



Elementy elektroniczne

dr inż. Piotr Ptaś

Politechnika Rzeszowska
Wydział Elektrotechniki i Informatyki
Katedra Podstaw Elektroniki

A-303, pptak@prz.edu.pl, tel. 178651113
konsultacje: pn. – cz. 11-12



Plan wykładu



Modele tranzystorów bipolarnych

- Model małosygnałowy
- Model hybrydowy
- Model fizyczny
- Model hybryd- π
- Częstotliwości graniczne tranzystora



Sposoby analizy pracy tr. bipolarnego

KPE



Praca tranzystora:

• nieliniowa:

- statyczna, (i)
 - dynamiczna, (ii)
- } duże sygnały

• liniowa (małe sygnały m. i d. cz.). (iii)

- (i) Praca nieliniowa statyczna – związki między stałymi napięciami i prądami na końcówkach tranzystora.
- (ii) Procesy przejściowe przy przełączaniu tranzystora z **Z** do **N** (włączanie) i odwrotnie (wyłączanie).
- (iii) Tranzystor jest spolaryzowany w określonym punkcie pracy i sterowany małym sygnałem prądu zmiennego (o takiej amplitudzie, że tranzystor zachowuje się jak element liniowy).

Modele małosygnałowe są modelami liniowymi. Można je podzielić na:

- modele końcówkowe (czwórnikowe),
- modele fizyczne.

Elementy elektroniczne I – modele tranzystora bipolarnego

3

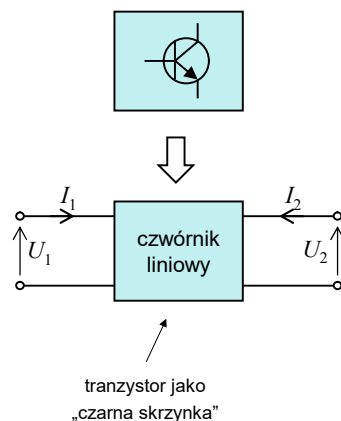


Model małosygnałowy

KPE



Czwórnik liniowy



Równania impedancyjne:

$$U_1 = Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2$$

$$U_2 = Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2$$

Równania admitancyjne:

$$I_1 = Y_{11}U_1 + Y_{12}U_2$$

$$I_2 = Y_{21}U_1 + Y_{22}U_2$$

Równania mieszane (hybrydowe):

$$U_1 = H_{11}I_1 + H_{12}U_2$$

$$I_2 = H_{21}I_1 + H_{22}U_2$$

Elementy elektroniczne I – modele tranzystora bipolarnego

4



Model małosygnałowy



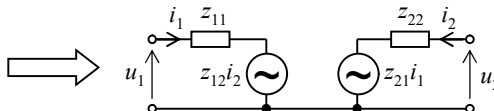
Modele czwórnikowe dla małych sygnałów

– i_1, i_2, u_1, u_2 – chwilowe wartości prądów i napięć

Równania impedancyjne:

$$u_1 = z_{11}i_1 + z_{12}i_2$$

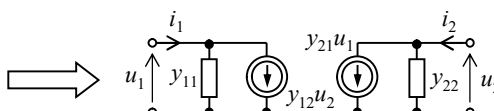
$$u_2 = z_{21}i_1 + z_{22}i_2$$



Równania admitancyjne:

$$i_1 = y_{11}u_1 + y_{12}u_2$$

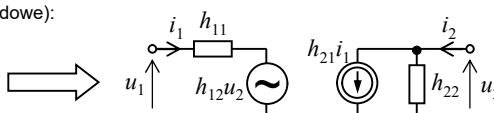
$$i_2 = y_{21}u_1 + y_{22}u_2$$



Równania mieszane (hybrydowe):

$$u_1 = h_{11}i_1 + h_{12}u_2$$

$$i_2 = h_{21}i_1 + h_{22}u_2$$



Elementy elektroniczne I – modele tranzystora bipolarnego

5



Model hybrydowy dla WE



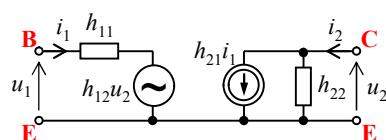
Parametry modelu (dla npn i pnp)

$$u_1 = h_{11}i_1 + h_{12}u_2$$

$$i_2 = h_{21}i_1 + h_{22}u_2$$

$$\text{macierz } h = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix}$$

Właściwości czwórnika liniowego określa macierz parametrów hybrydowych.



