pour être conduite rigoureusement, poserait de grandes difficultés, tant théoriques qu'expérimentales, ne serait-ce par exemple que pour la détermination de leur distribution de courant et de leur longueur effective. C'est pourquoi la littérature dans ce domaine se limite à l'étude de cas particuliers qui permettent d'user d'approximations ad hoc. Dans les plasmas de laboratoire, à cause des très hautes fréquences utilisées (dues aux fortes densités), on ne peut généralement pas échapper à l'utilisation d'antennes de types dipôle $\lambda/2$ ou monopole $\lambda/4$ [voir par exemple *Jassby and Bachynski, 1969*], qui se comportent pratiquement comme dans un diélectrique (tenseur diélectrique du plasma froid) loin des résonances de plasma, mais dont les mesures s'interprètent de façon beaucoup plus qualitative que quantitative, surtout au voisinage des résonances [Stenzel, 1976]. Pour l'étude multi-composantes des ondes EM, en particulier le mode siffllement, on préfère utiliser des antennes-boucles magnétiques, moins sensibles à l'environnement plasma, et n'utiliser les mesures électriques qu'en complément, par exemple pour confirmer le caractère électromagnétique des ondes. Dans les expériences spatiales, les grandes antennes électriques présentent cependant parfois un avantage, soit pour des mesures de champ continu ou à Ultra Basse Fréquence (UBF), soit pour des expériences actives de forte puissance d'émission, telles que sondeurs, radars, etc... Par ailleurs, les effets non-linéaires associés à de fortes puissances d'émission font l'objet d'un vaste domaine d'études [voir par



exemple Dobrowolny, 1987; Gol'dberg et al., 1986]. En mode passif, les paramètres incontrôlables que sont la longueur effective et la fonction de transfert de telles antennes, ne permettent que des observations qualitatives, mais en aucun cas des mesures précises d'amplitude et de phase relatives entre plusieurs composantes.

Pour des antennes courtes, le comportement se simplifie considérablement, car on peut utiliser l'approximation électrostatique pour décrire la permittivité du plasma, à condition de se limiter à l'étude du champ rayonné proche (en mode émission), aux caractéristiques d'impédances propre et mutuelle et aux caractéristiques de réception (longueur effective et fonction de transfert), soit pratiquement l'essentiel dont on a besoin pour comprendre le comportement de telles antennes dans une expérience spatiale. Une abondante littérature a été consacrée à ce sujet, très succinctement présentée ci-après et uniquement dans le domaine limité de ce rapport, c'est-à-dire comportement linéaire d'une antenne courte dans un plasma Maxwellien isotrope et homogène (en particulier absence de gaine d'ions, antenne dite "transparente" au plasma).

Dans de telles conditions, la seule fréquence caractéristique du plasma est f_p , et toute étude se réfère à la fréquence de travail par rapport à cette dernière. Les premières études théoriques ont été faites en considérant une distribution triangulaire du courant [Balmain, 1965] comme pour une antenne courte dans le vide, ou une distribution sinusoïdale [Cook and Edgar, 1966] correspondant aux ondes longitudinales de plasma se propageant le long de l'antenne et en utilisant dans les deux cas une description hydrodynamique du plasma [voir par exemple Quemada, 1968]. Les résultats de ces premiers travaux rendaient assez bien compte des observations aux fréquences supérieures à f_p , mais ils n'expliquaient pas du tout les valeurs relativement élevées de la résistance de rayonnement observée expérimentalement aux fréquences inférieures. En utilisant une description cinétique du plasma, Kuehl [1966] montra que les ondes dites acoustiques lorsque $f < f_p$ (en fait les ondes électro-thermiques, fortement amorties de Landau), étaient la cause de cette résistance de rayonnement dont la théorie hydrodynamique ne pouvait pas rendre compte. La modélisation théorique de ce type d'antenne fut affinée en tenant compte du diamètre fini des brins [Schiff, 1970], et l'essentiel des résultats obtenus, ainsi que la méthode générale de calcul, constituent la référence actuelle [Meyer-Vernet and Perche, 1989].

Ces travaux ont montré que la taille relative de l'antenne par rapport à la longueur de Debye jouait un rôle fondamental. La longueur de Debye est définie par :

$$\lambda_D = \frac{v_t}{\sqrt{2} \omega_p} = \frac{620 \sqrt{T_e}}{f_p}$$

où v_t est la vitesse thermique des électrons, λ_D la longueur de Debye exprimée en mètre si f_p est en Hertz et la température électronique T_e en degrés Kelvin. Dans les plasmas spatiaux ordinaires, λ_D varie de quelques mm dans l'ionosphère, à environ 10 m dans le vent solaire et parfois même beaucoup plus dans les milieux raréfiés (ex. les queues magnétosphériques).

Lorsque toutes les dimensions de l'antenne sont beaucoup plus petites que λ_D , le comportement est sensiblement le même que dans le vide, mais plus λ_D diminue, plus l'influence du plasma augmente, au point que la situation devient de plus en plus complexe au voisinage de f_p dans des plasmas froids. En général, les principales propriétés d'une antenne dipôle qui sont trouvées en accord entre les modèles théoriques et l'expérience, sont :

- l'apparition d'une partie réelle dans l'impédance, c'est-à-dire une résistance de rayonnement de type acoustique ou plus précisément "électro-thermique" (ET), beaucoup plus grande que la valeur de rayonnement EM dans le vide aux fréquences inférieures à f_p ,
- un pic de cette résistance de rayonnement juste au-dessus de f_p , fortement dépendant de la queue de distribution de vitesse des électrons (si non-Maxwellienne),
- une réactance (partie imaginaire de l'impédance) de type capacitive aux basses fréquences et au-delà de f_p , et à tendance inductive juste en dessous de f_p , avec d'autant plus fortes variations que λ_D diminue.

La plupart des modèles théoriques ne tiennent pas compte de la présence de la gaine ionique, soit que le diamètre des brins puisse être considéré comme négligeable devant λ_D , soit que l'antenne est supposée polarisée de telle façon que la gaine disparaisse. Seuls les modèles qui introduisent le calcul de la distribution de courant dans l'antenne permettent de déduire la longueur effective. Les autres, en imposant le type de distribution, imposent du même coup une longueur effective arbitraire, sujette à caution au voisinage de f_p . Aucune théorie (à ma connaissance) n'a été développée jusqu'à maintenant pour considérer la présence de corps conducteurs au

voisinage de ce type d'antenne et estimer les effets perturbateurs induits (variation de longueur effective, d'impédance et de fonction de transfert).

L'un des buts de ce rapport est de faire le point sur les principes de base utilisés pour la modélisation et la compréhension du comportement des antennes courtes, de comparer les différentes approches et de proposer une méthode nouvelle permettant de déterminer la distribution de charge dans l'approximation électrostatique, quelles que soient la forme et l'environnement de l'antenne. Il conviendra également de préciser la notion "antenne courte", car on vient de voir que la longueur caractéristique du plasma, la longueur de Debye, va fortement intervenir dans cette notion. Donc, indépendamment du fait que l'antenne sera considérée une fois pour toutes comme très courte par rapport aux longueurs d'onde EM, nous verrons la nécessité de limiter également la validité de la théorie cinétique en plasma chaud à des distances pas trop grande par rapport à λ_D , de sorte que notre domaine d'étude ira de 0 à 20 ou $30\lambda_D$.

Le rapport débute par une revue détaillée de la théorie générale analytique des antennes électriques, tout d'abord dans le vide, puis dans l'approximation "plasma froid" et enfin en plasma chaud (Chapitre 1). On décrit ensuite les différentes méthodes de calcul et de modélisation numérique utilisées en plasma isotrope et Maxwellien ; puis, une méthode de modélisation numérique par éléments finis est proposée (Chapitre 2). Enfin, les résultats d'une application de cette méthode aux cas simples d'antennes cylindriques seront comparés aux résultats classiques, en posant les bases utilisables pour des développements ultérieurs (Chapitre 3). Destiné tant aux ingénieurs chargés de la réalisation d'antennes électriques pour des expériences spatiales, qu'aux chercheurs proposant ces expériences (exploration, micro-physique des ondes et instabilités ou diagnostic de plasma), les aspects et considérations physiques seront prioritaires et certains développements mathématiques renvoyés à consultation d'ouvrages et articles spécialisés. Seuls des rappels ou des démonstrations élémentaires indispensables à la compréhension du sujet feront l'objet de développement mathématique.

1. THEORIE GENERALE ANALYTIQUE DES ANTENNES COURTES

1.1. Le dipôle dans le vide

1.1.1. Dipôle élémentaire

Le dipôle élémentaire est le dipôle de Hertz, utilisé dans la théorie du doublet. Il s'agit d'un ensemble constitué de deux charges ponctuelles pulsantes de phases opposées (Figure 1), disposées à une distance infinitésimale dl l'une de l'autre, et alimentées par un fil qui porte le courant $i = i_0 \exp(j\omega t)$. On notera que conformément à l'usage en électricité, le symbole imaginaire $j = \sqrt{-1}$ est utilisé au lieu de i , pour qu'il n'y ait pas de confusion avec le courant. Que ce doublet soit utilisé en émission ou en réception, les relations qui lient entre eux le courant, les charges et les champs sont les mêmes dans les deux cas. En émission un générateur est la source de courant, en réception ce sont les champs extérieurs. On suppose que les fils de liaison au générateur (ou au récepteur) ne participent pas au champ rayonné (ou induit) car ils sont parallèles, très proches l'un de l'autre, et parcourus par des courants opposés.

Le calcul des champs rayonnés par un doublet est des plus classiques [voir par exemple Bruhat, 1967], et chacun sait que le résultat présente deux tendances asymptotiques, l'une dite du champ proche, à caractère électrostatique, l'autre, qui est la seule généralement considérée, constitue le rayonnement électromagnétique. Nous allons ici préciser quantitativement le rapport entre les deux.

A la distance r , supposée grande devant dl , le doublet induit, d'une part, un champ E_q électrostatique qui dérive d'un potentiel scalaire V produit par les deux charges $\pm q$, et d'autre part, un potentiel vecteur A produit

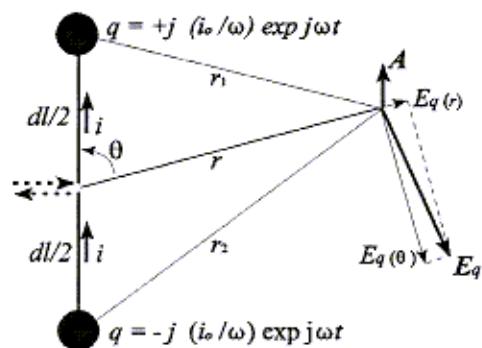


Figure 1. Rayonnement électrique du doublet.



par le courant i . Les potentiels dits "retardés" V et A sont décalés en temps d'une quantité r/c par rapport à la source, correspondant au temps de propagation des ondes EM, d'après la théorie classique de Lorentz. Leurs amplitudes sont données respectivement par les relations :

$$V(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{q(t - r_1/c)}{r_1} - \frac{q(t - r_2/c)}{r_2} \right] \quad (1.1)$$

$$A(r) = \frac{\mu_0}{4\pi r} i_o dl \exp[j\omega(t - r/c)] \quad (1.2)$$

où $q(t - r/c)$ doit se lire $q = -j(i_o/\omega) \exp[j\omega(t - r/c)]$ sachant que $i = dq/dt$; μ_0 et ϵ_0 sont respectivement la perméabilité et la permittivité du vide, et c la vitesse des ondes EM.

Le champ électrique total se déduit de ces deux potentiels, grâce aux équations de Maxwell, par la relation :

$$\mathbf{E}_t = -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \nabla V = \mathbf{E}_i + \mathbf{E}_q \quad (1.3)$$

où E_i et E_q sont les deux composantes du champ électrique total, la première, "électromagnétique" (car liée par les équations de Maxwell au champ magnétique induit par le courant), et la seconde, "quasi-électrostatique" (car c'est un champ variable dans le temps, mais qui dérive d'un potentiel scalaire). En projetant chacune d'elles selon leurs composantes en coordonnées sphériques E_r et E_θ , on obtient leurs amplitudes à partir de (1.1) et (1.2) :

$$E_{i(r)} = -j \frac{\mu_0}{4\pi r} \omega \cos \theta \ i^o dl \quad (1.4)$$

$$E_{i(\theta)} = j \frac{\mu_0}{4\pi r} \omega \sin \theta \ i^o dl$$

$$E_{q(r)} = -j \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{2}{\omega r^3} - j \frac{2}{cr^2} - \frac{\omega}{c^2 r} \right] \cos \theta \ i^o dl \quad (1.5)$$

$$E_{q(\theta)} = -j \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{\omega r^3} + j \frac{1}{cr^2} \right] \sin \theta \ i^o dl$$

Ici, i^o signifie le courant retardé $i^o = i_o \exp[j\omega(t - r/c)]$.

Sachant que $\mu_0\epsilon_0 c^2 = 1$ et $\lambda = 2\pi c/\omega$, on obtient finalement à partir de (1.4) et (1.5) les rapports cherchés entre les composantes électrostatiques et électromagnétiques :

$$\frac{E_{q(r)}}{E_{i(r)}} = \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{\lambda}{r} \right)^2 - j \frac{1}{\pi} \left(\frac{\lambda}{r} \right) - 1 \quad (1.6)$$

$$\frac{E_{q(\theta)}}{E_{i(\theta)}} = - \frac{1}{4\pi^2} \left(\frac{\lambda}{r} \right)^2 - j \frac{1}{2\pi} \left(\frac{\lambda}{r} \right)$$

On voit immédiatement que si la distance est beaucoup plus petite que la longueur d'onde EM, les composantes électrostatiques sont beaucoup plus grandes que les composantes EM, dans un rapport qui augmente avec le carré de la longueur d'onde.

On en conclut que l'approximation électrostatique est valable pour le champ rayonné par une source quasi-punctuelle jusqu'à des distances inférieures à environ le dixième de la longueur d'onde EM. Nous allons maintenant préciser les limites de cette approximation dans le cas de l'antenne classique que constitue le doublet, ou dipôle double brin, dans plusieurs de ses modes d'utilisation, et tout d'abord en réception et en court-circuit..

1.1.2. Barreau rectiligne plongé dans un champ uniforme

La première conséquence fondamentale de l'approximation électrostatique est que toute surface conductrice, dont les dimensions sont très inférieures à la longueur d'onde EM, doit être quasi équipotentielle. On va démontrer cette propriété, et calculer l'écart par rapport à la réalité, sur l'exemple du fil rectiligne isolé dans l'espace, et plongé dans un champ électrique uniforme.

Si l'on considère à nouveau les équations (1.4) à (1.6) du champ rayonné par le dipôle élémentaire, on constate que la composante $E_{\perp(r)}$ est éliminée dans l'expression de $E_{q(r)}$, de sorte qu'à grande distance la seule composante de champ électrique significative résultante, qui décroît en $1/r$, est $E_{\parallel(0)}$. C'est un résultat bien connu, le champ EM est perpendiculaire à la direction de propagation, et à grande distance de la source le champ électrique est polarisé linéairement dans un plan équiphase. Considérons donc un tel plan, dans lequel on a un champ uniforme, et plaçons-y, parallèle aux lignes de champ, un fil conducteur cylindrique de longueur l beaucoup plus grande que son rayon a (Figure 2). Le champ électrique extérieur induit des charges, et donc en tout point une densité de courant J . A l'intérieur du conducteur, le courant de conduction est beaucoup plus grand que le courant de déplacement, de sorte que l'éventuel champ électrique intérieur est donné par :

$$J = \sigma E_{\text{int}}$$

où σ est la conductivité du matériau. Pour un bon conducteur, cette dernière peut être considérée comme infinie. En conséquence, de même qu'en électrostatique, toutes les composantes de champ électrique sont nulles à l'intérieur du conducteur. Par

ailleurs, à cause de l'effet de peau [Bruhat, 1967], on sait que plus la fréquence est haute, plus la résistivité apparente augmente en profondeur, ce qui concentre le courant J sur la couche externe du conducteur. En tout point très proche de la surface, le champ extérieur d'une part, les charges dq et le courant J d'autre part, induisent un champ électrique total que l'on projette en deux composantes, E_{\parallel} et E_{\perp} , respectivement parallèle et perpendiculaire à la surface. Les conditions de continuité des équations de Maxwell [Bruhat, 1967] imposent que la composante E_{\parallel} soit la même de part et d'autre de la surface. Puisqu'elle est nulle à l'intérieur, elle l'est également à l'extérieur. Comme en électrostatique, le champ électrique est encore perpendiculaire à la surface d'un conducteur. Mais la différence est que le potentiel (scalaire) V à la surface *n'est plus donné strictement par* :

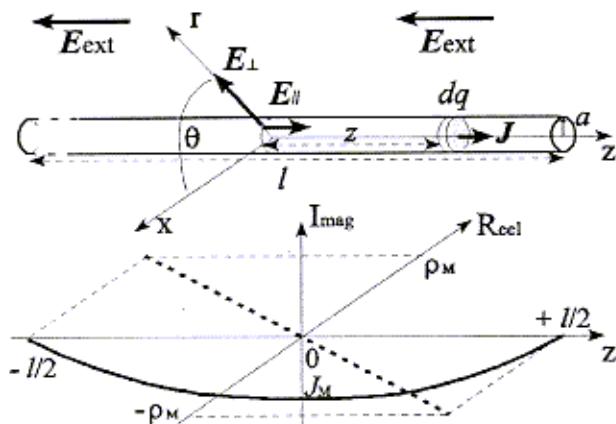


Figure 2. Cylindre conducteur dans un champ électrique uniforme, avec le modèle des distributions associées de courant et de charge. Noter que J et ρ sont en quadrature et qu'avec l'orientation choisie pour le champ E_{ext} (supposé réel au temps $t = 0$), le courant est pratiquement imaginaire négatif et les charges quasi-réelles (cf. équations 1.18 et 1.11).

$$\mathbf{E} = -\nabla V, \quad \text{soit} \quad E_{\parallel}(a, z, \theta) = -\frac{\partial V(a, z, \theta)}{\partial z} = 0 \quad \text{d'où} \quad V(a, z, \theta) = \text{Cte} \quad (1.7)$$

En effet, en tout point de la surface, l'équation (1.3), projetée sur l'axe z , s'écrit :

$$E_{\parallel}(z) = E_{\text{ext}} + E_q(z) + E_i(z) = -\frac{\partial V(z)}{\partial z} - \frac{\partial A_{\parallel}(z)}{\partial t} = 0$$

avec : $E_q(z) = -\frac{\partial V_q(z)}{\partial z}$; $V_q(z) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iiint \frac{\rho^o}{r} dv$ (1.8)

$$E_i(z) = -\frac{\partial A_{\parallel}(z)}{\partial t} = -j\omega A_{\parallel}(z) ; A_{\parallel}(z) = \frac{\mu_0}{4\pi} \iiint \frac{J_{\parallel}^o}{r} dv$$

où $V(z)$ est le potentiel (scalaire) à la surface du barreau, et ρ^o et J_{\parallel}^o sont respectivement les densités de charge (volumique) et de courant (flux) le long de l'axe z , avec la même notation qu'au paragraphe précédent pour les quantités retardées. Les intégrales sont calculées sur tout le volume du cylindre de part et d'autre du point z considéré.

La première de ces équations exprime simplement qu'à la surface du conducteur, le champ excitateur extérieur est exactement compensé par la somme des deux composantes $E_q(z)$ et $E_i(z)$, ré-émises par le conducteur. Dans la seconde équation, puisque la composante $E_q(z)$ est de nature électrostatique, on peut écrire qu'elle dérive d'un potentiel scalaire V_q . Mais pour trouver le potentiel de surface V , au voisinage d'un point d'abscisse z , il faut intégrer ces équations, et pour cela on doit connaître les distributions de charge et de courant. Nous allons prendre comme point de départ une distribution de charge linéaire (Figure 2), qui est celle du cas purement électrostatique pour un fil parallèle à un champ électrique continu [Durand, 1966]. C'est une approximation réaliste, si l'on néglige les effets de bords. Pour simplifier, on considère que le courant et les charges sont localisés dans une couche fine, d'épaisseur δ , ce qui revient à considérer un tube conducteur (Figure 3). Donc, la charge dq contenue dans l'élément de volume différentiel dv , et le courant qui le traverse, sont respectivement :

$$dq = \rho \delta a dz d\theta ; i = J_{\parallel} \delta a d\theta$$

Le modèle linéaire de distribution de charge, et le courant total qui circule au point d'abscisse z , s'expriment respectivement par :

$$\rho = -\frac{2\rho_M}{l} z \quad \text{et} \quad I(z) = 2\pi a \delta J_{\parallel}(z) \quad (1.9)$$

où ρ_M est la valeur maximum positive (pour $z = -l/2$ dans cet exemple).

Pour déterminer la distribution de courant, écrivons la loi de conservation des charges :

$$\nabla \cdot J = -\frac{\partial \rho}{\partial t} = -j\omega \rho \quad (1.10)$$

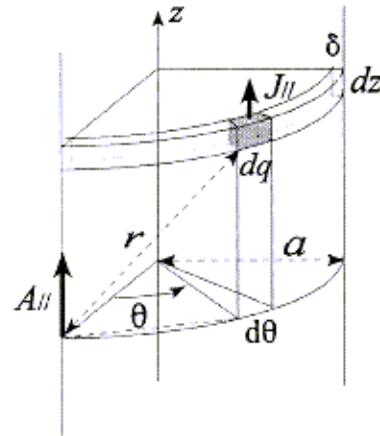


Figure 3. Coordonnées cylindriques utilisées pour les calculs de A_{\parallel} et de V_q sur la surface, au point d'abscisse z .



A partir de (1.9) et (1.10) on obtient immédiatement la distribution de courant telle qu'elle est représentée sur la Figure 2, soit :

$$J(z) = j \frac{2 \omega \rho_M}{l} \int_{-l/2}^z \xi d\xi = \frac{4 J_M}{l^2} \left(\frac{l^2}{4} - z^2 \right) \quad (1.11)$$

$$\text{et } \rho(z) = -j \frac{8 J_M}{\omega l^2} z$$

où J_M est l'amplitude maximum de la densité courant (pour $z = 0$). Il convient de noter que l'on néglige ici les effets de bords, c'est-à-dire que l'on ignore les charges réparties sur les deux faces transversales des extrémités.

Nous allons calculer les valeurs de $V_q(z)$ et de $A_{||}(z)$, sauf aux extrémités. Par raison de symétrie des distributions de courant et de charge, on a :

$$\begin{aligned} V_q(0) &= 0 ; \quad V_q(-z) = -V_q(z) \\ A_{||}(-z) &= A_{||}(z) \end{aligned} \quad (1.12)$$

de sorte que le calcul pour un brin nous donne le résultat pour l'autre. Calculons tout d'abord $V_q(z)$, pour z positif.

Dans le système de coordonnées cylindriques (Figure 3), la première intégrale de (1.8) s'écrit :

$$\begin{aligned} V_q(z) &= \frac{\alpha \delta}{2 \pi \epsilon_0} \int_0^\pi d\theta \left[\int_{-l/2}^z \frac{\rho^\circ d\xi}{r} + \int_z^{l/2} \frac{\rho^\circ d\xi}{r} \right] \\ \text{avec } r &= \sqrt{|z - \xi|^2 + 4a^2 \sin^2(\theta/2)} \end{aligned} \quad (1.13)$$

$$\rho^\circ = -j \frac{8 J_M}{\omega l^2} \xi \exp(-j \frac{2\pi r}{\lambda})$$

On doit prendre la détermination de la racine carrée telle que r soit toujours positif, ce qui conduit à effectuer le changement de variable $\xi \rightarrow z - \xi$ pour la première intégrale en ξ , et $\xi \rightarrow \xi - z$ pour la seconde.

Pour $l \gg a$ et $(l/2 - z) \gg a$, et en développant en série l'exponentielle au troisième ordre en r/λ , on trouve :

$$V_q(z) = -j \frac{I_M z}{\omega l \pi \epsilon_0} \frac{4}{l} \left\{ \ln \left[\frac{l}{a e} \sqrt{1 - \frac{4z^2}{l^2}} \right] + \frac{\pi^2}{2} \left(1 - \frac{4z^2}{3l^2} \right) \left(\frac{l}{\lambda} \right)^2 - j \frac{\pi^3}{9} \left(\frac{l}{\lambda} \right)^3 + O \left(\frac{l}{\lambda} \right)^4 \right\} \quad (1.14)$$

où I_M est la valeur maximum du courant, reliée à J_M par la seconde équation de (1.9), \ln est le logarithme népérien et $e = 2,718$, la constante de Neper.

On obtient $A_{||}(z)$ en calculant de la même façon la dernière intégrale de (1.8), ce qui donne :

$$A_{||}(z) = \frac{\mu_0 I_M}{4\pi} \left\{ 2 \left(1 - \frac{4z^2}{l^2} \right) \ln \left[\frac{l}{a e} \sqrt{1 - \frac{4z^2}{l^2}} \right] + 1 + \frac{4z^2}{l^2} - j \frac{4\pi}{3} \frac{l}{\lambda} + O \left(\frac{l}{\lambda} \right)^2 \right\} \quad (1.15)$$



d'où l'on tire immédiatement l'amplitude de la composante $E_i(z)$:

$$E_i(z) = -j \frac{I_M}{\omega} \frac{1}{l} \frac{4}{\pi \epsilon_0 l} \frac{\pi^2}{2} \left(\frac{l}{\lambda} \right)^2 \left\{ \left(1 - \frac{4z^2}{l^2} \right) \ln \left[\frac{l}{ae} \sqrt{1 - \frac{4z^2}{l^2}} \right] + \frac{1}{2} + \frac{2z^2}{l^2} - j \frac{2\pi}{3} \frac{l}{\lambda} + O\left(\frac{l}{\lambda}\right)^2 \right\} \quad (1.16)$$

Dans les équations (1.14) à (1.16), on peut constater la présence d'une petite partie imaginaire dans le terme entre parenthèses, qui est donc en quadrature par rapport à V_q et E_p . Pour tout $z < l/2$ (c'est-à-dire hors la proximité du bord), les équations (1.14) et (1.16) se simplifient, et en ne retenant que les termes du premier ordre pour chacune des parties réelle et imaginaire, on obtient :

$$\begin{aligned} E_q(z) &= -\frac{\partial V_q}{\partial z} = j \frac{I_M}{\omega} \frac{4}{l} \frac{\ln \frac{l}{ae}}{\pi \epsilon_0 l} + \frac{80 \pi^2}{3} \frac{l}{\lambda^2} I_M \\ E_i(z) &= -j \frac{I_M}{\omega} \frac{4}{l} \frac{\ln \frac{l}{ae}}{\pi \epsilon_0 l} \frac{\pi^2}{2} \left(\frac{l}{\lambda} \right)^2 - 80 \pi^2 \frac{l}{\lambda^2} I_M \end{aligned} \quad (1.17)$$

ce qui prouve encore une fois que pour une antenne courte le module de la composante due au courant est négligeable devant celui de la composante électrostatique. En reportant ce résultat dans l'équation générale (1.8), on obtient finalement la relation entre le champ extérieur exciteur et le courant :

$$\begin{aligned} E_{ext} &= \left\{ -j \frac{4}{C_o \omega} \left[1 - \frac{\pi^2}{2} \left(\frac{l}{\lambda} \right)^2 \right] + \frac{160 \pi^2}{3} \left(\frac{l}{\lambda} \right)^2 \right\} \frac{I_M}{l} \\ \text{avec } C_o &= \frac{\pi \epsilon_0 l}{\ln \frac{l}{ae}} \end{aligned} \quad (1.18)$$

Cette équation montre que pour un barreau court, le champ extérieur est compensé presque uniquement par le champ électrostatique induit à sa surface, et que l'essentiel du courant induit est réactif. On note cependant qu'à partir d'une longueur d'environ $0,45 \lambda$, cette partie du courant s'inverse pour devenir inductif. Pour déterminer le comportement au-delà, il conviendrait de considérer des termes de puissance supérieure de l/λ . Dans le circuit équivalent qui reste à définir, nous allons faire intervenir la capacité C_o , très proche de la capacité propre du demi-barreau isolé dans l'espace, d'après la formule classique [Durand, 1966] :

$$C = \frac{2\pi\epsilon_0 L}{\ln(\frac{L}{a})} \quad L : \text{longueur} \quad a : \text{rayon}$$

Puisque le courant varie tout le long du barreau, l'équation (1.18) ne permet pas à elle seule de définir un circuit équivalent. En effet, la "longueur effective" sur laquelle s'exerce le champ extérieur n'est pas simplement la longueur du barreau. Pour connaître cette longueur, nous devons calculer la puissance électrique



totale qui se développe le long du barreau pour satisfaire l'équation générale (1.8). Le théorème de Poynting définit la valeur de cette puissance comme étant l'intégrale du produit $I^*(z)E_{\text{ext}}$, où I^* est la valeur complexe conjuguée de I . Les quantités considérées ici sont les valeurs efficaces. Cette expression s'interprète facilement de la façon suivante : puisqu'on considère des quantités complexes de la forme $A \exp j\omega t$, quelque soit la phase instantanée, le produit d'une quantité quelconque par son complexe conjugué est égal au carré du module. Donc, puisque E_{ext} dépend de I , on exprime ainsi la puissance en fonction de $|I|^2$, qui est réel et indépendant de la phase.

A partir de (1.11) et (1.18), on obtient donc :

$$\begin{aligned}
 P &= \int_{-l/2}^{l/2} E_{\text{ext}} I^*(z) dz = I_M^* E_{\text{ext}} l_{\text{eff}} = (R_r + jY) |I_M|^2 \\
 \text{avec } l_{\text{eff}} &= \frac{4}{l^2} \int_{-l/2}^{l/2} \left(\frac{l^2}{4} - z^2 \right) dz = \frac{2l}{3} \\
 \text{et } Y &= -\frac{8}{3C_0\omega} ; \quad R_r = \frac{320\pi^2}{9} \left(\frac{l}{\lambda} \right)^2 = 80\pi^2 \left(\frac{l_{\text{eff}}}{\lambda} \right)^2
 \end{aligned} \tag{1.19}$$

La longueur "effective" l_{eff} trouvée ici aurait pu l'être intuitivement : c'est la longueur équivalente à celle qu'aurait le barreau (ici $2l/3$) si le courant était constant et avait partout sa valeur moyenne. Il convient de noter que si nous avions considéré une distribution de courant différente, nous aurions trouvé une autre longueur effective. D'autre part, puisque l'équation (1.18) contient un terme réel et un terme imaginaire, la puissance est complexe. On sait que la partie imaginaire, qui apparaît dans une capacité sans perte, ne représente pas de puissance à proprement parler puisqu'elle est restituée à chaque alternance. Par contre, la partie réelle de la puissance qui apparaît dans R_r correspond vraiment à une puissance dissipée. Physiquement, bien que l'on ait considéré un barreau parfaitement conducteur, cette résistance, appelée résistance de "rayonnement", multipliée par I_M^2 représente la puissance réelle ré-émise par le barreau, ou plus précisément, "diffractée" dans l'espace. L'impédance résultante ($R_r + jY$) est alimentée par un générateur de tension "effective" égale à $E_{\text{ext}} l_{\text{eff}}$, ce qui se traduit par le schéma équivalent donné Figure 4.

On peut remarquer que l'impédance Z du circuit équivalent peut s'exprimer en fonction de l/λ , soit :

$$Z = \frac{320\pi^2}{9} \left(\frac{l}{\lambda} \right)^2 - j \frac{160}{\pi} \left(\frac{\lambda}{l} \right) \ln \frac{l}{a e} \tag{1.20}$$

où l'on voit que la réactance (partie imaginaire) est très largement supérieure à la résistance (partie réelle) pour un barreau court.

Enfin, nous pouvons maintenant déduire le potentiel le long du barreau en intégrant le dernier membre de la première équation (1.8). En se limitant aux premiers ordres et en utilisant (1.18), on obtient :

$$V(z) - V_o = \int_0^z E_i(\xi) d\xi = \frac{\pi^2}{2} \left(\frac{l}{\lambda} \right)^2 \left[1 - j \frac{2\pi}{3 \ln \frac{l}{2a}} \frac{l}{\lambda} \right] E_{\text{ext}} z \tag{1.21}$$

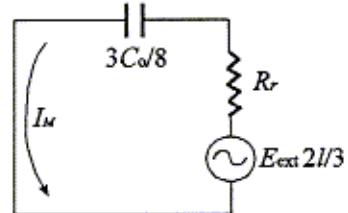


Figure 4. Schéma équivalent d'un barreau plongé dans un champ uniforme E_{ext} .

où V_o est la valeur du potentiel au milieu du barreau, une constante qui n'est définie qu'en fonction du référentiel choisi. C'est le potentiel d'espace pour $z = 0$, que le barreau soit présent ou non. Ce résultat montre tout d'abord que pour un barreau court devant la longueur d'onde EM, les termes correctifs, par rapport à un potentiel supposé constant sur toute la longueur du barreau, sont très petits. La partie imaginaire est d'autant plus négligeable que le diamètre est petit et que la longueur d'onde EM est grande. En conséquence, la chute de potentiel dans le barreau est pratiquement en phase avec le champ extérieur. L'erreur sur l'approximation de l'équipotentialité est inférieure à 5% du potentiel de l'onde excitatrice pour un barreau au moins dix fois plus court que la longueur d'onde EM, et elle diminue en $1/\lambda^2$.

Ce que nous venons d'étudier est, en fait, la situation d'une antenne dipôle double brin, de longueur totale l , court-circuitée en son milieu au lieu d'être reliée à un récepteur ou à un émetteur. Nous allons considérer maintenant la même antenne, mais alimentée par un générateur.

1.1.3. Dipôle double brin en émission

Nous considérons maintenant un dipôle constitué de deux demi-brins cylindriques, toujours alignés selon l'axe z , de longueur totale l et de diamètre $2a$ très petit devant l . On suppose que les deux brins sont séparés d'une distance négligeable, et alimentés par un générateur de tension $V_o = |V_o| \exp j\omega t$, de sorte que le brin du côté $z > 0$ est porté au potentiel $+V_o/2$, et l'autre à $-V_o/2$ (Figure 5). Comme dans le cas précédent, nous allons prendre au départ la distribution de charge obtenue en électrostatique pour un cylindre porté à un potentiel continu fixé. Pour chaque brin, on a donc une distribution de charge constante [Durand, 1966], du même signe que le potentiel du brin. La distribution de courant correspondante est donc "triangulaire" (Figure 5), ceci bien entendu, tant que la longueur est très petite devant la longueur d'onde EM. Nous verrons par la suite (Chapitre 2) que les distributions de charge et de courant introduites ici sont tout à fait justifiées en première approximation, si l'on néglige les effets de bord. Les distributions de courant et de charge s'expriment donc respectivement par :

$$J(z) = \frac{2J_M}{l} \left(\frac{l}{2} - |z| \right) \quad (1.22)$$

$$\rho_1 = -j \frac{2J_M}{\omega l} \quad \text{pour } 0 < z \leq l/2$$

$$\rho_2 = j \frac{2J_M}{\omega l} \quad \text{pour } -l/2 \leq z < 0$$

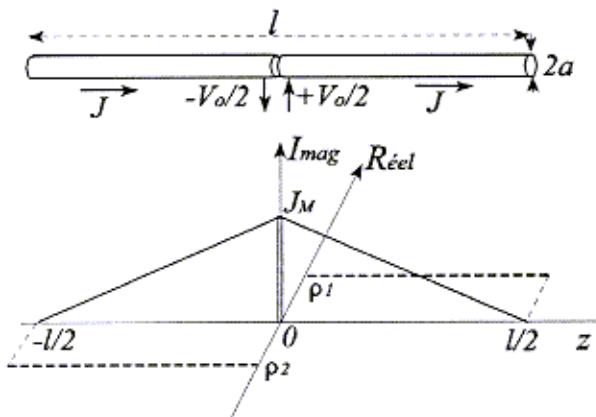


Figure 5. Dipôle double brin alimenté par une tension V_o , et modèles de distributions de charge et de courant le long de l'axe. Avec la polarité $+V_o/2$ (réel à $t = 0$) pour $z > 0$, noter que le courant est pratiquement imaginaire positif (cf. équation 1.32 et schéma équivalent Figure 7.)

En réalité, du fait que les deux brins sont séparés, la composante J_z de courant est interrompue à $z = \pm 0$; de sorte que, pour être rigoureux, il faudrait considérer une distribution de courant tri-dimensionnelle à l'interface des deux brins. De même, si l'on considère la rupture brutale du courant à chaque extrémité de l'antenne, la dérivée de $J_z(z)$ devient $\mp \infty$ pour $z = \pm l/2$. Donc, en plus des charges données par l'équation (1.22), il conviendrait d'ajouter aux extrémités des charges correctives. Mais pour simplifier les calculs analytiques, qui autrement deviendraient inexécables, nous ne tiendrons pas compte de ces charges, et tout comme au paragraphe précédent, nous ignorerons les effets de bord. Dans le Chapitre 3 nous verrons que la simulation numérique, qui tient compte de ces effets, prouve que notre approximation est parfaitement justifiée dans le cas présent.

On applique toujours le même système d'équations (1.8), mais ici $E_{ext} = 0$, car on suppose qu'il n'y pas de champ extérieur imposé. On verra cependant plus loin qu'il convient de considérer le propre champ émis par l'antenne, jouant le rôle d'une composante externe. En se limitant aux premiers termes du développement,

pour $z \gg 2a$ et $z < l/2 - 2a$, on trouve les résultats suivants (pour $z > 0$) :

$$V_q(z) = -j \frac{I_M}{\omega \pi \epsilon_0 I} \left\{ \ln\left(\frac{l}{2a}\right) + \ln\left[\frac{4z}{l+2z} \sqrt{1 - \frac{4z^2}{l^2}}\right] - \frac{\pi^3}{2} \frac{zI}{\lambda^2} \left(1 - \frac{z}{l}\right) \right\} - 20 \pi^2 \frac{Iz}{\lambda^2} I_M \quad (1.23)$$

$$E_i(z) = -j \frac{I_M}{\omega \pi \epsilon_0} \frac{2\pi^2}{\lambda^2} \left\{ \ln\left(\frac{l}{2a}\right) + \left(1 - \frac{2z}{l}\right) \ln\left[\frac{2}{e} \sqrt{1 - \frac{4z^2}{l^2}}\right] - \frac{2z}{l} \ln \frac{z}{a(1 + \frac{2z}{l})} \right\} - 60 \pi^2 \frac{I}{\lambda^2} I_M \quad (1.24)$$

On constate que pour $l \gg 2a$, le terme dominant de $V_q(z)$ est pratiquement constant sauf aux extrémités, et s'écrit au premier ordre pour chacun des termes réel et imaginaire :

$$V_q(z) \approx -j \frac{I_M}{C_o \omega} - 20 \pi^2 \frac{Iz}{\lambda^2} I_M \quad (1.25)$$

où C_o a pratiquement la même valeur que celle donnée dans (1.18). Cependant, si l'on dérive l'équation (1.23) pour obtenir $E_q(z)$, on constate que cette composante tend vers moins l'infini (pour la référence de phase I_M imaginaire positif) au point $z = 0$, ce qui est normal car on applique la tension V_o entre les deux brins supposés accolés l'un à l'autre, créant ainsi un champ intense à l'interface (Figure 6). C'est pourquoi la distribution triangulaire de courant n'est une approximation valable qu'au premier ordre. Il se crée en réalité une petite accumulation de charges au voisinage de $z = 0$ qui compense cette composante longitudinale de champ électrique à la surface du barreau pour maintenir la condition $E_{||} = 0$. De même, aux extrémités, un petite accumulation de charges va annuler la discontinuité de V_q (cf. résultats des simulations numériques, § 3.2.1). On aurait pu également éviter cette difficulté en considérant non pas des brins cylindriques, mais des ellipsoïdes de révolution très allongés, qui épousent les surfaces équipotentielles d'un fil fin uniformément chargé dans le cadre de l'électrostatique pure [Durand, 1966].

