

1ET-DI

08.10.2018

## **Laboratorium z fizyki**

Ćw. nr. 27

Wyznaczanie indukcyjności cewki i pojemności  
kondensatora w obwodzie prądu zmiennego

## 1. Zagadnienia do samodzielnego opracowania

1. Prąd sinusoidalnie zmienny, wielkości charakterystyczne – wartość średnia, skuteczna i szczytowa

Prąd zmienny to prąd w którym w funkcji czasu ulega zmianie natężenie lub zwrot płynącego prądu.  
Prąd sinusoidalnie przemienny to prąd, którego przebieg jest sinusoidalną funkcją czasu.

$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \varphi)$$

$i(t)$  - wartość chwilowa natężenia prądu

$I_m$  - wartość szczytowa natężenia prądu

$\omega$  - pulsacja (częstotliwość kołowa)

$\varphi$  - faza początkowa

**Wartość średnia** dzieli się na wartość średnią półokresową i całookresową. Wartość średnia półokresowa prądu zmiennego jest równa wartości prądu stałego, który w tym samym czasie przeniesie taki sam ładunek. Wartość średnia całookresowa prądu zmiennego jest równa 0.

Wzór na wartość średnią półokresową:  $I_{Sr} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} i(t) dt$

**Wartość szczytowa** to maksymalna wartość chwilowa amplitudy dla dowolnego przebiegu czasowego.

**Wartość skuteczna** prądu zmiennego jest taką wartością prądu stałego, która w ciągu czasu równego okresowi prądu przemiennego spowoduje ten sam efekt cieplny, co dany sygnał prądu zmiennego.

Wzór dla sygnału sinusoidalnego:  $I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$

## 2. Elementy R, L, C w obwodzie prądu zmiennego. Pojęcie reaktancji.

Reaktancja lub inaczej opór bierny to wielkość charakteryzująca obwód elektryczny zawierający kondensator **C** lub cewkę **L**. Jednostką reaktancji jest Ohm.

**Reaktancja cewki** ma znak dodatni i oblicza się ją ze wzoru:

$$X_L = \omega L$$

**L** to indukcyjność własna cewki

$\omega$  to pulsacja

**Reaktancje kondensatora** oblicza się ze wzoru:

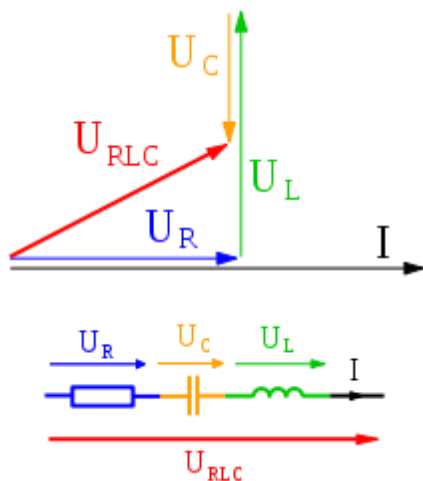
$$X_C = \frac{1}{\omega C}$$

**C** to pojemność kondensatora

$\omega$  to pulsacja

## 3. Wykresy wektorowe (fazowe)

**Wykresy wektorowe** przedstawiają sygnały sinusoidalne. Napięcie na cewce zawsze wyprzedza w fazie prąd o 90 stopni. Na kondensatorze zaś jest opóźnione o 90 stopni do prądu płynącego przez niego.



## 4. Obwód szeregowy R L C. Pojęcie impedancji.

**Impedancja** to wielkość opisująca elementy w obwodach prądu zmiennego. Wyrażana jest wzorem:

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2}$$

Impedancja  $Z$  dla elementu obwodu prądu przemiennego jest definiowana wzorem:

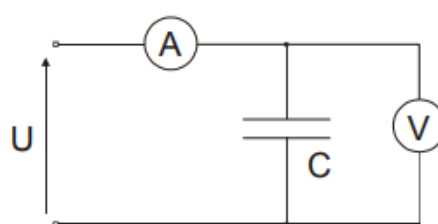
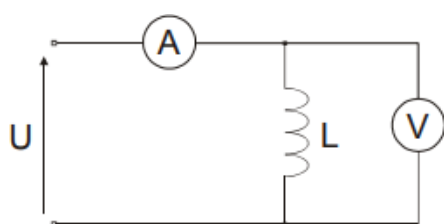
$$Z_R = \frac{U_r}{I_r}$$

$U_r$  - napięcie elektryczne,

$I_r$  - natężenie prądu przemiennego.