Dwa źródła sterowane reprezentują:
– zjawisko oddziaływania wstecznego,
– zjawisko wzmocnienia.

$$\left. \begin{aligned} h_{11} &= \frac{u_1}{i_1} \Big|_{u_2=0} && \text{– impedancja wejściowa} \\ h_{12} &= \frac{u_1}{u_2} \Big|_{i_1=0} && \text{– współczynnik oddziaływania zwrotnego} \\ h_{21} &= \frac{i_2}{i_1} \Big|_{u_2=0} && \text{– współczynnik wzmocnienia prądowego} \\ h_{22} &= \frac{i_2}{u_2} \Big|_{i_1=0} && \text{– admitancja wyjściowa} \end{aligned} \right\}$$

$$\begin{aligned} u_2 &= 0 \text{ – „zwarcie” na wyjściu} \\ i_1 &= 0 \text{ – „rozwarcie” na wejściu} \end{aligned}$$

Wartości parametrów h zależą od układu włączenia tranzystora, np.:

$$\begin{cases} h_{21b} = \alpha & \text{dla WB} \\ h_{21e} = \beta & \text{dla WE} \\ h_{21c} = \beta + 1 & \text{dla WC} \end{cases}$$

Elementy elektroniczne I – modele tranzystora bipolarnego

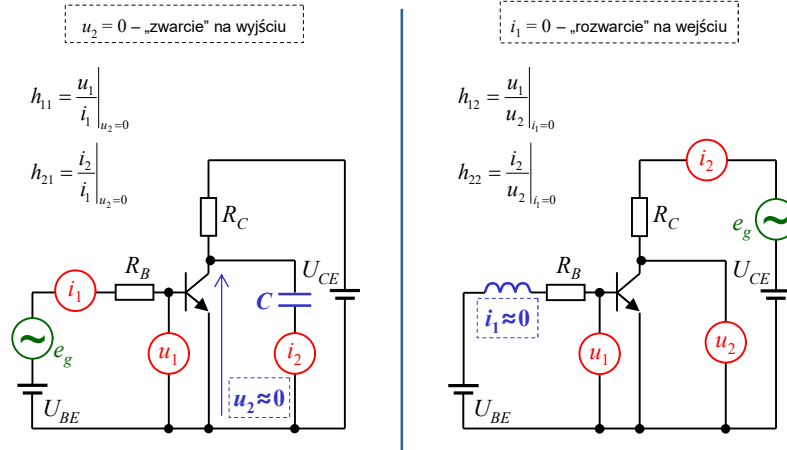
6



Model hybrydowy dla WE



Pomiar parametrów modelu $u_1 = h_{11}i_1 + h_{12}u_2$
 $i_2 = h_{21}i_1 + h_{22}u_2$



Elementy elektroniczne I – modele tranzystora bipolarnego

7



Model hybrydowy



Parametry modelu dla różnych konfiguracji

	WE	WB	WC
h_{11}	h_{11e}	$h_{11b} = \frac{h_{11e}}{1 + h_{21e}}$	$h_{11c} = h_{11e}$
h_{12}	h_{12e}	$h_{12b} = \frac{h_{11e}h_{22e}}{1 + h_{21e}} - h_{12e}$	$h_{12c} = 1 - h_{12e}$
h_{21}	h_{21e}	$h_{21b} = \frac{h_{21e}}{1 + h_{21e}}$	$h_{21c} = 1 + h_{21e}$
h_{22}	h_{22e}	$h_{22b} = \frac{h_{22e}}{1 + h_{21e}}$	$h_{22c} = h_{22e}$

$$\begin{aligned} h_{11} - h_i \\ h_{12} - h_r \\ h_{21} - h_f \\ h_{22} - h_o \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} h_{ib} - h_{11b} \\ h_{fe} - h_{21e} \end{aligned}$$

