1 ET-DI **08.01.2019**

Laboratorium z fizyki

Ćw. nr: 8

Pomiar bezwładności wahadła Maxwella

L2

Spis treści

1. ***Wstęp teoretyczny***

I. Pierwsza zasada dynamiki (zasada bezwładności)

Jeżeli na ciało nie działa żadna siła lub działające siły równoważą się, to ciało pozostaje w spoczynku lub porusza się ruchem jednostajnym prostoliniowym (po prostej ze stałą prędkością). Każde ciało trwa w swym stanie spoczynku lub ruchu prostoliniowego jednostajnego, jeżeli siły przyłożone nie zmuszą ciała do zmiany tego stanu.

II. Druga zasada dynamiki

Gdy na ciało działa siła wypadkowa (wektorowa suma sił działających), to ciało porusza się ruchem przyśpieszonym. Kierunek i zwrot tego przyspieszenia są zgodne z kierunkiem siły wypadkowej. Przyspieszenie ruchu ciała jest wprost proporcjonalne do wartości siły, a odwrotnie proporcjonalne do masy ciała."

Zmiana pędu ciała jest proporcjonalna do działającej siły wypadkowej.

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}$$

Przy prędkościach, w których nie występują efekty relatywistyczne, czyli dla ciała niezmieniającego masy w wyniku zmian prędkości, zasadę tę można wyrazić w wersji uproszczonej (ta wersja funkcjonuje na wstępnych etapach nauczania fizyki):

Przyspieszenie, z jakim porusza się ciało jest proporcjonalne do działającej siły a odwrotność masy jest współczynnikiem proporcjonalności. Kierunek i zwrot przyspieszenia jest zgodny z kierunkiem i zwrotem siły.

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

III. Trzecia zasada dynamiki (zasada akcji i reakcji)

Jeśli ciało A działa na ciało B siłą F (akcja), to ciało B działa na ciało A siłą (reakcja) o takiej samej wartości i kierunku, lecz o przeciwnym zwrocie. Względem każdego działania istnieje przeciwdziałanie skierowane przeciwnie i równe, to jest wzajemne działania dwóch ciał są zawsze równe i skierowane przeciwnie.

IV. Ruch obrotowy

to taki ruch, w którym wszystkie punkty bryły sztywnej poruszają się po okręgach o środkach leżących na jednej prostej zwanej osią obrotu. Np. ruch Ziemi wokół własnej osi. Jest to ruch złożony z ruchu postępowego środka masy danego ciała oraz ruchu obrotowego względem pewnej osi. Środek masy ciała można uważać za punkt materialny. Do opisania ruchu obrotowego używa się odmiennych pojęć od używanych do opisania ruchu postępowego.

Druga zasada dynamiki jest podstawowym prawem ruchu obrotowego.

$$r \times F = M = \frac{dL}{dt}$$

gdzie **M** jest momentem siły względem obranego punktu odniesienia, a **L** – momentem pędu względem tego samego punktu odniesienia.

Jeżeli obrót odbywa się względem osi stałej lub sztywnej wówczas druga zasada dynamiki dla ruchu obrotowego może być napisana w następujący sposób:

$$M = I\frac{d\omega}{dt} = I\epsilon$$

gdzie **M** oznacza moment siły, a**I** moment bezwładności względem osi obrotu.

Czasem ta sama siła może powodować ruch postępowy i obrotowy. Wówczas dzieląc obie strony poprzedniego równania przez **r** oraz dodając po prawej stronie wyraz odnoszący się do ruchu postępowego można otrzymać II zasadę dynamiki w postaci bardziej ogólnej:

$$F = \frac{I\epsilon}{r} + ma$$

Gdy brak momentu sił zewnętrznych (**M = 0**), z równania

$$M = I\frac{d\omega}{dt} = I\epsilon$$

można otrzymać zasadę zachowania momentu pędu: $L = I\omega = const$

Moment bezwładności **I** punktu materialnego o masie **m** znajdującego się w odległości **r** od osi obrotu wyraża się wzorem:

$$I = mr^2$$

V. Zasada zachowania energii

W układzie zamkniętym suma składników wszystkich rodzajów energii całości (suma energii wszystkich jego części) układu jest stała (nie zmienia się w czasie).