## 2. Metodologia wykonania pomiarów

1. Układy pomiarowe do wyznaczenia indukcyjności cewki i pojemności kondensatora przy wykorzystaniu prawa Ohma tzw. Metodą techniczną przedstawione są na rysunkach poniżej.



1. Zmontować obwód pomiarowy dla cewki do pomiarów przy prądzie stałym. Przy łączeniu obwodu zwrócić uwagę, aby zastosować mierniki przeznaczone dla prądu stałego.
2. Zasilając obwód pomiarowy dla cewki prądem stałym odczytać wartości prądu dla różnych wartości napięcia (max 12V).

$U_- [V]$	$I_- [A]$	$u(U_-) [V]$	$u(I_-) [A]$	$R [\Omega]$	$R \pm u(R) [\Omega]$

3. Zmontować obwód pomiarowy dla cewki do pomiarów przy prądzie przemiennym. Przy łączeniu obwodu zwrócić uwagę, aby zastosować mierniki przeznaczone dla prądu przemiennego. Mierniki prądu stałego zasilone prądem przemiennym ulegną uszkodzeniu!

4. Zasilając obwód pomiarowy prądem przemiennym odczytać wartości prądu dla różnych wartości napięcia (max 100 V).

$U_{\sim} [V]$	$I_{\sim} [A]$	$u(U_{\sim}) [V]$	$u(I_{\sim}) [A]$	$Z [\Omega]$	$Z \pm u(Z) [\Omega]$	$L \pm u(L) [mH]$

5. Pomiarów dla kondensatora przy prądzie stałym nie wykonuje się.

6. Zmontować obwód pomiarowy dla kondensatora do pomiarów przy prądzie przemiennym. Przy łączeniu obwodu zwrócić uwagę, aby zastosować mierniki przeznaczone dla prądu przemiennego. Mierniki prądu stałego zasilone prądem przemiennym ulegną uszkodzeniu!

7. Zasilając obwód dla kondensatora prądem przemiennym odczytać wartości prądu dla różnych wartości napięcia (max 100 V).

$U_{\sim} [V]$	$I_{\sim} [A]$	$u(U_{\sim}) [V]$	$u(I_{\sim}) [A]$	$X_C [\Omega]$	$X_C \pm u(X_C) [\Omega]$	$C \pm u(C) [F]$