Elementy elektroniczne I – modele tranzystora bipolarnego

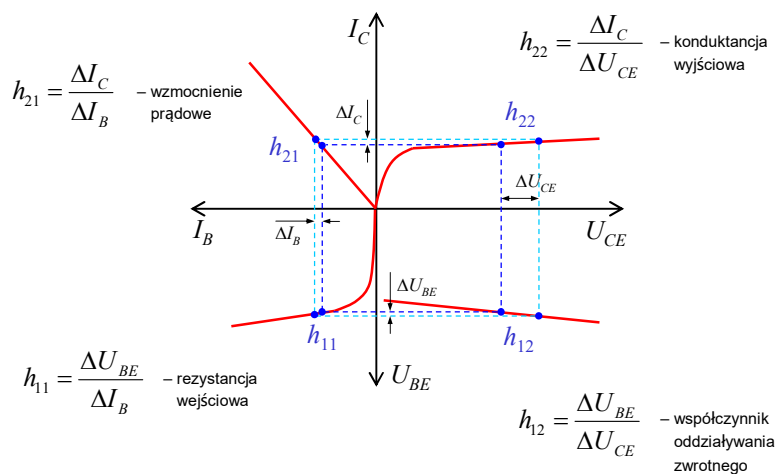
8



Model hybrydowy



Pomiar parametrów na podstawie zmierzonych charakterystyk statycznych



Elementy elektroniczne I – modele tranzystora bipolarnego

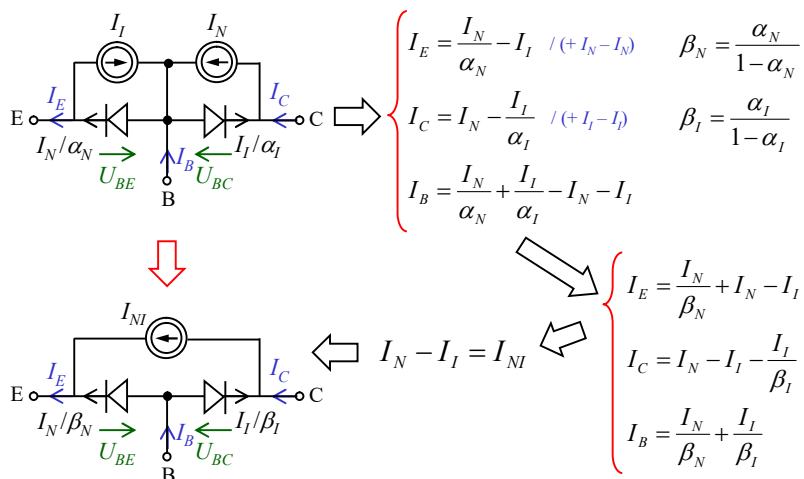
9



Model fizyczny



Przekształcenie modelu nieliniowego w liniowy



Elementy elektroniczne I – modele tranzystora bipolarnego

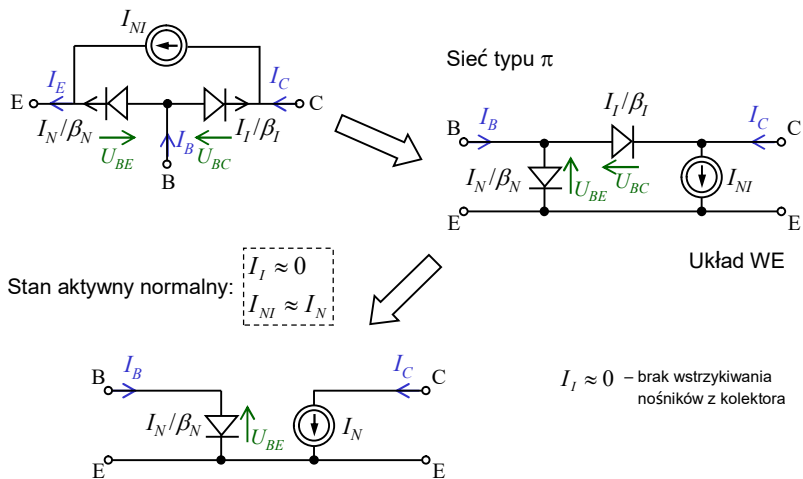
10



Model fizyczny dla WE



Przekształcenie modelu nieliniowego w liniowy



Elementy elektroniczne I – modele tranzystora bipolarnego

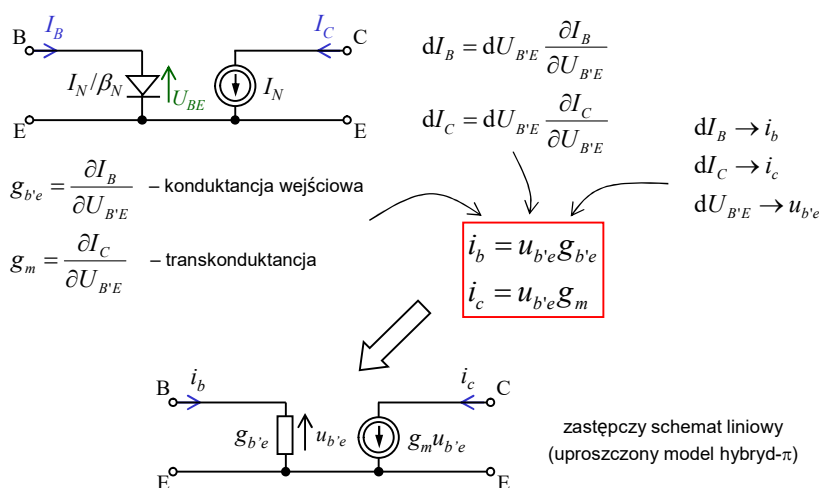
11



Model fizyczny dla WE



Przekształcenie modelu nieliniowego w liniowy

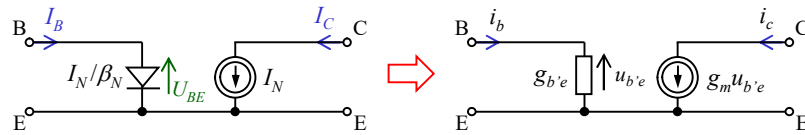


Elementy elektroniczne I – modele tranzystora bipolarnego

12



Przekształcenie modelu nieliniowego w liniowy



$$I_N = \alpha_N I_{ES} \left[\exp\left(\frac{U_{B'E}}{U_T}\right) - 1 \right]$$

$$g_m = \frac{\partial I_C}{\partial U_{B'E}} \approx \frac{\partial}{\partial U_{B'E}} \left(\alpha I_{ES} \left[\exp \left(\frac{U_{B'E}}{U_T} \right) \right] \right)$$

$$I_B = \frac{I_N}{\beta_N}$$

$$g_{b'e} = \frac{\partial I_B}{\partial U_{B'E}} \approx \frac{\partial I_C}{\partial U_{B'E}} \cdot \frac{1}{\beta}$$