2. *Wykonanie ćwiczenia*

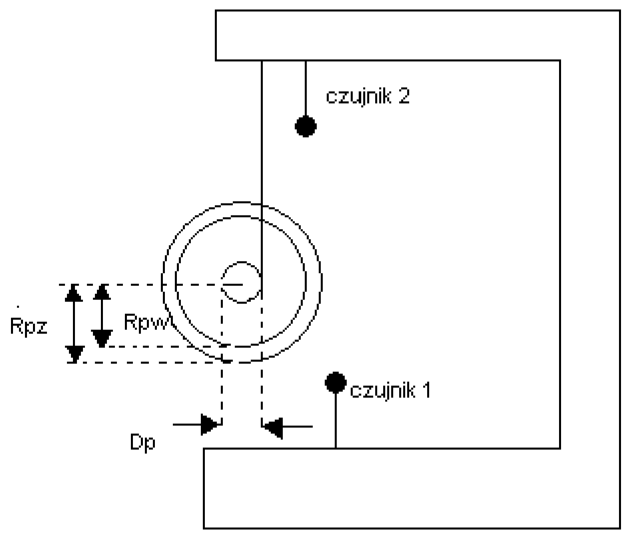
1. Zmierzyć średnice 2r0, 2rk, 2rp, d z dokładnością ± 0,1mm oraz wysokość h z dokładnością ± 1mm.

2. Odczytać wartości mas m0, mk, mp zapisane na odpowiednich elementach i wpisać do tabeli. Włączyć przyrząd przyciskiem W3.

3. Na krążek wahadła nałożyć dowolnie wybrany pierścień dociskając go do oporu.

4. Nawinąć na oś wahadła nić i unieruchomić je przy pomocy elektromagnesu (przycisk W2 wyciśnięty).

5. Sprawdzić, czy dolna krawędź pierścienia pokrywa się z zerem skali naniesionej na kolumnę. W przypadku, gdy nie został spełniony powyższy warunek, odkręcić wspornik górny i wyregulować wysokość jego ustawienia.