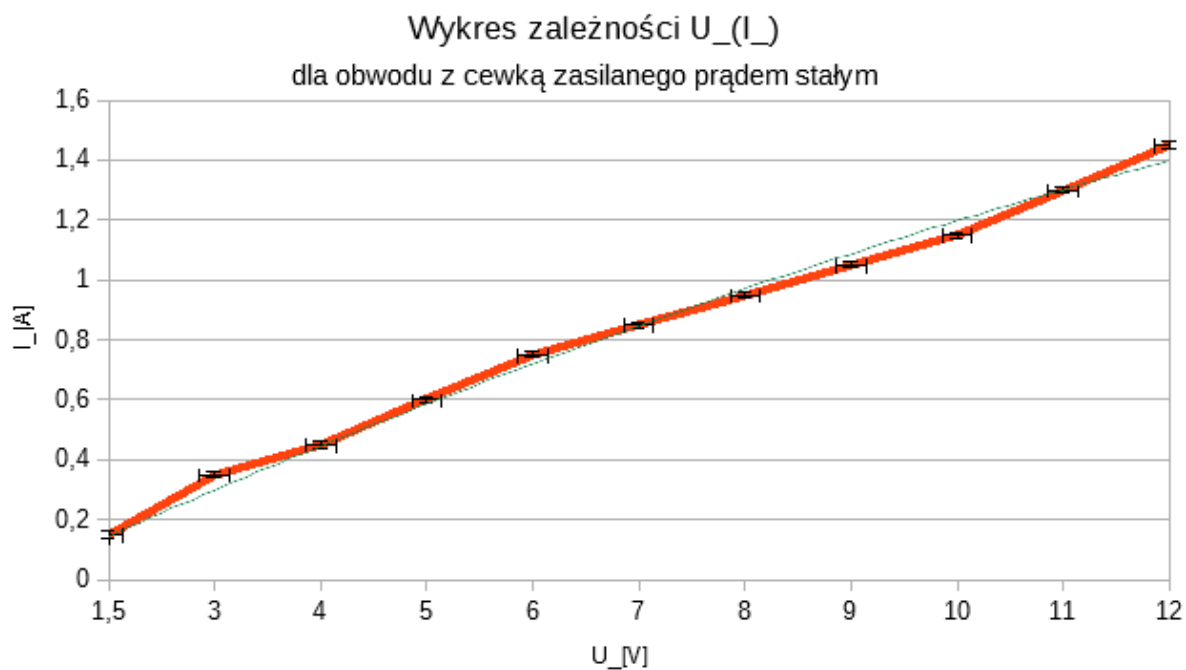
### 3. Tabele Pomiarowe

U [V]	I [A]	u(U) [V]	u(I) [A]	R [Ω]	R±u(R) [Ω]
1,5	0,15	0,144	0,003	10,000	8,586±0,134
3	0,35			8,571	
4	0,45			8,888	
5	0,60			8,333	
6	0,75			8,000	
7	0,85		0,014	8,235	
8	0,95			8,421	
9	1,05			8,571	
10	1,15			8,695	
11	1,30			8,461	
12	1,45			8,275	

U [V]	I [A]	u(U) [V]	u(I) [A]	Z [Ω]	Z±u(Z) [Ω]	L±u(L) [mH]
10	0,18	0,288	0,028	55,555	56,9±0,138	178±50,944
20	0,35			57,142		
30	0,53			56,603		
40	0,71			56,338		
50	0,88			56,818		
60	1,06	0,577	0,006	56,603		
70	1,22			57,377		
80	1,40			57,142		
90	1,58			56,962		
100	1,72			58,139		

U [V]	I [A]	u(U) [V]	u(I) [A]	X <sub>C</sub> [Ω]	X <sub>C</sub> ±u(X <sub>C</sub> ) [Ω]	C±u(C) [F]
10	0,10	0,288	0,028	100	96,774±0,340	3,29x10 <sup>-5</sup> ±1,156x10 <sup>-7</sup>
20	0,22			90,909		
30	0,31			96,774		
40	0,41			97,561		
50	0,51			98,039		
60	0,62			96,774		
70	0,72			97,222		
80	0,82	0,577	0,006	97,561		
90	0,93			96,774		
100	1,04			96,154		

## 4. Obliczenia



$$u(x) = \Delta x / \sqrt{3}$$

$\Delta x$  – połowa najmniejszej działki

$$u(U) = \Delta U / \sqrt{3} = 0,25 / \sqrt{3} = 0,144 \text{ [V]}$$

Tak samo liczymy dla  $u(I)$

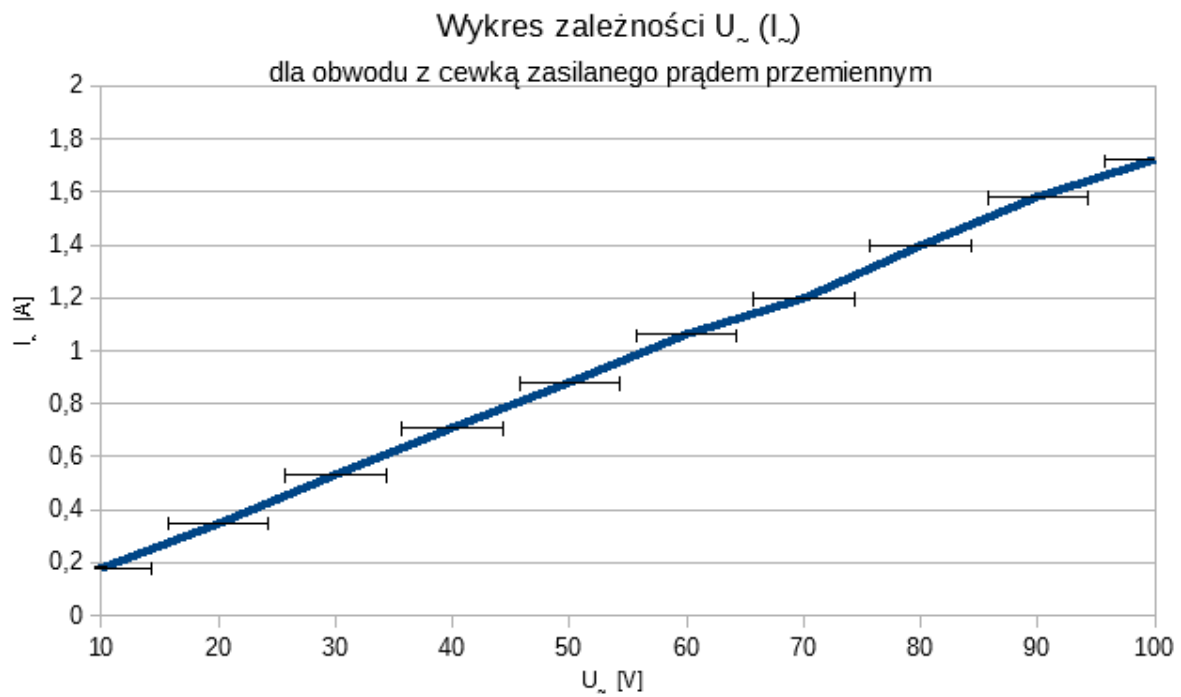
$$R = \frac{U}{I} = \frac{1,5}{0,15} = 10 \text{ } [\Omega]$$