$$I_C = I_N$$

$$\alpha_N = \alpha = \text{const}$$

$$\beta_N = \beta = \text{const}$$

$$g_{b'e} = \frac{g_m}{\beta}$$

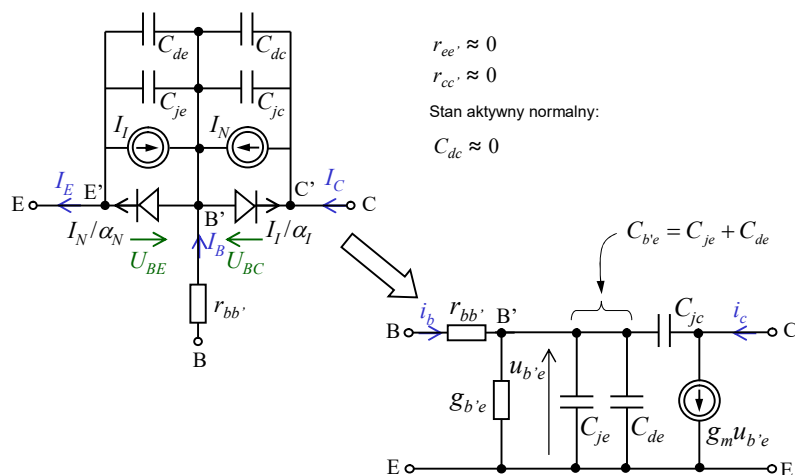
$$g_m = \frac{I_C}{U_T} \approx 40 \cdot I_C$$

$$U_T \approx 25 \text{ mV (300 K)}$$



Model hybryd- π dla WE

Przekształcenie modelu nieliniowego w liniowy

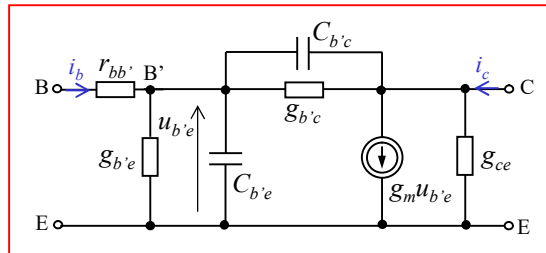




Model hybryd- π dla WE



Wpływ zjawiska modulacji efektywnej szerokości bazy: $\begin{cases} C_{b'c} = C_{jc} + C_{dc} & \text{– pojemność złącza kolektorowego} \\ g_{ce} & \text{– konduktancja wyjściowa} \\ g_{b'c} & \text{– konduktancja zwrotna – sprzężenie baza-kolektor (z wejścia na wyjście)} \end{cases}$



Właściwości:
– łatwy pomiar wartości elementów składowych,
– elementy składowe niezależne od częstotliwości,
– struktura zgodna z siecią czwórnika liniowego.

$g_{b'e}$ – konduktancja wejściowa
 $g_m u_{b'e}$ – źródło prądowe sterowane sygnałem z wejścia
 $r_{bb'}$ – rezystancja obszaru bazy
 $C_{b'e}$ – pojemność złącza emiterowego

W zależności od potrzeby i dokładności analizy można pominąć wybrane elementy modelu!

Elementy elektroniczne I – modele tranzystora bipolarnego

15



Model hybryd- π dla WE – parametry



Transkonduktancja małosygnałowa g_m

• Z definicji: $g_m = \frac{\partial I_C}{\partial U_{B'E}}$

• Z punktu pracy: $g_m = \frac{\partial I_C}{\partial U_{B'E}} \approx \frac{\partial}{\partial U_{B'E}} \left(\alpha I_{ES} \left[\exp \left(\frac{U_{B'E}}{\eta_E U_T} \right) \right] \right) = \frac{I_C}{\eta_E U_T}$

$g_m = \frac{I_C}{U_T} \approx 40 \cdot I_C \quad [\text{S}] \quad \eta_E \approx 1, \quad U_T \approx 25 \text{ mV (300 K)}$

Konduktancja wejściowa $g_{b'e}$

• Z definicji: $g_{b'e} = \frac{\partial I_B}{\partial U_{B'E}}$ – z nachylenia ch-ki wejściowej $I_B = f(U_{B'E})$

• Z punktu pracy: $g_{b'e} = \frac{\partial I_B}{\partial U_{B'E}} \approx \frac{\partial I_C}{\partial U_{B'E}} \cdot \frac{1}{\beta}$

rezystancja wejściowa

$$g_{b'e} = \frac{g_m}{\beta}$$

$$r_{b'e} = \frac{\beta}{g_m}$$

Elementy elektroniczne I – modele tranzystora bipolarnego

16



Model hybryd- π dla WE – parametry



Rezystancja rozproszona bazy $r_{bb'}$

- Z porównania modelu hybryd- π i hybrydowego: $r_{bb'} = h_{11e} - r_{b'e}$

Konduktancja wyjściowa g_{ce}

- Z definicji: $g_{ce} = \frac{\partial I_C}{\partial U_{CE}}$ $g_{ce} \equiv h_{22e}$
- Ze zjawiska Early'ego: $I_C = \beta I_B \left(1 + \frac{U_{CE}}{U_{AN}} \right)$ i definicji:

$$g_{ce} = \left. \frac{dI_C}{dU_{CE}} \right|_{I_B = \text{const}} = \boxed{g_{ce} = \frac{I_C}{U_{CE} + U_{AN}}}$$

$$r_{ce} = \frac{1}{g_{ce}} \quad \text{– rezystancja wyjściowa}$$



Model hybryd- π dla WE – parametry



Sprężenie rezystancyjne $r_{b'c}$

- Z definicji: $r_{b'c} = \frac{\partial U_{CB}}{\partial I_B} \approx \frac{\partial U_{CE}}{\partial I_C} = \frac{\beta}{g_{ce}} = \beta \frac{U_{CE} + U_{AN}}{I_C} = \boxed{r_{b'c} = \beta \frac{U_{AN}}{g_m U_T}}$
- $\begin{matrix} U_{CE} = U_{BE} + U_{CB} \\ U_{CB} \gg U_{BE} \end{matrix} \quad \begin{matrix} U_{AN} \gg U_{CE} \end{matrix}$

Pojemność wejściowa $c_{b'e}$ – złącza emiterowego

$$C_{b'e} = C_{je} + C_{de} \approx C_{de} = \tau_N \frac{I_E}{U_T} = \tau_N g_{b'e} \frac{1}{1 - \alpha}$$

Pojemność sprzęgająca $c_{b'c}$ – złącza kolektorowego

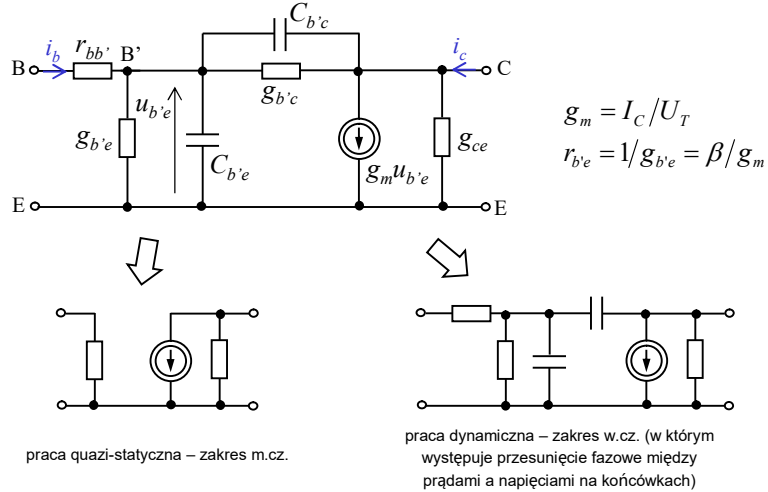
$$C_{b'c} \approx C_{jc} = C_{jc0} \left(1 - \frac{U_{BC}}{\phi_C} \right)^{-m_C}$$



Model hybryd- π – dokładność



W zależności od dokładności modelu może on posiadać mniej lub więcej elementów.



Elementy elektroniczne I – modele tranzystora bipolarnego

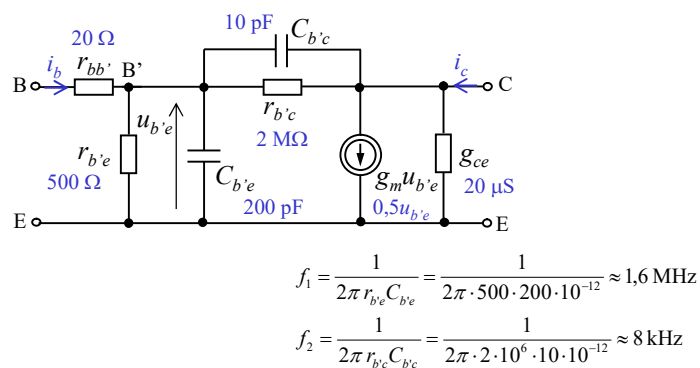
19



Model hybryd- π – zakres częstotliwości



Zakresy częstotliwości



Model dla częstotliwości:

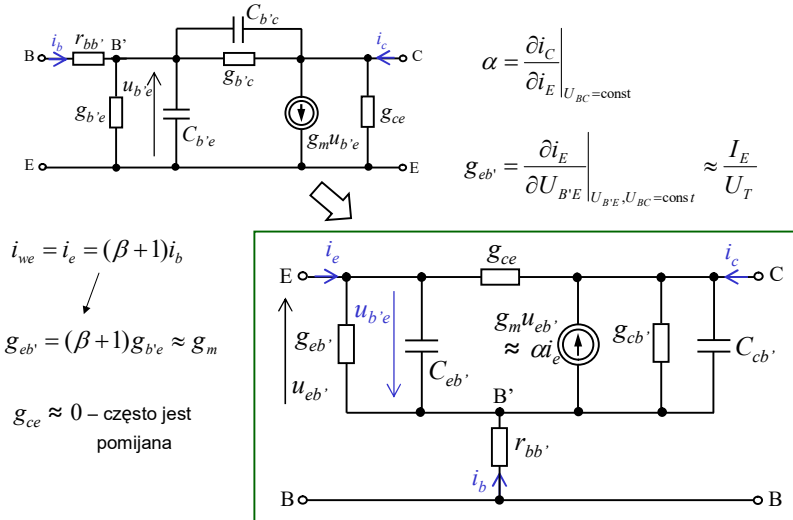
- małych – bez pojemności,
- średnich – bez $C_{b'e}$ (bez $C_{b'c}$ jeśli nie uwzględnia się sprzężenia zwrotnego),
- dużych – $C_{b'e}$ i $C_{b'c}$.