6. Nacisnąć przełącznik W1 w celu wyzerowania zegara i wcisnąć przełącznik W2 celem uwolnienia wahadła.

7. Odczytać zmierzoną wartość czasu spadania wahadła i zapisać w tabeli.

8. Pomiar czasu wykonać co najmniej 10 razy. Wyznaczyć wartość średnią czasu spadania.

9. Pomiary powtórzyć dla pozostałych pierścieni.

10. Wyniki pomiarów wpisać do tabeli pomiarowej.

3. *Zestawienie pomiarów*

<table>
<tr><th>Lp.</th><th>m_0</th><th>m_k</th><th>m_p</th><th>$\boldsymbol{r_0}$</th><th>$\boldsymbol{r_k}$</th><th>$\boldsymbol{r_p}$</th><th>R_0</th><th>h</th><th>t</th><th>$I_{dośw.}$</th><th>$I_{teor.}$</th><th>Δ</th></tr>
<tr><td></td><td>[kg]</td><td>[kg]</td><td>[kg]</td><td>[m]</td><td>[m]</td><td>[m]</td><td>[m]</td><td>[m]</td><td>[s]</td><td>[kg m^2]</td><td>[kg m^2]</td><td>[%]</td></tr>
<tr><td colspan="11">Dla 1 pierścienia:</td><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td>1</td><td rowspan="10">0,0325</td><td rowspan="10">0,124</td><td rowspan="10">0,517</td><td rowspan="10">0,00495</td><td rowspan="10">0,043</td><td rowspan="10">0,0525</td><td rowspan="10">0,005</td><td rowspan="10">0,41</td><td>2,414</td><td rowspan="10">$1226{,}1 \cdot 10^{-6}$</td><td rowspan="10">$1302{,}7 \cdot 10^{-6}$</td><td rowspan="10">5,9</td></tr>
<tr><td>2</td><td>2,353</td></tr>
<tr><td>3</td><td>2,347</td></tr>
<tr><td>4</td><td>2,342</td></tr>
<tr><td>5</td><td>2,35</td></tr>
<tr><td>6</td><td>2,365</td></tr>
<tr><td>7</td><td>2,372</td></tr>
<tr><td>8</td><td>2,443</td></tr>
<tr><td>9</td><td>2,428</td></tr>
<tr><td>10</td><td>2,321</td></tr>
<tr><td colspan="11">Dla 2 pierścienia:</td><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td>11</td><td rowspan="10">0,0325</td><td rowspan="10">0,124</td><td rowspan="10">0,2588</td><td rowspan="10">0,00495</td><td rowspan="10">0,043</td><td rowspan="10">0,0525</td><td rowspan="10">0,005</td><td rowspan="10">0,41</td><td>2,243</td><td rowspan="10">$668{,}2 \cdot 10^{-6}$</td><td rowspan="10">$709{,}4 \cdot 10^{-6}$</td><td rowspan="10">5,8</td></tr>
<tr><td>12</td><td>2,291</td></tr>
<tr><td>13</td><td>2,219</td></tr>
<tr><td>14</td><td>2,212</td></tr>
<tr><td>15</td><td>2,246</td></tr>
<tr><td>16</td><td>2,243</td></tr>
<tr><td>17</td><td>2,224</td></tr>
<tr><td>18</td><td>2,223</td></tr>
<tr><td>19</td><td>2,226</td></tr>
<tr><td>20</td><td>2,219</td></tr>
<tr><td colspan="11">Dla 3 pierścienia:</td><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td>21</td><td rowspan="10">0,0325</td><td rowspan="10">0,124</td><td rowspan="10">0,3891</td><td rowspan="10">0,00495</td><td rowspan="10">0,043</td><td rowspan="10">0,0525</td><td rowspan="10">0,005</td><td rowspan="10">0,41</td><td>2,32</td><td rowspan="10">$964{,}3 \cdot 10^{-6}$</td><td rowspan="10">$1008{,}9 \cdot 10^{-6}$</td><td rowspan="10">4,4</td></tr>
<tr><td>22</td><td>2,311</td></tr>
<tr><td>23</td><td>2,338</td></tr>
<tr><td>24</td><td>2,326</td></tr>
<tr><td>25</td><td>2,317</td></tr>
<tr><td>26</td><td>2,318</td></tr>
<tr><td>27</td><td>2,361</td></tr>
<tr><td>28</td><td>2,384</td></tr>
<tr><td>29</td><td>2,371</td></tr>
<tr><td>30</td><td>2,361</td></tr>
<tr><td colspan="2">d [mm]</td><td colspan="11">0,00105</td></tr>
</table>

4. Obliczenia

Obliczamy moment bezwładności wahadła:

$$I_w = I_p + I_k + I_{pi} \text{ ,gdzie :}$$

I_w - moment bezwładności wahadła
I_p - moment bezwładności pręta gdzie nawija się sznurek
I_k - moment bezwładności krążka
I_{pi} - moment bezwładności pierścienia

$$I_p = \frac{1}{2} m_0 r^2 = 0,5*0,0325*0,005^2 = 0,4\cdot10^{-7}[kg\cdot m^2]$$

Przyjmujemy, że oś, na którą nawijamy sznurek to pręt, ponieważ w takie przybliżenie nie wpływa za bardzo na wynik

$$I_k = \frac{1}{2} m_k * R_k^2 = 0,5*0,124*0,043^2 = 114,6\cdot10^{-6}[kg\cdot m^2]$$