Puisque notre modèle simplifié de distribution ne prend pas en compte ces corrections d'extrémités (à l'instar des modèles classiques utilisés dans la littérature), considérons un point z quelconque en dehors des bords. Toujours avec la condition $l \gg a$, à partir de l'équation (1.24) et en dérivant (1.25), on obtient :

$$E_q(z) + E_i(z) \approx -j \frac{I_M}{C_o \omega} 2\pi^2 \frac{l}{\lambda^2} - 40 \pi^2 \frac{l}{\lambda^2} I_M = \epsilon \quad (1.26)$$

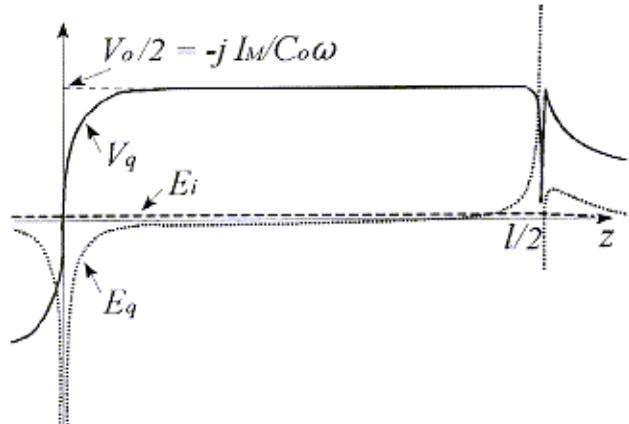


Figure 6. Allure des variations de V_q , E_q et E_i calculées avec les distributions de courant et de charge données par (1.22) pour un très grand rapport $l/2a$. La référence de phase est encore ici I_M imaginaire positif.

Cette équation exprime l'amplitude du champ EM tangentiel, émis par l'antenne au voisinage immédiat de la surface. Pour une antenne courte, ce champ est très faible. D'après l'équation générale (1.8), pour satisfaire la condition $E_{||} = 0$ sur la surface, un champ de signe opposé ($-\epsilon$) doit être généré par l'antenne, pour compenser son propre champ extérieur. Voyons par quel mécanisme la composante ϵ va être annulée. Pour cela, considérons



à nouveau le cas du barreau plongé dans un champ extérieur uniforme (§ 1.1.2). On voit d'après (1.26) que le champ ϵ est constant le long de l'antenne. Donc appliquons à l'antenne l'influence de ce champ, de façon à satisfaire la condition générale (1.8) :

$$\epsilon + E_g^{(1)} + E_i^{(1)} = 0 \quad (1.27)$$

où $E_g^{(1)}$ et $E_i^{(1)}$ sont les champs correctifs (de première itération) ré-émis par l'antenne sous l'influence de son champ primaire. L'équation (1.18) nous donne la valeur du courant équivalent induit, en remplaçant E_{ext} par ϵ , puis ϵ par sa valeur donnée par (1.26). Soit, en ne prenant encore que le premier ordre :

$$I_M^{(1)} = \frac{\epsilon I}{\left(-j \frac{4}{C_o \omega}\right)} = \frac{\pi^2}{2} \left(\frac{I}{\lambda}\right)^2 I_M \quad (1.28)$$

ce qui représente une très petite fraction du courant que nous avons considéré au départ. En itérant ainsi de suite, on obtient en final la vraie distribution de courant, sachant que pour une antenne courte, la correction est négligeable et n'affecte pratiquement pas la loi linéaire de distribution du courant. Nous reviendrons ultérieurement (§ 1.1.8) sur les conséquences de cette modification dans le cas général d'une antenne plus longue. En tout cas, toute la consommation d'énergie dépensée dans l'antenne, tant que l'on néglige les pertes de conduction par effet Joule, est consacrée à ce processus. Comme au § 1.1.2, la puissance réelle dépensée ne concerne que la partie du champ extérieur ($-\epsilon$), en phase avec le courant. Pour calculer la résistance de rayonnement, il faut donc intégrer la partie réelle du produit $\{-I^* \epsilon\}$ sur toute la longueur (théorème de Poynting). A partir de (1.22) et (1.26), on obtient donc :

$$P_r = -\text{Re} \left\{ \int_{-l/2}^{l/2} \epsilon I^*(z) dz \right\} = \frac{40 \pi^2 l |I_M|^2}{\lambda^2} I_{\text{eff}} \quad (1.29)$$

$$\text{avec } I_{\text{eff}} = \frac{2}{l} \int_{-l/2}^{l/2} \left(\frac{l}{2} - |z| \right) dz = \frac{l}{2}; \quad \text{d'où} \quad R_r = 20 \pi^2 \left(\frac{l}{\lambda} \right)^2 = 80 \pi^2 \left(\frac{I_{\text{eff}}}{\lambda} \right)^2$$

Il est intéressant de comparer ces valeurs avec celles obtenues précédemment (1.19), dans le cas du barreau continu équivalent à la même antenne, en court-circuit et en réception. Les longueurs effectives diffèrent de 33 % l'une de l'autre car les formes de distribution du courant ne sont pas les mêmes dans les deux cas. La différence est plus significative sur la résistance de rayonnement, puisque celle-ci est proportionnelle au carré de I_{eff} . Nous verrons par la suite (§ 1.1.5) comment ces dernières valeurs peuvent cependant être considérées comme caractéristiques d'une antenne courte double brin, quelque soit son mode de fonctionnement.

Il convient de noter que la puissance dissipée dans l'antenne, exprimée par l'équation (1.29), correspond à la puissance EM totale rayonnée, et en particulier à grande distance puisqu'on a supposé qu'il n'existe à l'extérieur aucune perte, ni source d'énergie. Pour une antenne courte, on peut remarquer que la résistance de rayonnement est très faible (ex. 2 ohms pour $l = \lambda/10$), souvent plus petite que la simple résistance du conducteur, que nous avons pourtant négligée ici. C'est pourquoi on dit couramment que le rendement à l'émission de telles antennes est dérisoire, ce qui est vrai bien entendu pour le champ EM, le seul auquel on s'intéresse à grande distance. Mais il ne faut pas oublier que les composantes électrostatiques proches, qui obéissent à des équations du type (1.6), peuvent être très intenses.

Pourachever la détermination du schéma équivalent de notre antenne, il nous reste à exprimer la valeur du courant I_M en fonction de la tension d'alimentation V_o . Si l'on intègre le dernier membre de l'équation générale (1.8), en utilisant la valeur de $E_i(z)$ donnée par l'équation (1.24), et en se limitant aux premiers ordres de chacune



des parties réelle et imaginaire, on obtient :

$$\int_0^z \frac{\partial V(\xi)}{\partial \xi} d\xi = V(z) - V(0) = \int_0^z E_i(\xi) d\xi \quad \text{avec} \quad V(0) = \frac{V_o}{2} \quad (1.30)$$

$$\text{d'où} \quad V(z) = \frac{V_o}{2} - j \frac{I_M}{C_o \omega} 2\pi^2 \frac{l z}{\lambda^2} - 60 \pi^2 \frac{l z}{\lambda^2} I_M$$

D'autre part, l'équation (1.8) peut s'écrire :

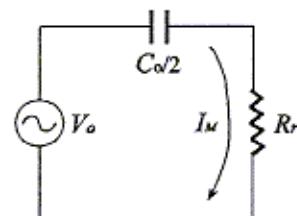
$$\frac{\partial [V(z) - V_q(z)]}{\partial z} = \epsilon \rightarrow 0 \quad \text{pour} \quad \lambda \rightarrow \infty \quad (1.31)$$

d'où l'on déduit qu'au premier ordre, $V(z) \approx V_q(z) + \text{Cte}$. Cette constante ne peut être que nulle, puisque par raison de symétrie, on doit avoir également $V(z) = -V(-z)$ et $V_q(z) = -V_q(-z)$. Donc, à partir de (1.25) et (1.30), on obtient au premier ordre la relation suivante :

$$\frac{V_o}{2} \approx -j \frac{I_M}{C_o \omega} \quad (1.32)$$

Cette relation montre, comme on pouvait le prévoir intuitivement, que chaque demi-brin se comporte, en première approximation, comme sa capacité propre (C_o) chargée à la tension qu'on lui applique. On retrouve un schéma équivalent (Figure 7) sensiblement différent de celui du paragraphe précédent, où la source est maintenant le générateur de tension V_o , la capacité équivalente est 33% plus grande (inversement proportionnelle au rapport des longueurs effectives), et la résistance de rayonnement est 9/16 plus faible (proportionnelle au carré du rapport des longueurs effectives). A partir de (1.30) et (1.32), on obtient finalement la variation du potentiel le long de l'antenne :

$$V(z) - \frac{V_o}{2} = \pi^2 \frac{l z}{\lambda^2} \left[1 - j \frac{\pi}{2 \ln \frac{l}{2a}} \frac{l}{\lambda} \right] V_o \quad (1.33)$$



Tout comme dans le cas du barreau seul (1.21), on voit que l'erreur par rapport à l'équipotentialité est très faible pour une antenne courte devant la longueur d'onde EM. Elle reste encore inférieure, à chaque extrémité, à 5% de la tension appliquée pour $l < \lambda / 10$. C'est ce que l'on nomme des "ventres" de tension aux extrémités, correspondant à des "noeuds" de courant. Ce phénomène est, évidemment, fortement amplifié pour des antennes plus longues, mais il reste identique dans son principe.

Nous allons examiner maintenant le cas de la même antenne reliée à un récepteur.

Figure 7. Schéma équivalent d'une antenne double brin alimentée par une tension V_o .

1.1.4. Dipôle double brin en réception, circuit ouvert

Il est évident d'après les analyses précédentes, que la charge représentée par l'impédance d'entrée du récepteur, en modifiant l'amplitude et la distribution du courant le long de l'antenne, va modifier l'équilibre entre les différentes composantes longitudinales de champ électrique à la surface, et donc un nouvel équilibre va s'établir. Examinons tout d'abord le cas de l'antenne précédente en circuit ouvert. Celle-ci va se comporter en première approximation comme deux brins (Figure 8), ayant chacun la distribution de courant d'un barreau isolé, telle qu'on l'a définie au § 1.1.2.

En utilisant toujours la même méthode, l'équation (1.8) conduit au premier ordre à la solution suivante :

$$E_{\text{ext}} = \left\{ -j \frac{16}{C_o \omega} + \frac{160}{3} \pi^2 \left(\frac{l}{\lambda} \right)^2 \right\} \frac{I_M}{l} \quad (1.34)$$

où $C_o = \frac{\pi \epsilon_0 l}{\ln \frac{l}{2a\epsilon}}$

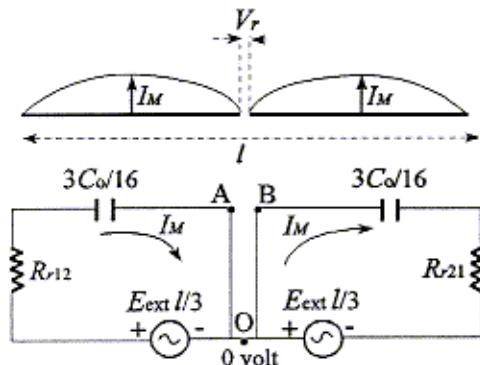


Figure 8. Distribution du courant en réception, en circuit ouvert, pour un dipôle double brin, et schéma équivalent de chacun des deux brins. Le champ électrique extérieur longitudinal est E_{ext} .

Pour $l \gg 2a$, la valeur de C_o est encore ici très proche des valeurs précédentes, c'est pourquoi nous gardons le même symbole pour simplifier l'interprétation physique. D'après l'équation (1.19), en changeant l en $l/2$, on voit que la longueur effective de chaque brin est $l/3$, tandis que celle de l'antenne entière est évidemment le double. Tout comme au § 1.1.2, l'équation (1.34) donne les éléments du circuit équivalent à chaque brin. La réactance est constituée par une capacité égale à $3C_o/16$, soit pratiquement la moitié de celle du barreau isolé de longueur double. La légère modification de valeur de C_o donnée par (1.34) traduit en fait le couplage capacitif mutuel entre les deux brins. Pour la résistance de rayonnement de chaque brin, avec $l_{\text{eff}} = l/3$, à partir de (1.34) on obtient :

$$R_{r12} = R_{r21} = \frac{160}{9} \pi^2 \left(\frac{l}{\lambda} \right)^2 \quad (1.35)$$

ce qui est exactement le double de la valeur qu'on pourrait déduire de (1.19) en changeant l en $l/2$. Ceci vient du couplage EM important entre les deux brins : chaque brin diffracte non seulement le champ extérieur qu'il recevrait s'il était seul, mais en plus, celui que lui transmet son voisin. On voit ici un exemple de couplage EM mutuel entre antennes.

Nous avons donc tous les éléments du schéma équivalent de la Figure 8. On peut facilement transformer ce schéma en remarquant que les points A et B sont au même potentiel, qui est la référence 0 volt du potentiel d'espace au centre de l'antenne. Comme les lignes A0 et B0 sont parcourues par un courant total nul, on peut les supprimer. D'autre part, ce schéma équivalent n'a d'intérêt que si l'interface avec le récepteur y figure. Or, avec le point de vue purement énergétique qui nous a permis de définir les éléments du circuit, le récepteur n'apparaît évidemment pas, puisque le circuit est ouvert. Si l'on se rapporte au résultat du § 1.1.2, on en déduit que chaque brin doit se porter au potentiel d'onde correspondant à sa demi-longueur (équation 1.21), soit ici $\pm E_{\text{ext}} l/4$, et on doit donc voir apparaître la tension $E_{\text{ext}} l/2$ aux bornes de l'antenne. En conséquence, la réactance de l'antenne doit être partagée en deux parties de façon à faire apparaître la tension reçue V_r , et les résistances

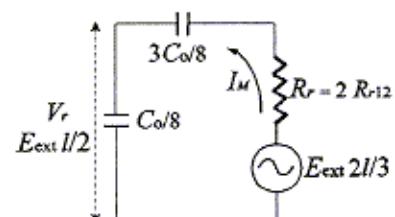


Figure 9. Schéma équivalent dérivé de celui de la Figure 8, pour une antenne double brin en circuit ouvert, plongée dans un champ uniforme E_{ext} .



de rayonnement R_{r12} et R_{r21} regroupées en une seule, de valeur double. On obtient donc finalement :

$$I_{\text{eff}} = \frac{2l}{3} \quad ; \quad R_r = \frac{320 \pi^2}{9} \left(\frac{l}{\lambda} \right)^2 = 80 \pi^2 \left(\frac{l_{\text{eff}}}{\lambda} \right)^2 \quad (1.36)$$

On remarque que la valeur de R_r est la même que dans le cas de l'antenne en court-circuit. Mais, comme le courant est quatre fois plus faible (comparer les équations 1.18 et 1.34), la puissance diffractée est seize fois plus petite. En effet, la puissance EM diffractée n'est pas la somme des puissances diffractées par chacun des brins supposés libres, car la majeure partie de la puissance émise par l'un est absorbée par l'autre, à cause de leur fort couplage électromagnétique mutuel.

Le cas du circuit ouvert n'a qu'un intérêt théorique, car une telle antenne est toujours reliée à un récepteur, dont l'impédance d'entrée n'est jamais strictement infinie. Néanmoins, puisque les deux circuits équivalents que nous venons d'établir (Figures 7 et 9) sont linéaires (car les courants sont proportionnels aux tensions des générateurs), on possède toutes les données pour appliquer le théorème de Thévenin [voir par exemple Bruhat, 1967] au réseau équivalent à l'antenne. C'est ce que nous allons faire maintenant.

1.1.5. Réseau équivalent, et principe de réciprocité

Le théorème de Thévenin nous dit qu'un réseau quelconque, possédant (au moins) un générateur et une maille d'impédances internes (telle que celle de la Figure 9), est équivalent à un générateur de tension, dont la force électromotrice (f.e.m.) est celle mesurée aux bornes du réseau en circuit ouvert. Par ailleurs, l'impédance interne de ce générateur est celle que l'on mesure après avoir remplacé les générateurs du réseau par leurs impédances internes. En conséquence, le réseau équivalent à l'antenne, dans tous les modes, doit correspondre au schéma de la Figure 7.

On peut vérifier facilement l'application de ce théorème à partir du schéma équivalent en circuit ouvert (Figure 9). Faisons $E_{\text{ext}} = 0$ et calculons l'impédance résultante, vue des bornes de l'antenne :

$$\frac{1}{Z} = j \left\{ \frac{C_o \omega}{8} + \frac{3 C_o \omega}{8 + j 6 R_{r12} C_o \omega} \right\} \quad (1.37)$$

$$\text{d'où} \quad Z = -j \frac{2}{C_o \omega} + \frac{18}{16} R_{r12} = -j \frac{2}{C_o \omega} + 20 \pi^2 \left(\frac{l}{\lambda} \right)^2$$

ce qui confirme bien que l'impédance équivalente est la même que celle trouvée en mode émission.

Une antenne dipôle double brin peut donc s'assimiler à un réseau équivalent unique (Figure 10), du point de vue de son interface électrique, qu'elle soit utilisée en émission ou en réception, malgré des distributions de charge et de courant différentes. Il s'agit là d'un principe général bien connu, mais il convient cependant de préciser que cela ne rend pas compte de ce qui se passe réellement sur l'antenne (distribution du courant et des charges), ni à l'interface avec le milieu extérieur (distribution des champs proches). Pour ces aspects, il est nécessaire d'utiliser la méthode analytique précédente, qui servira de base à celles utilisées dans le cas du plasma.

Il est donc commode (et devenu classique, en oubliant parfois la nuance ci-dessus), de considérer que le réseau équivalent à une antenne dipôle est représenté par :

- une "longueur équivalente" l_{eq} ,
- une résistance de rayonnement "utile" R (car c'est en effet celle qui détermine la puissance réelle, soit rayonnée à grande distance en émission, soit disponible en réception),

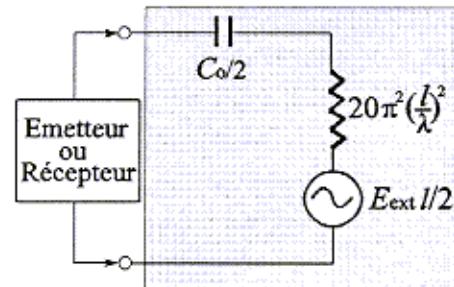


Figure 10. Réseau équivalent d'une antenne double brin.



- une réactance Y , qui est capacitive pour une antenne courte, mais qui devient inductive (cf. § 1.1.2) pour des longueurs supérieures à environ $0,45\lambda$, puis alternativement capacitive et inductive au-delà d'environ λ .

Les paramètres du réseau sont donc, à partir des équations (1.34) et (1.37) :

$$\begin{aligned} l_{eq} &= \frac{l}{2} \quad ; \quad Z = R + jY \quad \text{avec} \quad R = 20 \pi^2 \left(\frac{l}{\lambda} \right)^2 \\ \text{et} \quad Y &= -\frac{1}{C\omega} = -\frac{120}{\pi} \left(\frac{\lambda}{l} \right) \ln \frac{l}{2ae} \quad \text{où} \quad C = \frac{\pi \epsilon_0 (l/2)}{\ln \frac{l/2}{a} - 1} = \frac{C_0}{2} \end{aligned} \quad (1.38)$$

Parfois, on assimile l'antenne à une ligne, mais cela ne présente de commodité que pour les antennes longues ou résonantes (par exemple le dipôle en $\lambda/2$). La méthode présentée ici n'est qu'une application au cas des antennes courtes de la théorie générale des antennes (cf. § 1.18), et elle serait tout à fait correcte pour des longueurs supérieures à $\lambda/10$ si l'on développait les termes d'ordres supérieurs dans les équations (1.14), (1.15), (1.23), (1.24) et (1.34).

Considérons maintenant le bilan des puissances captées ou émises par une antenne dipôle. Le réseau équivalent nous montre que pour recueillir à l'entrée du récepteur le maximum de puissance réelle, il faut satisfaire la condition :

$$Z_r = Z^* = R - jY \quad (1.39)$$

où Z_r est l'impédance d'entrée du récepteur. On réalise alors l'accord de l'antenne, en la chargeant avec une self (tant que l'antenne est capacitive), de manière à satisfaire la condition de résonance bien connue $LC\omega^2 = 1$. C'est sur ce principe qu'on ajoute une self au pied de certaines antennes des émetteurs/récepteurs Citizen Band (CB). Dans ce cas, selon le principe de l'adaptation optimale d'impédance [Bruhat, 1967], on sait que la puissance maximale que l'on retrouve à l'entrée n'est que le quart de la puissance du générateur en court-circuit, soit :

$$P_r = \frac{1}{4} \frac{\left(\frac{E_{ext}}{2} \right)^2}{R} = \frac{\lambda^2}{320 \pi^2} E_{ext}^2 \quad (1.40)$$

c'est-à-dire, une valeur indépendante de la longueur de l'antenne (tant qu'elle est courte, soit $l < \sim 0,2\lambda$). Comme E_{ext}^2 est proportionnel à la puissance émise par une antenne suffisamment éloignée, cela implique que le rapport entre la puissance reçue et la puissance émise reste constant, pour une distance donnée entre les deux antennes. Et ceci est indépendant de la longueur de l'antenne de réception. En conséquence, si on intervertit le rôle des deux antennes sans rien changer de leurs positions respectives, et si on émet la même puissance qu'auparavant (avec l'antenne qui servait de réception), on doit recueillir sur l'ancienne antenne d'émission exactement la même puissance que dans le premier cas. C'est le principe bien connu, dit de "réciprocité", qui se trouve être général, dans tous les cas, quelles que soient les caractéristiques des antennes utilisées. Pour analyse plus détaillée des problèmes d'antennes accordées, des diagrammes de rayonnement et des bilans de liaison EM, on se reportera aux ouvrages spécialisés (pour les bases élémentaires, voir par exemple Ramo *et al* [1965]).

En ce qui concerne les antennes courtes, on a vu (§ 1.1.3) que la résistance de rayonnement est très petite, probablement même inférieure à la résistance de conduction (dissipative de l'effet Joule). Donc, le rendement énergétique est loin d'être conforme à l'analyse théorique précédente. D'autre part, il est souvent difficile d'accorder une antenne courte pour la mettre en résonance (les pertes résistives dans la self devenant prohibitives), c'est pourquoi, ce type d'antenne est souvent utilisé en mode "apériodique", c'est-à-dire indépendamment de la fréquence. C'est toujours le cas pour les antennes utilisées dans les expériences scientifiques spatiales. Se pose alors la question de l'adaptation d'impédance et de la fonction de transfert, qui fait l'objet du paragraphe suivant.



1.1.6. Adaptation d'impédance et fonction de transfert d'un dipôle double brin

Considérons l'exemple d'une antenne dipôle double brin "typique" pour une mission spatiale interplanétaire, dans un plasma si peu dense qu'on peut l'assimiler au vide en première approximation (cf. § 1.3). Pour une longueur totale $l = 10$ m et un diamètre du cylindre 6 mm, l'équation (1.38) donne $C \sim 21$ pF. Si la fréquence maximum d'utilisation est 1,5 MHz, on a $l/\lambda = 0,05$, d'où $R = 0,5 \Omega$ et $|Y| = 4900 \Omega$. On voit immédiatement qu'il ne serait pas très efficace d'accorder cette antenne, car le coefficient de qualité Q de la résonance serait fortement amorti par la résistance de la self. On est donc contraint d'utiliser l'antenne dans un mode aussi proche que possible du circuit ouvert, pour collecter la tension maximale, soit $5E_{\text{ext}}$ (puisque la longueur équivalente est $l/2 = 5$). Cependant, la capacité relativement faible de l'antenne, et donc, sa réactance élevée à la fréquence considérée, impose au récepteur d'avoir une impédance d'entrée au moins aussi forte, sinon plus, sous peine d'accepter une atténuation du signal. Une erreur grossière consisterait à vouloir adapter en 75Ω la liaison directe antenne-récepteur comme s'il s'agissait d'un doublet $\lambda/2$. En émission, au contraire, l'impédance de sortie du générateur devrait être la plus faible possible, pour imposer un courant maximum dans l'antenne.

Le moyen traditionnel d'adaptation d'une antenne courte en réception (qui se pratique dans tous les postes de radio ordinaires) est de charger l'antenne avec un circuit "bouchon" LC, accordé sur la fréquence à capter, afin que l'impédance quasi infinie que représente ce circuit à la résonance permette de recueillir la tension maximum. Ceci nécessite un accord ajustable dans toute la gamme intéressante, ce qui n'est généralement pas faisable pour une expérience spatiale. D'autant plus que, comme on le verra, le plasma modifie parfois fortement l'impédance de l'antenne. On réalise alors une liaison apériodique entre l'antenne et le récepteur, et il est quelquefois difficile d'éviter que l'impédance d'entrée du récepteur (y compris le câble de liaison aux bornes de l'antenne) soit beaucoup plus élevée que l'impédance de l'antenne. Dans ces conditions, on doit faire intervenir le rapport de ces impédances dans la fonction de transfert (relation qui donne l'amplitude du champ d'onde en fonction de la tension reçue à l'entrée du récepteur). On obtient donc :

$$E_{\text{ext}} = \frac{V_r}{l_{\text{er}}} \quad ; \quad l_{\text{er}} = \frac{l}{2} \frac{Z_r}{Z + Z_r} \quad (1.41)$$

où Z_r est l'impédance d'entrée de l'ensemble de réception, et l_{er} la "longueur efficace de réception", à ne pas confondre avec les précédentes.

Dans l'exemple précédent, il est évident que si l'on souhaite utiliser une telle antenne dans une gamme étendue de fréquence en dessous de la fréquence maximale (ici 1,5 MHz), l'impédance d'entrée sera capacitive, pour obtenir une fonction de transfert indépendante de la fréquence. Une des techniques couramment utilisées pour réduire la capacité d'entrée (cf. § 2.1 et Figure 32), en particulier du câble de liaison antenne-récepteur, est dite du "boot-strap", qui consiste à ré-injecter un signal de contre-réaction capacitif sur l'entrée (en prenant les précautions de garantir la stabilité en plasma).

Cependant, une antenne n'est jamais parfaitement isolée dans l'espace, comme on l'a supposé jusqu'à présent. L'environnement, ne serait-ce que le système mécanique qui la maintient en place, doit être pris en compte. Nous allons donc considérer maintenant les effets de l'environnement, surtout les plus importants qui viennent des surfaces conductrices voisines, car elles modifient la configuration du champ électrique.

1.1.7. Influence des surfaces conductrices environnantes

Nous allons tout d'abord voir le problème classique du comportement d'une antenne simple brin, perpendiculaire à un plan conducteur infini. C'est le cas d'une antenne verticale au-dessus d'un sol bon conducteur. Pour cela on se réfère aux résultats des deux cas précédents : le doublet en émission et en circuit ouvert. Comme par définition le doublet est symétrique par rapport aux bornes d'alimentation, on a vu dans les deux cas que le plan équivalent zéro volt (potentiel d'espace) était défini par $z = 0$. Donc, on pourrait matérialiser ce plan par une surface conductrice sans rien changer à la distribution du champ électrique dans l'espace si l'on conservait à chacun des deux brins son courant et son potentiel. C'est ainsi qu'on exprime que chaque brin peut être

considéré comme l'image électrique de l'autre, vis-à-vis du plan conducteur. En conséquence, une antenne perpendiculaire à un plan conducteur peut être considérée comme l'un des brins d'un doublet, l'autre étant de façon imaginaire présent de l'autre côté. On a alors la configuration montrée Figure 11.

D'après les résultats précédents, la longueur équivalente de l'antenne en réception doit être égale à $h/2$, où h est sa hauteur vraie. En effet, puisqu'on a pris comme hypothèse que la matérialisation du plan au potentiel zéro ne changeait pas la distribution des champs et des équipotentialles, l'antenne en circuit ouvert doit encore se porter au potentiel d'espace de son point milieu, soit $E_{ext} h/2$, c'est-à-dire la moitié de la hauteur équivalente du doublet. De même, en mode émission, on peut encore appliquer l'équation (1.32), où $V/2$ est maintenant la tension du générateur, et où C_o conserve sa signification de capacité propre du brin de longueur h . En conséquence, la valeur de I_M est inchangée. Par contre, si l'on calcule la puissance rayonnée à l'aide de l'équation (1.29), l'intégrale ne doit être prise que sur la longueur h , puisqu'il n'y a que la moitié du doublet équivalent qui rayonne. En remplaçant l par $2h$ et en ne considérant que la moitié de l'intégrale, l'équation (1.29) appliquée au cas présent donne en effet :

$$I_{eff} = \frac{h}{2} \quad ; \quad R_r = 40 \pi^2 \left(\frac{h}{\lambda} \right)^2 = 160 \pi^2 \left(\frac{I_{eff}}{\lambda} \right)^2 \quad (1.42)$$

où l'on remarque que la résistance de rayonnement est deux fois plus forte que celle d'un doublet de même longueur effective. Ceci s'interprète facilement physiquement : on a défini R_r à partir de la puissance EM totale rayonnée dans l'espace, or, dans le cas du doublet seul, l'espace représente 4π stéradians, alors qu'ici il n'en fait que la moitié. Donc à puissance dissipée égale, le flux d'énergie est double dans l'hémisphère où se trouve l'antenne. En d'autres termes, si P est la puissance EM émise, définie rappelons-le par $R_r |I_M|^2$, une antenne de réception située à grande distance recevra un flux d'énergie $E^2/120\pi$ (où 120π est l'impédance de l'espace libre) deux fois plus intense que si la puissance était dissipée dans les deux hémisphères. Ceci, indépendamment du fait que le rayonnement ne soit pas isotrope en réalité (cf. § 1.1.8), puisqu'on a considéré ici la puissance totale équivalente à un rayonnement isotrope. On a donc le circuit équivalent de la Figure 11, où C_o est donné par :

$$C_o = \frac{2 \pi \epsilon_o h}{\ln \frac{h}{a} - 1} \quad (1.42)$$

La plupart du temps, la situation est beaucoup plus complexe, l'antenne n'étant pas située en face d'un plan conducteur infini. Dans une expérience spatiale, par exemple, les surfaces conductrices seront représentées par le corps du véhicule, les superstructures, les panneaux solaires, etc... De sorte que la méthode des images n'est pas réaliste. Un véritable travail de modélisation est alors nécessaire pour chaque cas particulier. La principale difficulté consiste à déterminer les distributions de charge et de courant sur toutes les surfaces conductrices, et

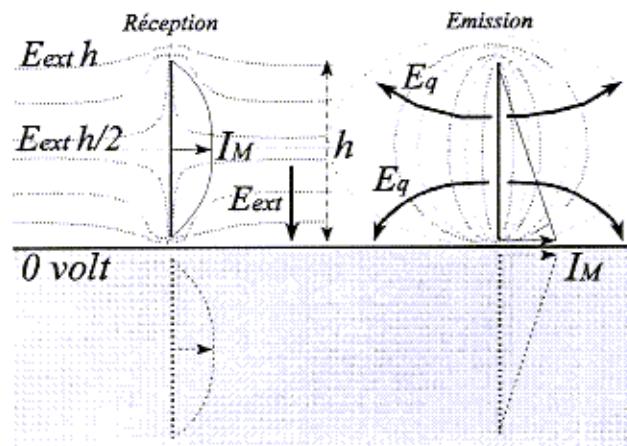


Figure 11. Représentation schématique d'une antenne perpendiculaire à un plan conducteur, avec son image et la répartition des équipotentialles en modes émission et réception en circuit ouvert.

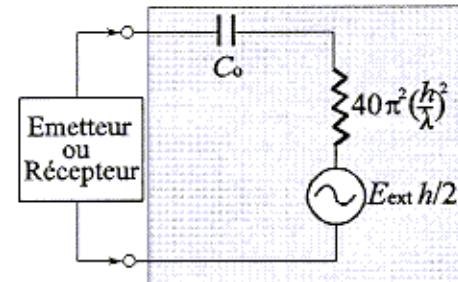


Figure 11. Réseau équivalent d'une antenne verticale de hauteur h , au-dessus d'un plan conducteur infini.

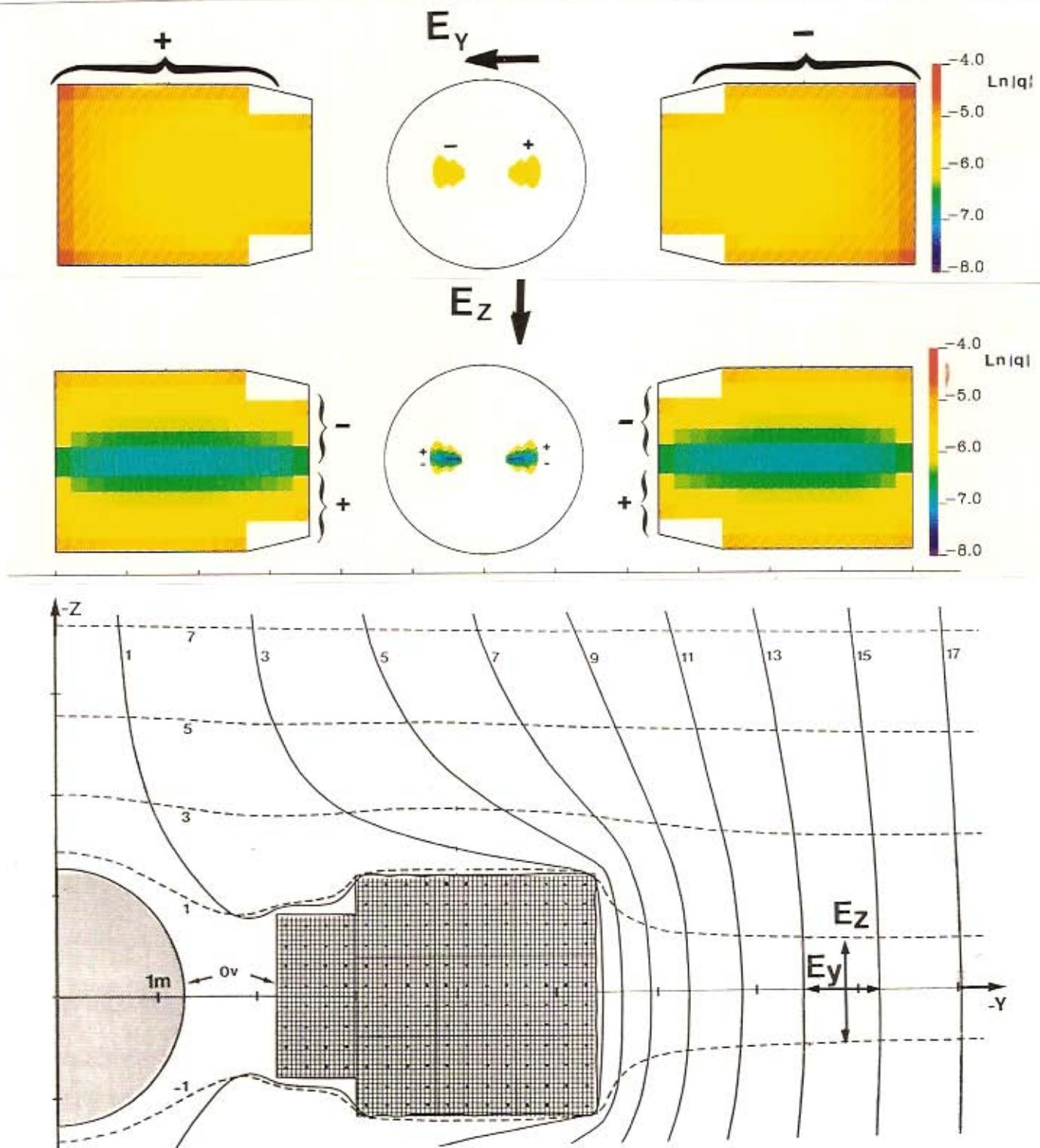


Figure 12. Simulation des perturbations apportées aux mesures des composantes électriques d'une onde plane, dues à la proximité des surfaces conductrices d'un véhicule spatial (MARS 96). En haut, distribution des charges induites respectivement par une composante de champ E_y , puis E_z , à la surface des panneaux solaires et dans la structure (assimilée à une sphère). Les champs ont une intensité de 2 unités arbitraires par mètre, et les densités de charges sont montrées en échelle logarithmique relative normalisée. On peut remarquer l'intensification de la densité de charge sur les bords.

En bas, tracé des lignes équipotentielles dans le plan ZY pour chacune des composantes. On remarque les fortes perturbations au voisinage des surfaces conductrices. À environ 2 m des panneaux solaires dans la direction -Y, où seront situées les antennes dipôles, on constate une différence de 33% entre l'amplitude de chacune des composantes E_z et E_y .



ensuite, à calculer les intégrales de l'équation générale (1.8) dans tout l'environnement pour connaître la répartition du champ électrique et du potentiel. Nous discuterons des méthodes utilisées au Chapitre 2. A titre d'exemple, la Figure 12 montre le résultat d'une telle simulation, effectuée pour la mission MARS 96 [Béghin, 1992].

Avant de clore ce chapitre, nous allons en tirer les conclusions, en recadrant notre analyse par rapport à la théorie générale des antennes appliquée au dipôle.

1.1.8. Comparaison avec la théorie générale du dipôle

Le but de l'analyse qui précède, en plus d'assimiler les bases nécessaires avant d'aborder les problèmes plus complexes liés à la présence du plasma, était de démontrer la continuité et la compatibilité entre l'approche électrostatique et le traitement électromagnétique traditionnel. Nous allons résumer ici les points qui mettent en lumière la cohérence entre ces deux approches.

Dès le début (équation 1.8), nous avons distingué deux composantes du champ électrique, l'une électrostatique (E_g) qui dérive d'un potentiel scalaire V_g , et l'autre (E_i) qui dérive du potentiel vecteur A . Ceci nous a permis d'évaluer exactement leur contribution relative, et de conclure que l'erreur commise en négligeant la seconde devenait acceptable pour toute distance (longueur d'antenne et rayonnement proche) très inférieure à la longueur d'onde EM. Cette importante conclusion nous permettra d'aborder le problème des antennes courtes en plasma du point de vue électrostatique, ce qui est une simplification considérable. Mais, lorsqu'on se place d'un point de vue EM, il est traditionnel de ne considérer qu'un seul champ électrique, résultant des deux précédents, en observant que les charges sont évidemment liées au courant par la relation de conservation des charges (1.10). Donc, le regroupement des deux composantes qui interviennent dans l'équation (1.8) peut s'écrire :

$$E = E_g + E_i = -j \frac{\omega \lambda^2}{(2\pi)^2} \nabla (\nabla \cdot A) - j \omega A \quad (1.43)$$

qui est une équation vectorielle, valable en n'importe quel point de l'espace autour d'une antenne. On rappelle que l'opérateur ∇ signifie gradient et $\nabla \cdot A$ divergence de A , et que A est la somme des contributions au point considéré de tous les éléments différentiels de courant distribués sur l'antenne, donnée par une intégrale du type donné en (1.8). Comme on doit satisfaire à la surface de l'antenne la condition $E_{||} = 0$, on a vu qu'en absence de toute autre contribution (cf. cas de l'antenne d'émission, § 1.1.3), la composante tangentielle du champ donnée par (1.43) doit être considérée comme un champ extérieur qui induit à son tour un courant du second ordre dans l'antenne. Ce processus itératif se poursuit jusqu'à ce que le second membre de l'équation (1.43) pour la composante tangentielle soit nul partout sur la surface. Donc, théoriquement, $A_{||}$ est déterminé de façon unique, et le courant sur l'antenne l'est également. Malheureusement, à part la modélisation numérique, il n'existe pas de méthode d'inversion analytique permettant de déduire le courant et sa distribution pour une antenne quelconque.