Elementy elektroniczne I – modele tranzystora bipolarnego

20



Model hybryd- π dla WB

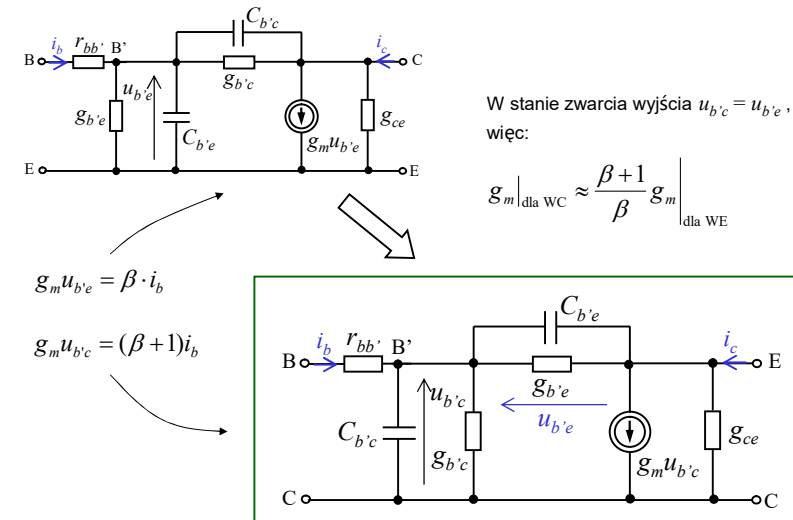


Elementy elektroniczne I – modele tranzystora bipolarnego

21



Model hybryd- π dla WC



Elementy elektroniczne I – modele tranzystora bipolarnego

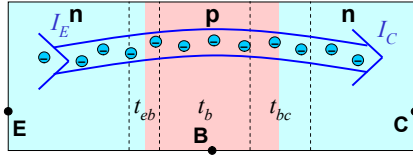
22



Częstotliwości graniczne tranzystora



Interpretacja fizyczna



Całkowity czas przejścia (opóźnienia) skoku jednostkowego (przelotu nośników z E do C):

$$t_{tot} = t_{eb} + t_b + t_{bc}$$

Największe znaczenie mają zjawiska zachodzące w bazie: $\tau_b \gg \tau_{eb} + \tau_{bc}$

$$\text{WB: } \omega_\alpha = \omega_b$$

$$\omega_\alpha = \frac{1}{\tau_{eb} + \tau_b + \tau_{bc}}$$

$$\text{WE: } \omega_\beta = \frac{1}{\tau_r}$$

$$\beta = \frac{\tau_r}{\tau_b}$$

$$\Rightarrow \omega_\beta = \frac{\omega_\alpha}{\beta}$$

τ_r – czas życia nośników w bazie

Obszary tranzystora, w których występują zjawiska zmniejszania i opóźnienia sygnału:

- warstwa zaporowa złącza E-B,
- warstwa bazy,
- warstwa zaporowa złącza B-C.

Stała czasowa tranzystora dla sygnału sinusoidalnego:

$$\tau_{tot} = \tau_{eb} + \tau_b + \tau_{bc} \Rightarrow \frac{1}{\omega_{tot}} = \frac{1}{\omega_{eb}} + \frac{1}{\omega_b} + \frac{1}{\omega_{bc}}$$

$$t_{tot} \geq \tau_{tot}$$

$$\omega_T = \frac{1}{t_{eb} + t_b + t_{bc}}$$

$$\omega_\beta \ll \omega_T \leq \omega_\alpha$$



Częstotliwości graniczne tranzystora

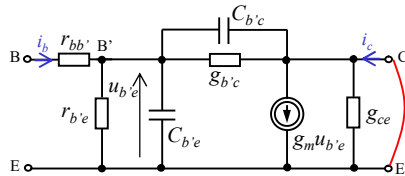


Zakres częstotliwości stosowania modelu: $\tau_N \ll T \Rightarrow \tau_N / T \ll 1$