Tak samo liczymy resztę rezystancji R

Wyznaczanie niepewności typu A rezystancji cewki  $u(R)$

$$R_{sr} = 8,586 \text{ } [\Omega]$$

$$u(R) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{11} (R_i - R_{sr})^2}{11(11-1)}} = 0,134 \text{ } [\Omega]$$



$$Z = \frac{U}{I} = \frac{10}{0,18} = 55,556$$

Tak samo liczymy resztę impedancji Z

Wyznaczanie niepewności typu A oporności pozornej  $u(Z)$

$$Z_{sr} = 56,868 [\Omega]$$

$$u(Z) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{10} (Z_i - Z_{sr})^2}{10(10-1)}} = 0,138 [\Omega]$$

Obliczenie indukcyjności cewki

$$L = \frac{\sqrt{Z^2 - R^2}}{2\pi f} = 0,178 [H] = 178 [mH]$$



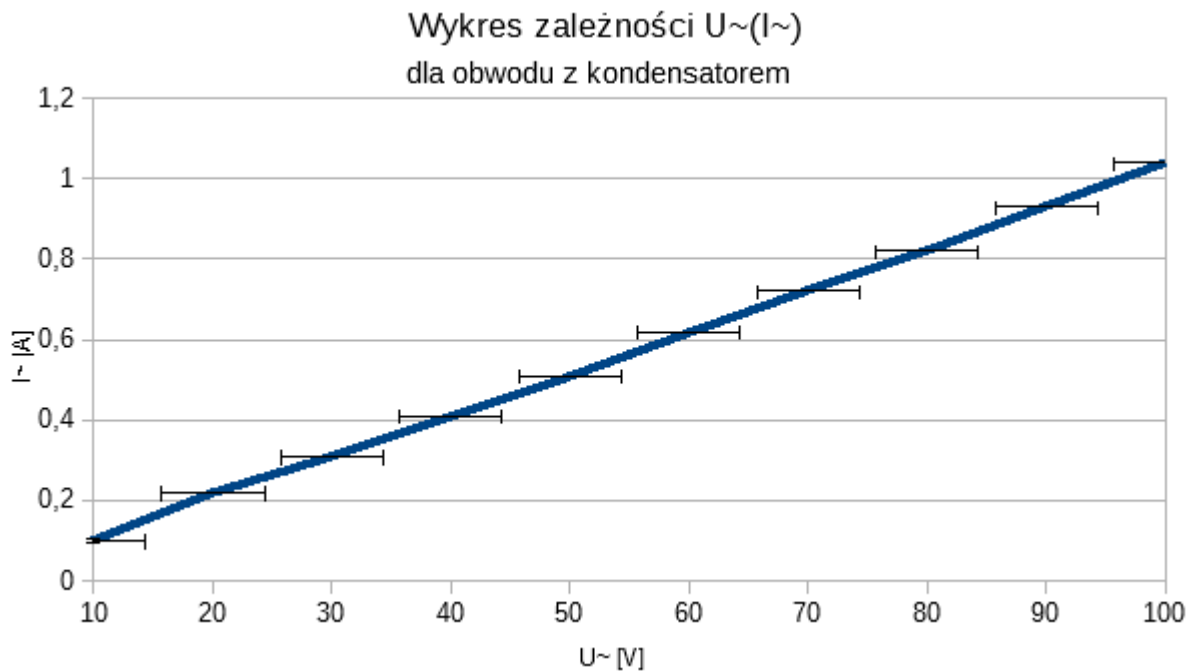
Obliczenie niepewności  $u(L)$  metodą różniczki zupełnej:

$$u(L) = \left| \frac{\partial L}{\partial Z} \right| \times |u(Z)| + \left| \frac{\partial L}{\partial R} \right| \times |u(R)|$$

$$u(L) = \left| \frac{1}{2\pi f} \times \frac{1}{2\sqrt{Z^2 - R^2}} \times 2Z \right| \times |u(Z)| + \left| \frac{1}{2\pi f} \times \frac{1}{2\sqrt{Z^2 - R^2}} \times (-2R) \right| \times |u(R)|$$

$$u(L) = \left| \frac{1}{2\pi \times 50[\text{Hz}]} \times \frac{56,868[\Omega]}{\sqrt{(56,868[\Omega])^2 - (8,586[\Omega])^2}} \right| \times |0,138[\Omega]| +$$

$$+ \left| \frac{1}{2\pi \times 50[\text{Hz}]} \times \frac{-8,586[\Omega]}{\sqrt{(56,868[\Omega])^2 - (8,586[\Omega])^2}} \right| \times |0,134[\Omega]| = 50,944 \times 10^{-3}[\text{H}] = 50,944[\text{mH}]$$



$$X_c = \frac{U}{I} = \frac{10}{0,10} = 100 [\Omega]$$

Tak samo liczymy resztę reaktancji  $X_c$

Wyznaczenie niepewności typu A reaktancji kondensatora  $u(X_c)$

$$X_{c_{\text{śr}}} = 96,774 [\Omega]$$

$$u(X_c) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{10} (X_{ci} - X_{ci})^2}{10(10-1)}} = 0,340 [\Omega]$$

Obliczenie wartości pojemności kondensatora

$$C = \frac{1}{2\pi f X_c} = 3,29 \times 10^{-5} [\text{F}] = 32,9 [\mu\text{F}]$$

Obliczenie niepewności  $u(C)$  metodą różniczki zupełnej

$$u(C) = \left| \frac{\partial C}{\partial X_c} \right| \times |u(X_c)|$$

$$u(C) = \left| \frac{1}{2\pi f} \times \frac{1}{X_c^2} \right| \times |u(X_c)|$$

$$u(C) = \left| \frac{1}{2\pi \times 50 [\text{Hz}]} \times \frac{1}{(96,774 [\Omega])^2} \right| \times |0,340 [\Omega]| = 1,156 \times 10^{-7} [\text{F}] = 0,115 [\mu\text{F}]$$

## 5. Wnioski

Celem badania było wyznaczenie indukcyjności cewki i pojemności kondensatora w obwodach prądu zmiennego. Indukcyjność cewki po dokonaniu pomiarów i obliczeń wyniosła  $L = 178, \pm 50,944 [\text{mH}]$  przy prądzie zmiennym o  $f=50 [\text{Hz}]$ , zaś impedancja  $Z = 56,9 \pm 0,138 [\Omega]$ . Natomiast wartość oporu czynnego cewki w układzie podłączonym do prądu stałego wyniosła  $R = 8,586 \pm 0,134 [\Omega]$ .

Wartość reaktancji (oporu biernego) kondensatora w układzie prądu zmiennego  $f=50 [\text{Hz}]$  po dokonaniu pomiarów i obliczeń wyniosła  $X_c = 96,774 \pm 0,340 [\Omega]$ , zaś pojemność kondensatora wyniosła  $C = 3,29 \times 10^{-5} \pm 1,156 \times 10^{-7} [\text{F}]$

Na podstawie przeprowadzonych pomiarów i obliczeń uważam, że doświadczenie przebiegło pomyślnie. Na podstawie pomiarów i wykonanych do nich wykresów doszedłem do wniosku, że wraz ze wzrostem napięcia wzrasta również natężenie. Wydaje mi się, że wyniki błędy pomiarów wynikają z kilku czynników: niedokładność pomiarów na miernikach, nieprecyzyjny odczyt ze skali wskazówkowej w tym niedokładne zaokrąglanie pomiarów, błędy sprzętowe. Uważam, że największy błąd podczas przeprowadzania doświadczenia jest przy wyznaczaniu niepewności indukcyjności cewki  $L = 178, \pm 50,944 [\text{mH}]$ . Natomiast resztę wyników z pomiarów i obliczeń uważam za dobrą.