On a vu que pour une antenne très courte, l'itération de second ordre sur le courant était de très faible amplitude (équation 1.28), néanmoins, il convient de remarquer qu'au départ on avait considéré une distribution triangulaire pour le courant primaire, et que la correction est du type parabolique (cf. § 1.1.2). Donc, le processus itératif ne modifie pas seulement l'amplitude, mais également la forme de distribution. On voit donc comment va se modifier progressivement la distribution de courant depuis le cas électrostatique pur (λ infini), jusqu'à l'antenne résonante, par l'introduction de termes en puissances successives de l/λ . C'est ainsi qu'on aboutit en fin de compte, en première approximation pour un dipôle (fil infiniment fin et effets de bords négligés), à la distribution classique de courant donnée par :

$$I(z) = I_o \sin \left[\frac{2\pi}{\lambda} \left(\frac{l}{2} - |z| \right) \right] \quad (1.44)$$

où I_o est la valeur (efficace) du courant en $z = 0$, et avec les mêmes conventions qu'au § 1.1.3.

On peut vérifier immédiatement que pour $l/\lambda \ll 1$, en développant le sinus au premier ordre, on retrouve alors une distribution en triangle du type (1.22), en posant :

$$I_M = I_o \pi l/\lambda$$



Le cas le plus significatif est le dipôle de longueur totale $\lambda/2$, qui résonne sur le mode dit "fondamental". De la même façon que nous avons calculé la longueur effective et l'impédance propre pour une antenne courte (équations 1.19 et 1.20), on obtient pour le dipôle $\lambda/2$ les valeurs suivantes :

$$l_{\text{eff}} = \frac{2l}{\pi} ; \quad Y = +45 \Omega ; \quad R_p \approx 73 \Omega \quad (1.45)$$

où l'on remarque que la réactance est maintenant inductive, et que la résistance de rayonnement est sensiblement plus grande que celle qui serait donnée par l'équation (1.38). Noter également que la longueur effective est très proche de celle du barreau libre, car la distribution parabolique correspond aux deux premiers termes du développement harmonique. Enfin, les ventres de tension que l'on avait trouvés aux extrémités du dipôle court (équations 1.21 et 1.33), ont ici leur amplitude maximum, alors que l'on a un nœud de tension aux bornes de l'antenne. Cette situation idéalisée correspond à l'analogie de l'antenne avec une ligne sans perte, qui serait ouverte à son extrémité, et dont on sait qu'elle présente alors un taux d'onde stationnaire maximum [Bruhat, 1967]. En réalité, on a vu que l'impédance propre contient un terme résistif, donc une antenne a toujours des pertes, au moins par rayonnement. On trouvera dans les ouvrages spécialisés, les formules générales et les abaques permettant de trouver l'impédance propre du dipôle de longueur quelconque (voir par exemple Ramo *et al.* [1965]).

Tout au long de ce chapitre consacré à la théorie de base du dipôle, nous nous sommes essentiellement préoccupés de calculer les paramètres électriques, du point de vue de la source (émetteur ou onde incidente), et de celui de l'utilisateur (schéma équivalent réciproque). On a vu le rôle déterminant que jouait la distribution de courant le long de l'antenne, qui constitue en fait le seul problème à résoudre. Ce problème étant supposé résolu, le champ électrique dans tout l'espace est déterminé en résolvant l'équation (1.43), ce qui ne présente aucune difficulté de principe. Dans le cas du dipôle élémentaire infinitésimal, on obtient des expressions analytiques simples (équations 1.4 et 1.5). Pour un dipôle réel, le calcul analytique devient vite inextricable, même en faisant des approximations du genre de celles qu'on a développées aux § 1.1.2 à 1.1.4 pour calculer seulement la composante de surface du champ électrique. C'est pourquoi, les approximations traditionnelles consistent à ne considérer, pour le rayonnement lointain, que les composantes de champ dont l'amplitude décroît en $1/r$ par rapport à la source (équation 1.4), et pour le rayonnement proche, que la composante électrostatique, qui décroît en $1/r^3$ (équation 1.5).

Pour une antenne courte, on peut simplifier encore le problème en l'assimilant au dipôle infinitésimal que l'on prend comme référence. On peut en effet tout d'abord définir le diagramme de rayonnement du dipôle infinitésimal à partir de l'équation (1.4). A grande distance, on a vu que la seule composante qui subsiste est E_0 , dont l'amplitude, tracée en coordonnées polaires est figurée par un tore autour de l'axe de l'antenne, soit deux cercles opposés dans un plan quelconque contenant cet axe (Figure 14). Le flux d'énergie de l'onde, sachant que l'impédance du vide est égale à 120π , est donné par :

$$W = \frac{E^2}{120\pi} = 30\pi \left(\frac{dl}{\lambda} \right)^2 \frac{l^2}{r^2} \sin^2 \theta \quad (1.46)$$

dont le diagramme de rayonnement est montré schématiquement dans la Figure 14.

On constate que le rayonnement n'est pas isotrope, et il ne l'est pour aucun type d'antenne. D'autre part, chaque type d'antenne a son propre diagramme de rayonnement ; il est donc

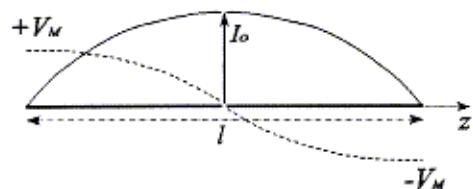


Figure 13. Distributions du courant et de la tension le long du dipôle $\lambda/2$ idéal.

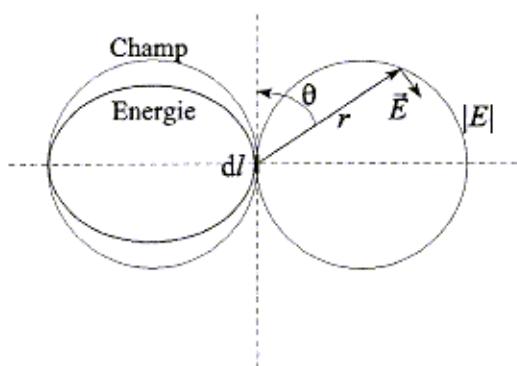


Figure 14. Diagramme de rayonnement du dipôle infinitésimal.



commode de définir une référence de normalisation. On définit alors le dipôle "idéal isotrope", qui émettrait la même puissance, mais répartie dans 4π stéradians. Cette puissance est obtenue en intégrant le flux donné par l'équation (1.46) sur une sphère de rayon r :

$$P_r = \iint_s W \, d\sigma = 80 \pi^2 \left(\frac{dI}{\lambda} \right)^2 I^2 \quad \text{soit} \quad R_r = 80 \pi^2 \left(\frac{dI}{\lambda} \right)^2 \quad (1.47)$$

On voit que cette relation est identique à celles que l'on a établies précédemment (1.19, 1.29, et 1.36), en remplaçant la longueur effective l_{eff} par la longueur du dipôle infinitésimal. Ceci justifie donc la notion de longueur effective, ramenée à la référence du dipôle infinitésimal, pour tout type d'antenne.

Si l'on considère comme référence le dipôle idéal isotrope émettant la puissance P_r donnée par l'équation (1.47), on obtient un flux "équivalent isotrope" :

$$W_o = \frac{P_r}{4\pi r^2} = 20 \pi \left(\frac{dI}{\lambda} \right)^2 \frac{I^2}{r^2} \quad (1.48)$$

On voit d'après l'équation (1.46), que l'intensité maximum de rayonnement du dipôle est dans la direction perpendiculaire à son axe ($\theta = \pi/2$). Ceci est d'ailleurs toujours valable quelque soit sa longueur. On peut donc définir le "gain" du dipôle, dans la direction de son rayonnement maximum, par rapport au dipôle isotrope, par la relation :

$$G = \frac{W_M}{W_o} = \frac{3}{2} \quad (1.49)$$

ce qui, en terme d'électronicien, s'exprime par un gain d'environ 2 dB (10 log G). On démontre que le dipôle $\lambda/2$ a un gain légèrement supérieur ($\sim 1,64$), et que pour un dipôle court il est pratiquement le même que pour le dipôle infinitésimal.

Reste donc à déterminer le champ proche de l'antenne. Dans tout ce qui précède on a démontré que pour une antenne courte, disons inférieure à $\sim \lambda/10$, l'approximation électrostatique était parfaitement acceptable, et en particulier, que la variation de potentiel le long de l'antenne était toujours inférieure à 5% de sa valeur moyenne. On est donc parfaitement autorisé à considérer en première approximation que toute sa surface est équipotentielle. Par extension, tant que les dimensions sont petites devant la longueur d'onde EM dans le milieu, on pourra considérer également que toute surface conductrice est équipotentielle, quelque soit sa forme. Le problème de la détermination du champ extérieur est donc ramené au problème classique de l'électrostatique, qui consiste à ne résoudre que deux équations dans tout l'espace extérieur (où il n'y a pas de charge), soit l'équation de Laplace, suivie de celle du champ électrique (qui dérive du potentiel scalaire) :

$$\Delta V(x, y, z) = \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0 \quad (1.50)$$

$$\text{et} \quad E(x, y, z) = -\nabla V(x, y, z)$$

en imposant les conditions aux limites, à l'infini ($V = 0$), et sur toute surface conductrice ($V = \text{Cte}$). La distribution des charges en surface est obtenue en imposant l'équilibre global du système ($\sum q = 0$). Enfin, dans de nombreux problèmes, on n'a pas toujours besoin de connaître le champ électrique, puisque pratiquement on n'accède qu'à des mesures de potentiel, de sorte qu'on peut simplifier la procédure en ne calculant pas le champ.

Il n'existe malheureusement pas de méthode de calcul analytique générale, applicable dans toutes les situations pour résoudre l'équation de Laplace [Bruhat, 1967], mais nous verrons dans le Chapitre 2, quelques unes des méthodes numériques utilisables. A partir de maintenant, dans toute la suite, sauf mention contraire, nous nous placerons dans l'approximation électrostatique, y compris bien entendu dans le cas du plasma.



1.2. Le dipôle dans l'approximation plasma froid

1.2.1. Constante diélectrique et équations de dispersion

Un plasma isotrope (dans lequel on néglige l'effet du champ magnétique continu), froid et sans collisions, est parfaitement assimilable à un diélectrique isotrope sans pertes (voir par exemple *Quemada* [1968]), dont la constante de permittivité ϵ , en considérant que les ions sont infiniment plus lourds que les électrons, est donnée par :

$$\epsilon = \epsilon_0 \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \right) = \epsilon_0 \epsilon_c \quad \text{avec} \quad \epsilon_c = \frac{\Omega^2 - 1}{\Omega^2} \quad \text{et} \quad \Omega = \frac{\omega}{\omega_p} \quad (1.51)$$

où ω_p est la pulsation (2π fois la fréquence) de plasma, que l'on a définie dans l'Introduction, et Ω la fréquence de travail, normalisée par rapport à la fréquence de plasma.

Si l'on suppose en plus que la température électronique est nulle, ce qui revient à considérer le plasma comme un gaz incompressible, ce diélectrique n'accepte que deux types d'ondes :

- des "oscillations stationnaires", uniquement à la fréquence ω_p , de caractère electrostatique, c'est-à-dire dont le champ électrique, qui dérive d'un potentiel scalaire, est parallèle à n'importe quel vecteur d'onde k (d'amplitude $2\pi/\lambda$) imposé par la source,
- des ondes électromagnétiques transversales (E perpendiculaire à k), uniquement aux fréquences supérieures à ω_p , et dont la vitesse de phase v_ϕ dépend de la fréquence, selon la relation de dispersion suivante :

$$\omega^2 = \omega_p^2 + k^2 c^2 \quad \text{soit} \quad v_\phi^2 = \frac{\epsilon_0 c^2}{\epsilon} \quad \text{où} \quad \lambda = \frac{\lambda_0 \Omega}{\sqrt{\Omega^2 - 1}} \quad (\Omega \geq 1) \quad (1.52)$$

où λ_0 est la longueur d'onde EM dans le vide (ou dans l'air).

Pour toute autre fréquence, inférieure à ω_p , les ondes EM ne peuvent qu'être évanescentes, c'est-à-dire que par rapport à une source quelconque, l'amplitude du champ électrique décroît exponentiellement avec la distance. L'allure des courbes de dispersion pour les deux modes en plasma froid est montrée Figure 15.

Cependant, puisque le plasma est un diélectrique, le dipôle infinitésimal du § 1.1.1 (Figure 1) émet encore un champ composite, et en particulier une composante électrostatique qui dérive d'un potentiel scalaire V , lequel s'écrit, pour une charge ponctuelle :

$$V(r) = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} \frac{\Omega^2}{1-\Omega^2} \exp\left(-\left(\frac{2\pi r}{\lambda_0} \frac{\sqrt{1-\Omega^2}}{\Omega}\right)\right) \quad (\Omega < 1) \quad (1.53)$$

$$V(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} \frac{\Omega^2}{\Omega^2 - 1} \exp\left(-j\left(\frac{2\pi r}{\lambda_0} \frac{\sqrt{\Omega^2 - 1}}{\Omega}\right)\right) \quad (\Omega \geq 1)$$

On constate que :

- pour $\Omega \gg 1$, on retrouve le cas du vide (cf. § 1.1.1) ;
- pour $\Omega > 1$ uniquement, le terme exponentiel contient une partie imaginaire qui donnera une résistance de rayonnement, de la même façon que le potentiel retardé EM dans le vide ;
- pour $\Omega = 1$, on obtient une résonance ;
- pour une large gamme de part et d'autre de $\Omega = 1$, le terme exponentiel est très voisin de 1 tant que r est inférieur à la longueur d'onde EM du vide ;

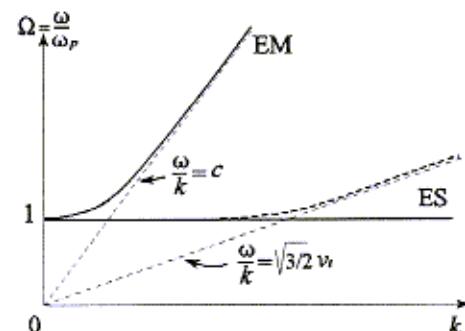


Figure 15. Courbes de dispersion dans un plasma froid. Lorsque v_ϕ tend vers zéro ($T_e \rightarrow 0$), le mode électrostatique tend vers une oscillation stationnaire à $\Omega = 1$.



- pour $\Omega \rightarrow 0$, le potentiel tend vers zéro.

En ce qui concerne le potentiel vecteur A induit par un élément infinitésimal de courant, comme le plasma ne modifie pas la perméabilité μ_0 , l'équation (1.2) n'est modifiée que dans son terme exponentiel, qui est le même que celui de l'équation (1.53). En conséquence, pour tout Ω supérieur à environ $1/2$, la conclusion principale du § 1.1 reste valable, à savoir qu'à courte distance par rapport à la longueur d'onde EM dans le vide, la composante électrostatique l'emporte largement.

Cependant, l'approximation dite "plasma froid" ne signifie pas que la température des électrons T_e (qui sont les seuls considérés ici) doit être strictement nulle. Si cette dernière est prise en compte au premier ordre, c'est-à-dire qu'on admet que le plasma est un gaz compressible, on montre (voir par exemple *Quemada*, [1968]) que l'oscillation à ω_p est en réalité une onde hydrodynamique (je préfère la terminologie "électro-thermique", ET, qui sera utilisée dans la suite), appelée onde de Langmuir (ou de Landau selon les auteurs), qui reste une oscillation stationnaire si la fréquence d'excitation est égale à ω_p , mais qui a un caractère dispersif (Figure 15), et peut se propager sans atténuation notable sur une petite gamme de fréquence au-delà de ω_p . L'équation dispersion de cette onde, purement électrostatique ($E \parallel k$), appelée équation de *Bohm et Gross* [1949] est :

$$\omega^2 = \omega_p^2 + \frac{3}{2} k^2 v_t^2 \quad \text{avec} \quad v_t = \sqrt{\frac{2\kappa T_e}{m}} \quad (1.54)$$

soit $\Omega^2 = 1 + 3k^2 \lambda_D^2$

où κ est la constante de Boltzmann ($1,38 \cdot 10^{-23}$ joule/K) et λ_D la longueur de Debye, définie dans l'Introduction.

Nous allons donc maintenant pouvoir préciser la notion de plasma froid de façon quantitative. On peut calculer à partir de l'équation (1.54), que la longueur d'onde à $\Omega = 1,1$ égale environ $25\lambda_D$. Or, à cette fréquence, l'amortissement Landau devient significatif : l'amplitude du champ électrique décroît d'environ un facteur deux à chaque longueur d'onde [Quemada, 1968]. De sorte que l'onde devient pratiquement négligeable après une propagation de quelques longueurs d'onde, soit $\sim 100\lambda_D$. Donc, si l'on exclut le voisinage immédiat de ω_p , qui de toute façon est dominé par le champ proche (au sens électromagnétique) dérivé des équations (1.53), à des distances supérieures à $\sim 100\lambda_D$ d'une source quelconque, la réponse du plasma se comporte comme si la température était nulle, puisque les ondes ET sont absorbées avant d'atteindre ces distances (cf. § 1.3 et Figure 19b). Nous définirons donc la validité de l'approximation plasma froid en terme de distance par rapport à la source.

Cependant, cette approximation ne peut pas s'appliquer à toutes les dimensions d'une même antenne ; en particulier à son diamètre, qui n'est généralement pas très supérieur à λ_D . On est donc alors conduit à utiliser une approximation "quasi plasma froid", en ne considérant l'influence des ondes ET que dans un terme correctif pour les petites distances, comme dans le cas de l'antenne très longue par rapport à λ_D , mais de diamètre très petit, que nous nous proposons d'étudier maintenant.

1.2.2. Dipôle court en EM, très long par rapport à λ_D

Nous allons considérer un dipôle double brin identique à celui des paragraphes précédents, dont la longueur l sera considérée comme très grande (de plusieurs ordres de grandeur) par rapport à la longueur de Debye, mais dont le diamètre ($2a$) sera considéré comme très petit par rapport à λ_D . Cette dernière condition nous est imposée par un phénomène qu'on n'a pas encore évoqué : la présence de la gaine ionique autour de toute surface immergée dans un plasma, sauf dans des conditions particulières. A partir des équations de base de la thermodynamique dans un plasma, on montre [Thompson, 1964], qu'une surface beaucoup plus grande que λ_D^2 , en équilibre électrique avec le plasma ambiant (courant nul, ou plus précisément le courant d'ions équilibré le courant d'électrons), s'entoure d'une gaine à prédominance d'ions, d'une épaisseur approximative de $2\lambda_D$.

Cette gaine joue bien évidemment un rôle dans l'impédance propre d'une antenne, surtout à très basse fréquence et en continu, ainsi qu'au voisinage de la résonance à ω_p . Cependant, plusieurs paramètres permettent de limiter, voire d'annuler cet effet, au moins théoriquement :

- Soit, on considère l'antenne faite d'une maille de fils infiniment fins, de sorte que les particules du plasma n'ont



qu'une très faible probabilité de les rencontrer. Dans ce cas, le diamètre de l'antenne peut être considéré plus grand que λ_D [Schiff, 1970].

- Soit, on polarise l'antenne positivement de manière à faire disparaître l'inhomogénéité entre les densités d'ions et d'électrons au voisinage de la surface [Freeston, 1968]. Dans ce cas, l'antenne présente une résistance en très basse fréquence, inversement proportionnelle à la surface de contact [Balmain, 1965].
- Soit enfin, on considère un diamètre d'antenne très inférieur à λ_D de sorte qu'on puisse négliger l'impédance de gaine mise en parallèle sur celle de l'antenne. En effet, la résistance équivalente de gaine est approximativement égale à l'impédance de l'antenne dans le vide à ω_p , multipliée par le rapport λ_D/a . Donc, si ce rapport est très grand, la résistance de "shunt" équivalente à la gaine peut être considérée comme infinie, donc inexistante, sauf à très basse fréquence, et à fortiori en continu.

En l'absence d'effet de gaine, l'impédance du dipôle dans la limite $T_e \rightarrow 0$ se déduit facilement de la discussion précédente. On a vu que pour Ω supérieur à environ 1/2, les résultats obtenus dans le vide sont directement utilisables, à condition de remplacer ϵ_o par la permittivité donnée par l'équation (1.51). Tant que nous nous limitons à l'approximation électrostatique, il n'y aucune raison dans ces conditions pour que les modèles de distribution de charge soient remis en cause, à part, bien entendu l'amplitude relative de I_M qui va dépendre d'une nouvelle valeur d'impédance. La conséquence immédiate est que la réactance Y donnée par l'équation (1.38) sera capacitive pour $\Omega > 1$ et inductive pour $\Omega < 1$:

$$Y = -\frac{\Omega}{\Omega^2 - 1} \frac{\ln \frac{l}{2a} - 1}{\pi \epsilon_o (l/2) \omega_p} \quad (1.55)$$

En ce qui concerne la partie résistive, tout d'abord, la résistance de rayonnement EM est directement obtenue à partir d'un calcul analogue au cas du vide. Si l'on reprend les équations (1.14), (1.15) et (1.19) en remplaçant ϵ_o par ϵ donné par l'équation (1.51), on obtient :

$$R_r = \frac{\omega^2}{6\pi} I_{\text{eff}}^2 \mu_o^{3/2} \epsilon^{1/2} \quad \text{soit} \quad R_r = R_r^0 \frac{\sqrt{\Omega^2 - 1}}{\Omega} \quad (\Omega > 1) \quad (1.56)$$

où R_r^0 est la valeur dans le vide. On peut vérifier que cette valeur est atteinte asymptotiquement quand $\Omega \rightarrow \infty$.

Par ailleurs, si l'on tient compte d'une température finie, dans le cadre de l'approche hydrodynamique, l'équation (1.55) doit être corrigée d'un terme supplémentaire [Balmain, 1965], et devient :

$$Z \approx -j \frac{\Omega^2 \ln \frac{l}{2ae} - I_o(jka)K_o(jka)}{\Omega(\Omega^2 - 1)\pi \epsilon_o (l/2) \omega_p} \quad (\Omega \neq 1 ; kl > 1 ; ka \ll 1) \quad (1.57)$$

où I_o et K_o sont les fonctions de Bessel modifiées, respectivement de première et de seconde espèce, et k le nombre d'onde, solution de l'équation (1.54). Cette expression n'est pas valable au voisinage immédiat de $\Omega = 1$, car alors $k \sim 0$, et l'approximation plasma froid n'est plus valide. En effet, la longueur l de l'antenne ne peut plus être considérée comme très longue devant la longueur d'onde ES, ce qu'on a supposé au départ (cf. § 1.2.1). L'impédance contient maintenant une partie réelle lorsque Ω est supérieur à 1, que l'on nommera "résistance électro-thermique". Puisqu'on a supposé $a \ll \lambda_D$, on en déduit $k a \ll 1$, on peut donc développer les fonctions de Bessel au premier ordre (sachant que $I_o(z) \sim 1$ et $K_o(z) \sim -\ln(z)$ quand $z \rightarrow 0$). La partie réelle R_t de Z viendra donc de la partie imaginaire de K_o (qui vaut $-j\pi/2$, uniquement pour $\Omega > 1$). On obtient ainsi :

$$R_t = \frac{1}{\Omega(\Omega^2 - 1)\epsilon_o \omega_p l} \quad (\Omega > 1) \quad (1.58)$$

Il sera important de se souvenir qu'en approximation plasma froid (l plusieurs ordres de grandeurs supérieur à λ_D), cette résistance n'existe qu'au-delà de ω_p , tend vers l'infini en approchant ω_p (bien que l'approximation utilisée ici ne soit plus valable au voisinage immédiat de ω_p), et décroît asymptotiquement en $1/\omega^3$ pour $\omega \gg \omega_p$. Nous verrons par la suite comment on passe continûment de ce comportement limite à la situation du vide, en augmentant progressivement la température du plasma, tout en gardant exactement la même antenne.

Enfin, il convient de remarquer que pour $\Omega < 1$, le mode électro-thermique en plasma froid est purement évanescents. Nous verrons au Chapitre 2, que si l'on tient compte de la théorie cinétique, la permittivité du plasma implique l'existence d'une onde amortie, dont le terme dominant est proche de la solution purement imaginaire de l'équation (1.54). Si Ω tend vers 0, on obtient $k\lambda_D \sim -j\sqrt{3}$. La fonction de Bessel K_0 dans l'équation (1.57) est maintenant purement réelle, et toujours avec la condition $a \ll \lambda_D$, on obtient :

$$Y = - \frac{\ln \frac{\lambda_D \sqrt{3}}{a} - \Omega^2 \ln \frac{l}{2ae}}{\pi \epsilon_0 (l/2) \omega} \quad (\Omega \ll 1 ; \lambda_D \gg a) \quad (1.59)$$

On constate que l'admittance était inductive en dessous de ω_p (équation 1.55), et qu'elle redevient capacitive lorsque la fréquence tend vers zéro. Il est remarquable qu'en très basse fréquence l'admittance du dipôle se comporte comme la capacitance d'un dipôle dans le vide, ayant la même longueur, mais d'un diamètre multiplié par un facteur égal à environ $l/10\lambda_D$ (déduit directement de l'équation 1.59). Par ailleurs, l'inductance s'annule pour une fréquence qui dépend des dimensions du dipôle ; on définit cette fréquence comme une "anti-résonance" ($Z = 0$), par opposition à la résonance ($Z \rightarrow \infty$) pour $\Omega = 1$.

Les variations d'impédance du dipôle en plasma froid étant déterminées, il ne reste plus qu'à voir le problème des longueurs effectives. On a montré que dans un très large domaine de fréquence ($\omega > \omega_p/2$), l'approximation électrostatique était valable, et que les fonctions de distribution de charge et de courant étaient identiques à celles du vide, à un facteur de proportionnalité près. La difficulté vient cependant du fait que ce facteur conduit à une indétermination dans l'équation (1.53) pour $\Omega = 1$. Comme il faut bien que physiquement le potentiel reste fini, cette équation tombe en défaut au voisinage immédiat de ω_p , c'est pourquoi on doit prendre en compte une température finie. Malheureusement, on a vu que l'approximation "quasi plasma froid" ne résolvait pas la question. Nous verrons par la suite comment résoudre ce problème. Notons seulement ici que la définition de la longueur effective donnée dans le vide, en relation avec la puissance rayonnée (équations 1.19 et 1.29), reste valable, mais on voit immédiatement à partir de l'équation (1.56) que la résistance de rayonnement EM étant nulle à ω_p , la longueur effective EM est nulle également. Par contre, la résistance de rayonnement électro-thermique, qui est très élevée au voisinage de ω_p , conduit à une longueur effective ES infiniment plus grande que dans le vide : un dipôle en plasma froid est le siège d'un grand nombre de longueurs d'onde électro-thermique, stationnaires à sa surface, au voisinage de ω_p [Cook and Edgar, 1966; Singh, 1978].

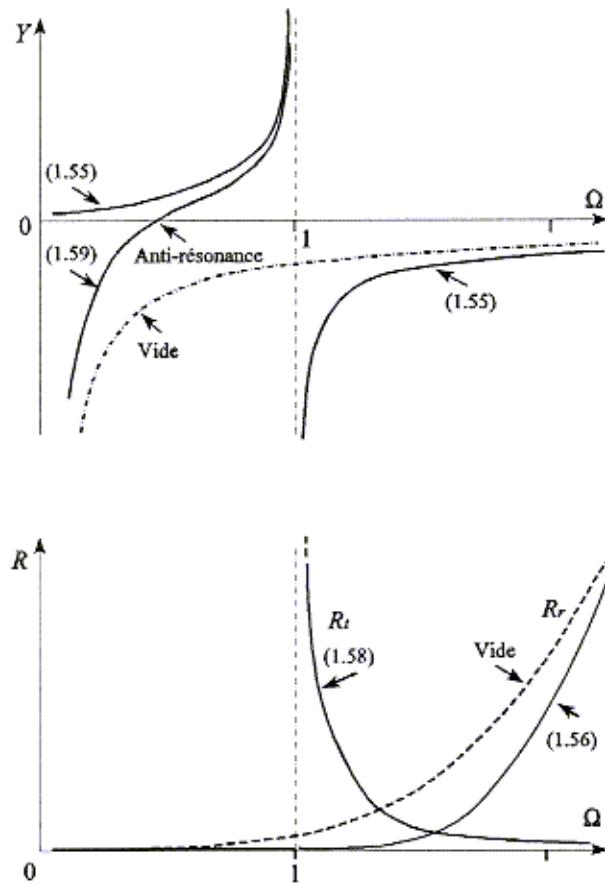


Figure 16. Allure des variations de l'impédance propre d'un dipôle double brin en plasma froid. Les différentes branches se réfèrent aux numéros d'équations correspondantes.



L'ensemble des caractéristiques d'impédance du dipôle en plasma froid est résumé dans la figure 16. Comme on peut le constater aisément, un tel dipôle (beaucoup plus long que λ_D) n'est pas vraiment adapté à la réception d'ondes naturelles dans un plasma, dans une large gamme de fréquences, de zéro à environ $2\omega_p$. En émission, ce n'est pas forcément vrai, et le concepteur devra très soigneusement adapter son antenne aux objectifs qu'il vise, compte tenu d'une étude théorique indispensable, dont le présent rapport dresse les bases.

Pour une expérience de réception large bande, d'une ou plusieurs composantes électriques, on préfère bien souvent utiliser le dipôle "double sphère", que nous allons étudier maintenant.

1.2.3. Le dipôle double sphère en plasma froid

A cause des fortes variations d'impédance et surtout de la longueur effective en plasma froid (sujette à l'extrême variabilité de la distribution du courant), le dipôle double brin cède généralement la place au dipôle double sphère dans la plupart des expériences spatiales pour la mesure des ondes naturelles à large bande.

On a vu que dans l'approximation électrostatique, pratiquement seules les charges déterminent les caractéristiques de l'antenne. D'où l'idée d'utiliser une antenne pour laquelle les charges sont bien localisées. C'est le cas du dipôle infinitésimal (cf. § 1.1.1 et Figure 1). On suppose donc que les charges sont distribuées essentiellement aux extrémités, sur des sphères (ou objets équivalents), dont la capacité propre est beaucoup plus grande que la capacité linéaire du fil qui les relie. Si le pied d'antenne est proche de sources localisées d'interférences parasites, ce qui peut être souvent le cas à bord d'un vaisseau spatial, il est même fortement conseillé de blinder ce fil par une armature conductrice portée au potentiel zéro de référence (Figure 17).

Sachant qu'en plasma froid, la permittivité est donnée au premier ordre par l'équation (1.51), l'admittance de ce dispositif est équivalente à la mise en série de celle des deux sphères, si l'on néglige pour l'instant la capacité parasite entre les fils et leur armature, ainsi que la capacité entre chaque sphère et l'armature. Comme la capacité d'une sphère dans le vide est égale à $4\pi\epsilon_0 a$, où a est son rayon, on obtient dans la limite d'une température de plasma nulle, l'admittance du dipôle suivante :

$$Y = -\frac{1}{2\pi\epsilon_0 a \omega_p} \frac{\Omega}{\Omega^2 - 1} \quad (1.60)$$

De même, *s'il n'y a pas de blindage autour du fil*, la résistance de rayonnement EM est donnée par l'équation (1.56), en remplaçant cette fois I_{eff} par I , puisque maintenant toutes les charges sont concentrées aux extrémités, et que le courant est constant le long du fil. On est exactement dans le cas de la distribution de courant du dipôle infinitésimal. Dans ce cas, la résistance de rayonnement EM est quatre fois celle du dipôle double brin. S'il y a un blindage autour des fils, la situation est plus complexe ; deux cas extrêmes sont à considérer selon que le potentiel du blindage est fixé au zéro volt, ou laissé flottant. Nous n'allons considérer ici que le cas le plus intéressant, où le blindage est à la masse, sachant que l'autre cas donnera un résultat intermédiaire entre son absence (cas ci-dessus) et le cas du dipôle double brin, selon le degré de couplage capacitif entre le fil et le blindage (l'âme et la gaine s'il s'agit d'un câble coaxial).

Si la gaine est à la masse, on peut décomposer le courant qui circule dans chacun des deux câbles du dipôle en trois parties : I_a celui qui circule dans l'âme, I_g celui qui circule dans la gaine, et I_s celui qui alimente la sphère. On a bien évidemment $I_a + I_g + I_s = 0$, si tous les courants sont comptés algébriquement sur un même axe. D'autre part, le courant I_s est par définition :

$$I_s = \frac{\partial Q}{\partial t} = j\omega Q$$

Comme I_a et I_g circulent en sens contraire l'un de l'autre, si l'on suppose que le diamètre du câble est négligeable, leur contribution globale au champ extérieur est pratiquement celle de leur différence, soit I_s . On est donc ramené

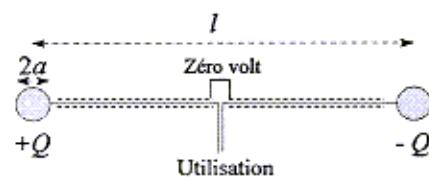


Figure 17. Le dipôle double sphère élémentaire.



au cas considéré au début, où le blindage n'existe pas, puisque pour le milieu extérieur, ne rayonnent que les charges Q et leur courant d'alimentation I_r . La seule différence est que le générateur doit fournir, outre le courant I_s , celui de fuite dans le coaxial. En conclusion, pour un dipôle double sphère, la résistance de rayonnement EM est donnée par :

$$R_r = \alpha 80 \pi^2 \left(\frac{l}{\lambda_o} \right)^2 \frac{\sqrt{\Omega^2 - 1}}{\Omega} \quad (\Omega > 1) \quad (1.61)$$

où λ_o est la longueur d'onde dans le vide, et α un paramètre qui vaut 1 s'il n'y pas de blindage, ou s'il est relié à la masse, et entre 1 et 1/4 si le blindage est flottant électriquement, selon la longueur du câble coaxial, sa capacité linéaire et la dimension des sphères.

Si l'on prend en compte maintenant une température finie du plasma, comme au paragraphe précédent, l'approximation quasi plasma froid consiste à considérer une longueur de dipôle l beaucoup plus grande que λ_D . Le calcul, dans le cas d'un dipôle constitué de sphères conductrices pleines entourées d'une gaine infiniment mince [Fejer, 1964], donne l'impédance modifiée suivante :

$$Z = -j \frac{1}{2\pi\epsilon_o\sigma\omega_p} \frac{\Omega}{\Omega^2 - 1} \left\{ 1 - \frac{1}{\Omega^2(1 + jka)} \right\} \quad (\Omega \neq 1 ; k \ll 1) \quad (1.62)$$

qui montre que si le rayon des sphères est très petit ($a \ll \lambda_D$), à fortiori ka peut être négligé devant 1, et l'équation se simplifie au point que l'impédance se réduit à la capacitance dans le vide des deux sphères mises en série. Le dipôle double sphère se comporte donc au premier ordre comme dans le vide, si le rayon des sphères est inférieur à λ_D . Néanmoins, comme dans le cas précédent, l'impédance contient une partie réelle, la résistance de rayonnement électro-thermique R_t , donnée par :

$$R_t = \frac{1}{2\pi\epsilon_o\sqrt{3}\lambda_D\omega\sqrt{\Omega^2 - 1}} \frac{\frac{3}{2} \left(\frac{\lambda_D}{a} \right)^2}{\frac{3}{2} \left(\frac{\lambda_D}{a} \right)^2 + \Omega^2 - 1} \quad (\Omega > 1) \quad (1.63)$$

On constate que, contrairement au dipôle double brin (équation 1.58), cette résistance ne dépend pas de l , mais du rapport λ_D/a . Si ce rapport est très grand, R_t est inversement proportionnelle à λ_D et sa décroissance asymptotique est en Ω^2 (Figure 18), alors qu'elle est proportionnelle à λ_D et décroît en Ω^4 dans le cas contraire.

De même la réactance, obtenue à partir de l'équation (1.62), dépend fortement de la taille des sphères par rapport à λ_D :

$$Y = -\frac{1}{2\pi\epsilon_o\sigma\omega} \frac{\frac{3}{2} \left(\frac{\lambda_D}{a} \right)^2 + \Omega^2}{\frac{3}{2} \left(\frac{\lambda_D}{a} \right)^2 + \Omega^2 - 1} \quad (\Omega > 1) \quad (1.64)$$

$$Y = -\frac{1}{2\pi\epsilon_o\sigma\omega} \frac{\sqrt{3} \frac{\lambda_D}{a} - \frac{\Omega^2}{\sqrt{1 - \Omega^2}}}{\sqrt{3} \frac{\lambda_D}{a} + \sqrt{1 - \Omega^2}} \quad (\Omega < 1)$$

On peut vérifier à partir des équations (1.64) que le dipôle double sphère de longueur beaucoup plus grande que λ_D , équipé de petites sphères (par rapport à λ_D), se comporte pratiquement comme dans le vide, et son impédance ne dépend pas de l . L'allure des variations d'impédance en fonction de la fréquence normalisée est montrée Figure 18.

Par ailleurs, la longueur effective est maintenant parfaitement définie : on a vu que vis-à-vis des ondes EM, le dipôle double sphère était assimilable au dipôle infinitésimal. Donc sa longueur effective EM est égale à sa longueur vraie l , ainsi d'ailleurs que sa longueur équivalente définie au § 1.1.5. Ceci s'explique par le fait que la tension recueillie en réception (ou forcée par un générateur en émission) est égale à la différence de potentiel entre les deux sphères. Pour la réception des ondes électrothermiques, il reste toujours vrai que l'on mesure la différence de potentiel entre les deux sphères, corrigée d'une fonction de transfert du type de l'équation (1.41), mais cette mesure ne permet pas toujours de remonter à la valeur du champ électrique. En effet, bien qu'il s'agisse d'ondes électrostatiques dont le champ dérive d'un potentiel scalaire, l'intégration de $E = -\nabla V$, n'a de sens que si l'amplitude instantanée du champ est constante sur toute la longueur de l'antenne. ***En d'autres termes, il faut que l'antenne soit beaucoup plus courte que la longueur d'onde ET si l'on utilise une fonction de transfert linéaire géométriquement.*** Sinon, l'application aveugle d'une telle fonction de transfert peut conduire à des résultats totalement faux.