Dla $\tau_N / T = 0,05$: $f_{sygn} \sim 200$ MHz

τ_N – czas przelotu nośników mniejszościowych przez bazę

T – okres drgań wzmacnianego sygnału



Częstotliwości graniczne pracy tranzystora i stosowności modelu hybryd- π określa się z małosygnałowego wzmocnienia prądowego β dla zwartego wyjścia:

$$\beta(j\omega) \equiv \frac{i_c}{i_b} \Big|_{u_{ce}=0} = \frac{g_m u_{b'e}(j\omega)}{i_b(j\omega)} = \frac{g_m r_{b'e}}{1 + j\omega r_{b'e} (C_{b'e} + C_{b'c})} \xrightarrow{\omega \rightarrow 0} g_m r_{b'e} = \beta_0$$

$$u_{b'e} = i_b \cdot r_{b'e} \parallel z_C$$

$$z_C = \frac{1}{j\omega(C_{b'e} + C_{b'c})}$$

$$\beta_0 = \beta \Big|_{f \rightarrow 0, \text{ dla WE}}$$

β_0 – wartość współczynnika wzmocnienia prądowego dla małych częstotliwości



Częstotliwości graniczne tranzystora

KPE



Częstotliwość graniczna f_β – przy której wzmacnienie $\beta(f)$ zmniejszy się o 3 dB:

$$\beta(j\omega) = \frac{g_m r_{b'e}}{1 + j\omega r_{b'e}(C_{b'e} + C_{b'c})} = \frac{\beta_0}{1 + j\omega X} \quad |\beta(f_\beta)| \equiv \frac{\beta_0}{\sqrt{2}}$$

$$\beta(j\omega) = \frac{\beta_0}{1 + j\omega X} = \frac{\beta_0(1 - j\omega X)}{(1 + j\omega X)(1 - j\omega X)} = \frac{\beta_0}{1 + \omega^2 X^2} - j \frac{\beta_0 \omega X}{1 + \omega^2 X^2}$$

$$|\beta(j\omega)| = \sqrt{\left(\frac{\beta_0}{1 + \omega^2 X^2}\right)^2 + \left(\frac{\beta_0 \omega X}{1 + \omega^2 X^2}\right)^2} = \sqrt{\frac{\beta_0^2(1 + \omega^2 X^2)}{(1 + \omega^2 X^2)^2}} = \frac{\beta_0}{\sqrt{1 + \omega^2 X^2}}$$

$$\frac{\beta_0}{\sqrt{2}} = \frac{\beta_0}{\sqrt{1 + \omega_\beta^2 X^2}} \Rightarrow 1 + \omega_\beta^2 X^2 = 2 \Rightarrow \omega_\beta^2 X^2 = 1 \Rightarrow \omega_\beta = \frac{1}{X} \Rightarrow \beta(j\omega) = \frac{\beta_0}{1 + j \frac{\omega}{\omega_\beta}}$$

$$\omega_\beta = \frac{1}{r_{b'e}(C_{b'e} + C_{b'c})}$$

$$\omega = 2\pi f$$

$$f_\beta = \frac{1}{2\pi \cdot r_{b'e}(C_{b'e} + C_{b'c})}$$

Elementy elektroniczne I – częstotliwości graniczne tranzystora bipolarnego

25



Częstotliwości graniczne tranzystora

KPE



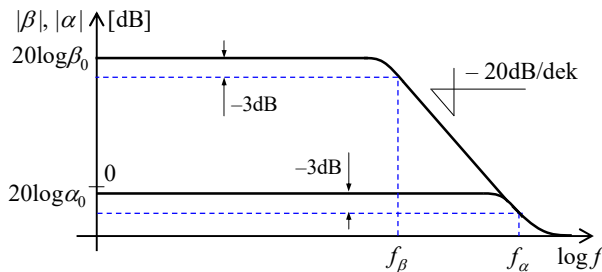
Częstotliwość graniczna f_α – przy której wzmacnienie $\alpha(f)$ zmniejszy się o 3 dB:

Analogicznie (jak dla WE) dla układu WB:

$$f_\alpha = \frac{1}{2\pi \cdot r_{eb'} C_{eb'}}$$

$$|\alpha(f_\alpha)| \equiv \frac{\alpha_0}{\sqrt{2}}$$

$$\alpha_0 = \alpha|_{f \rightarrow 0, \text{ dla WB}}$$



$$\beta_{dB} = 20 \log |\beta|$$

$$\alpha_{dB} = 20 \log |\alpha|$$

$$20 \log \frac{\alpha_0}{\sqrt{2}} = 20 \log (\alpha_0 \cdot 2^{-\frac{1}{2}}) = 20 \log \alpha_0 - \frac{1}{2} \cdot 20 \log 2 = 20 \log \alpha_0 - 3 \text{ dB}$$

Elementy elektroniczne I – częstotliwości graniczne tranzystora bipolarnego

26



Częstotliwości graniczne tranzystora

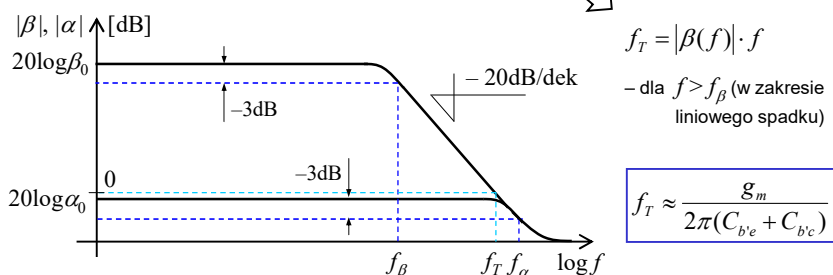


Częstotliwość graniczna f_T – przy której $|\beta(f)| = 1$

$$\beta(j\omega) = \frac{\beta_0}{1 + j\frac{\omega}{\omega_\beta}} \Rightarrow \beta(f) = \frac{\beta_0}{1 + j\frac{f}{f_\beta}} \xrightarrow{f > f_\beta} \beta(f) \approx -j\frac{\beta_0 f_\beta}{f}$$