Aby obliczyć moment bezwładności pierścienia obliczamy dla promienia zewnętrznego jak dla walca a następnie odejmujemy moment bezwładności walca o promieniu wewnętrznym pierścienia

$$I_{pi} = I_{pI1} - I_{pI2}$$

dla 1 pierścienia:

$$I_{p1} = \frac{1}{2} m_{p1}\left(r_k^2 + r_p^2\right) = 1187,7\cdot10^{-6}[kg\cdot m^2]$$

dla 2 pierścienia:

$$I_{p2} = \frac{1}{2} m_{p2}\left(r_k^2 + r_p^2\right) = 594,4\cdot10^{-6}[kg\cdot m^2]$$

dla 3 pierścienia:

$$I_{p2} = \frac{1}{2} m_{p2}\left(r_k^2 + r_p^2\right) = 893,9\cdot10^{-6}[kg\cdot m^2]$$

dla 1 pierścienia:

$$I_w = 1187,7\cdot10^{-6} + 114,6\cdot10^{-6} + 0.4\cdot10^{-7} = 1302,7\cdot10^{-6}[kg\cdot m^2]$$

dla 2 pierścienia:

$$I_w = 594,4\cdot10^{-6} + 114,6\cdot10^{-6} + 0.4\cdot10^{-7} = 709,4\cdot10^{-6}[kg\cdot m^2]$$

dla 3 pierścienia:

$$I_w = 893,9\cdot10^{-6} + 114,6\cdot10^{-6} + 0.4\cdot10^{-7} = 1008,9\cdot10^{-6}[kg\cdot m^2]$$

Wyznaczamy doświadczalne moment bezwładności:

$$I = mr^2\left[\frac{gt^2}{2h} - 1\right]$$

m – suma mas : pręta + krążka + pierścienia

Wyznaczenie średniej wartości t:

dla 1 pierścienia:

$$T_{śr} = \frac{\sum t}{n} = 23{,}735/10 = 2{,}37s$$

$$m = 0{,}517 + 0{,}032 + 0{,}124 = 0{,}673kg$$

$$I = 0{,}673 * 0{,}0524^2\left[\frac{9{,}8 * 2{,}37^2}{2 * 0{,}41} - 1\right] = 1226{,}1 \cdot 10^{-6}[kg \cdot m^2]$$

dla 2 pierścienia:

$$T_{śr} = \frac{\sum t}{n} = 22{,}346/10 = 2{,}23s$$

$$m = 0{,}2588 + 0{,}032 + 0{,}124 = 0{,}415kg$$

$$I = 0{,}415 * 0{,}0524^2\left[\frac{9{,}8 * 2{,}23^2}{2 * 0{,}41} - 1\right] = 668{,}2 \cdot 10^{-6}[kg \cdot m^2]$$

dla 3 pierścienia:

$$T_{śr} = \frac{\sum t}{n} = 23{,}407/10 = 2{,}34s$$

$$m = 0{,}3891 + 0{,}032 + 0{,}124 = 0{,}545kg$$

$$I = 0{,}545 * 0{,}0524^2\left[\frac{9{,}8 * 2{,}34^2}{2 * 0{,}41}\right] = 964{,}3 \cdot 10^{-6}[kg \cdot m^2]$$

Analiza niepewności pomiarowych:

$$\Delta = \frac{I_{dośw} - I_{teor}}{I_{teor}} \cdot 100\%$$

$$\Delta_1 = \frac{1226{,}1 - 1302{,}7}{1302{,}7} * 100\% = -5{,}9\%$$

$$\Delta_2 = \frac{668{,}2 - 709{,}4}{709{,}4} * 100\% = -5{,}8\%$$

$$\Delta_3 = \frac{964{,}3 - 1008{,}9}{1008{,}9} * 100\% = -4{,}4\%$$

Niepewność pomiarowa dla: r_0, r_k, r_p, d

$$u(r_0) = \frac{0,00495}{\sqrt{3}} = 0,008$$

$$u(r_k) = \frac{0,043}{\sqrt{3}} = 0,024$$

$$u(r_p) = \frac{0,525}{\sqrt{3}} = 0,303$$

$$u(d) = \frac{0,00105}{\sqrt{3}} = 0,0007$$

Niepewność pomiarowa dla t:

$(t_1+t_2+...+t_{30})/30-t_1 = 0,097733333$

5. Wnioski

Na podstawie przeprowadzonego ćwiczenia można zauważyć, że moment bezwładności wahadła Maxwella zależy od masy pierścienia nałożonego na wahadło. Podczas przeprowadzania ćwiczenia zaobserwowano, że im pierścień miał większą masę tym większy był czas jego opadania.