Le problème d'une fonction de transfert géométriquement non linéaire est suffisamment complexe pour qu'il constitue un vaste domaine d'étude en soi, à l'origine de tous les travaux théoriques et expérimentaux sur les sondes à impédance mutuelle. Nous reviendrons plus en détail sur ce point essentiel dans le Chapitre 3, avec des exemples de résultats de simulation numérique.

Le dipôle double sphère présente donc de nombreux avantages en mode de réception, par rapport au dipôle double brin. Son inconvénient majeur est que l'impédance propre est d'autant plus élevée que le diamètre des sphères est petit. Cette difficulté est généralement tournée, soit par l'utilisation d'une liaison par câble triaxial entre le récepteur et les sphères, la gaine intérieure étant alors "boot-strapée" pour réduire au maximum la capacité parasite d'entrée, soit mieux encore, par l'intégration d'un pré-amplificateur directement dans la sphère ou à proximité. Enfin, pour réduire au maximum l'influence de la gaine ionique, qui existe bien que nous l'avons négligée, on peut utiliser une sphère "maillée", faite d'anneaux de fil très fin, ayant malgré tout la même capacité qu'une sphère pleine. Si l'on envisage l'utilisation d'un dispositif d'entrée à très haute impédance, c'est-à-dire de très faible capacité d'entrée (inférieure au picofarad), on peut enfin réduire la pseudo-sphère à un seul anneau, voire à un simple fil [Béghin, et al., 1992].

On vient de voir que l'approximation plasma froid, associée à son extension hydrodynamique, que nous qualifions d'approximation "quasi plasma froid", n'était pas très rigoureuse, car elle conduisait à supposer le plasma "froid" vis-à-vis de certains paramètres (ex. longueur du dipôle), et "chaud" vis-à-vis de certains autres (ex. diamètre du fil ou des sphères). En plus, on a vu que cette approximation tombait en défaut au voisinage immédiat de la fréquence plasma, ce qui représente un inconvénient majeur pour toute application pratique. Nous allons donc maintenant utiliser une approche plus rigoureuse, en considérant un plasma réellement chaud.

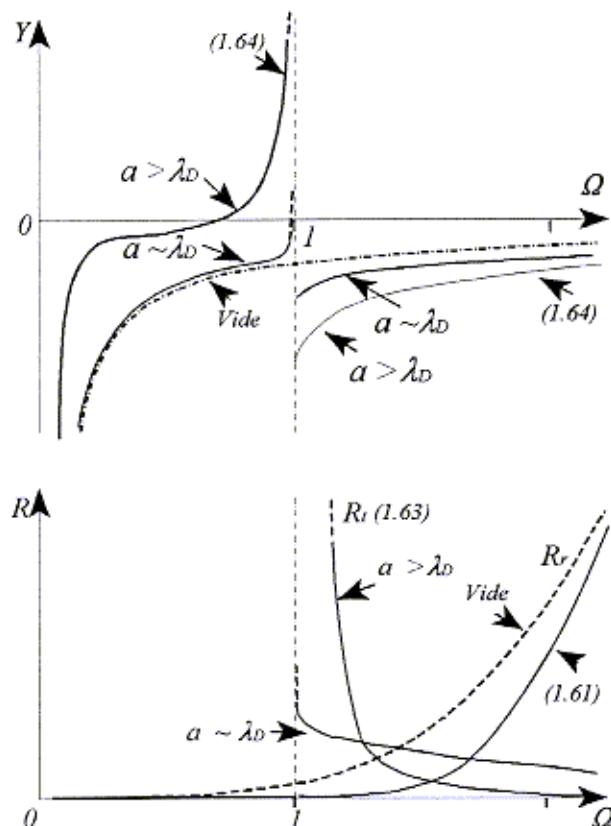


Figure 18. Allure des variations de l'impédance propre d'un dipôle double sphère d'après l'approximation "quasi plasma froid" ($l \gg \lambda_D$ et a variable). Les différentes branches se réfèrent aux numéros d'équations correspondantes.



1.3. Le dipôle en plasma chaud

1.3.1. Potentiel induit par une charge ponctuelle pulsante en plasma chaud

De la même façon que nous avons défini que le plasma pouvait être considéré comme froid si les distances considérées entre une source et le point d'observation étaient de plusieurs ordres de grandeur supérieures à la longueur de Debye, nous dirons ici qu'un plasma est chaud si les distances considérées ne sont pas trop grandes devant cette longueur (disons moins que 50 à 100 λ_D), voire même inférieures à λ_D . Nous considérerons un plasma en équilibre thermo-dynamique, c'est-à-dire que la fonction de distribution de vitesse des électrons est Maxwellienne et isotrope [Quemada, 1968]. Tout en conservant l'approximation électrostatique, tant que les distances considérées sont bien inférieures à la longueur d'onde EM, on démontre que dans un tel plasma, peuvent se propager en réalité une infinité de modes électro-thermiques, et non pas un seul comme dans l'approximation précédente. Le mode principal reste le mode de Landau, dont la dispersion est donnée en première approximation par l'équation (1.54), mais une partie imaginaire apparaît, de plus en plus importante au fur et à mesure que l'on s'éloigne de ω_p . C'est cette partie imaginaire qui donne l'amortissement de Landau que l'on a mentionné au § 1.2.1. Par ailleurs, pour une estimation rigoureuse de la propagation d'une perturbation dans le voisinage d'une source, la totalité des ondes excitées doit être prise en compte [Béghin, 1995], et ce n'est qu'à partir d'une distance de l'ordre de 15 à 20 λ_D , que l'approximation dite du pôle dominant est valable, pour tendre asymptotiquement à très grande distance vers l'approximation "quasi plasma froid" décrite précédemment.

Plusieurs méthodes ont été proposées dans la littérature pour traiter le problème du rayonnement d'une antenne et calculer son impédance, en tenant compte de la totalité des modes excités, dans ce cadre de description cinétique du plasma, à partir de l'équation de Vlasov. Nous reviendrons sur ces méthodes dans le chapitre suivant. Pour l'instant, gardons la même approche du problème que celle considérée depuis le début : dans l'approximation électrostatique, il suffit de connaître le potentiel induit au voisinage d'une charge ponctuelle pour pouvoir le déterminer partout autour d'une antenne, moyennant une intégrale sur toute la surface contenant des charges, et à condition de connaître la distribution de ces charges. Cette dernière condition apparaît bien entendu dans toutes les méthodes, quelles qu'elles soient.

On utilisera ici le résultat obtenu par ailleurs [Béghin, 1995], donnant l'expression du potentiel induit par une source ponctuelle pulsante dans un plasma Maxwellien isotrope, brièvement résumé ci-après :

- le potentiel peut s'exprimer par un développement analytique en série de puissance de la distance normalisée $\rho = r/\lambda_D$, avec des coefficients qui ne dépendent que de la fréquence normalisée $\Omega = \omega/\omega_p$;
- tous les coefficients sont finis, même pour $\Omega = 1$, ce qui implique que, contrairement à l'approximation "quasi plasma froid", le potentiel est fini à ω_p , tant que la distance est finie ;
- le potentiel contient une partie réactive classique (comme en plasma froid), toujours en phase avec la charge pour $\Omega \geq 1$ (c'est-à-dire capacitive), et, soit inductive, soit capacitive, pour $\Omega < 1$, selon la distance et la fréquence (en accord avec l'approximation "quasi plasma froid", cf. commentaire de l'équation 1.59) ;
- le potentiel contient une partie résistive (en quadrature avec la charge), à toutes les fréquences, même à fréquence nulle, contrairement à l'approximation "quasi plasma froid" ;
- à très grande distance de la source, pour la partie réactive du potentiel, on retrouve bien entendu la tendance asymptotique du plasma froid (équation 1.53) et la partie résistive tend vers zéro.

Ces caractéristiques sont résumées par les Figures 19a et 19b, qui montrent l'évolution du potentiel jusqu'à des distances de $20\lambda_D$. Pour une étude sommaire du dipôle en plasma chaud, nous nous limiterons à deux cas qui peuvent se traiter analytiquement, sachant que le cas général nécessite des méthodes numériques, qui seront présentées dans les deux chapitres suivants. Le premier cas concerne l'approximation très basse fréquence. A partir du développement cité en référence, on peut démontrer le résultat suivant pour $\Omega \rightarrow 0$:

$$\begin{aligned} \operatorname{Re}\{\phi/\phi_o\} &\rightarrow e^{-\rho} ; \quad \operatorname{Im}\{\phi/\phi_o\} \rightarrow j \frac{\Omega \rho}{\sqrt{2\pi}} F_e(\rho) ; \quad \rho = \frac{r}{\lambda_D} ; \quad \phi_o = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} \quad (\Omega \rightarrow 0) \\ \text{avec } F_e(\rho) &= \sum_{q=0}^{\infty} \left\{ 1 + 2q \left[\ln \rho - \psi(2q+2) \right] \right\} \frac{\rho^{2q}}{(2q+1)!} \quad \text{et} \quad \psi(n) = -\gamma + \sum_{k=1}^{n-1} \frac{1}{k} \end{aligned} \quad (1.65)$$

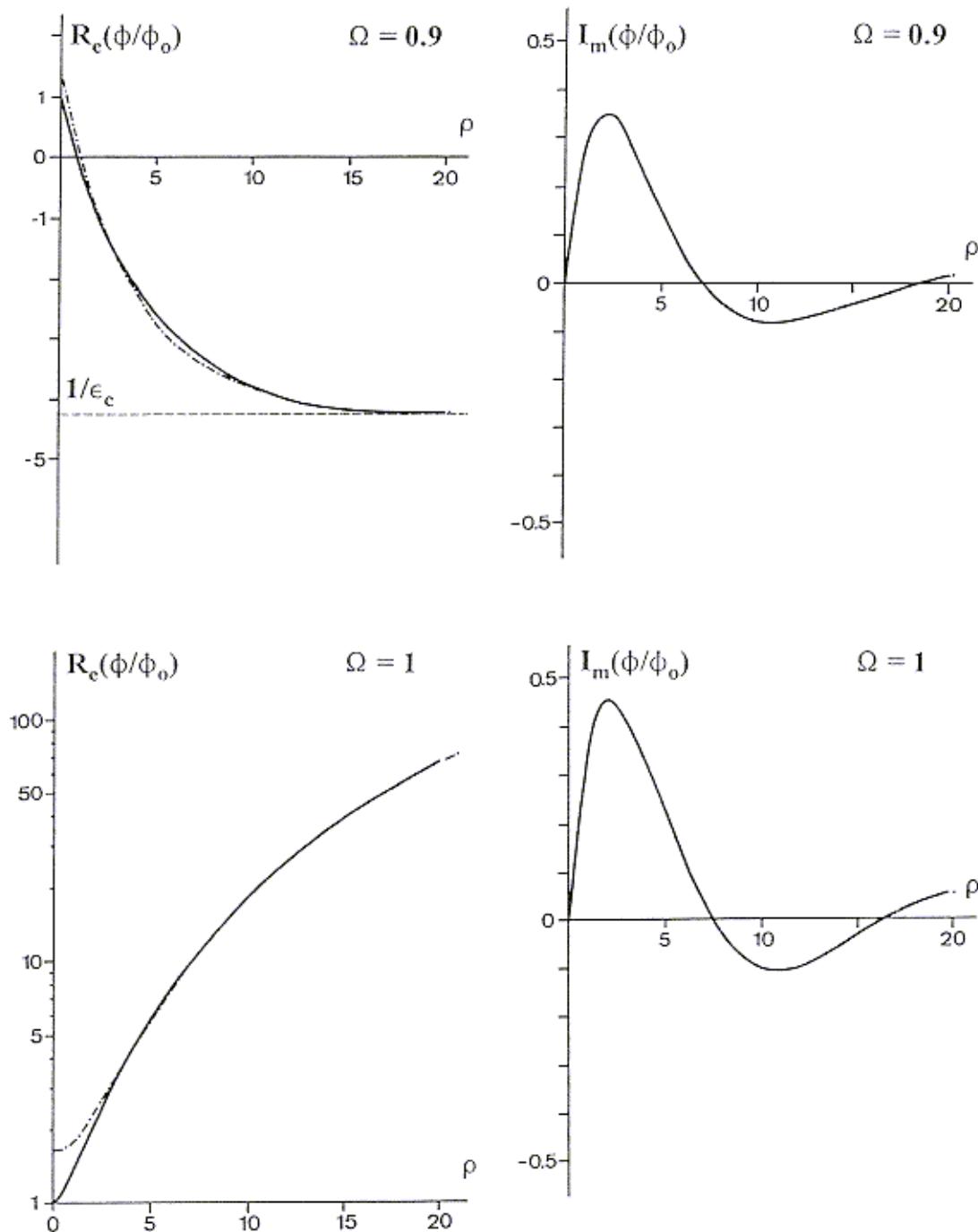


Figure 19a. Evolution du potentiel à ω_p et $0.9\omega_p$, normalisé par rapport à sa valeur dans le vide, induit par une charge ponctuelle pulsante dans un plasma Maxwellien isotrope (trait plein), en fonction de la distance à la source, normalisée par rapport à λ_D . En tiret, résultat obtenu avec l'approximation du pôle dominant de Landau. La partie réelle, en phase (positive) ou en opposition (négative) avec la source, conduit à une réactance, respectivement capacitive et inductive. On remarque que l'approximation du pôle dominant est très bonne pour la partie réelle au-delà d'environ $10\lambda_D$. Par contre, la partie imaginaire, qui conduit à une résistance de rayonnement R_p , est strictement nulle dans le cas de l'approximation. Cette partie imaginaire se comporte comme une onde de choc au voisinage de la source et fortement amortie au-delà. Noter que le potentiel a une valeur finie à ω_p tant que la distance est finie. La loi de variation de la partie réelle pour $\Omega=1$, est très voisine de celle exprimée par la relation classique $\phi / \phi_0 = 1 + \rho^2/6$, obtenue dans toutes les approximations plasma chaud.

(Figure extraite de Béghin, [1995])

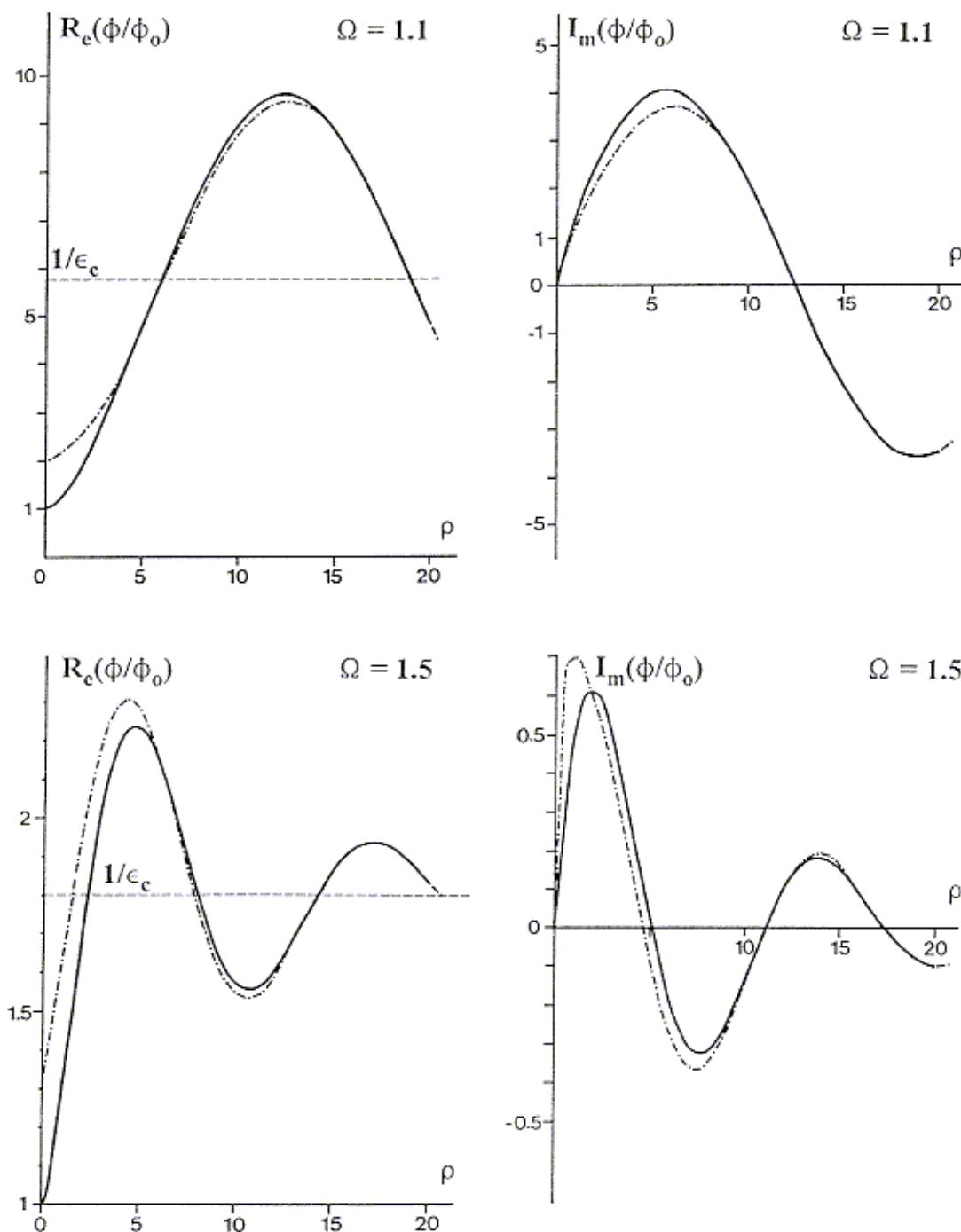


Figure 19b. Mêmes quantités qu'en Figure 19a, pour deux fréquences supérieures à ω_p . Dans ce cas, l'approximation du pôle dominant de Landau conduit à une partie imaginaire, qui produit une résistance de rayonnement R_e conformément à l'approximation "quasi plasma froid" du § 1.2. On note l'amortissement de l'onde thermo-électrique à d'autant plus courte distance que la fréquence s'éloigne de ω_p . Comme sur la figure 19a, le potentiel normalisé tend asymptotiquement à grande distance vers la valeur $1/\epsilon_c$, où ϵ_c est la constante diélectrique en plasma froid donnée par l'équation (1.51). On peut constater sur ces figures que l'approximation plasma froid, exprimée par l'équation (1.53), n'est envisageable dans une gamme de fréquence comprise entre $\Omega = 1$ et ~ 1.5 , que pour des distances très supérieures à $20\lambda_D$.

(Figure extraite de Béghin, [1995])

L'équation (1.65) mérite quelque attention car elle exprime précisément la notion d'écran de Debey. En effet, sachant que le potentiel dans le vide décroît en $1/r$, on voit qu'en basse fréquence ($\Omega \ll 1$) cette décroissance est fortement accentuée pour la partie réelle par la présence de l'exponentielle. Il en est de même pour la partie imaginaire à grande distance, car la fonction $F_e(\rho)$, que nous appellerons "fonction d'écran", décroît beaucoup plus vite que $1/\rho$ au delà de $\rho \sim 2$ à 3 (Figure 20). Par contre, à courte distance, dans le domaine d'écran qui correspond exactement à la gaine ionique, le produit ρF_e (Figure 20), qui détermine l'évolution de la partie imaginaire du potentiel normalisé par rapport au vide, croît proportionnellement à la distance jusqu'à environ $2\lambda_D$. Ce comportement est identique du continu jusqu'à ω_p , comme on peut le vérifier sur la Figure 19a. Au delà de ω_p , la présence du mode de Landau conditionne essentiellement l'évolution du potentiel, mais on peut montrer que l'effet précédent persiste, puisqu'il apparaît comme la différence entre le résultat vrai et l'approximation du pôle dominant (Figure 19b). L'effet du plasma se traduit donc de manière différente, dans toute la gamme $\Omega < 1$, pour les parties réactive et résistive, dans l'espace d'écran :

- pour la partie réactive, l'influence du plasma devient de plus en plus importante au delà de l'écran ($\sim e^{-2}$) ; et à proximité de la source le comportement est voisin de celui dans le vide ;
- pour la partie résistive, l'essentiel de la contribution du plasma s'opère au contraire sur quelques λ_D , comme on pourra le vérifier dans le paragraphe suivant (§ 1.3.2).

Le second cas, que nous traiterons analytiquement dans le paragraphe suivant, concerne la zone écran proche de la source, pour toutes les fréquences, y compris $\Omega = 1$. Pour $\rho < 2$, le développement du potentiel normalisé en puissance de ρ peut s'écrire, en se limitant aux premiers ordres [Béghin, 1995] :

$$\begin{aligned} \operatorname{Re}\{\phi/\phi_o\} &\sim 1 - \delta_1 \frac{\rho}{\sqrt{3}} \frac{\Omega}{\sqrt{1-\Omega^2}} + \frac{\rho^2}{2} - \Omega \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{\rho^3}{3!} + \delta_1 0(\rho^3) + 0(\rho^4) \quad (\Omega > 0,5) \\ \operatorname{Im}\{\phi/\phi_o\} &\sim \frac{\rho \Omega}{\sqrt{2\pi}} \left\{ \delta_2 + (1 - \delta_2) \frac{2}{\Omega^2} \left(\frac{\Omega^2}{\Omega^2 - 1} \right)^{C_1} + \frac{\rho^2}{3} \ln \left(\frac{\rho}{2,13} \right) + 0(\rho^4) \right\} \end{aligned} \quad (1.66)$$

avec $\delta_1 = 1$ pour $0,5 < \Omega < 1$ et $\delta_1 = 0$ pour $\Omega \geq 1$

$\delta_2 = 1$ pour $\Omega \leq 1$ et $\delta_2 = 0$ pour $\Omega > 1$ et $C_1 = 0,4348378 \dots$

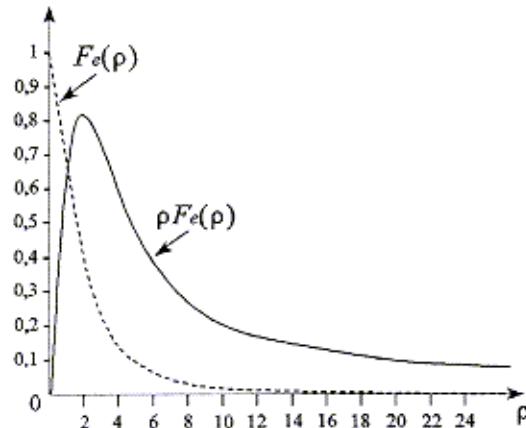


Figure 20. Fonction d'écran F_e définie par l'équation (1.65), et le produit ρF_e en fonction de la distance normalisée ρ . Noter que ρF_e représente au facteur $\Omega \sqrt{2\pi}$ près, l'évolution à basse fréquence de la partie imaginaire du potentiel normalisé par rapport à sa valeur dans le vide. Cette courbe peut être comparée aux tracés de $I_m(\phi/\phi_o)$ de la Figure 19a.

où l'on peut constater d'une part que le potentiel est fini pour $\Omega = 1$, et d'autre part que le premier terme du développement de chaque partie est proportionnel à ρ , ce qui donne une constante pour le potentiel vrai, après la multiplication par ϕ_o . Comme tout dispositif d'antenne doit obligatoirement satisfaire la neutralité des charges, cette constante disparaît forcément. Il convient cependant de remarquer que ces termes ont été pris en compte dans les Figures 19a et 19b, car on n'y considère dans ce cas qu'une seule charge.

Nous allons maintenant appliquer ces équations aux deux types de dipôles que nous avons considérés précédemment, en commençant par le cas le plus intéressant en plasma chaud, qui est le dipôle double sphère.

1.3.2. Le dipôle double sphère en plasma chaud

Nous allons considérer tout d'abord le comportement en basse fréquence d'un dipôle double sphère, de longueur et de diamètre quelconque par rapport à λ_D , ce qui couvre pratiquement toutes les conditions rencontrées dans les expériences spatiales, si l'on peut supposer le plasma isotrope et homogène. Nous allons seulement considérer que le rayon des sphères a est beaucoup plus petit que la longueur l du dipôle. Dans ces conditions, si l'on néglige aussi le couplage avec les bras ou le câble qui supporte les sphères, ainsi qu'avec toute sorte de structure conductrice, on peut raisonnablement supposer que les distributions de charges sont identiques et homogènes sur chacune des deux sphères. On peut donc calculer analytiquement l'impédance de ce dipôle en basse fréquence.

Considérons tout d'abord l'une des sphères, dont la distribution surfacique de charge σ est uniforme, de sorte que la charge totale de la sphère est $Q = 4\pi a^2 \sigma$. Par raison de symétrie, le potentiel de la sphère est donc lui aussi uniforme, nous allons le calculer au point P, origine du système de coordonnées défini dans la Figure 21. Chaque élément de surface ds induit sa contribution dV_P au potentiel du point P, donné par l'équation (1.65), soit :

$$\begin{aligned} \operatorname{Re}\{dV_P\} &= \frac{\sigma ds}{4\pi\epsilon_0 r} e^{-\frac{r}{\lambda_D}} \\ \operatorname{Im}\{dV_P\} &= j \frac{\sigma ds}{4\pi\epsilon_0} \frac{\Omega}{\lambda_D \sqrt{2\pi}} F_e(\frac{r}{\lambda_D}) \end{aligned} \quad (1.67)$$

avec $ds = a^2 \sin\theta d\theta d\phi$ et $r = a\sqrt{2} \sqrt{1 - \cos\theta}$

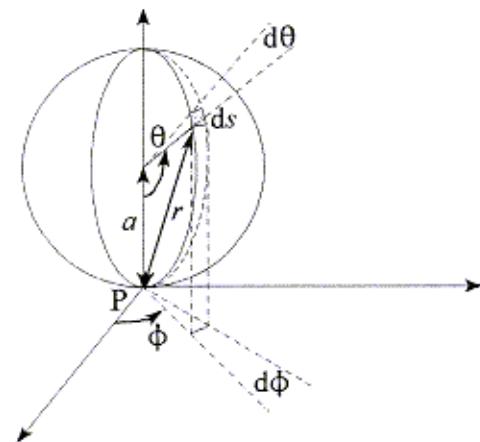


Figure 21. Système de coordonnées utilisé pour le calcul de l'impédance d'une sphère en plasma chaud.

En intégrant sur toute la sphère, et sachant que $I = j\omega Q$, on obtient tout d'abord la réactance de la sphère seule :

$$Y_s = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0\omega} \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^\pi \frac{\sin\theta}{4\pi r} e^{-\frac{r}{\lambda_D}} d\theta = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0 a\omega} \frac{\lambda_D}{2a} \left(1 - e^{-\frac{2a}{\lambda_D}} \right) \quad (\Omega \ll 1) \quad (1.68)$$

La contribution de la seconde sphère sur la première est plus simple à obtenir, car toute sa charge ($-Q$) peut être considérée comme concentrée au même endroit, vu de la distance l , qui est très grande devant a . On obtient donc la réactance totale du dipôle double sphère, qui est double de la réactance de chacune d'elles :

$$Y = -\frac{1}{2\pi\epsilon_0 a\omega} \left\{ \frac{\lambda_D}{2a} \left(1 - e^{-\frac{2a}{\lambda_D}} \right) - \frac{a}{l} e^{-\frac{l}{\lambda_D}} \right\} \quad (\Omega \ll 1) \quad (1.69)$$

Il est intéressant de comparer ce résultat avec celui obtenu dans l'approximation quasi plasma froid (deuxième équation 1.64 pour $\Omega = 0$). Pour $l \gg \lambda_D \gg a$, les deux équations donnent exactement le même résultat, c'est-à-



dire la mise en série de la capacité propre dans le vide de chacune des deux sphères ($2\pi\epsilon_0 a$). Par contre, pour $l \gg a \gg \lambda_D$, l'approximation (1.64) donne une réactance $2\sqrt{3}$ fois trop grande. L'équation (1.69) introduit le couplage mutuel entre les deux sphères, qui est extrêmement faible tant que leur éloignement est beaucoup plus grand que leur diamètre. Pour des sphères très proches l'une de l'autre, l'expression analytique serait beaucoup plus compliquée, et la modélisation numérique devient alors nécessaire pour tenir compte en même temps d'autres effets, tels que la présence du câble ou du dispositif portant les sphères (cf. Chapitre 3).

On obtient la résistance de rayonnement ET par l'intégration sur la surface d'une sphère du second terme de l'équation (1.67), ce qui revient à intégrer la fonction $F_e(r/\lambda_D)$. L'intégration analytique devient trop complexe dans le cas général, aussi nous nous limiterons au cas $a < \lambda_D$ qui permet d'utiliser le développement limité de la fonction d'écran donné par l'équation (1.66), et même de ne prendre en compte que le premier terme. Dans ces conditions, on trouve facilement la résistance R_o pour une sphère seule :

$$R_o \approx \frac{1}{4\pi\epsilon_0\omega} \frac{\Omega}{\lambda_D \sqrt{2\pi}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\nu_t \sqrt{\pi}} = \frac{0,92 \cdot 10^6}{\sqrt{T_e}} \text{ ohms}, T_e \text{ en Kelvin} \quad (\Omega \leq 1) \quad (1.70)$$

La résistance d'une sphère seule n'a de sens que si l'on inclut la contribution de l'électrode où se referme le courant, afin de respecter la neutralité des charges du système. Dans le cas du dipôle double sphère, c'est la seconde sphère qui joue ce rôle. Le développement limité utilisé pour la première sphère n'est plus valable si $l \gg \lambda_D$, nous allons donc prendre la fonction d'écran complète. Comme pour le calcul de la réactance, on peut considérer que toute la charge de la seconde sphère est localisée à la distance l . On obtient donc la résistance globale du dipôle, qui est le double de celle d'une sphère incluant leur couplage mutuel :

$$R_t = 2R_o \left[1 - \frac{|\text{Im} \{ \phi/\phi_o, l/\lambda_D \}| \lambda_D \sqrt{2\pi}}{\Omega l} \right] = 2R_o \left[1 - F_e(l/\lambda_D) \right] \quad (\Omega \ll 1) \quad (1.71)$$

On a vu précédemment que la fonction F_e décroît très vite en fonction de la distance (Figure 20), devenant négligeable devant 1 à partir de $l/\lambda_D \sim 5$. Donc, la résistance électro-thermique d'un dipôle double sphère à basse fréquence est pratiquement la mise en série de celles des deux sphères supposées seules. Ce résultat, obtenu par Meyer-Vernet [1979] en utilisant un développement asymptotique semblable pour $\Omega \ll 1$, est remarquable car il montre que *la résistance d'un dipôle double sphère, en basse fréquence, dans un plasma chaud isotrope, ne dépend ni de la taille des sphères (tant qu'elle est petite devant λ_D), ni de la longueur du dipôle tant que $l \gg \lambda_D$, ni de la densité (ω_p), mais seulement de la température électronique.*

On remarque en outre que la partie provenant d'une sphère seule (équation 1.70) est constante de $\Omega = 0$ à 1, et que d'après l'équation (1.65), le second membre de l'équation (1.71) est indépendant de la fréquence au premier ordre. Si l'on examine le comportement de $I_m(\phi/\phi_o)$ au voisinage de $\Omega < 1$ (Figure 19a), on constate en effet qu'il n'est pas très différent de celui de ρF_e (Figure 20). Pour $\rho > 5$ par exemple, soit $l > 5\lambda_D$, on voit que le second membre de l'équation (1.71) tend vers $2R_o$ aussi bien pour $\Omega = 1$ que pour $\Omega \rightarrow 0$, ce qui est illustré Figure 22.

Donc, la propriété remarquable ci-dessus, est valable non seulement en basse fréquence, mais de zéro jusqu'à ω_p .

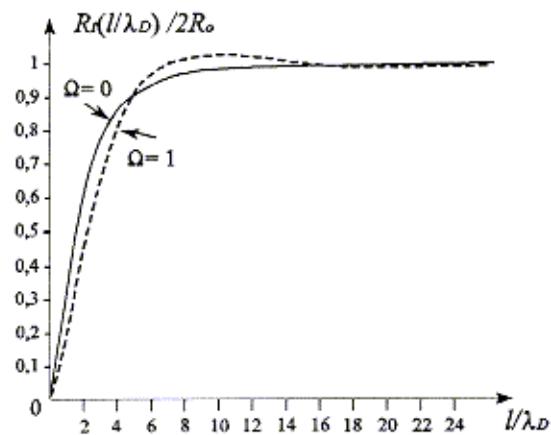


Figure 22. Variation de la résistance de rayonnement ET d'un dipôle double sphère, en fonction de sa longueur normalisée par rapport à la longueur de Debye, pour les deux fréquences extrêmes de la gamme basse fréquence (0 à ω_p).



Au-delà de $\Omega = 1$, d'après l'équation (1.66), la valeur de R_o donnée par l'équation (1.70) devient :

$$R_o' = R_o \frac{2}{\Omega^2} \left(\frac{\Omega^2}{\Omega^2 - 1} \right)^{c_1} \rightarrow \frac{2R_o}{\Omega^2} \text{ pour } \Omega \gg 1 \quad (1.72)$$

ce qui donne une très forte augmentation à l'approche de $\Omega = 1$ par valeurs supérieures. Mais, la contribution de la seconde sphère est toujours donnée par la même expression que dans l'équation (1.71), de sorte que la résistance totale devient :

$$R_t = 2R_o \left[\frac{2}{\Omega^2} \left(\frac{\Omega^2}{\Omega^2 - 1} \right)^{c_1} - \frac{|\operatorname{Im}\{\phi/\phi_o, l/\lambda_D\}| \lambda_D \sqrt{2\pi}}{\Omega l} \right] \quad (\Omega > 1) \quad (1.73)$$

On peut vérifier sur la Figure 19b que le terme $I_m(\phi/\phi_o)$ qui intervient ici est également très grand à l'approche de $\Omega = 1$. Ainsi, selon la longueur du dipôle, la contribution d'une sphère seule sera plus ou moins compensée par la contribution de l'autre. En conséquence, d'une part, **la résistance résultante est toujours finie, même à ω_p** , et après un maximum atteint juste au-dessus de ω_p , la résistance décroît en $1/\Omega^2$. L'allure des variations de la résistance R_t d'un dipôle double sphère en fonction de la fréquence est montrée Figure 24. Un exemple de variation de la résistance en fonction de la longueur du dipôle pour $\Omega = 1,5$, obtenu à partir du tracé de la Figure 19b et de l'équation (1.73), est donné Figure 23. On constate que la valeur asymptotique ($\sim 15\%$ plus forte qu'en basse fréquence) est encore atteinte pratiquement à partir de $l \sim 5\lambda_D$.

Nous avons vu précédemment le comportement de la réactance du dipôle en très basse fréquence (équation 1.69). Au voisinage et au-delà de $\Omega = 1$, on peut prévoir le comportement de la réactance de la même façon que nous venons de le faire pour la résistance. Pour une sphère seule, on utilise les deux premiers termes du développement de $\operatorname{Re}\{\phi/\phi_o\}$ donné par l'équation (1.66), ce qui donne la contribution suivante pour $\Omega < 1$:

$$Y_1 = Y_o + \frac{1}{4\pi\epsilon_o\lambda_D\omega\sqrt{3|\epsilon_c|}} \quad (\Omega < 1, \alpha \ll \lambda_D) \quad (1.74)$$

avec $Y_o = -\frac{1}{4\pi\epsilon_o\alpha\omega}$ et $\epsilon_c = \frac{\Omega^2 - 1}{\Omega^2}$

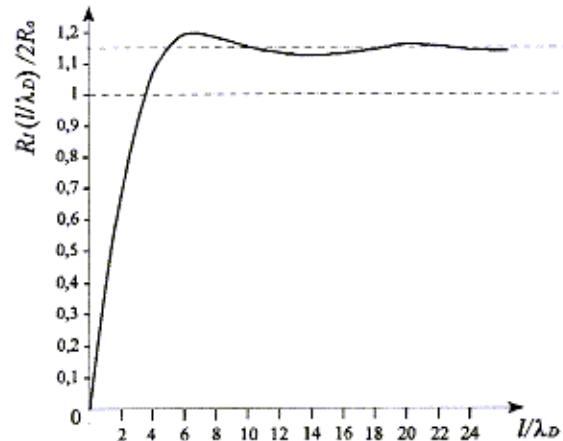


Figure 23. Variation de la résistance de rayonnement ET d'un dipôle double sphère, en fonction de sa longueur normalisée par rapport à la longueur de Debye, pour $\Omega = 1,5$.

où Y_o est la réactance propre d'une sphère seule dans le vide, et ϵ_c la permittivité du plasma froid (équation 1.51).

Pour la seconde sphère, qui est supposée être à grande distance de la première, nous pouvons utiliser l'approximation du pôle de Landau [Béghin, 1995], qui s'écrit :

$$\operatorname{Re}\{\phi/\phi_o\} \approx \frac{1}{\epsilon_c} + \frac{2K_{-2}^2}{1-\Omega^2+3K_{-2}^2} \exp(-jK_{-2}\rho) \quad (\Omega < 1, \rho = \frac{l}{\lambda_D}) \quad (1.75)$$

$$\text{soit } \operatorname{Re}\{\phi/\phi_o\} \approx \frac{1}{\epsilon_c} [1 - \exp(-\rho \sqrt{|\epsilon_c|/3})] \quad \text{avec } 3K_{-2}^2 = \epsilon_c [1 + \frac{\epsilon_c}{3} - \frac{\epsilon_c^2}{3} + \dots]$$

où K_{-2} est le pôle dominant, purement imaginaire pour les fréquences inférieures à ω_p , puisque ϵ_c est négatif. On obtient donc la contribution de la seconde sphère :

$$Y_2 \approx \frac{1}{4\pi\epsilon_o l \omega} \frac{1 - \exp(-\frac{l}{\lambda_D} \sqrt{|\epsilon_c|/3})}{\epsilon_c} \quad (\Omega < 1, l \gg \lambda_D) \quad (1.76)$$

Sauf au voisinage immédiat de $\Omega = 1$, cette contribution est négligeable devant Y_o , de même que le deuxième terme du second membre de la première équation (1.74). Donc, comme dans l'approximation basse fréquence (équation 1.69), la réactance du dipôle est très voisine de la mise en série des réactances propres des deux sphères dans le vide, sauf à l'approche de $\Omega = 1$. En développant l'exponentielle de l'équation (1.76) pour $\epsilon_c \sim 0$, et en regroupant avec l'équation (1.74), on obtient la réactance du dipôle au voisinage de ω_p :

$$Y = 2(Y_1 + Y_2) \approx 2Y_o \left\{ 1 - \frac{al}{6\lambda_D^2} \left[1 - \frac{l}{3\lambda_D} \sqrt{\frac{1-\Omega^2}{3\Omega^2}} \right] \right\} \quad (0 \ll \Omega \leq 1) \quad (1.77)$$

Comme pour la résistance, la contribution très élevée de la sphère éloignée (Y_2) est compensée par le deuxième terme du second membre de la contribution de la première sphère (Y_1), de sorte que *la réactance résultante du dipôle est finie à ω_p* , contrairement aux résultats de l'approximation quasi plasma froid.