Niech $|\beta(f)| = 1$ dla $f = f_T$ →

$$f_T = \beta_0 \cdot f_\beta$$



Elementy elektroniczne I – częstotliwości graniczne tranzystora bipolarnego

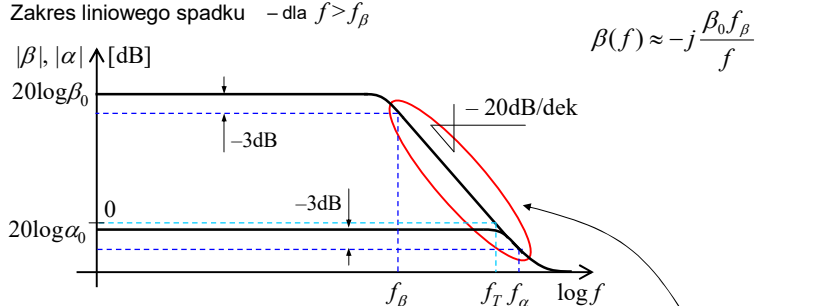
27



Częstotliwości graniczne tranzystora



Zakres liniowego spadku – dla $f > f_\beta$



$$\frac{\beta}{\beta_0} \approx -j\frac{f_\beta}{f} \Rightarrow 20\log\left|\frac{\beta}{\beta_0}\right| = 20(\log f_\beta - \log f)[\text{dB}]$$

Niech f zmienia się od $f = f_x$ do $f = 10f_x$:

$$20[(\log f_\beta - \log 10f_x) - (\log f_\beta - \log f_x)] = -20\log 10 = -20 \text{ dB/dekadę}$$

nachylenie wykresu
dla $f > f_\beta$

Elementy elektroniczne I – częstotliwości graniczne tranzystora bipolarnego

28



Częstotliwości graniczne tranzystora

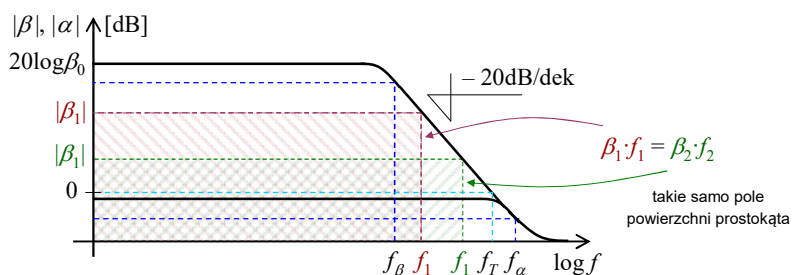


Częstotliwość graniczna f_T – przy tej częstotliwości model hybryd- π nie jest już reprezentatywny – f_T określa się pośrednio:

– pomiar $|\beta|$ przy dowolnej częstotliwości w zakresie $f_\beta < f < f_T$ i obliczenie f_T z zależności:

$$f_T = |\beta(f)| \cdot f = \beta_0 \cdot f_\beta = \text{const}$$

– iloczyn wzmocnienia i pasma (**pole wzmocnienia**)



Elementy elektroniczne I – częstotliwości graniczne tranzystora bipolarnego

29



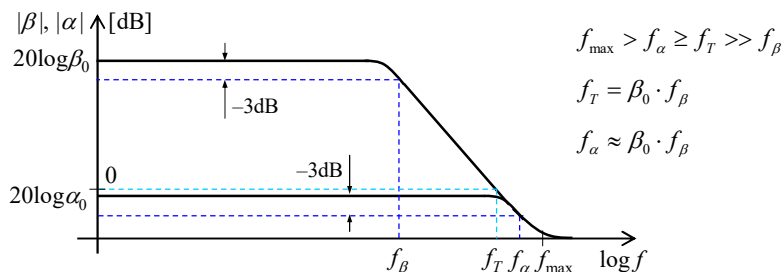
Częstotliwości graniczne tranzystora



Częstotliwość graniczna f_{\max} – maksymalna częstotliwość oscylacji

$$f_{\max,osc} \equiv \sqrt{\frac{f_T}{8\pi \cdot r_{bb'} \cdot C_{b'c}}}$$

- stosuje się przy analizie układów b.w.cz.,
- $k_{p\max} = 1$ dla f_{\max} – przy obustronnym dopasowaniu czwórnika,
- przy f_{\max} tranzystor przestaje być elementem aktywnym.



Elementy elektroniczne I – częstotliwości graniczne tranzystora bipolarnego

30