On utilise exactement la même méthode pour $\Omega > 1$, sachant que dans la contribution de la première sphère, d'après l'équation (1.66), le terme en $1/\sqrt{\epsilon_c}$ disparaît, de sorte que $Y_1 = Y_o$. Par ailleurs, dans l'approximation du pôle de Landau, le pôle K_{-2} est remplacé par K_1 , solution réelle de l'équation de Bohm et Gross (ϵ_c positif). Ainsi, l'équation (1.75) devient :

$$\operatorname{Re}\{\phi/\phi_o\} \approx \frac{1}{\epsilon_c} \left[1 - \cos\left(\frac{l}{\lambda_D} \sqrt{\epsilon_c/3}\right) \right] \quad (1.78)$$

et la réactance globale du dipôle s'écrit :

$$Y \approx 2Y_o \left\{ 1 - \frac{a}{l} \frac{1 - \cos\left[\frac{l}{\lambda_D} \sqrt{\epsilon_c/3}\right]}{\epsilon_c} \right\} \quad (\Omega \geq 1) \quad (1.79)$$

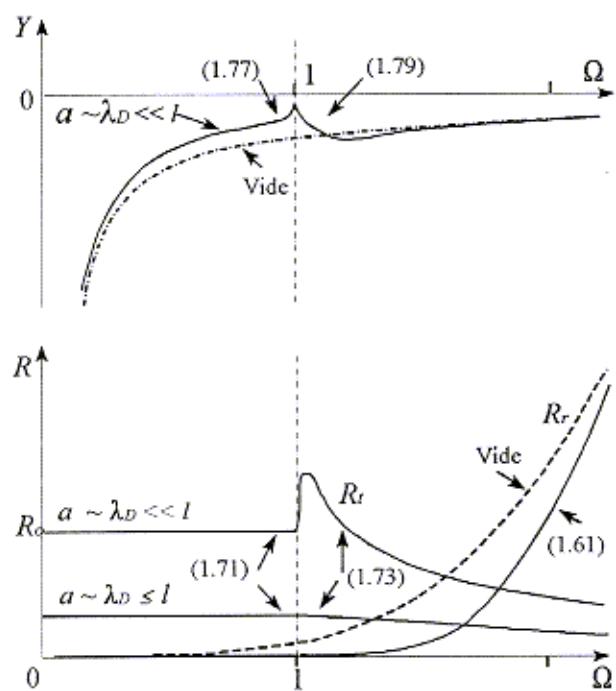


Figure 24. Allure des variations de l'impédance propre d'un dipôle double sphère dans la théorie plasma chaud. Les différentes branches se réfèrent aux numéros d'équations correspondantes. A comparer avec la Figure 18.



Le terme correctif par rapport au vide dans l'équation (1.79) est négligeable pour $a \ll 1$ et $\Omega \gg 1$, mais au voisinage de $\Omega = 1$, en développant le cosinus pour $\epsilon_c \sim 0$, on trouve :

$$Y = 2Y_o \left\{ 1 - \frac{al}{6\lambda_D^2} \left[1 - \frac{l^2}{36\lambda_D^2} \frac{\Omega^2 - 1}{\Omega^2} \right] \right\} \quad (\Omega \geq 1) \quad (1.80)$$

Cette équation conduit à la même valeur de réactance que l'équation (1.77) pour $\Omega = 1$.

Ces résultats d'impédance du dipôle double sphère en plasma chaud sont résumés par la Figure 24. Il convient de souligner l'intérêt remarquable que présente la mesure d'impédance propre d'un tel dipôle, car elle donne accès directement à la température du plasma (R_o) et à la densité, par le comportement de la réactance à la fréquence plasma. Pour un dispositif réel, il conviendrait cependant de tenir compte de l'influence des câbles, supports des sphères, masses conductrices et éventuellement de la gaine ionique, ce qui ne peut être fait qu'en simulation numérique.

1.3.3. Le dipôle double brin en plasma chaud

Un développement analytique général pour un dipôle double brin deviendrait très vite fastidieux, même au prix d'approximations plus ou moins justifiables. En particulier, la question de la répartition des charges, qui ne se pose pas pour le dipôle double sphère, requiert ici la plus grande attention. On peut néanmoins montrer qu'aux fréquences extrêmes de part et d'autre de ω_p , pour une antenne soit très grande, soit petite par rapport à λ_D , le plasma modifie peu la distribution triangulaire de courant considérée dans le cas du vide pour le calcul de l'impédance du dipôle (cf. § 1.1.3). Il est évident en particulier que pour une antenne de longueur $l < \lambda_D$, le couple d'équations (1.66) conduit à des valeurs d'impédance pratiquement inchangées par rapport à celles du vide, même pour $\Omega = 1$.

En basse fréquence, l'impédance d'un dipôle très long par rapport à λ_D peut être calculée analytiquement à partir des équations (1.65). On applique la méthode développée pour le cas du vide (cf. § 1.12 et 1.1.3), sachant que le potentiel induit par un élément différentiel de charge est maintenant donné par :

$$dV_q = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r} \left[\operatorname{Re} \left\{ \frac{\phi}{\phi_o} (\Omega, r/\lambda_D) \right\} + \operatorname{Im} \left\{ \frac{\phi}{\phi_o} (\Omega, r/\lambda_D) \right\} \right] \quad (1.81)$$

où les valeurs de ϕ/ϕ_o sont données par l'équation (1.65).

En intégrant le long de l'antenne la contribution de la distribution de charge donnée par l'équation (1.22), on obtient le potentiel en tout point d'abscisse z , sous forme de deux termes venant respectivement des parties réelle et imaginaire de ϕ/ϕ_o :

$$V_{q1} = -j \frac{I_M}{2\pi\epsilon_0 l \omega} \left\{ E_1 \left(\frac{l/2+z}{\lambda_D} \right) - E_1 \left(\frac{l/2-z}{\lambda_D} \right) - 2E_1 \left(\frac{z}{\lambda_D} \right) + 2 \ln \left(\frac{\lambda_D}{a} \right) \right\} \quad (\Omega \ll 1) \quad (1.82)$$

$$V_{q2} = \frac{I_M}{2\pi\epsilon_0 l \omega_p \sqrt{2\pi}} \left\{ \int_0^z F_e(\rho) d\rho - \int_z^{l/2+z} F_e(\rho) d\rho + \int_0^{l/2-z} F_e(\rho) d\rho \right\} \quad (\Omega \rightarrow 0)$$

où $E_1(x)$ est la fonction Exponentielle Intégrale et $F_e(\rho)$ la fonction d'écran définie avec l'équation (1.65). Comme dans le cas du vide (équation 1.23 et Figure 6), on voit que la distribution de charge approximative qui a été choisie ne permet pas de satisfaire parfaitement la condition imposée par le générateur, c'est-à-dire une tension constante tout le long du brin considéré ($V_{q1} + V_{q2} = V_o/2$). Il faut donc s'attendre à des effets de bords modifiant la distribution de charge à chaque extrémité des brins (cf. Chapitre 3). Cependant, la première des équations (1.82) montre que si le rayon de l'antenne est beaucoup plus petit que λ_D , la partie dominante du



potentiel ($V_{q,l}$) est pratiquement constante partout, sauf aux extrémités (Figure 6). En effet, pour $x \gg 1$, le comportement de $E_1(x)$ est similaire à $(\exp(-x))/x$ et pour $x \ll 1$, $E_1(x) \sim -\ln x$ [Abramowitz and Stegun, 1972]. Dans ces conditions, on obtient la réactance du dipôle :

$$Y = \text{Im} \left\{ \frac{2 V_q}{I_M} \right\} \approx - \frac{\ln \frac{\lambda_D}{a}}{\pi \epsilon_0 (l/2) \omega} \quad (\Omega \ll 1, a \ll \lambda_D) \quad (1.83)$$

Ce résultat peut être comparé à celui obtenu dans l'approximation hydrodynamique quasi plasma froid (équation 1.59). A part un facteur $\sqrt{3}$ qu'introduit la théorie hydrodynamique à basse fréquence (qui pourrait d'ailleurs se corriger en modifiant la constante de chaleur spécifique du gaz d'électrons [Balmain, 1965]), les deux équations sont semblables.

Pour estimer la résistance R_t à partir de la seconde équation (1.82), nous devons connaître le comportement de la primitive de la fonction d'écran. A partir du développement de la fonction F_e , donné avec l'équation (1.65), une simple intégration par parties donne immédiatement :

$$\int_0^x F_e(\rho) d\rho = \sum_{q=0}^{\infty} \left\{ 1 + 2q \left[\ln x - \Psi(2q+2) - \frac{1}{2q+1} \right] \right\} \frac{x^{2q+1}}{(2q+1)(2q+1)!} \quad (1.84)$$

dont la courbe de variation en fonction de x est représentée Figure 25.

La valeur analytique pour $x \rightarrow \infty$ est un peu plus complexe à obtenir. Il convient pour cela de revenir à la définition de la fonction d'écran donnée par l'équation (1.65). En plasma Maxwellien, le potentiel normalisé induit par une charge ponctuelle [Béghin, 1995] s'écrit :

$$\begin{aligned} \frac{\phi}{\phi_0}(\Omega, \rho) &= \frac{2}{\pi} \int_{-\infty}^0 \frac{\sin K\rho}{K} \frac{dK}{\epsilon_l(K, \Omega)} \\ \text{avec } \epsilon_l(K, \Omega) &= 1 - \frac{Z'(\Omega/\sqrt{2}K)}{2K^2} \end{aligned} \quad (1.85)$$

où $Z'(z)$ est la dérivée de la fonction plasma de Fried and Conte [1961], et K le nombre d'onde normalisé $K = k\lambda_D$. Pour $\Omega \rightarrow 0$, le développement de Z' , limité au premier ordre donne :

$$\frac{1}{\epsilon_l} \approx \frac{K^2(1+K^2) - jK\Omega\sqrt{\pi/2}}{(1+K^2)^2} \quad (\Omega \ll 1) \quad (1.86)$$

En reportant cette expression dans l'intégrale (1.85), et en intégrant à nouveau par rapport à la variable ρ , on obtient finalement :

$$\int_0^{\infty} F_e(\rho) d\rho = \frac{\sqrt{2\pi}}{\Omega} \int_0^{\infty} \text{Im} \left(\frac{\phi}{\phi_0} \right) \frac{d\rho}{\rho} = 2 \int_0^{\infty} \frac{\sin K\rho}{\rho} d\rho \frac{dK}{(1+K^2)^2} = \frac{\pi^2}{4} \quad (1.87)$$

Ceci nous permet d'évaluer maintenant la seconde équation (1.82), et d'en déduire la résistance du dipôle. Sachant

que la contribution de tension V_q dans la région du centre du brin ($z = l/4$), comme on l'a vu ci-dessus, est égale à la tension appliquée $V_o/2$, on obtient :

$$R_t = \operatorname{Re} \left\{ \frac{2V_q}{I_M} \right\} = R_o \frac{2 \int_0^X F_e(\rho) d\rho - \int_X^{3X} F_e(\rho) d\rho}{X} \quad (\Omega \ll 1) \quad \text{avec } X = \frac{l}{4\lambda_D} \quad (1.88)$$

où R_o est la résistance de référence d'une sphère de petit diamètre par rapport à λ_D , donnée par l'équation (1.70), une valeur qui ne dépend que de la température électronique. La variation de R_t en fonction de la longueur du dipôle est montrée Figure 26. On constate que cette variation présente un maximum pour $X \sim 2$, soit $l \sim 8\lambda_D$, phénomène qui n'existe pas pour un dipôle double sphère (Figure 22). Par conséquent, l'utilisation de la mesure de résistance basse fréquence d'un dipôle double brin à des fins de diagnostic (mesure de température) présente une ambiguïté de part et d'autre de $l = 8\lambda_D$. Pour une longueur de dipôle très grande devant λ_D , ($X \rightarrow \infty$), on voit sur la Figure 26 que la résistance tend asymptotiquement vers une loi en $1/l$. A partir des équations (1.87) et (1.88), en faisant tendre X vers l'infini, on obtient :

$$R_t = 2\pi^2 R_o \frac{\lambda_D}{l} = \frac{1}{4\epsilon_0 \sqrt{2\pi}} \frac{1}{lf_p} \quad (\Omega \ll 1, l \gg \lambda_D) \quad (1.89)$$

ce qui est encore un résultat remarquable : *la résistance ET basse fréquence d'un très long dipôle double brin de longueur donnée ne dépend que de la fréquence de plasma, et donc de la densité électronique*. Alors que le dipôle double sphère de même longueur possède une résistance basse fréquence (équation 1.71 et Figure 22) qui ne dépend que de la température !

Au voisinage de $\Omega=1$, le développement analytique n'est guère possible simplement, car la distribution de charge n'est plus du tout semblable au cas du vide, comme le prouvera la simulation numérique (cf. Chapitre 3). Cependant, le comportement de l'impédance n'est pas fortement différent de celui du dipôle double sphère (Figure 24) pour des longueurs jusqu'à $\sim 20\lambda_D$. Pour de très grandes longueurs, le comportement tend asymptotiquement vers celui donné par l'approximation quasi plasma froid (Figure 16), à l'exception de la résistance R_t basse fréquence, qui a été déterminée ci-dessus.

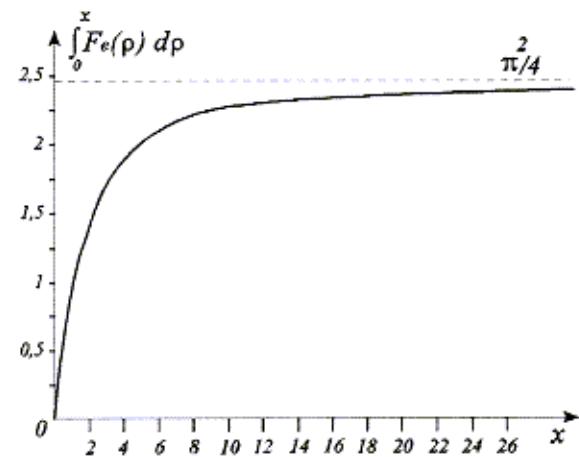


Figure 25. Evolution de la primitive de la fonction d'écran.

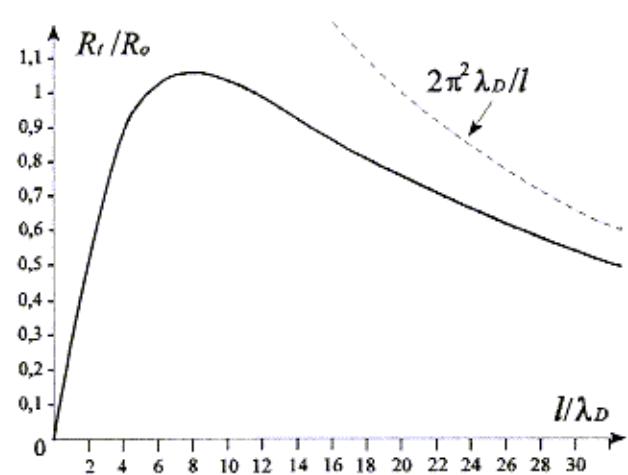


Figure 26. Variation de la résistance R_t en basse fréquence d'un dipôle double brin, en fonction de la longueur. On peut comparer cette courbe à celle du dipôle double sphère donnée Figure 22.

2. METHODES NUMERIQUES ET MODELISATION

2.1. Solution de l'équation de Laplace dans un diélectrique isotrope et homogène

La plus simple des méthodes numériques, permettant de dégrossir certains problèmes d'antennes électriques, est la méthode de résolution de l'équation de Laplace, à condition de connaître les potentiels des différentes surfaces conductrices et de pouvoir considérer le milieu extérieur comme un diélectrique parfait, homogène et isotrope. Dans notre cas, on ne peut traiter par cette méthode que l'antenne dans le vide (ou de dimension très petite devant la longueur de Debye), ou encore moyennant certaines précaution, le cas du plasma froid à une fréquence donnée.

On a vu dans le chapitre précédent que l'approximation quasi electrostatique permettait de supposer que toute surface conductrice était équipotentielle, à condition que toutes ses dimensions soient au moins dix fois plus courtes que la longueur d'onde EM. Si tel est le cas, un système quelconque d'antennes et l'environnement conducteur se réduisent à un espace en 3D borné à très grande distance par la condition $V=0$, et limité dans la zone d'étude par des surfaces portées à des potentiels supposés connus V_1, V_2, V_3 , etc... Comme il n'y a pas de charges extérieures à ces surfaces, le potentiel en tout point de l'espace extérieur obéit à l'équation différentielle de Laplace [voir par exemple Bruhat, 1967] :

$$\Delta V = \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0 \quad (2.1)$$

Il existe des logiciels spécialisés capables de résoudre cette équation dans un espace maillé, dans lequel on définit les surfaces conductrices ("électrodes") ainsi que leur potentiel. Nous allons montrer quelques exemples d'application du logiciel SIMION [Dahl and Delmore, 1988] d'un usage courant pour la simulation d'optique électronique. Considérons tout d'abord le cas du § 1.1.2, le barreau isolé dans l'espace, plongé dans un champ électrique uniforme, parallèle à son axe. Le problème présente une symétrie cylindrique autour de l'axe du barreau. Le champ extérieur est supposé être créé par deux électrodes en disque, du rayon maximum de la "boîte", situées à grande distance du centre du barreau, perpendiculaire à l'axe, et portées respectivement au potentiel $V_o + 5$ et $V_o - 5$ (unités arbitraires), où V_o est le potentiel imposé du barreau (Figure 27).

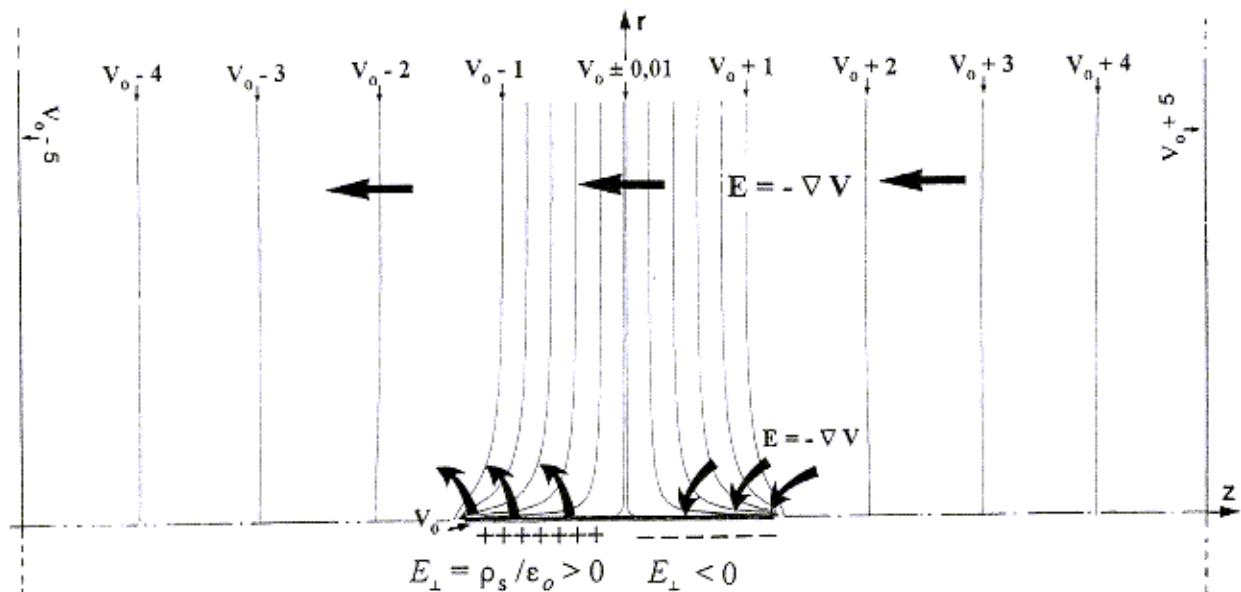


Figure 27. Trace des surfaces équipotentielles obtenu avec le logiciel SIMION, dans un demi-plan en rotation autour d'un barreau conducteur plongé dans un champ électrique uniforme parallèle à son axe. Le champ extérieur est imposé par deux électrodes portées à $V_o \pm 5$. On constate que le sens du champ électrique à la surface du barreau s'inverse au milieu, ce qui implique un changement de signe des charges distribuées en surface, conformément au théorème de Gauss.

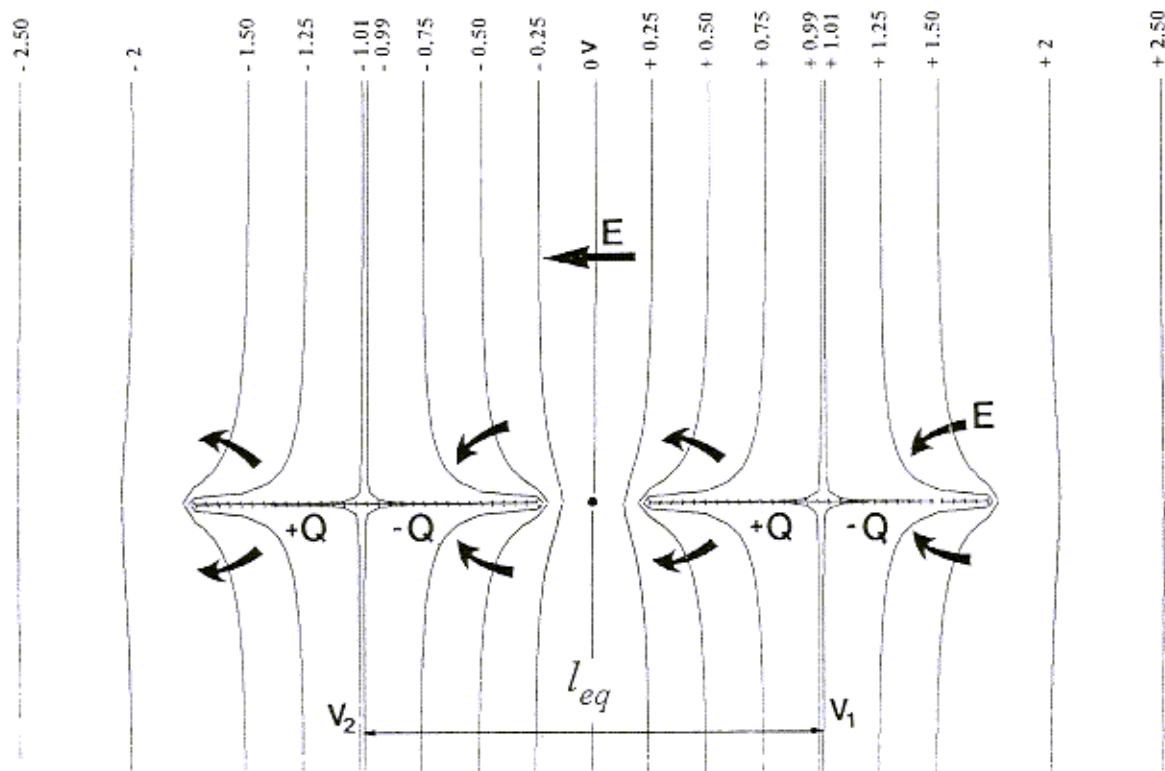


Figure 28. Trace des surfaces équipotentielles autour d'un dipôle double brin en circuit ouvert, plongé dans un champ électrique uniforme. Les deux demi-brins ont été séparés exagérément dans le modèle pour être conforme à l'approximation faite au § 1.1.4 qui consiste à supposer une distribution de charge inchangée par rapport à deux barreaux indépendants l'un de l'autre. On constate que la longueur "équivalente" (Figure 10 et équation 1.38) est bien la distance qui joint les équipotentielles non perturbées passant par les centres de chaque demi-brin, soit $l_{eq} = l/2$ si la distance entre brins était nulle.

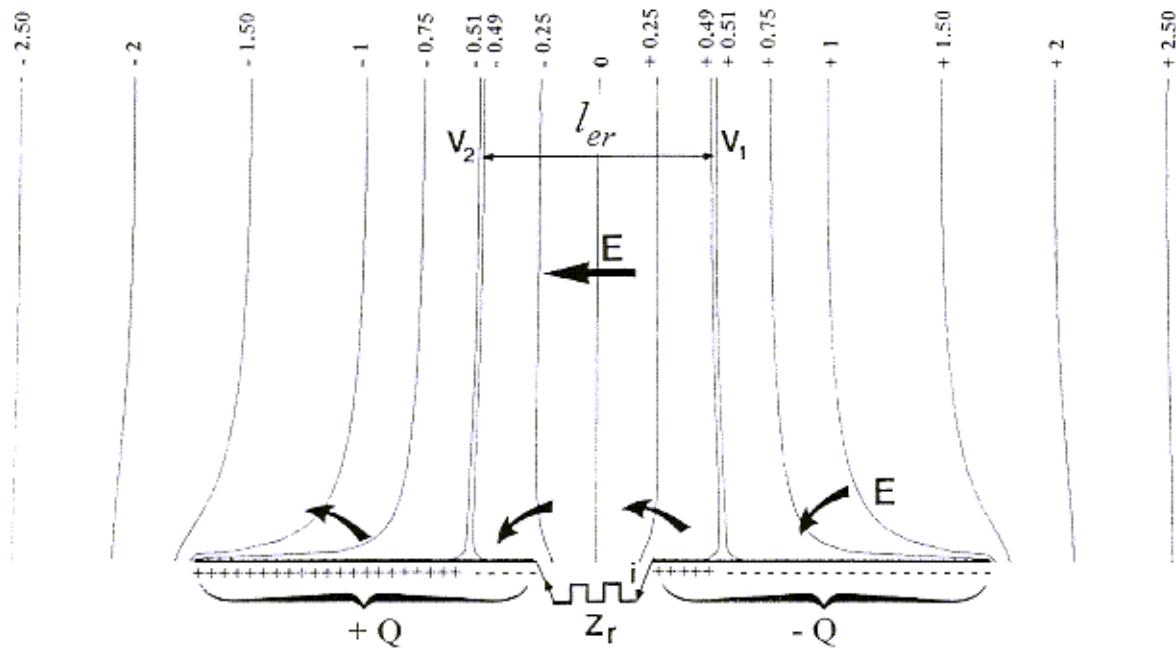


Figure 29. Trace des surfaces équipotentielles autour d'un dipôle double brin en réception, chargé par une impédance Z_r . On constate que les équipotentielles non perturbées épousant le contour de chaque brin (imposant leur potentiel de surface), se rapprochent de zéro par rapport au circuit ouvert (Figure 28), conduisant à une "longueur efficace de réception" l_{er} , conformément à l'équation (1.41). Noter que la distribution de charge sur chaque demi-brin doit se modifier également.



Le logiciel SIMION permet de visualiser les lignes équipotentielles dans un plan, qui est le plan génératrice de l'espace 3D dans le cas d'une symétrie cylindrique. Les lignes équipotentielles représentent alors la trace des surfaces équipotentielles dans ce plan. A partir de ce tracé, on peut estimer graphiquement la direction et l'amplitude du champ électrique qui se trouve tout entier dans le plan, d'après la relation $E = -\nabla V$, soit en coordonnées cylindriques :

$$E_z = -\frac{\partial V}{\partial z} \quad ; \quad E_r = -\frac{\partial V}{\partial r} \quad (2.2)$$

où z est l'axe de symétrie (le long de l'antenne dans les figures 27, 28 et 29), et r la direction perpendiculaire.

Cette méthode apporte d'intéressants compléments pour l'interprétation physique du développement analytique du chapitre précédent. Par exemple, dans le cas du barreau plongé dans un champ uniforme (Figure 27), on voit immédiatement que le champ E_z à la surface du barreau est de plus en plus intense au fur et à mesure qu'on s'approche des bords (les lignes équipotentielles sont de plus en plus serrées). Donc, en vertu du théorème de Gauss, la densité de charge superficielle $\rho_s = \rho \delta$ (avec les notations du § 1.1.2), nulle au centre, augmente du centre vers les extrémités, ce qui justifie le modèle linéaire au premier ordre (équation 1.9 et Figure 2). On voit de même que E_z est bien aligné avec la direction r partout sur la longueur du barreau, sauf aux extrémités, où E_z s'aligne brusquement avec l'axe z . Ceci traduit l'effet de bord, avec des charges distribuées sur les faces extrêmes, qui n'ont pas été prises en compte dans le développement analytique. On constate également que le champ extérieur n'est perturbé par la présence du barreau que dans volume pratiquement limité à un ellipsoïde de grand axe à peine plus long que $3l/2$, et de petit axe de l'ordre de l . Enfin, à cause de la symétrie des lignes équipotentielles, il est évident que le barreau se porte au potentiel d'espace V_0 qui est l'équipotentielle non perturbée (en absence du barreau) passant par son centre.

Le cas de l'antenne double brin se traite avec le même logiciel, et les mêmes conditions aux limites à l'infini pour le champ extérieur. Mais il nécessite alors un ajustement par approches successives, car on ne connaît pas au départ les valeurs de potentiel de chacun des demi-brins, respectivement V_1 et V_2 (Figure 28). Ces valeurs sont déterminées de telle manière que les lignes équipotentielles correspondantes soient les seules qui ne soient pas perturbées au voisinage immédiat de l'antenne à l'exception d'un point singulier à la surface. Mais cette condition n'est pas la seule à satisfaire. On a vu aux § 1.1.3 et 1.1.4 que suivant l'impédance du récepteur, le courant à l'interface pouvait varier de 0 (circuit ouvert) à I_M (court-circuit). Donc, en vertu de l'équation (1.10) de conservation des charges, ce courant d'interface traduit le bilan entre charges positives et négatives de chaque demi-brin. Dans le cas du circuit ouvert (Figure 28), un courant d'interface nul implique un équilibre parfait entre charges positives et négatives de chaque brin. C'est ce que montre la figure 28 où les deux conditions précédentes sont satisfaites. Les potentiels des demi-brins sont respectivement $V_1 = +1$ et $V_2 = -1$ (unités arbitraires liées à l'amplitude du champ extérieur). Comme on considère deux demi-brins assez écartés l'un de l'autre, la distribution des équipotentielles est pratiquement identique à celle imposée par deux barreaux indépendants, et le potentiel d'équilibre de chaque brin est égal au potentiel d'espace non perturbé de leur centre. De même que pour le barreau seul, le sens du champ E_z à la surface confirme l'équilibre des charges et par conséquent le modèle de distribution de courant de la Figure 8. En circuit ouvert, la longueur "équivalente" donnée par l'équation (1.38) est bien égale à la distance entre les centres des deux demi-brins, soit $l/2$ si l'on néglige l'inter-brin.

Lorsque l'antenne de réception est chargée par une impédance Z_r (Figure 29), voire en court-circuit, on a vu au § 1.1.2 que le courant d'interface était en quadrature avec les potentiels et les charges. Ici, ce courant est imaginaire négatif (dirigé vers $-z$) avec le sens conventionnel de E_{ext} choisi dans les Figures 2 et 29. On doit donc avoir un excès de charges négatives pour le brin du côté $z > 0$. Ceci conduit à diminuer la valeur de V_1 par rapport au cas du circuit ouvert. Evidemment le potentiel de l'autre brin évolue symétriquement. On constate sur la Figure 29 que la longueur "équivalente de réception" diminue en conséquence, en accord avec l'équation (1.41).

Un autre aspect intéressant de cette méthode complémentaire est que des formes géométriques variées peuvent être étudiées, à condition d'obéir aux contraintes du logiciel (symétrie cylindrique pour SIMION). C'est ce qu'illustre la Figure 30, où l'on considère un dipôle double brin en circuit ouvert, installé à bord d'un véhicule spatial assimilé à une sphère conductrice de diamètre supérieur à la longueur de chaque brin, portée au potentiel zéro de référence. On voit cette fois que les équipotentielles d'un champ extérieur sont perturbées dans un volume un peu plus grand que le volume occupé par tout le dispositif, donc la longueur équivalente de l'antenne dépend

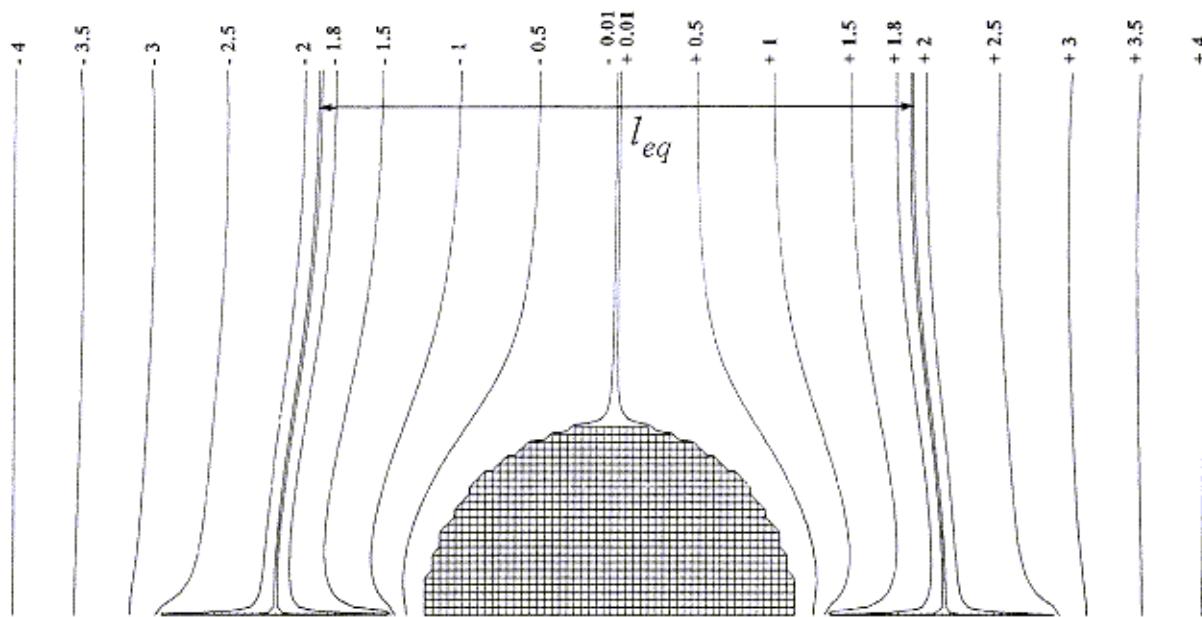


Figure 30. Simulation d'un dipôle double brin en circuit ouvert, installé sur un véhicule spatial assimilé à une sphère conductrice. On voit clairement que la longueur équivalente de l'antenne dépend fortement de l'environnement.

cette fois de l'environnement, comme cela a été discuté au § 1.1.7. Cet exemple illustre la *difficulté de déterminer précisément les caractéristiques d'une antenne dipôle double brin, en particulier sa longueur équivalente*, lorsque l'environnement est complexe et que la dimension des surfaces conductrices ne permet pas de les négliger. De ce point de vue, l'antenne dipôle double sphère présente encore un avantage par rapport au double brin, comme l'illustre la Figure 31.

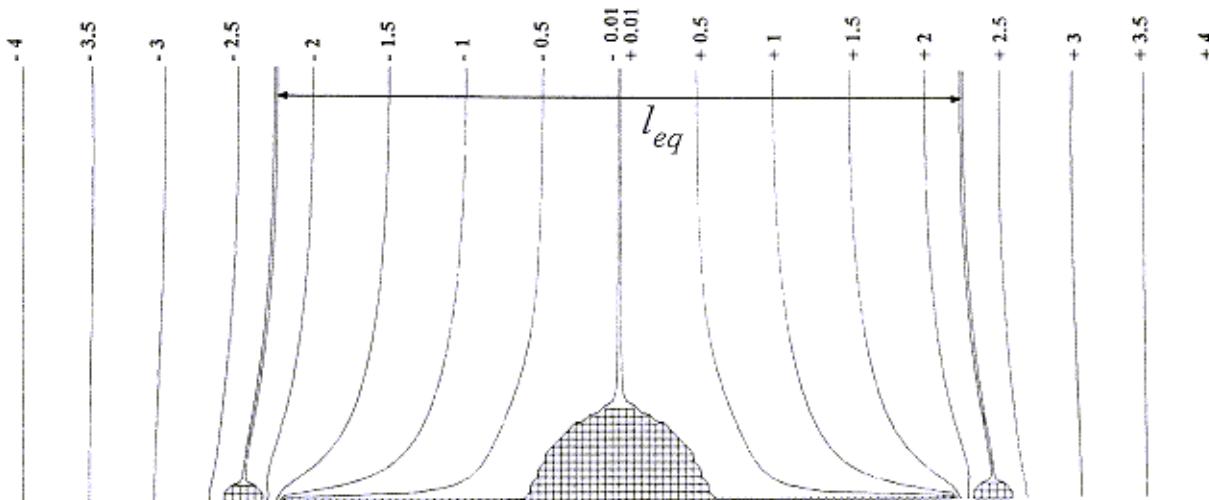


Figure 31. Antenne dipôle double sphère installée sur un véhicule spatial assimilé à une sphère conductrice. La surface du véhicule, ainsi que les câbles ou les bras porteurs des sphères sont imposés au potentiel Zéro de référence.

Si les bras sont suffisamment longs devant le diamètre du véhicule, la longueur équivalente de l'antenne est assez proche de la distance entre les deux sphères. Tout ceci n'est valable rappelons-le, que si l'on peut considérer le milieu extérieur comme un diélectrique parfait, ce qui n'est pas le cas en général dans le plasma, sauf

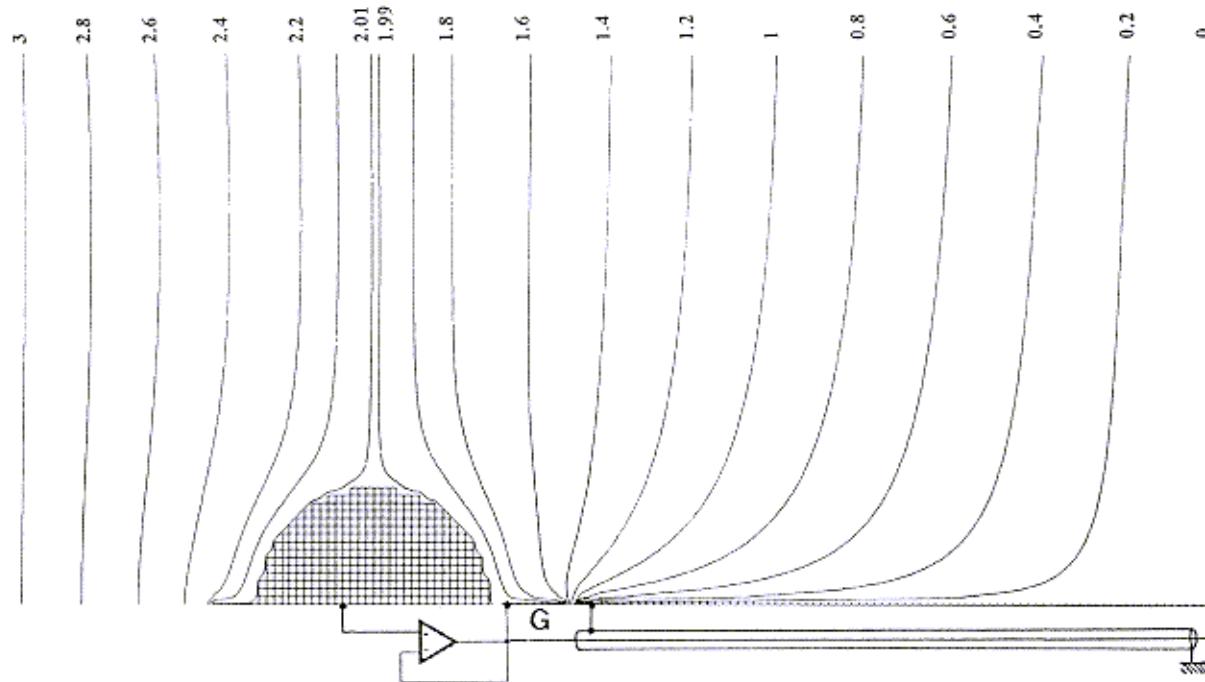


Figure 32. Simulation d'une antenne double sphère avec pré-amplificateur incorporé, anneau de garde et bras conducteur.

si la dimension d'ensemble du dispositif est inférieure ou de l'ordre de la longueur de Debye. Cependant, il peut être intéressant de considérer deux échelles différentes dans un dispositif tel que celui de la Figure 31. Si tout l'ensemble ne peut pas être traité comme dans un diélectrique parfait, on peut en considérer des sous-ensembles qui le peuvent. C'est le cas par exemple pour un sous-ensemble constitué d'un demi-bras et son extrémité équipée d'une sphère, y compris l'interface bras-sphère, comme l'illustre la Figure 32. Cette partie peut être considérée comme petite devant λ_D .

On a considéré ici le cas d'un dipôle double sphère, dont les sphères sont équipées chacune d'un pré-amplificateur et l'interface d'un anneau de garde, comme c'est souvent l'usage dans des expériences spatiales TBF [Pedersen *et al.*, 1978]. Le bras (ou le câble) qui porte la sphère est gainé d'une armature conductrice reliée au potentiel du véhicule, référence zéro volt. Il convient de noter que le potentiel du véhicule n'est pas toujours nul, car il peut y avoir un échange de courant entre la structure et les antennes si le système complet n'est pas symétrique. Comme la neutralité des charges doit être conservée, la structure porte alors des charges compensatrices qui lui donnent un certain potentiel par rapport au potentiel d'espace non-perturbé, qui est zéro par définition. Ce potentiel "flottant", tant continu qu'alternatif, est négligé ici, mais doit être pris en compte dans les simulations numériques pour l'auto-cohérence du traitement. Comme la sphère et l'armature externe du bras sont à des potentiels différents, la région d'interface est le siège d'un fort champ électrique de nature à modifier sensiblement l'impédance de la sphère par rapport à l'approximation d'une sphère seule (cf § 1.3.2). Afin de réduire cet effet, on utilise parfois la technique de l'anneau de "garde". Ceci consiste à introduire une zone conductrice supplémentaire à l'interface, portée artificiellement par "boot-strap" au même potentiel que la sphère, en disposant de la faible impédance de sortie du pré-amplificateur. On élimine ainsi le couplage direct capacitif entre la sphère et le bras. Pour parfaire le dispositif, la sphère est munie d'un appendice du côté opposé au bras pour symétriser les effets de sillage et d'éclaircissement vis-à-vis de la seconde sphère du dipôle. L'effet résultant est montré Figure 32. On constate qu'un tel dispositif permet de symétriser quasi parfaitement les équipotentielles autour de la sphère, d'où un bilan de charges électriques nul en circuit ouvert (grâce à pré-amplificateur à très haute impédance d'entrée), et un potentiel flottant de sphère voisin du potentiel d'espace non perturbé.

Enfin, la méthode de Laplace permet parfois de trouver des configurations judicieuses pour installer une antenne électrique dans un environnement complexe. On en a vu un exemple dans la Figure 12 sur un cas précis, la Figure 33 suivante illustre le fait dans un cas simplifié.

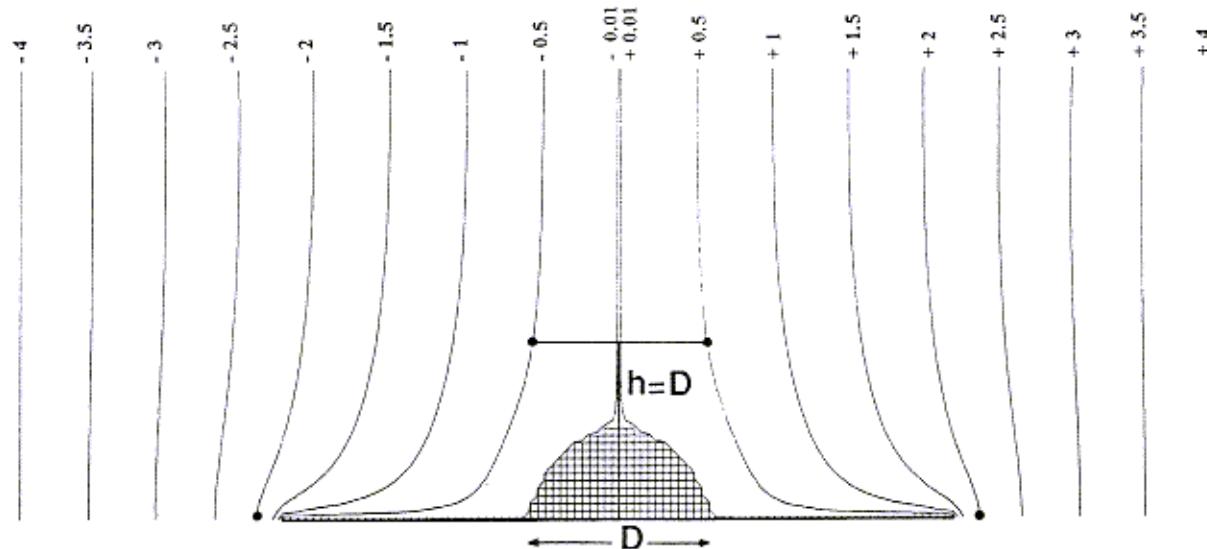


Figure 33. Comparaison entre deux possibilités d'installation d'une antenne double sphère à bord d'un véhicule spatial. Lorsqu'on a la possibilité d'utiliser de longs bras, la disposition symétrique par rapport au centre électrique de la structure est évidemment toujours préférable, car elle offre la meilleure sensibilité et la meilleure immunité à l'égard des perturbations venant de la structure. Si tel n'est pas le cas, on peut trouver des compromis intéressants, comme par exemple celui suggéré ici, consistant à placer un dipôle court perpendiculairement au plan de symétrie électrique de la structure (potentiel flottant de référence, pris ici égal à zéro). On constate que de placer ce dipôle à une distance de l'ordre du diamètre de la structure ne conduit pas à des erreurs de potentiel perturbé supérieures en valeur relatives à la solution des longs bras. Ceci bien entendu au détriment d'abord de la sensibilité (réduction de longueur équivalente) et parfois de l'immunité aux parasites (si les sources ne sont pas situées au centre de la structure).

2.2. Méthode de Brillouin appliquée aux antennes dipôles en plasma chaud

Tous les travaux classiques de simulation numérique des antennes dipôles en plasma chaud (double brin ou double sphères) utilisent le même principe de calcul de base, connu comme méthode de Brillouin depuis 1922 dans la théorie générale des antennes, qui consiste à déterminer l'impédance de l'antenne Z à partir de la puissance définie par le théorème de Poynting et dissipée dans Z :

$$P = Z I_M^2 = \int_0^l J_z^* E_z dz \quad (2.3)$$

où I_M est la valeur efficace du courant au pied de l'antenne comme au § 1.1.3, J_z^* la valeur complexe conjuguée de la distribution de densité de courant dans l'antenne, E_z la composante longitudinale du champ électrique à la surface, et z la distance le long de l'antenne. Lorsque l'antenne est très courte devant la longueur d'onde EM, on utilise l'approximation électrostatique, et en absence de champ magnétique statique ($f_{ce} \ll f_p$), le plasma est considéré comme un diélectrique isotrope. Pour résoudre l'équation (2.3), la plupart des auteurs ont considéré une distribution de courant triangulaire imposée le long de l'antenne, comme au § 1.1.3.

Par ailleurs, les équations de Maxwell permettent d'écrire une relation entre les transformées de Fourier dans l'espace en k du champ électrique et du courant [Quemada, 1968] :

$$[kk - k^2 \mathbf{1} + \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon(\omega, k)] \cdot \mathbf{E}(\omega, k) = -j\omega \mu_o \mathbf{J}(\omega, k) \quad (2.4)$$



où $\mathbf{k}\mathbf{k}$ est le produit matriciel du vecteur par lui-même, $\mathbf{1}$ la matrice unité et $\epsilon(\omega, k)$ le tenseur de permittivité. Dans l'approximation électrostatique, la transformée de Fourier du champ électrique s'écrit :

$$E(\omega, \mathbf{k}) = -j \frac{\mathbf{k}\mathbf{k}}{\epsilon_0 \epsilon_1(\omega, k) \omega k^2} J(\omega, \mathbf{k}) \quad (2.5)$$

où $\epsilon_1(\omega, k)$ est la constante diélectrique longitudinale du plasma, dont l'expression en variables normalisées a été donnée dans l'équation (1.85). Le résultat est obtenu par la méthode classique d'inversion de transformée de Fourier.

Cette méthode implique que l'antenne est "immatérielle", c'est-à-dire faite d'un grillage de fil métallique infiniment fin, n'ayant aucune interaction du type gaine ionique avec le plasma. L'antenne peut avoir un diamètre quelconque par rapport à λ_D , le plasma et les ondes sont ainsi libres de circuler au travers [Schiff, 1970]. Des modèles plus complexes à trois dimensions ont également été considérés, prenant en compte une antenne conductrice pleine et de diamètre fini, mais toujours en l'absence de gaine. Certains de ces modèles permettent de déterminer la distribution de courant grâce à une contrainte supplémentaire qui est l'annulation du champ électrique total à l'intérieur, de même que la composante longitudinale à la surface [Cook and Edgar, 1966; Singh, 1978]. Enfin, des effets secondaires ont été considérés, tels que l'impact d'électrons énergétiques à la surface et l'effet d'une double population Maxwellienne (chaude et froide) [Meyer-Vernet and Perche, 1989]. Pour plus ample information, le lecteur est invité à consulter les articles cités ci-dessus, ainsi que les travaux auxquels ils se réfèrent.

Les résultats sont bien entendu conformes à la théorie analytique (§ 1.2 et 1.3) en ce qui concerne le comportement global, et permettent en outre une analyse plus précise et adaptée à toute condition particulière. Malheureusement, comme toute méthode numérique, le sens physique n'apparaît pas clairement au vu des résultats, et un complément analytique est toujours recommandable. De plus, cette méthode devient pratiquement inapplicable dans le cas de systèmes géométriques complexes. En effet, à ma connaissance, aucune simulation d'un système complet simulant une expérience spatiale, comportant l'antenne, les interfaces et les masses métalliques environnantes n'a été publiée. Pour cela, il faudrait tout d'abord calculer la transformée de Fourier de la distribution de courant dans toutes les parties conductrices et ensuite intégrer l'équation (2.3) à partir de l'équation (2.5). Ceci constituerait une méthode très lourde et nécessiterait une puissance de calcul considérable. De plus, l'intégrale (2.3) demande quelques précautions, surtout au voisinage de ω_p . C'est pourquoi je propose une autre méthode, tout aussi rigoureuse tant que l'approximation électrostatique est applicable, mais offrant beaucoup plus de possibilités. Ceci fait l'objet du paragraphe suivant.

2.3. Solution de l'équation de Poisson appliquée à la méthode des éléments finis

On a vu au § 1.3 que dans un plasma Maxwellien isotrope et homogène, le potentiel induit par une charge pulsante ponctuelle pouvait s'exprimer par une fonction analytique en fonction de la fréquence et de la distance tant que l'approximation électrostatique est applicable, c'est-à-dire pour des distances inférieures à environ dix fois la longueur d'onde EM. N'importe quel système géométrique d'antenne électrique avec son environnement, aussi complexe soit-il, s'il répond à ce critère de taille, peut être assimilé à un réseau d'éléments finis de petite taille, considérés individuellement comme des charges ponctuelles (Figure 34). En tout point de l'espace suffisamment éloigné du réseau, le potentiel V est la combinaison linéaire des solutions de l'équation de Poisson relative à chaque élément, soit :

$$V(x, y, z) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_1^S \frac{q_i}{r_i} \frac{\phi}{\phi_0}(\rho_i, \Omega) \quad (2.6)$$

où S est le nombre total d'éléments sur toutes les surfaces

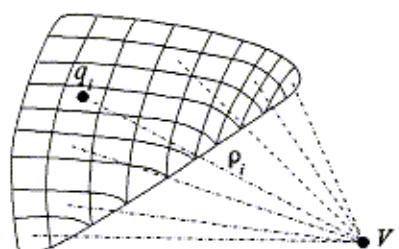


Figure 34. Principe du découpage d'une surface quelconque en éléments finis de charges ponctuelles.

conductrices ; q_i la charge de chaque élément d'indice i ; r_i la distance du point considéré à chacun des éléments, et ϕ/ϕ_0 le potentiel normalisé induit par une charge ponctuelle située à la distance $\rho_i = r_i/\lambda_D$ tel qu'on l'a défini au § 1.3.

La méthode utilisée dans le cas du vide a été exposée par ailleurs [Béghin et al., 1992]. Toutes les distances ρ_i doivent être très inférieures à la longueur d'onde EM, mais également supérieures à la dimension moyenne d'une maille pour que l'on puisse assimiler chaque élément à une source ponctuelle. Cette dernière contrainte pose une difficulté particulière pour les cas où le potentiel doit être calculé à proximité ou à la surface même des objets conducteurs. Si l'on considère en effet un point quelconque de la surface chargée, pour tous les éléments éloignés, on peut appliquer l'équation (2.6), mais pour les éléments voisins et surtout pour l'élément même que l'on considère, il convient de tenir compte de la répartition surfacique des charges. Cependant, afin d'éviter le calcul lourd d'une intégrale qui ferait perdre l'intérêt de la méthode, on peut choisir une dimension de maille inférieure ou de l'ordre de λ_D , de sorte que l'on puisse ne considérer que les premiers termes du développement de la fonction ϕ/ϕ_0 (équation 1.66), voire même prendre le potentiel du vide si la maille est bien inférieure à λ_D .

Pour un élément carré de surface, de côté a et dont la densité de charge ρ_S est constante, la contribution Φ_i de sa propre charge au potentiel de surface dans le vide, ou pour $a \ll \lambda_D$, est donnée par :

$$\Phi_i = \alpha \frac{\rho_S a}{4\pi\epsilon_0} = \alpha \frac{q_i}{4\pi\epsilon_0 a} \quad (a \ll \lambda_D) \quad (2.7)$$

où α est un coefficient qui dépend des coordonnées à la surface du carré, et qui peut être calculé analytiquement. Au centre, $\alpha \sim 3,53$ et diminue pour atteindre 1,765 à 2,40 sur les bords (Figure 35). Si toute la charge était concentrée au centre, ce coefficient aurait une valeur d'autant plus différente (valeurs entre parenthèses dans la Figure 35) qu'on se rapprocherait du centre, où il tendrait vers l'infini. Le fait que le potentiel ne peut pas être constant à la surface d'un élément est évidemment lié au découpage en maille de la surface, où chaque élément a une densité de charge constante, différente de celle des éléments voisins. Ceci limite la résolution du potentiel au voisinage immédiat des mailles, mais de moins en moins quand on s'en éloigne. En conséquence, plus la maille est finement adaptée aux contours des surfaces conductrices, meilleure est la résolution autour de ces surfaces.

Pour les brins d'antenne, il est préférable de définir des éléments de surface cylindriques, de longueur Δl inférieure à λ_D , et supérieure au rayon a , sur chacun desquels on impose encore une distribution de charge uniforme (Figure 36). Comme pour les éléments de surface plane, tant que les distances à prendre en compte pour le calcul du potentiel en un point quelconque de l'espace sont supérieures à Δl , la charge peut être considérée comme concentrée au centre de chaque élément. Pour le potentiel de surface, la contribution d'un élément à son propre potentiel est calculé de la même manière qu'au § 1.1.2. Dans le cas du vide, ou pour une très grande valeur de λ_D , on trouve :

$$\Phi_i = \alpha \frac{q_i}{4\pi\epsilon_0 \Delta l} \quad (2.8)$$

$$\alpha = 2 \ln \frac{\Delta l}{a} \quad (a \ll \Delta l \ll \lambda_D)$$

Au voisinage de $\Omega=1$, il convient cependant de prendre en compte les premiers termes du développement de la fonction ϕ/ϕ_0 donné par l'équation (1.66). Dans ce cas, la valeur de Φ_i

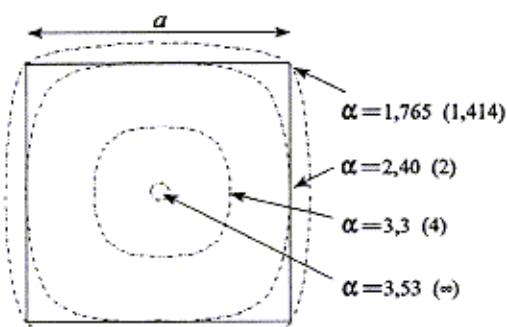


Figure 35. Allure des équipotentielles dans le vide, à la surface d'un carré élémentaire de côté a , chargé électriquement d'une densité constante ρ_S . Entre parenthèses, valeur du coefficient α si toute la charge était concentrée au centre.

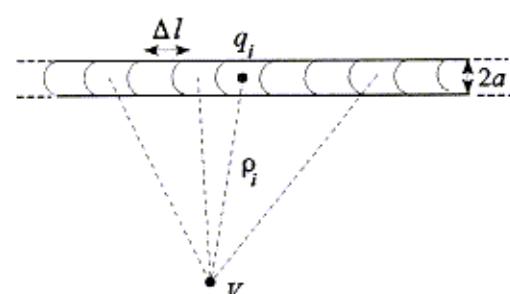


Figure 36. Principe du découpage d'un brin cylindrique en éléments finis de charges ponctuelles.



est un peu plus complexe à obtenir. Sur l'élément cylindrique de longueur Δl , avec le système de coordonnées identique à celui de la Figure 3, une intégration semblable à l'équation (1.13) donne la valeur du potentiel au milieu de l'élément :

$$\Phi_i = \frac{\alpha \rho_s}{2\pi \epsilon_0} \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} d\theta \int_{-\Delta l/2}^{+\Delta l/2} \frac{\phi}{\phi_o} \left(\frac{r}{\lambda_D}, \Omega \right) \frac{dz}{r} \quad (2.9)$$

avec $r = \sqrt{z^2 + 4a^2 \sin^2(\theta/2)}$

En utilisant l'équation (1.66), on obtient :

$$\begin{aligned} \Phi_i &= \alpha \frac{q_i}{4\pi \epsilon_0 \Delta l} \quad (\Delta l \leq \lambda_D) \\ \text{avec } \operatorname{Re} \alpha &= 2 \ln \frac{\Delta l}{a} - \delta_1 \frac{\Omega}{\sqrt{3} \sqrt{1 - \Omega^2}} \frac{\Delta l}{\lambda_D} + \frac{1}{8} \left(\frac{\Delta l}{\lambda_D} \right)^2 \\ \text{et } \operatorname{Im} \alpha &\sim \frac{\Omega}{\sqrt{2\pi}} \left\{ \delta_2 + (1 - \delta_2) \frac{2}{\Omega^2} \left(\frac{\Omega^2}{\Omega^2 - 1} \right)^{c_1} \right\} \frac{\Delta l}{\lambda_D} \end{aligned} \quad (2.10)$$

L'approximation quasi électrostatique nous permet d'écrire que chacune des surfaces conductrices du système (un brin d'antenne, une sphère, une pièce de structure, etc...) est équipotentielle. Soit, en absence de toute source extérieure :

$$V(j) = \Phi_j + c_j \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \sum_{i=1}^S \frac{q_i}{r_{ij}} \frac{\phi}{\phi_o}(r_{ij}, \Omega) = V_s = \text{Cte} \quad (2.11)$$

où j est l'indice de chacun des éléments de la surface considérée, Φ_j la contribution de l'élément lui-même, donné par l'une des équations (2.7), (2.8) ou (2.10), c_j le symbole d'exclusion de l'indice j , r_{ij} la distance entre les éléments d'indice i et j et V_s le potentiel de la surface considérée. S'il y a un champ extérieur (cas de l'antenne en mode réception installée sur un satellite), il convient d'ajouter à V_s le potentiel d'espace non perturbé à l'endroit de l'élément, par rapport au potentiel flottant de référence défini au § 1.1.2.

On obtient ainsi pour chaque surface conductrice un système de S équations (égal au nombre d'éléments finis), avec $S+1$ inconnues, qui sont les S charges q_i , plus le potentiel de la surface. Si le système comporte N surfaces conductrices, et que le nombre total de toutes les charges du système est S_N , on a S_N équations de type (2.11), et S_N+N inconnues. Nous obtenons une équation supplémentaire sur la conservation totale des charges qui doit satisfaire la neutralité du système :

$$\sum_{n=1}^N \sum_{i=1}^{S_n} q_i = 0 \quad (2.12)$$

Enfin, la fermeture du système d'équations est assurée par le réseau électrique équivalent qui relie chacune des surfaces conductrices à la structure de référence, soit $N-1$ équations. On a donc bien au total autant d'équations que d'inconnues.

A titre d'exemple, la Figure 37 montre le cas d'une antenne dipôle double sphère, installée de part et d'autre d'une structure centrale, et fonctionnant en mode émission pour déterminer son impédance.

Pour un dipôle symétrique, les deux sphères sont portées respectivement aux potentiels $+V_o/2$ et $-V_o/2$ et l'ensemble structure/bras au potentiel V_s . Comme tout le système est en équilibre électrique, et comme nous avons choisi ici un modèle totalement symétrique, on est libre de définir le potentiel flottant de la structure tel que $V_s = 0$. Mais si ce n'était pas le cas, si le courant du générateur alimentant la sphère 1 n'était pas exactement opposé à celui de la sphère 2, un courant différentiel serait émis par la structure, et la solution du système d'équations précédentes nous donnerait une valeur non nulle pour V_s .

La méthode numérique de résolution du système linéaire d'équations est la même que dans toute modélisation par éléments finis. Ceci revient à une inversion de matrice pour déterminer la répartition des charges sur chacun des éléments. Dans un cas simple comme celui présenté dans l'exemple ci-dessus, on voit immédiatement que les charges de la moitié droite par rapport au plan de symétrie seront exactement opposées à celles de la partie gauche. Donc, l'équation (2.12) est automatiquement satisfaite, les potentiels sont connus, et le nombre de charges à déterminer est la moitié seulement du nombre total d'éléments. Il faut se rappeler que toutes les quantités, sauf les distances, sont complexes puisque les charges sont variables en $\exp j\omega t$. On convient de prendre comme référence de phase dans cet exemple, la tension V_o du générateur, qui sera prise réelle. Le système à résoudre se réduit donc à inverser le produit matriciel suivant, avec variables et paramètres complexes :

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1s_N} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2s_N} \\ \vdots & & & \vdots \\ a_{s_N 1} & a_{s_N 2} & \dots & a_{s_N s_N} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \vdots \\ q_{s_N} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_s \\ V_s \\ \vdots \\ V_o/2 \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

où les coefficients a_{ii} et a_{ij} sont déterminés à partir de l'équation (2.11) :

$$\begin{aligned} a_{ii} &= \Phi_i - \frac{1}{4\pi\epsilon_o r'_i} \frac{\phi}{\Phi_o} \left(\frac{r'_i}{\lambda_D}, \Omega \right) \\ a_{ij} &= \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \left[\frac{1}{r_{ij}} \frac{\phi}{\Phi_o} \left(\frac{r_{ij}}{\lambda_D}, \Omega \right) - \frac{1}{r'_{ij}} \frac{\phi}{\Phi_o} \left(\frac{r'_{ij}}{\lambda_D}, \Omega \right) \right] \end{aligned} \quad (2.14)$$

avec les distances relatives suivantes : r'_i entre l'élément i et son image, r_{ij} et r'_{ij} entre l'élément i et respectivement l'un des éléments j et son image (Figure 38).

Toutes les bibliothèques mathématiques classiques contiennent un logiciel capable de résoudre une telle inversion de matrice ; la seule difficulté apparaît lorsque le nombre d'éléments devient trop important. Il convient

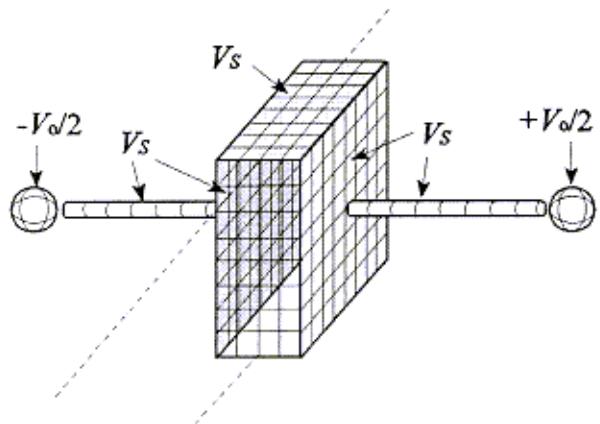


Figure 37. Modélisation en éléments finis d'un système simulant une antenne double sphère, ses bras porteurs et la structure conductrice centrale dans un plasma chaud.

de prendre comme référence de phase dans cet exemple, la tension V_o du générateur, qui sera prise réelle. Le système à résoudre se réduit donc à inverser le produit matriciel suivant, avec variables et paramètres complexes :

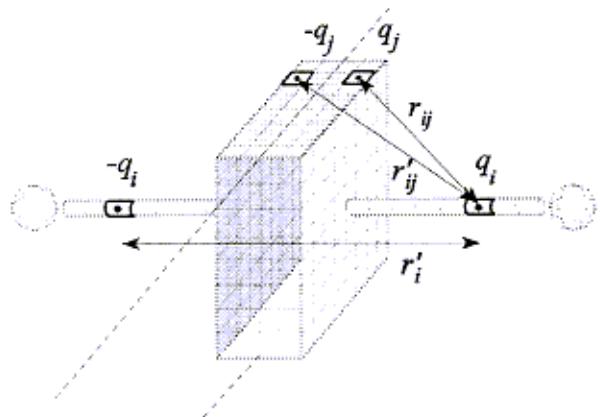


Figure 38. Configuration pour les coefficients a_{ii} et a_{ij}



alors d'utiliser des méthodes d'optimisation qui sortent du sujet de ce rapport.

La répartition des charges étant maintenant connue, l'impédance d'une sphère par rapport à la structure s'obtient immédiatement à partir des équations suivantes :

$$Z = \frac{V_o}{I} ; \quad I = j\omega \sum_{i=1}^{S_s} q_i \quad (2.15)$$

où S_s est le nombre d'éléments à la surface de la sphère, et q_i la charge (complexe) de chacun de ces éléments.

Outre l'impédance équivalente de l'antenne, cette méthode permet de déterminer le potentiel induit par l'antenne n'importe où dans l'espace (à condition de satisfaire l'approximation électrostatique), en appliquant la distribution de charge trouvée à l'équation (2.6). On opère de la même façon en mode réception : en appliquant un champ extérieur dans l'équation (2.11), la résolution du système donne la répartition de charge ainsi que la tension de la sphère en circuit ouvert si l'on impose la condition $I = 0$, où I est défini dans l'équation (2.15). On peut également imposer une valeur de I non nulle (simulant l'impédance d'entrée du récepteur), et contrôler ainsi la modification des équipotentielles autour de l'antenne en fonction de sa charge.

Dans le chapitre suivant, nous allons donner les résultats d'une application de cette méthode, dans les cas de simples dipôles cylindriques, laissant les cas plus complexes à des travaux ultérieurs spécialisés.

3. MODELISATION NUMERIQUE DU DIPOLE EN PLASMA CHAUD

3.1. Barreau plongé dans un champ uniforme

Comme première application de la méthode de modélisation numérique en éléments finis, présentée au § 2.2, nous allons traiter le cas du barreau conducteur plongé dans un champ électrique uniforme. Toutes les simulations sont faites avec des grandeurs normalisées afin de garder le maximum de généralité. Les distances sont normalisées par rapport à la taille de la maille, c'est-à-dire la longueur Δl d'un élément cylindrique. Les variables de l'équation (2.6) deviennent donc :

$$Q_i = \frac{q_i}{4\pi\epsilon_0\Delta l} ; R_i = \frac{r_i}{\Delta l} ; p_i = \frac{r_i}{\lambda_D} ; \Omega = \frac{\omega}{\omega_p} \quad (2.16)$$

de sorte que les courants auront le même facteur de normalisation ($4\pi\epsilon_0\Delta l$) que les charges.

Le logiciel de simulation interactif a été écrit en langage FORTRAN IV, sur calculateur CDC Cyber 2000 du Centre de Calcul du CNES (système d'exploitation NOS/VE). Différentes versions permettent la simulation de plusieurs tronçons cylindriques, isolés les uns des autres, et dans différents modes d'émission (tensions imposées) ou de réception (circuit ouvert ou charge imposée). Dans le premier exemple de simulation, le barreau est divisé arbitrairement en 122 éléments cylindriques, et le plan de symétrie le partage évidemment en son centre, de sorte qu'il n'y a que 61 éléments de charge à déterminer. Le diamètre du barreau est choisi égal à $\Delta l/2$, soit $a = \Delta l/4$. Le champ extérieur, par convention, est toujours orienté de la droite vers la gauche (vers z négatif), comme dans la Figure 2, et son amplitude est arbitrairement fixée à $|E_{ext}| = 1/5\Delta l$.

Le premier cas traité est celui du vide, comme pour le traitement analytique du § 1.1.2. Les répartitions des charges et du courant, le long du demi-barreau de droite, sont représentées Figure 39. Cette simulation valide parfaitement le traitement analytique du § 1.1.2, et en particulier l'approximation d'une distribution linéaire de charge, sauf aux extrémités. Ici, les effets de bord sont pris en compte, et on note une forte accumulation de charges aux extrémités, laquelle n'apporte cependant qu'une faible contribution au courant qui circule sur le barreau. On peut vérifier que non seulement la forme qualitative des distributions est conforme au traitement analytique, mais les valeurs quantitatives le sont également. En effet, si l'on approximait la distribution de charge

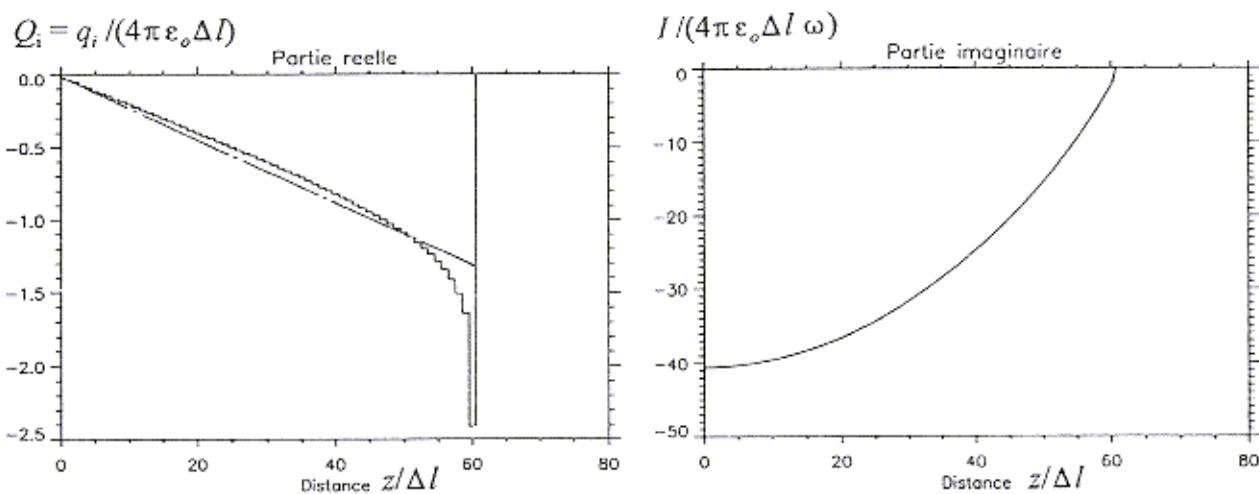


Figure 39. Distributions de charges et de courant le long de la moitié droite d'un demi-barreau de longueur totale $122\Delta l$, plongé dans un champ électrique uniforme d'amplitude $1/5\Delta l$ dirigé vers la gauche ($-z$). On peut noter que l'approximation d'une distribution de charge linéaire du traitement analytique est assez correcte, sauf évidemment à l'extrémité. En conséquence, la distribution parabolique pour le courant est validée en première approximation.



par une loi linéaire telle que celle décrite par l'équation (1.9), l'équation de la droite la plus proche de la distribution trouvée (Figure 39) s'écrirait :

$$Q_i = -1,3 \frac{z}{l/2} \quad \text{avec } l/2 = 61 \Delta l \quad (2.17)$$

ce qui donnerait un courant I_M (pour $z = 0$) égal à :

$$I_M = -j\omega(4\pi\epsilon_0\Delta l) \int_0^{l/2} Q_i dz = -j\omega(4\pi\epsilon_0\Delta l) \times 39,65 \quad (2.18)$$

très proche de la valeur réelle obtenue par sommation des charges calculées (40,6 unités normalisées). Ceci montre que les charges accumulées aux extrémités contribuent peu au courant total.

On peut également vérifier la valeur du courant par rapport à sa valeur prédicta par la théorie analytique. D'après l'équation (1.18), dans l'approximation électrostatique ($l/\lambda = 0$), on doit avoir :

$$\frac{I_M}{\omega} = j \frac{C_o E_{ext} l}{4} \quad \text{avec} \quad C_o = (4\pi\epsilon_0\Delta l) \frac{\frac{l}{\Delta}}{4 \ln \frac{l}{a e}} \quad (2.19)$$

Avec $l/\Delta = 122$ et $l/a = 488$, la valeur de C_o normalisée vaut 5,87. Ici le champ extérieur est $E_{ext} = -1/5\Delta$, d'où l'on obtient, en valeur normalisée :

$$\frac{I_M}{4\pi\epsilon_0\Delta l\omega} = -j \frac{5,87 \times 122}{5 \times 4} = -j35,8 \quad (2.20)$$

soit une valeur environ 11% plus faible que le résultat de la modélisation.

En plasma chaud, nous avons les deux variables supplémentaires Ω et λ_D à introduire par rapport au cas du vide. Nous ne donnerons ici qu'un seul exemple pour illustrer la complexité du comportement en plasma, même pour un dispositif parmi les plus simples qu'on puisse imaginer. La longueur de Debye est fixée à $8\Delta l$, ce qui donne une longueur totale du barreau $l = 15,25 \lambda_D$. Les distributions de charges et de courant à la fréquence de plasma ($\Omega = 1$), où les effets du plasma sont évidemment les plus importants, sont données Figure 40. Contrairement au cas du vide, les charges induites sont maintenant complexes par rapport au champ excitateur extérieur qui reste réel (référence de phase nulle), avec la même direction et la même amplitude que précédemment. On constate que la partie réelle des charges induites est environ 3 fois plus grande que dans le vide, et que la forme de distribution reste encore linéaire en première approximation, sauf à l'extrémité du barreau. La partie imaginaire du courant, qui correspond par définition à la partie réelle des charges, est donc elle aussi environ 3 fois plus grande que dans le vide, avec une forme de distribution semblable. Le sens de cette composante de courant est le même que dans le vide (négatif, c'est-à-dire dirigé vers $-z$, comme le champ excitateur). Cette composante de courant représente donc la réactance capacitive du schéma équivalent du barreau (cf. § 1.1.2), environ 3 fois plus faible que dans le vide.

Par ailleurs, une partie imaginaire apparaît dans les charges induites, avec une amplitude environ 20% plus faible que la partie réelle. Ce sont des charges en quadrature avec le champ excitateur, qui produisent par définition la partie réelle du courant. On constate que cette partie réelle du courant est encore négative, soit dirigée dans le même sens que le champ excitateur, et en phase avec lui. Le barreau se comporte donc bien vis-à-vis du champ excitateur comme une résistance en série avec une réactance capacitive, qui représentent l'impédance propre d'un dipôle de même longueur en court-circuit. Le rapport entre les deux composantes de courant montre que la résistance ET du barreau est, dans cet exemple, environ 20% plus grande que sa réactance.

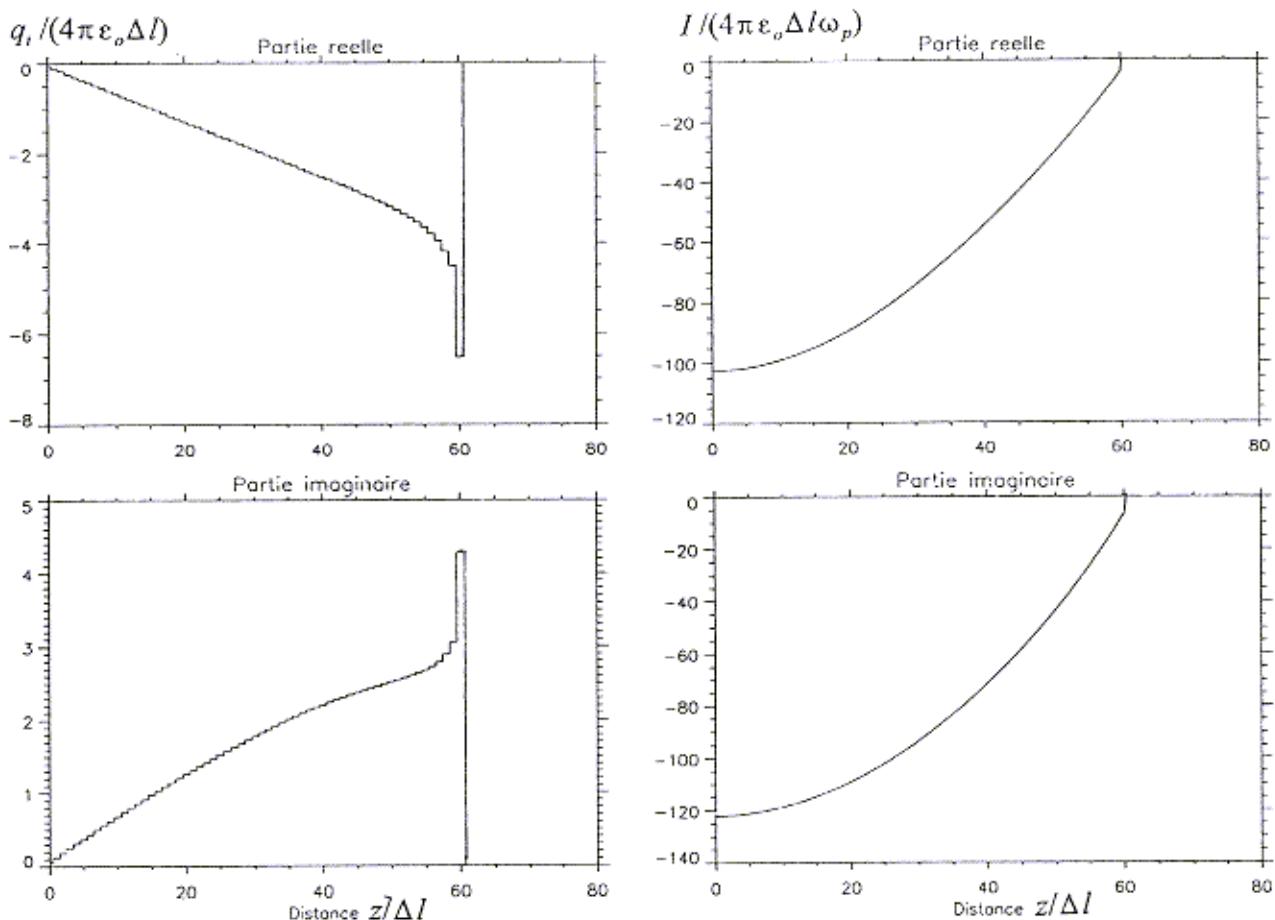


Figure 40. Distributions de charges et de courant pour le même barreau qu'en Figure 39, mais dans un plasma Maxwellien isotrope, à la fréquence $\Omega = 1$, et pour une longueur de Debye $\lambda_D = 8\Delta l$, soit $l/\lambda_D = 15,25$.

Une fois la distribution des charges connue, le potentiel autour du barreau peut facilement être calculé avec l'équation (2.6) n'importe où dans son voisinage. La Figure 41 montre la répartition des équipotentielles obtenue par cette méthode autour du demi-brin de droite, de la même manière que la Figure 27 dans le cas du vide, qui avait été obtenu par résolution de l'équation de Laplace. Dans le vide, sur cet exemple, les deux méthodes donnent évidemment le même résultat. A une distance radiale d'environ $l/3$, les équipotentielles sont peu perturbées par la présence du barreau. Par contre, dans le plasma, pour $\Omega = 1$ et $\lambda_D = 8\Delta l$, on constate une très forte modification des équipotentielles par rapport au vide. D'une façon générale, les surfaces équipotentielles sont "aspirées" par le barreau, créant par conséquent un champ électrique dans son voisinage beaucoup plus intense que dans le vide. De plus, la perturbation s'étend très loin du barreau. Le champ se retrouve pratiquement non perturbé qu'à des distances de plus de $10l$ (hors de l'échelle de la Figure 41). La modification n'affecte pas seulement l'amplitude du champ, ou du potentiel, mais aussi sa phase par rapport au champ exciteur, comme l'attestent la trace des surfaces équiphases. La rotation de phase dépasse $0,7$ radian (40°) au voisinage du barreau, et traduit le déphasage de l'impédance propre du barreau (rapport réactance/résistance).

Ce résultat montre l'effet très important produit dans l'environnement proche et lointain par une surface conductrice plus grande que λ_D au voisinage de ω_p . Imaginons par exemple que notre barreau représente un bras conducteur, ou simplement la gaine du câble, porteur à ses extrémités des deux sphères réceptrices d'un dipôle double sphère. Un cas similaire sera traité ultérieurement avec le même programme de simulation. Néanmoins, on peut déjà voir sur la Figure 41 en supposant que les sphères sont suffisamment petites et "immaterielles" pour ne pas modifier sensiblement les surfaces équipotentielles, qu'à l'extrémité des bras où elles seraient installées, le potentiel est environ 3 fois plus fort que dans le vide. Donc, la longueur équivalente du dipôle double sphère est, dans cet exemple, 3 fois plus grande que dans le vide pour $\Omega = 1$. Ceci illustre parfaitement les résultats

parfois fantaisistes obtenues dans certaines expériences spatiales, dans l'amplitude d'ondes électrostatiques au voisinage des résonances du plasma, lorsque les caractéristiques de l'antenne ne sont pas considérées attentivement.

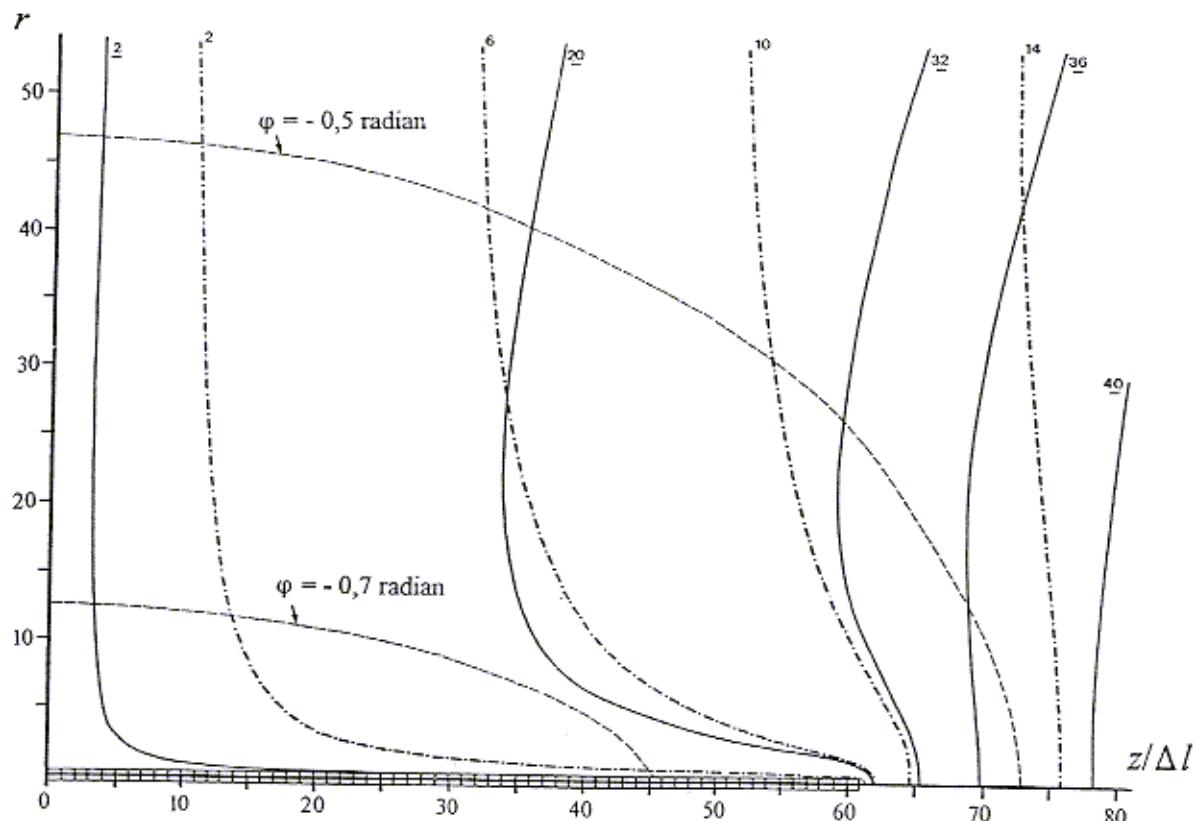


Figure 41. Trace des équipotentielles autour du même barreau que dans les Figures 39 et 40, dans le demi-plan génératrice autour de son axe. En traits discontinus, les équipotentielles dans le vide (2, 6, 12, 14 unités normalisées) pour un champ exciteur $E_{\text{ext}} = -1/5\Delta l$ dirigé vers la gauche. En traits pleins, module des équipotentielles (valeurs soulignées) à $\Omega = 1$, pour $\lambda_D = 8\Delta l$. En tirets, trace des surfaces équiphases du potentiel, en référence au vide (ou au champ exciteur). Dans le plasma, les équipotentielles ne retrouvent leur allure non perturbée que bien au-delà des dimensions de la figure.

Dans la même logique que pour le traitement analytique, l'étude du barreau conducteur plongé dans un champ extérieur, par son analogie avec le cas du dipôle double brin en court-circuit, nous a permis d'entrevoir les notions d'impédance du circuit équivalent en plasma. Nous allons maintenant les préciser, en calculant l'impédance propre du dipôle avec le même logiciel de simulation.

3.2. Modélisation du dipôle double brin

3.2.1. Impédance propre du dipôle double brin

Afin de garder l'homogénéité nécessaire à une bonne compréhension des phénomènes, nous garderons toujours les mêmes dimensions du dipôle que celle du paragraphe précédent, mais nous pourrons faire varier la longueur de Debye. Tout d'abord, nous prendrons comme référence le cas du vide, pour lequel les distributions de charges et de courant, en mode émission, sont données Figure 42. Les unités normalisées sont les mêmes qu'au paragraphe précédent. Pour traduire le fait que les deux demi-brins sont isolés électriquement l'un de l'autre, on a introduit un espace flottant de longueur Δl entre eux. Dans le mode émission, pour obtenir l'impédance propre, il n'y a plus de champ extérieur excitateur. Comme dans le traitement analytique (§ 1.1.3), chaque demi-brin est porté par un générateur à un potentiel $\pm V_o/2$. Dans cette simulation, on a pris $V_o/2 = 1$ unité normalisée.

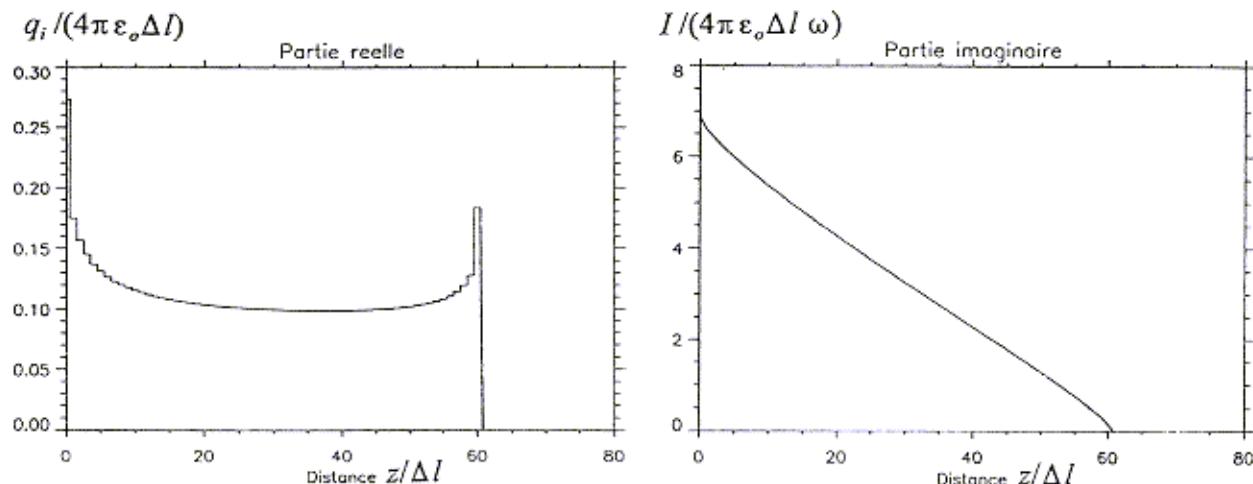


Figure 42. Distributions de charges et de courant sur un demi-brin d'un dipôle double brin, dans le vide, pour une tension de 1 unité normalisée qui lui est appliquée.

On peut constater que l'approximation d'une distribution constante pour les charges, et "triangulaire" pour le courant, utilisée au § 1.1.3, est correcte au premier ordre, sauf encore aux extrémités, où les effets de bords induisent une forte accumulation de charges. On peut noter, comme au § 3.1, que ces accumulations n'ont pas d'influence significative sur l'amplitude du courant, donc sur les valeurs d'impédance; ce qui justifie de les avoir négligées dans le traitement analytique.

L'impédance normalisée du dipôle se déduit immédiatement de la valeur du courant en $z = 0$, soit :

$$Z(4\pi\epsilon_0\Delta l\omega) = \frac{V_o}{\left(\frac{I_M}{4\pi\epsilon_0\Delta l\omega}\right)} = -j0,294 \quad (2.21)$$

ce qui est bien une réactance capacitive puisque le courant est imaginaire positif (quadrature positive vis-à-vis de la tension V_o).

D'après l'équation (1.32), et en utilisant la même normalisation, le calcul analytique donne :

$$Z = -j \frac{V_o}{C_o \omega} \quad (2.22)$$

d'où $Z(4\pi\epsilon_o\Delta l\omega) = -j 8 \frac{ae}{(l/\Delta)} = -j 0,34$

soit une valeur environ 15% plus forte que celle donnée par modélisation numérique (équation 2.21). Ce résultat est cohérent avec celui du paragraphe précédent (équations 2.18 et 2.20), qui montrait que le courant de court-circuit (en mode réception), calculé analytiquement, était environ 11% plus faible que celui donné par la modélisation, ce qui correspond bien à une impédance analytique plus élevée.

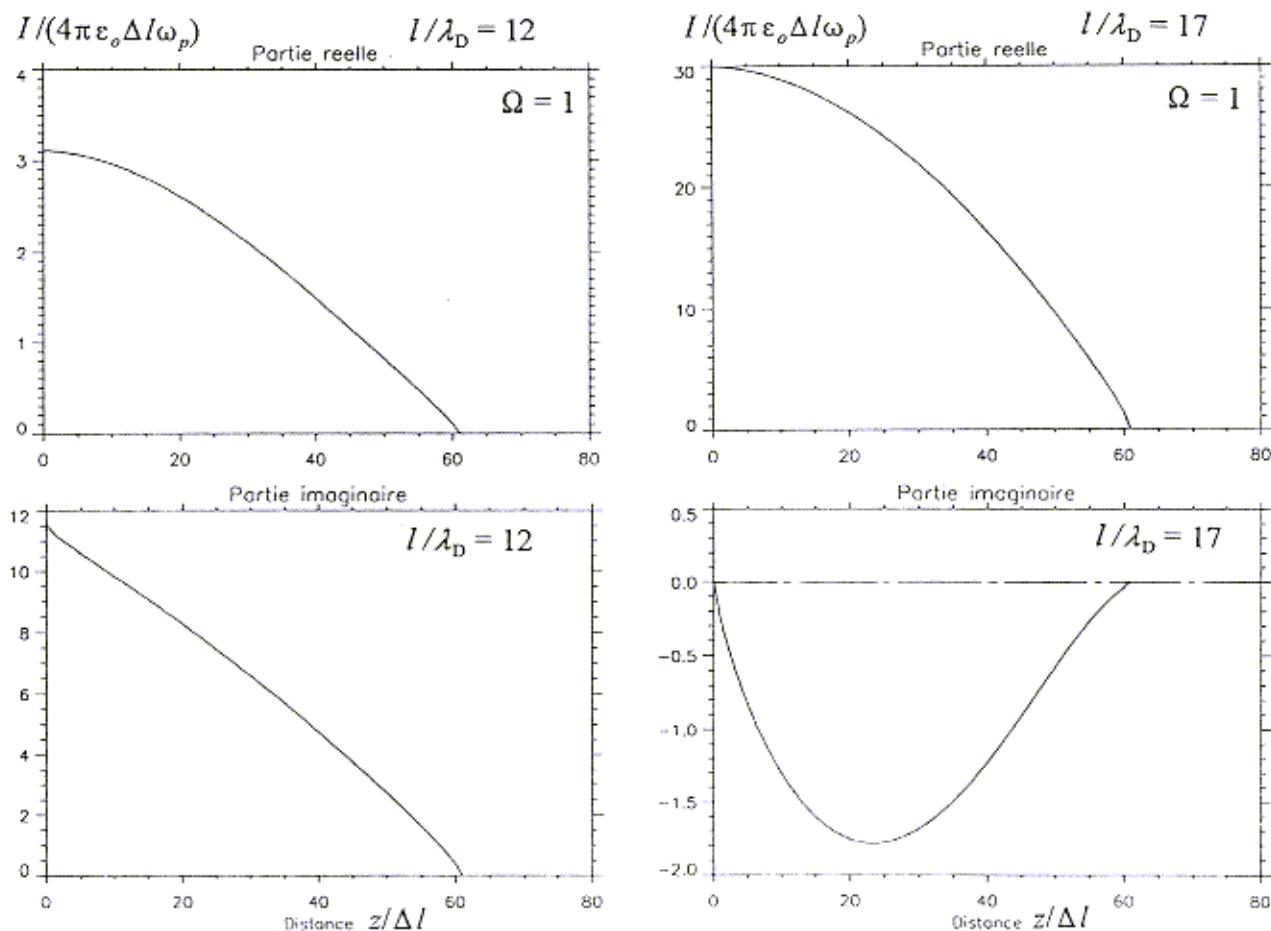


Figure 43. Distributions de courant sur la moitié droite du dipôle double brin, à la fréquence plasma, pour deux longueurs de Debye différentes, dont l'une ($l/\lambda_D = 17$) correspond à sa résonance fondamentale (réactance nulle).

Dans le plasma, les distributions changent complètement d'amplitude et de forme, en fonction de la fréquence et du rapport l/λ_D . L'effet le plus sensible se manifeste évidemment au voisinage de la fréquence plasma. La Figure 43 montre la distribution de courant à $\Omega = 1$ pour deux valeurs du rapport l/λ_D . Cette figure est à comparer avec la distribution dans le vide (soit $\lambda_D = \infty$), pour le même dipôle (courbe de droite de la



Figure 42). Lorsque l/λ_D augmente progressivement de zéro (vide) à environ 10 ou 12, la partie dominante du courant reste la partie imaginaire qui continue d'être répartie linéairement, en "triangle". Elle reste positive, donc la réactance est encore capacitive. Mais son amplitude augmente, et I_M double pratiquement entre le cas du vide et le cas $l/\lambda_D = 12$ (Figure 43 bas/gauche). On obtiendra donc une réactance environ deux fois plus faible que dans le vide. Ceci est évidemment très différent de la résonance infinie donnée par l'approximation quasi plasma froid (§ 1.2.2 et Figure 16), qui ne peut pas du tout s'appliquer pour un dipôle aussi court que celui-ci.

En même temps qu'augmente le rapport l/λ_D , se développe la partie réelle du courant (Figure 43 haut/gauche) qui donne naissance à la résistance ET du dipôle. La distribution de cette composante de courant n'est pas linéaire, mais plutôt parabolique ; c'est la partie imaginaire de la distribution de charge qui est approximativement linéaire (non montrée ici). Au fur et à mesure que l/λ_D augmente, les distributions se modifient jusqu'à ce que la partie réelle du courant (résistance ET) devienne prépondérante, tandis que la partie imaginaire du courant s'annule et change signe. Autour de $l/\lambda_D = 17$, la valeur de $\text{Im}\{I_M\}$ pour $z = 0$ s'annule (Figure 43 bas/droite), ce qui implique une réactance nulle. Dans ces conditions, le dipôle présente une anti-résonance à la fréquence plasma, et ne présente plus qu'une résistance pure, qui se déduit immédiatement de la partie réelle de I_M (Figure 43 haut/droite, $I/(4\pi\epsilon_0\Delta/\omega_p) \sim 30$) :

$$R_t = \frac{V_o}{I_M} = \frac{2}{\pi\epsilon_0 l \omega_p} \quad (\Omega = 1; \frac{l}{\lambda_D} = 17; \frac{2a}{l} = 4 \cdot 10^{-3}) \quad (2.23)$$

sachant que dans cette modélisation $\Delta l = l/122$. Soit, pour situer un ordre de grandeur, $R_t \sim 23 \text{ k}\Omega$ pour un dipôle de 5 m de longueur totale, 20 mm de diamètre, $f_p = 100 \text{ kHz}$ et $\lambda_D = 29,4 \text{ cm}$ (conditions que l'on s'attend à rencontrer dans la magnétosphère martienne).

Il convient de noter que le rapport diamètre/longueur ($2a/l$) du dipôle est un paramètre important pour la condition d'anti-résonance, au même titre que le rapport l/λ_D , mais il peut varier dans de larges proportions sans changer notablement la valeur de R_t donnée par l'équation (2.23). Par exemple, si l'on prend un diamètre 4 fois plus faible que précédemment ($2a/l = 10^{-3}$), la simulation donne une condition d'anti-résonance différente ($l/\lambda_D = 19,2$), mais la valeur de R_t est pratiquement inchangée à l'anti-résonance.

A partir des distributions de courant qui fournissent les valeurs de I_M pour différentes fréquences, on obtient directement les courbes de réactance et de résistance du dipôle en fonction de la fréquence. La Figure 44 montre les résultats obtenus pour trois valeurs de l/λ_D autour de la condition d'anti-résonance. Ces résultats sont en très bon accord avec les calculs analytiques qui étaient faisables facilement en basse fréquence (§ 1.3.3). Par exemple, la valeur de la réactance en basse fréquence donnée par l'équation (1.83), écrite avec les nouvelles unités normalisées, devient :

$$Y(4\pi\epsilon_0 l \omega_p) = -\frac{8}{\Omega} \left(\ln \frac{l}{a} - \ln \frac{l}{\lambda_D} \right) \quad (\Omega \ll 1) \quad (2.24)$$

qui donne pour $\Omega = 0,5$, respectivement -70 et -77 pour $l/\lambda_D = 24$ et 16, avec $l/a = 2 \cdot 10^3$, ce qui est très proche des valeurs lues sur la Figure 44.

De même, la valeur asymptotique de R_t en basse fréquence, pour $l \gg \lambda_D$ donnée par l'équation (1.89) devient :

$$R_t(4\pi\epsilon_0 l \omega_p) = \sqrt{2\pi^{3/2}} = 7,87 \quad (\Omega \ll 1; l \gg \lambda_D) \quad (2.25)$$

ce qui est un peu plus fort que les valeurs obtenues par la simulation, compte tenu que les longueurs de dipôle considérées ne sont pas très grandes, et que l'écart par rapport à la valeur asymptotique est assez important dans ce cas. Les résultats de la simulation sont en parfait accord avec celles prédictes analytiquement par l'équation (1.88) et tracées en Figure 26, où l'on note un écart d'environ 25% par rapport à l'asymptote pour $l/\lambda_D \sim 16$ à 20.

Les courbes de la Figure 44 illustrent bien l'évolution de l'impédance d'un dipôle en fonction de sa longueur par rapport à λ_D . Pour $\Omega \geq 1$, on voit que lorsque l/λ_D est inférieur à 20, l'impédance s'approche assez vite de la valeur dans le vide, puisque l'écart au vide, tant pour la résistance que pour la réactance, est pratiquement divisé par deux lorsque l/λ_D passe de 20 à 16. Par contre, pour $\Omega < 1$, la variation est beaucoup

plus lente, comme par exemple la réactance, dont la variation est en $\ln(l/\lambda_D)$, conformément à l'équation (2.24).

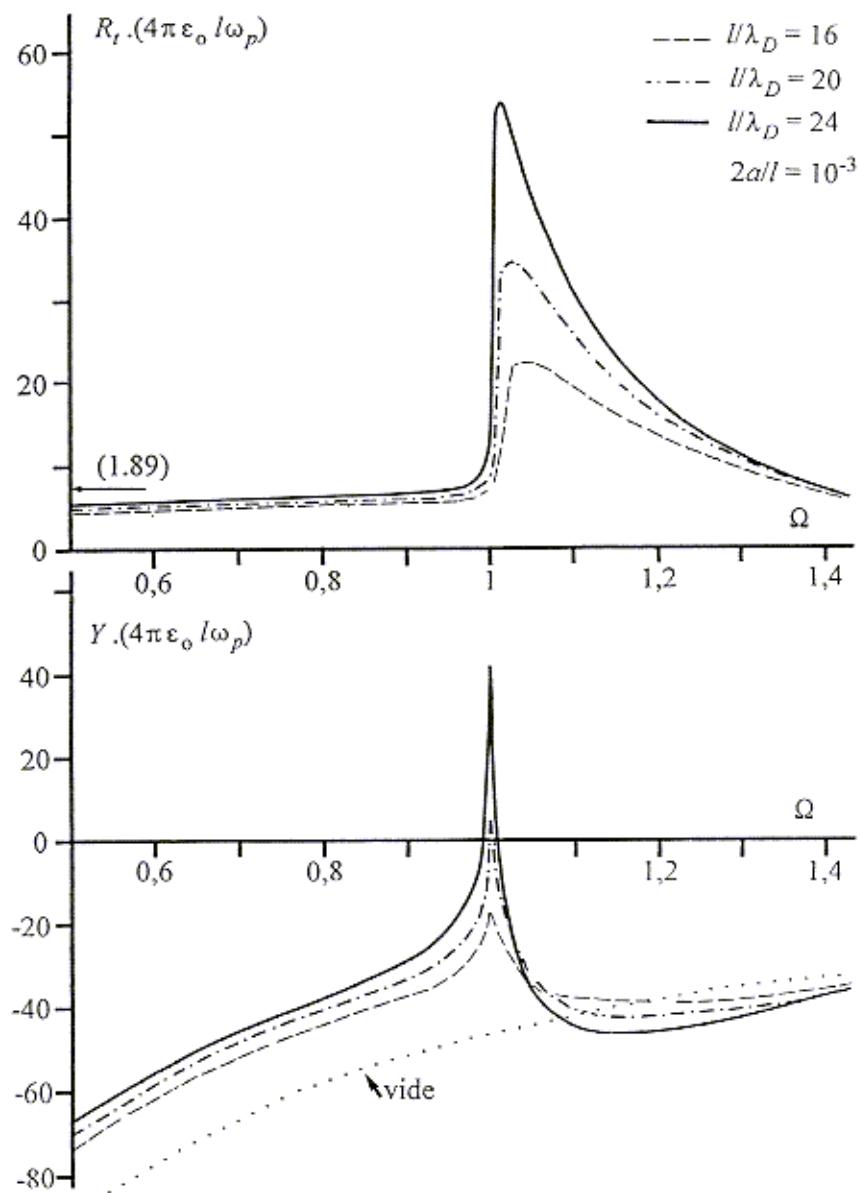


Figure 44. Impédance d'un dipôle double brin obtenue par simulation numérique, pour trois longueurs différentes. Le rapport diamètre/longueur est constant $2a/l = 10^{-3}$. La valeur asymptotique de R_t en basse fréquence pour un dipôle de très grande longueur, donnée par l'équation (1.89) est indiquée par une flèche.

3.2.2. Rayonnement électrostatique du dipôle double brin

A partir de la distribution de charge dans le mode émission pour une fréquence donnée, on peut connaître maintenant la distribution du potentiel autour de l'antenne, comme au paragraphe précédent. C'est ce que montre la Figure 45, pour un dipôle double brin de longueur $l/\lambda_D = 12$ et de diamètre $2a/l = 4 \cdot 10^{-3}$, pour $\Omega = 1$. On constate tout d'abord que la distribution des équipotentielles est totalement différente de celle obtenue dans le vide, bien que la longueur du dipôle ne soit pas vraiment grande. Pour cette longueur, on trouve une réactance à $\Omega = 1$ qui n'est même pas la moitié de sa valeur dans le vide. Alors que les équipotentielles dans le vide

entourent chaque demi-brin selon des pseudo-ellipsoïdes de révolution (Figure 45), conformément au modèle électrostatique, elles ne gardent cette tendance dans le plasma autour de ω_p qu'au voisinage immédiat du brin, et s'ouvrent très vite pour former des plans quasi parallèles, presque équidistants et perpendiculaires au dipôle. De plus, le potentiel extérieur à l'antenne subit une importante rotation de phase, qui tend à grande distance vers une opposition de phase ($\varphi + \pi$) par rapport au potentiel de chaque brin, dans son propre demi-plan. Ceci est conforme au rayonnement d'un doublet à la fréquence plasma : en effet, si l'on se reporte à la Figure 19a, on voit que le potentiel induit à grande distance par une charge ponctuelle est en phase avec celui de la source (supposée matérialisée par l'équipotentielle aussi proche que l'on veut de la charge ponctuelle). Mais ce potentiel *croît avec la distance*, donc, tout point situé à droite des charges positives (vers les valeurs de z positives) prendra un potentiel influencé par les charges négatives, et vice-versa. Cependant, à très grande distance (plusieurs centaines de longueurs de Debye), l'approximation électrostatique, telle qu'elle est formulée dans cette étude, tombe en défaut, et le rayonnement réel du dipôle en plasma Maxwellien isotrope à ω_p , constitue en lui seul un vaste problème qui sort du cadre de ce rapport.

L'examen de la Figure 45 permet déjà une estimation du champ proche rayonné par le dipôle à ω_p . En effet, au voisinage du plan de symétrie (l'axe r , pour $z = 0$), on voit que les équipotentialles multiples de 0,1 (unité normalisée par rapport à $V_0/2$), sont distantes d'environ $l/20$ (sachant que $l = 124 \Delta l$, avec un espace inter-brin égal à $2\Delta l$ dans cet exemple). On en déduit donc un champ électrique horizontal de l'ordre de :

$$|E_z| \approx \frac{0,1}{l/20} \frac{V_0}{2} = \frac{V_0}{l} \quad (\Omega = 1 \quad ; \quad \frac{l}{\lambda_D} = 12 \quad ; \quad \frac{l}{10} \leq r \leq \frac{l}{2}) \quad (2.26)$$

ce qui représente un champ très intense dans toute la région entourant le dipôle, de plus en plus grand par rapport à la valeur dans le vide, dès que qu'on s'éloigne d'une distance supérieure à la longueur de Debye. L'intensité du champ électrique autour d'un dipôle émetteur au voisinage de ω_p peut donc *atteindre facilement des seuils de non-linéarité, dès que sa longueur dépasse plusieurs λ_D* .

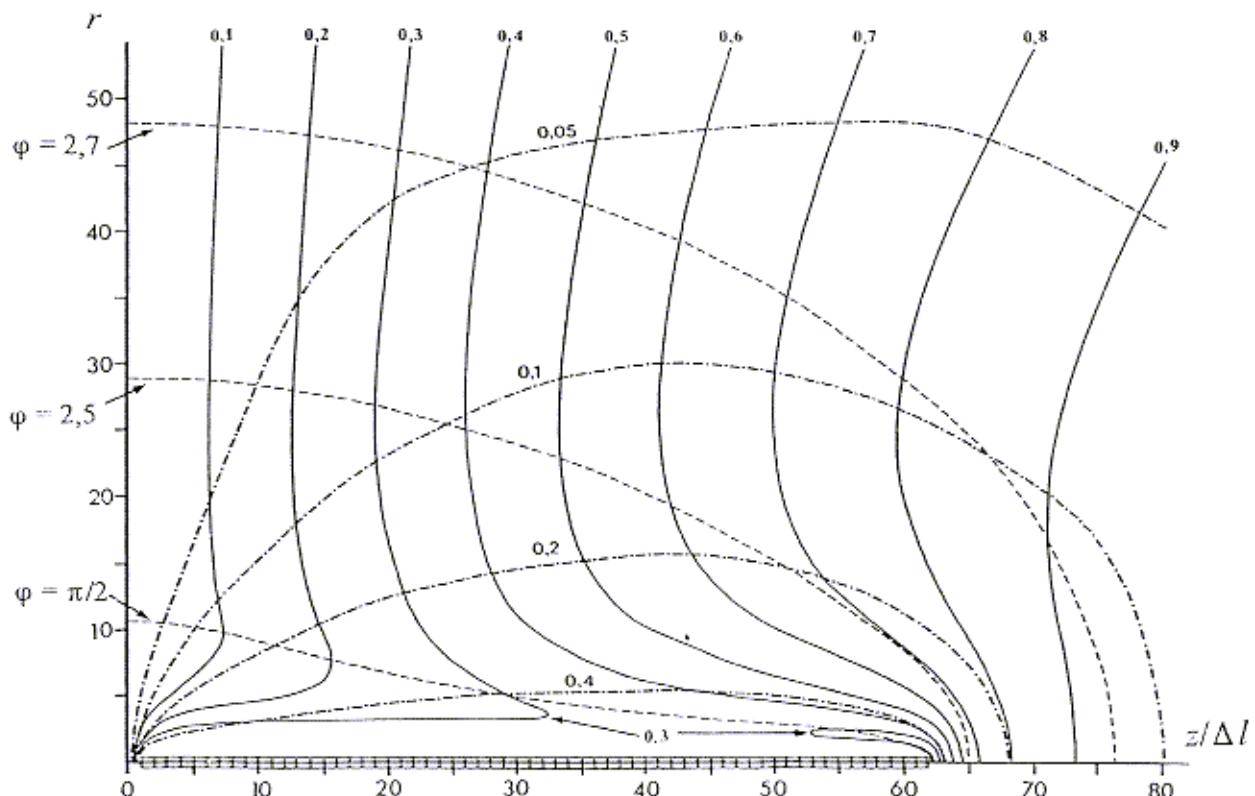


Figure 45. Trace des équipotentielles (en trait plein) autour du demi-brin de droite d'un dipôle double brin en émission, pour $\Omega = 1$, $l/\lambda_D = 12$ et $2a/l = 4.10^3$. En tirets, courbes équiphases (en radian). En trait discontinu, équipotentielles dans le vide. Les potentiels sont normalisés par rapport à $V_0/2$.

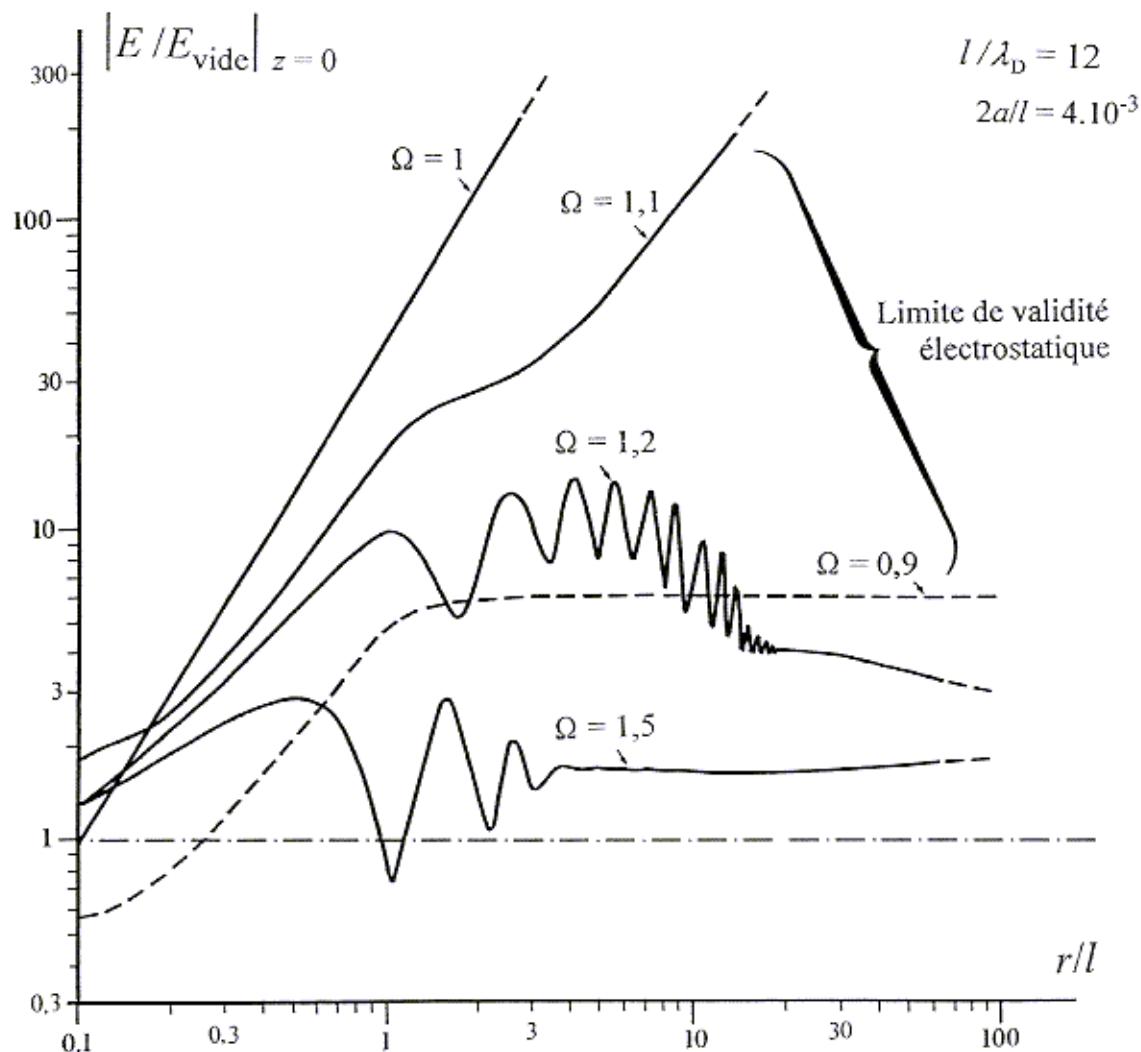


Figure 46. Champ proche rayonné par un dipôle double brin de longueur $l/\lambda_D = 12$ à différentes fréquences et en fonction de la distance, dans le plan de symétrie ($z = 0$) perpendiculaire à l'axe z , normalisé par rapport à la valeur dans le vide.

Toujours pour le même dipôle, et le même rapport l/λ_D , la figure 46 montre l'évolution de l'amplitude du champ proche à différentes fréquences autour de ω_p . On constate tout d'abord qu'à partir d'une distance d'environ $2\lambda_D$ (soit $r/l \sim 0,17$), le champ est maximum partout pour $\Omega = 1$. Le dipôle met tout le milieu en résonance. Le champ électrique dépasse 100 fois la valeur dans le vide à des distances supérieures à $2l$. Aux fréquences supérieures à ω_p , on observe des interférences dans l'espace, avec une longueur d'onde égale à celle du pôle dominant de Landau (équation 1.54), lesquelles s'amortissent d'autant plus vite que la fréquence s'éloigne de ω_p . Pour les fréquences très supérieures ω_p , le champ tend évidemment asymptotiquement vers la valeur dans le vide. Pour les fréquences inférieures à ω_p , on observe l'effet d'écran basse fréquence : à courte distance, le plasma chaud impose sa distribution de potentiel conformément à ce qu'on a vu au § 1.3.1 pour une charge ponctuelle. On peut en effet comparer l'allure de la variation du potentiel donné Figure 19a pour $\Omega = 0,9$, avec celle du champ rayonné à la même fréquence (Figure 46). On voit que le plasma chaud détermine ces variations jusqu'à des distances de l'ordre de $\rho \sim 12\lambda_D$ ($r/l \sim 1$ pour le dipôle), et qu'ensuite, le milieu se comporte comme un diélectrique de permittivité ϵ_c , conforme à la description plasma froid (équation 1.53). En conséquence, l'amplitude du champ rayonné au delà d'une dizaine de λ_D par un dipôle en basse fréquence va décroître avec la fréquence proportionnellement à $1/\epsilon_c$. À très grande distance, la simulation n'est plus valide, car l'approximation électrostatique elle-même tombe en défaut, et ceci devient un autre problème hors du sujet de ce rapport.

3.2.3. Le dipôle double brin en réception

La première vérification que permet la méthode de simulation par rapport au traitement analytique concerne la répartition des charges sur chaque demi-brin. On a supposé au § 1.1.4 que cette répartition des charges en circuit ouvert était identique à celle obtenue si chaque brin était supposé seul. La Figure 47 (partie gauche) confirme la validité de cette hypothèse dans le vide. En effet, d'après l'équation (2.19), le rapport entre les deux valeurs de I_M pour un même champ excitateur, selon l'hypothèse ci-dessus, devrait être :

$$\frac{I_M(l_1)}{I_M(l_2)} = \left(\frac{l_1}{l_2}\right)^2 \frac{\ln \frac{l_2}{a e}}{\ln \frac{l_1}{a e}} = 3,46 \quad \text{avec } l_1 = 122 \Delta l ; l_2 = 61 \Delta l ; a = \Delta l / 4 \quad (2.27)$$

puisque la longueur totale du barreau seul (l_1) est double de celle du demi-brin du dipôle (l_2).

La lecture des valeurs sur les Figures 39 et 47 donne respectivement $I_M(l_1) \sim -40,6$ et $I_M(l_2) \sim -12,2$ exactement au milieu du demi-brin; soit un rapport d'environ 3,33 qui ne diffère de la valeur calculée que de 4%. Par ailleurs, la condition de circuit ouvert impose $I = 0$ pour $z = 0$. Cette équation supplémentaire permet de

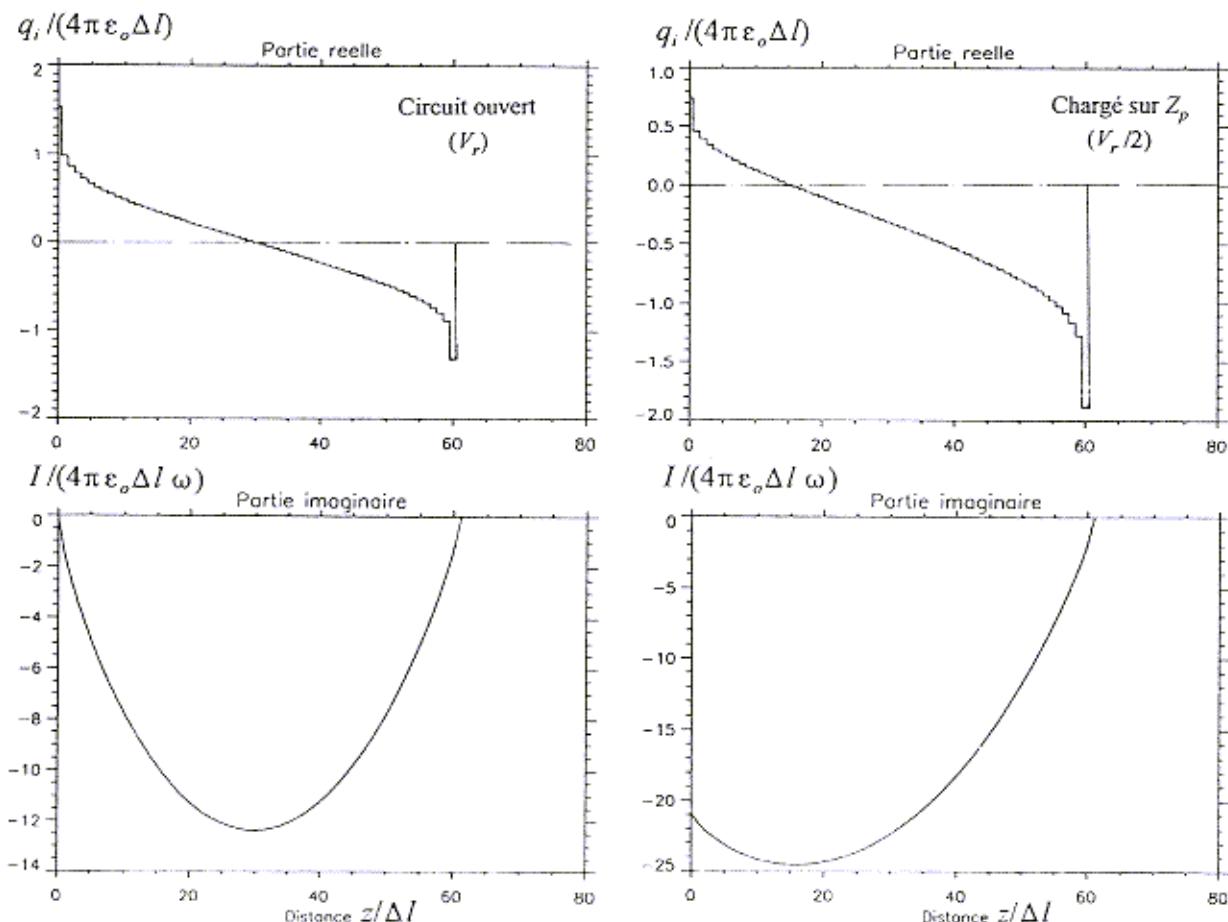


Figure 47. Distributions des charges et du courant sur le demi-brin de droite du dipôle double brin, en mode réception dans un champ uniforme identique à celui du barreau seul (Figure 39). À gauche, dipôle en circuit ouvert, avec une tension reçue $V_r = 12,256$ (résultat de la simulation); à droite, dipôle chargé par son impédance propre Z_p de telle sorte que la tension reçue soit $V_r/2$.

déterminer le potentiel du brin, soit $V_r/2 = 6,128$ unités normalisées, où V_r est la tension reçue aux bornes du dipôle. Dans le § 1.1.4, nous n'avons pas pris en compte l'écart entre les deux brins, contrairement à la simulation présentée ici, où l'écart est égal à $2\Delta l$. Si cet écart était compté dans la longueur l de l'antenne, conformément au schéma équivalent (Figure 9), on aurait une longueur équivalente d'antenne égale à $124\Delta l/2$ (sachant que le nombre d'éléments réels de l'antenne est 122 dans cette simulation). La tension reçue V_r en circuit ouvert serait alors égale à 12,4 unités normalisées puisque l'amplitude du champ exciteur est égale à $1/5\Delta l$. Si par contre, on suppose que chaque demi-brin est totalement indépendant de l'autre, et qu'il se porte au potentiel de son point milieu, la longueur équivalente est la distance entre ces points, soit $63\Delta l$. Dans ce cas $V_r = 12,6$ unités normalisées. La valeur réelle, trouvée par la simulation numérique, est $V_r = 12,256$, légèrement plus faible que chacune de ces deux estimations analytiques. Mais la différence n'est que d'environ 1% par rapport à l'hypothèse qui consiste à inclure l'écart entre les brins dans la longueur totale du dipôle.

Connaissant maintenant l'impédance propre du dipôle (§ 3.2.1), ainsi que la valeur de V_r en circuit ouvert, la simulation permet facilement de calculer les distributions de charges et de courant lorsque l'antenne est connectée à une impédance quelconque. Il suffit de déduire de l'équation (1.41) la nouvelle valeur de V_r qu'il convient d'appliquer sur l'antenne. Par exemple, si l'antenne est chargée par son impédance propre, donnée par l'équation (2.21), la tension V_r est exactement divisée par deux. En appliquant donc la moitié de cette tension en opposition de phase sur chacun des demi-brins, la simulation donne les distributions de charge et de courant correspondants, tracés en Figure 47 (partie droite). On constate que ces distributions sont évidemment différentes de celles en circuit ouvert (partie gauche), en court-circuit (Figure 39) et en émission (Figure 42). Ceci illustre parfaitement la nécessité de bien préciser le mode de fonctionnement d'une antenne lorsque l'on impose à priori un modèle de distribution de courant pour un calcul analytique. On voit que le modèle de distribution classique du courant d'une antenne courte devant la longueur d'onde EM, dit "triangulaire", est loin d'être général.

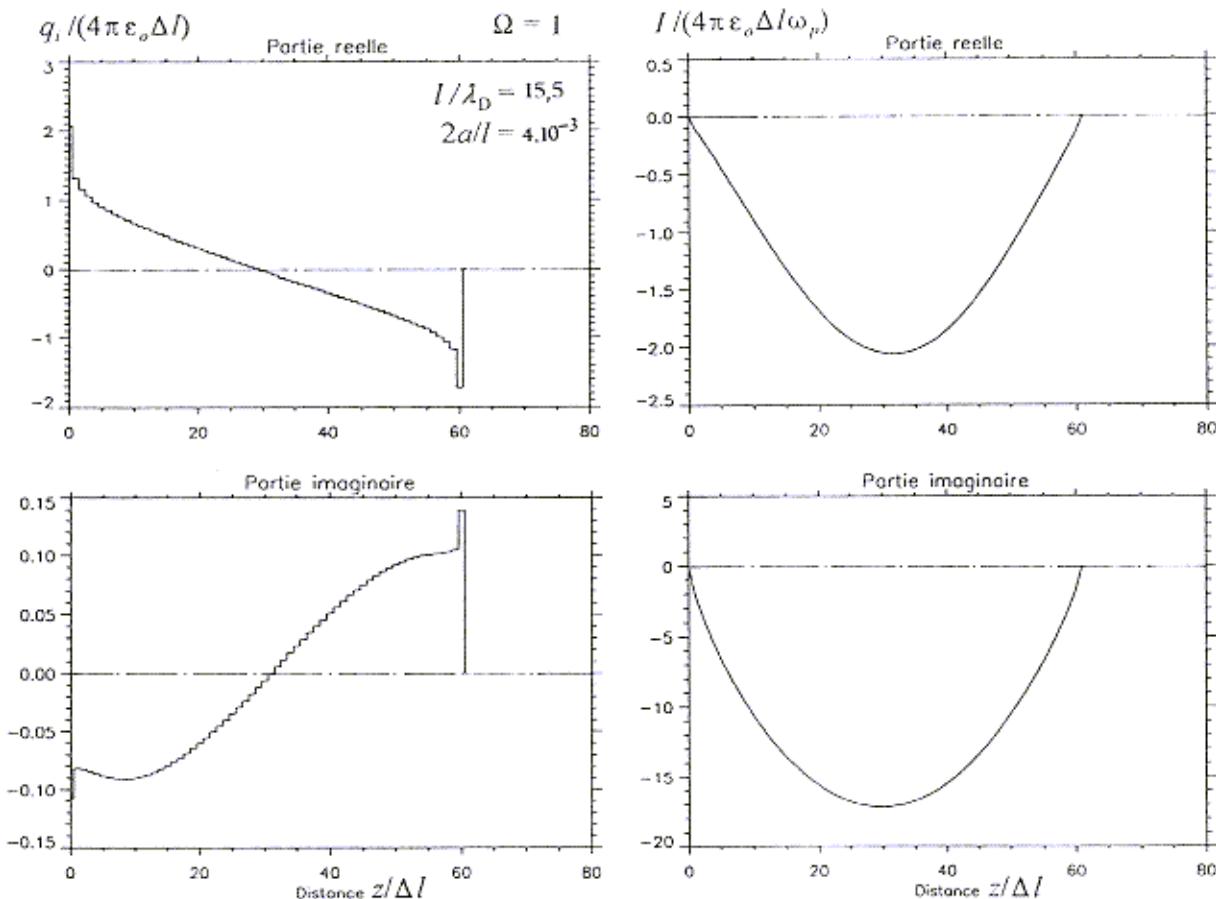


Figure 48. Distributions de charges et de courant sur le demi-brin de droite du dipôle double brin, en réception circuit ouvert, pour $\Omega = 1$ et $\lambda_D = 8\Delta l$, soit $l/\lambda_D = 15,5$.

On peut enfin vérifier sur la Figure 47 (partie droite), que le courant à la base de l'antenne ($I \sim 21$ unités normalisées pour $z = 0$) est très proche de la moitié du courant en court-circuit $I_M \sim 40,6$ (Figure 39), ce qui confirme la cohérence de la simulation. Les écarts trouvés par rapport au traitement analytique ne sont que de quelques pour-cent, correspondants aux effets de bords et aux couplage mutuel entre brins.

Dans le plasma, tout comme en mode émission, les distributions de charge et de courant sont modifiées par rapport au vide, en particulier par l'apparition d'une partie imaginaire pour les charges et réelle pour le courant. Ces distributions sont montrées en Figure 48, pour le même dipôle que précédemment, à la fréquence plasma et pour un rapport l/λ_D moyen de 15,5. On constate que la partie réelle de la distribution des charges est peu modifiée par rapport à celle du vide (Figure 47 et 48, haut/gauche), et qu'elle reste approximativement linéaire. L'amplitude de la partie imaginaire est environ dix fois plus faible que la partie réelle, ce qui implique une faible rotation de phase sur la tension reçue V_r par rapport au vide. C'est ce que montre plus précisément la fonction de transfert de l'antenne en fonction de la fréquence (Figure 49), pour un champ extérieur uniforme. On a tracé le rapport entre la tension reçue en circuit ouvert dans le plasma et la valeur dans le vide, en module et phase, pour deux valeurs de λ_D . On constate qu'un tel dipôle, pas très long par rapport à la longueur de Debye, conduit à une surestimation ne dépassant pas 25% sur l'amplitude d'une onde électrostatique au voisinage de ω_p par rapport à la réponse dans le vide, et une rotation de phase inférieure à 10° . Il n'en serait pas de même pour de grands rapports l/λ_D , mais dans ce cas, le traitement électrostatique tel qu'il est utilisé ici demanderait une révision.

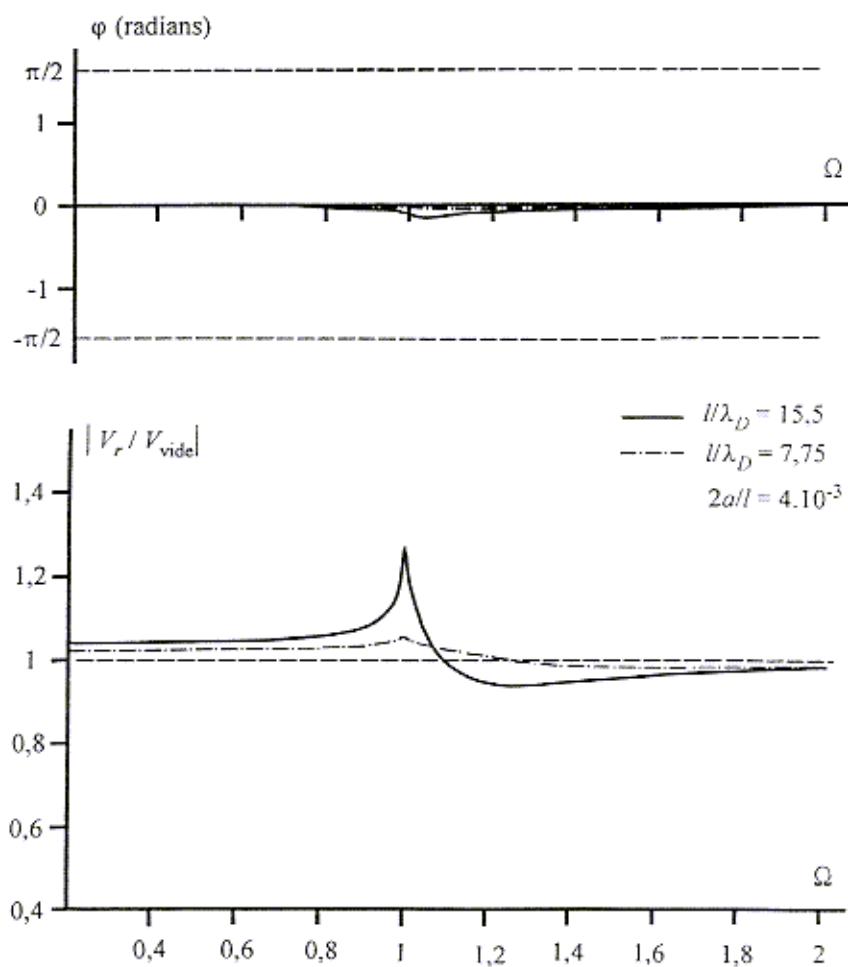


Figure 49. Fonction de transfert en réception et en plasma, d'un dipôle double brin pour deux différents rapports l/λ_D . En bas, module de la tension reçue, normalisée par rapport à sa valeur dans le vide. En haut, déphasage de cette tension, toujours par rapport à la valeur dans le vide.

3.3. Modélisation du dipôle double tige

Une véritable modélisation du dipôle double sphère nécessiterait un logiciel de simulation 3D, alors que celui qui a été développé pour l'instant ne permet que deux dimensions, avec symétrie de révolution autour de l'axe de l'antenne. Néanmoins, une bonne approche pour la compréhension du comportement de ce type d'antenne, qui utilise deux capteurs éloignés l'un de l'autre, consiste à considérer deux courtes tiges à la place des sphères (Figure 50). Ce dispositif peut d'ailleurs fort bien s'adapter aux contraintes mécaniques d'expériences spatiales et pourrait être utilisé pour la réalisation d'antennes haute fréquence. En effet, pour ce type d'antenne il n'y pas de contraintes particulières de surface de contact, comme pour les antennes pour champ continu.

Comme pour le dipôle double brin précédent, le dispositif est découpé en 122 éléments cylindriques de longueur Δl , et toutes les dimensions sont normalisées par rapport à Δl . La différence par rapport aux cas précédents, est que le cylindre est séparé en trois tronçons portés à des potentiels différents : le bras central, au potentiel zéro volt, et chacune des deux tiges, portées respectivement aux potentiels $+V_r/2$ et $-V_r/2$ dans le mode réception, et $+V_r/2$ et $-V_r/2$ dans le mode émission (détermination de l'impédance propre).

Pour la détermination de l'impédance propre, le potentiel des tiges est imposé ($V_r/2 = 1$ unité normalisée), tout comme l'étaient les deux demi-brins du dipôle double brin. Les charges se répartissent non seulement sur les tiges, mais il y a également des charges induites sur le bras central. Cette répartition est montrée Figure 51, pour un dipôle double tige de longueur $l/\lambda_D = 12$ et pour $\Omega = 1$. On remarque tout d'abord que la distribution des charges est fortement influencée par les effets de bords, que seule la simulation numérique peut facilement prendre en compte. L'essentiel des charges est évidemment distribué sur la tige, mais on peut constater que les charges induites sur le bras sont d'autant plus intenses que la distance est proche de la tige. Pour cet exemple, la partie réelle des charges réparties sur la tige est environ 5 fois plus forte en valeur absolue que la partie imaginaire. On peut donc en déduire que la réactance à ω_p dominera la résistance dans le même rapport. C'est bien ce que l'on constate sur les courbes d'impédance propre en fonction de la fréquence, données Figure 52, pour deux longueurs différentes de tige ($b = 14\Delta l$ et $b = \Delta l$).

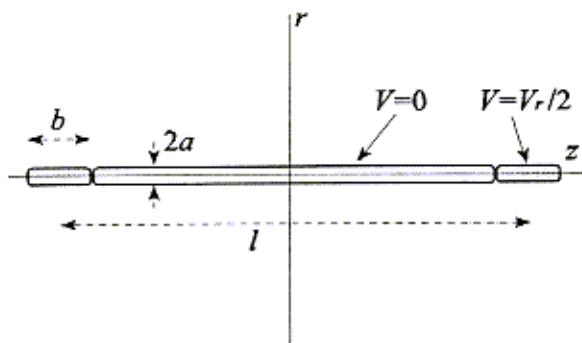


Figure 50. Schéma du dipôle double tige utilisé dans la modélisation numérique par éléments finis.

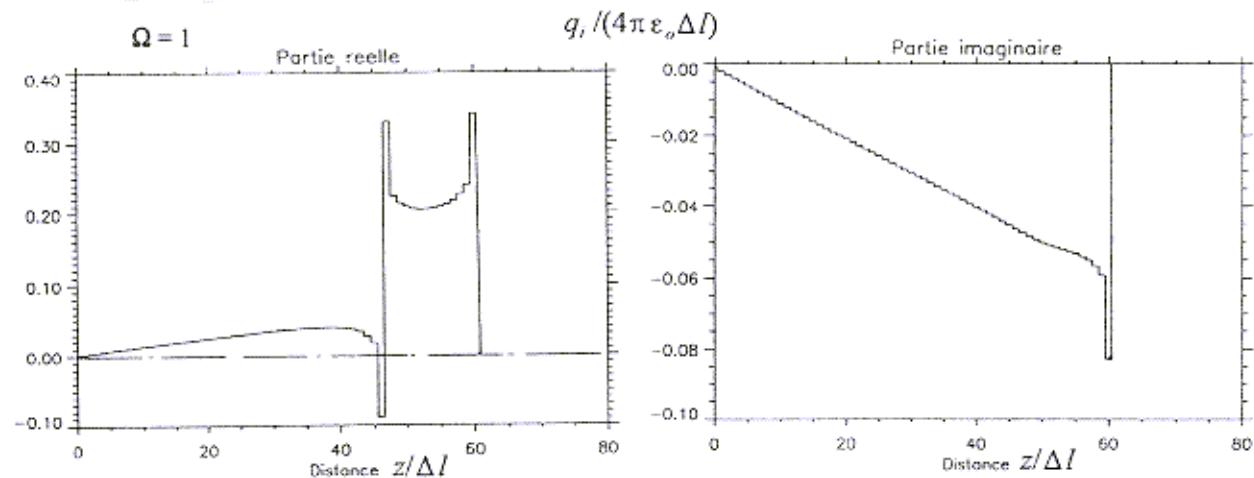


Figure 51. Distribution de charges (parties réelle et imaginaire) sur le demi-bras et la tige de droite d'un dipôle double tige en émission. La tige est portée à 1 unité de tension normalisée et le bras maintenu à zéro volt. La longueur de la tige est $14\Delta l$. Avec une longueur de Debye $\lambda_D = 9\Delta l$, on a $l/\lambda_D = 12$ et $b/\lambda_D = 1,555$. Le diamètre du bras et de la tige est $2a = \Delta l/2$.

On peut constater sur la Figure 52 que pour une même longueur de dipôle, la taille des tiges a une importance considérable sur l'impédance. Ceci était prévu par la théorie analytique dans le cas du dipôle double sphère (équations 1.77 et 1.80), il est donc normal qu'il en soit ainsi également pour le dipôle double tige, car ce sont deux dispositifs physiquement semblables. En effet, chaque tige a une capacité propre qui pourrait être celle d'une sphère placée au même endroit. Dans le vide, d'après les équations classiques donnant respectivement la capacité propre d'une sphère et d'un cylindre, le rayon de la sphère équivalente à une tige est :

$$r = \frac{b}{2 \ln(b/a)} \quad (2.28)$$

où b et a sont respectivement la longueur et le rayon de la tige.

Dans les deux exemples de la Figure 52, on trouve respectivement $r = 1,74$ et $0,36$ pour la tige longue et pour la courte. Compte tenu du facteur 2 venant de la mise en série des pseudo-sphères, et du facteur de normalisation qui est égal à la réactance d'une sphère de rayon Δl , la réactance normalisée théorique dans le vide du dipôle double tige, assimilé double sphère, est :

$$Y(4\pi\epsilon_0\Delta l\omega_p) = -0,87 \text{ et } -0,18$$

respectivement pour la tige longue et la courte. On constate sur la Figure 52 que les valeurs de

réactance trouvées par modélisation numérique dans le vide à la même fréquence que ω_p (soit $\Omega=1$) sont d'autant plus différentes de ces valeurs théoriques (-0,975 et -0,53 respectivement), que la tige est courte. Ceci est dû au couplage entre la tige et le bras et les effets de bords à l'interface, qui sont évidemment plus importants en valeur relative pour une tige courte que pour une longue. Pour le dipôle à tige longue ($14\Delta l$), nous retiendrons que sa réactance dans le vide ne diffère en réalité que de 12% par rapport à son assimilation au dipôle double sphère équivalent.

Dans le plasma, cette assimilation au dipôle double sphère reste valable pour les deux cas de longueur de tige. En effet, en remplaçant a dans l'équation (1.80) respectivement par $r = 1,74$ et $0,36$ (valeurs trouvées ci-dessus), et sachant que $l/\lambda_D = 12$ (soit $\lambda_D = 9\Delta l$), on obtient :

$$\frac{Y(\text{plasma})}{Y(\text{vide})} = 1 - \frac{r}{6\lambda_D} \frac{l}{\lambda_D} = 0,613 \text{ et } 0,92 \quad (\Omega = 1) \quad (2.29)$$

valeurs qui sont très proches de celles obtenues par simulation numérique (respectivement 0,595 et 0,96), ce qu'on peut vérifier sur la Figure 52.

Pour la résistance R_t , on a vu au § 1.3.2 que pour un rayon de sphère petit devant λ_D et un grand rapport l/λ_D , la résistance en basse fréquence ne dépend que de λ_D (équation 1.70). Dans notre exemple, l'équation (1.70) donne $R_t \sim 8,8 \cdot 10^{-2}$ (unité normalisée), ce qui n'est pas très loin de la valeur trouvée par simulation numérique pour les tiges longues ($R_t \sim 7 \cdot 10^{-2}$ en basse fréquence, cf. Figure 52), mais le résultat est très différent pour les

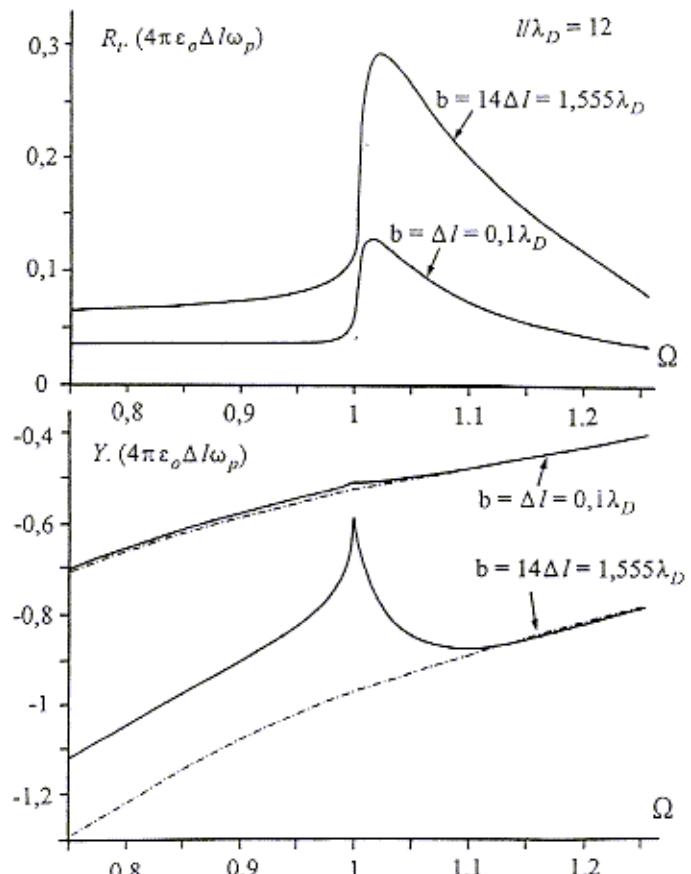


Figure 52. Impédance propre d'un dipôle double tige de longueur l/λ_D constante, mais dont la longueur des tiges est soit plus petite, soit un peu plus grande que λ_D . Le diamètre des tiges et du bras est $2a = \Delta l/2$ dans les deux cas. La réactance dans le vide est tracée en traits interrompus dans chaque cas.

tiges courtes. Ceci vient de la présence du bras, qui n'est pas pris en compte dans le calcul analytique, mais le long duquel se répartissent des charges, dont la partie imaginaire (Figure 51) contribue de façon significative à la résistance propre du dipôle.

Cet effet est particulièrement sensible sur la fonction de transfert de l'antenne, comme on a pu l'anticiper au § 3.1. Il faut s'attendre en effet à ce que les charges distribuées sur le bras (ou le câble) modifient fortement le champ électrique au niveau des tiges de réception (ou les sphères équivalentes), surtout au voisinage de ω_p . C'est ce que montre la Figure 53, donnant le rapport de tension reçue en circuit ouvert, par rapport à celle reçue dans le vide pour un champ exciteur homogène.

On retrouve un comportement d'allure semblable au dipôle double brin (Figure 49), mais l'amplitude des variations est d'un ordre de grandeur supérieur, même pour une longueur d'antenne plus courte ($l/\lambda_D = 14,75$ comparé à $l/\lambda_D = 15,5$). Ici, la surestimation d'amplitude à ω_p atteint un facteur 2,5 par rapport à la réponse dans le vide, avec une rotation de phase supérieure à 0,7 radian (40°). L'avantage qu'on attribue d'ordinaire au dipôle double sphère sur le dipôle double brin, dans la précision de la longueur équivalente de réception, semble donc fortement compromis au voisinage d'une résonance, à cause de la présence du bras conducteur. En conséquence, une étude détaillée du dispositif par simulation numérique, suivie de l'optimisation des paramètres (longueur, diamètre, interface) sera toujours nécessaire si l'on souhaite connaître précisément la réponse de l'antenne.

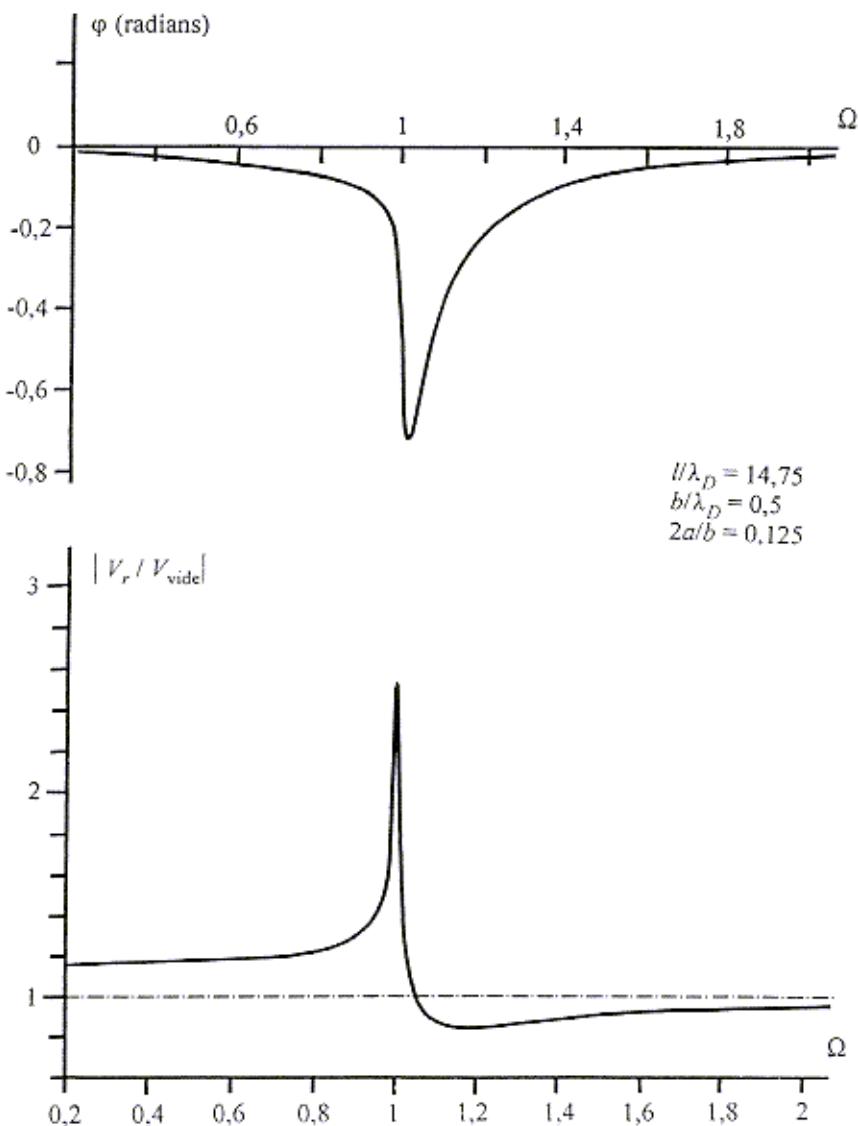


Figure 53. Fonction de transfert en réception, normalisée par rapport à la réponse dans le vide, d'une antenne double tige.



CONCLUSION

Dans ce rapport, nous avons essentiellement justifié et développé la notion de traitement électrostatique, pour des antennes simples et d'usage courant dans les expériences spatiales, destinées à l'étude des ondes dans un plasma naturel. On a vu que l'approximation quasi-électrostatique était parfaitement justifiée pour des longueurs d'antennes inférieures à environ dix fois la longueur d'onde électromagnétique dans le vide. Plusieurs méthodes ont été présentées, à commencer par le traitement analytique, qui, moyennant quelques hypothèses simplificatrices ont permis de comprendre la physique des antennes électriques et de fixer les ordres de grandeur de leurs principales caractéristiques, dans des domaines différents d'application et avec des paramètres du milieu extrêmement variables. On a vu en particulier comment on pouvait obtenir analytiquement les caractéristiques de quelques types d'antennes, avec des approximations adaptées à leurs dimensions par rapport au paramètre fondamental du plasma qu'est la longueur de Debye. On a noté au passage quelques caractéristiques remarquables, plus ou moins exploitées dans des expériences spatiales, permettant de faire des mesures de diagnostic du plasma (fréquence de plasma, température électronique).

Dans les développements analytiques et les simulations numériques, nous n'avons volontairement traité précisément que les cas où une méthode éprouvée par ailleurs, tant théoriquement qu'expérimentalement, permettait d'estimer correctement les paramètres de l'antenne. C'est pourquoi, dans les simulations numériques nous avons limité la longueur des antennes à un maximum de 10 ou $20\lambda_D$, car au-delà, les différents travaux publiés dans la littérature commencent à diverger, selon leur nature (théorique ou expérimentale) et les approximations utilisées. Ce qui est certain en tout cas, c'est qu'il n'existe pas pour le moment de théorie générale indiscutable pour des antennes électriques très longues par rapport à la longueur de Debye, et à fortiori de longueur comparable aux longueurs d'ondes électromagnétiques, en particulier au voisinage des résonances de plasma. L'interprétation de mesures faites dans ces conditions avec de telles antennes ne pourrait être que très contestable.

Néanmoins, on a vu que même dans le cas d'antennes courtes, les caractéristiques électriques peuvent être considérablement modifiées dans un plasma par rapport au vide : variations d'impédance et de longueur équivalente de réception, effets de l'environnement conducteur (bras), etc... bien que les effets les plus importants, dus à la présence de grandes surfaces conductrices (panneaux solaires, grandes structures, etc...), n'aient pas du tout été traitées ici. Les bases d'une nouvelle méthode de simulation numérique ont été présentées, applicables à n'importe quelle situation particulière, aussi complexe qu'elle puisse être.

Nous remarquerons que cette étude a été strictement limitée au cas d'un plasma isotrope. Le cas où l'anisotropie du plasma devrait être prise en compte, par la présence d'un champ magnétique significatif (f_{ce} non négligeable devant f_p), est d'une toute autre complexité. Cependant, tous les travaux publiés dans ce domaine montrent qu'un certain nombre d'effets physiques reste semblable. En particulier, pour le voisinage des résonances électroniques dominées par le champ magnétique, la valeur du rayon de giration des électrons (rayon de Larmor) joue un rôle analogue et complémentaire à celui de la longueur de Debye. En particulier, c'est ce paramètre qui détermine la propagation des ondes thermo-acoustiques dans la direction perpendiculaire au champ magnétique. De sorte que l'essentiel des conclusions de ce rapport concernant la taille relative des antennes par rapport à λ_D , pourrait s'appliquer dans ce cas, directement à la taille relative au rayon de Larmor des électrons.

La principale conclusion qui se dégage de ce rapport est donc la suivante : pour réaliser des mesures précises à bord d'un véhicule spatial, en réception dite Haute Fréquence des ondes naturelles, c'est-à-dire dans une décade de part et d'autre de la fréquence plasma (et/ou de la gyrofréquence électronique en plasma anisotrope), dans le but d'estimer correctement les niveaux, la polarisation et la direction d'arrivée, spécialement dans la région intéressante proche des résonances de plasma, il est fortement recommandé d'utiliser des antennes dont les caractéristiques sont les plus proches de celles obtenues dans le vide. Ceci implique la recherche d'un compromis entre la sensibilité désirée (longueur équivalente) et la précision des caractéristiques, pour une antenne la plus courte possible. On a vu que la limite supérieure acceptable en ce qui concerne les variations prévisibles des caractéristiques se situait aux environs d'une dizaine de longueurs de Debye. Un dispositif triaxial d'antennes courtes, bien dégagé des perturbations dues à la structures et aux gros appendices, sera toujours plus performant qu'une antenne géante, voire deux.



BIBLIOGRAPHIE

- Abramowitz, M., and I. A. Stegun, *Handbook of mathematical functions*, Dover Publ., New York, 1972.
- Balmain, K. G., Impedance of a short dipole in a compressible plasma, *Radio Sci. J. Res. NBS*, 69D, 559, 1965.
- Béghin, C., D. Lagoutte et M. Chabassière, Projet MARS 94, Expérience HFMI, Sensibilité et réponse dans le vide des sondes à impédance mutuelle, *Note interne LPCE /NTS /005.A*, LPCE, CNRS, Orléans, France, 1992.
- Béghin, C., Series expansion of electrostatic potential radiated by a point source in isotropic Maxwellian plasma, *Radio Sci.* 30, 307, 1995.
- Bohm, D., and E. P. Gross, Theory of plasma oscillations, *Phys. Rev.* 75, 1851, 1949.
- Bruhat, G., *Electricité, Cours de Physique Générale*, Masson et Co., Paris, 1967.
- Cook, K. R., and B. C. Edgar, Current distribution and impedance of a cylindrical antenna in an isotropic compressible plasma, *Radio Sci.* 1, 1, 1966.
- Dahl, D. A., and J. E. Delmore, The SIMION PC/PS2 user's manual, EGG-CS67233, Idaho National Engineering Laboratory, Idaho Falls, 1988.
- Dobrowolny, M., The TSS project : Electrodynamics of long metallic tethers in the ionosphere, *Riv. Nuovo Cimento*, 10, 1, 1987.
- Durand, E., *Electrostatique*, 3 tomes, Masson, Paris, 1966.
- Fejer, J. A., Interaction of an antenna with a hot plasma and the theory of resonance probes, *Radio Sci. J. Res. NBS*, 68D, 1171, 1964.
- Freeston, I. L., Measurement of the radio frequency admittance of a plane grid capacitor in a plasma, *J. Plasma Phys.*, 2, 329, 1968.
- Fried, B. D., and S. D. Conte, *The plasma dispersion function*, Academic, N. Y., 1961.
- Gol'dberg, V. N., E. A. Mareev, V. A. Ugrinovskii, and Yu. V. Chugunov, A non-linear modification of the field of an external source in a rarefied magnetized plasma, *Sov. Phys. JETP*, 63, 1180, 1986.
- Jassby, D. L., M. P. Bechynski, Laboratory measurements of the impedance and radiation pattern of antennas in an isotropic plasma, in *Plasma Waves in Space and in the Laboratory*, edited by J. O. Thomas and B. J. Landmark, Univ. Press, Edinburgh, Vol. 1, p 285, 1969.
- Meyer-Vernet, N., On natural noises detected by antennas in plasmas, *J. Geophys. Res.*, 84, 5373, 1979.
- Meyer-Vernet, N., and C. Perche, Tool kit for antennae and thermal noise near the plasma frequency, *J. Geophys. Res.*, 94, 2405, 1989.
- Pedersen, A., R. Grard, K. Knott, D. Jones, A. Gonfalone, and U. Fahleson, Measurements of quasi-static electric fields between 3 and 7 Earth radii on GEOS-1, *Space Sc. Rev.*, 22, 333, 1978.
- Quemada, D., *Ondes dans les Plasmas*, Hermann, Paris, 1968.
- Ramo, S., J. R. Whinnery, and T. Van Duzer, *Fields and Waves in Communication Electronics*, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1965.
- Schiff, M. L., Impedance of a short dipole antenna in a warm isotropic plasma, *Radio Sci.*, 12, 1489, 1970.
- Singh, N., A boundary-value problem treatment of an electric dipole in a warm isotropic plasma using the multiple water bag model, *Radio Sci.*, 13, 625, 1978.
- Stenzel, R. L., Antenna radiation pattern in the whistler wave regime measured in a large laboratory plasma, *Radio Sci.* 11, 1045, 1976.
- Thompson, W. B., *An Introduction to Plasma Physics*, Pergamon, Oxford, Paris, 2d edition, 1964.