

# تمرین امتیازی شبیه‌سازی در فیزیک

بهار ۱۴۰۲

۱. حل مسئله فروشنده دوره گرد<sup>۱</sup> ( TSP ) به روش الگوریتم ژنتیکی<sup>۲</sup>.

مسئله فروشنده دوره گرد:

تعدادی شهر داریم ( $n$ ) و هزینه رفتن مستقیم از یکی به دیگری را میدانیم. می‌خواهیم کم‌هزینه‌ترین مسیری که از یک شهر شروع شود و از تمامی شهرها دقیقاً یکبار عبور کند و به شهر شروع بازگردد را پیدا کنیم. تعداد تمام مسیرهای ممکن بصورت  $(n-1)!$  است.

در این تمرین فرض کنید نیازی به بازگشت به نقطه‌ی شروع نیست. (مسیر بسته نیست.) در این صورت تعداد مسیرهای وصل‌کننده تمامی شهرها بصورت  $n!$  است. نقاط را در دایره در نظر بگیرید و هزینه رفتن بین شهرها را فاصله‌ی اقلیدسی این نقاط بگیرید.

مسئله OTSP<sup>۳</sup> را برای چند  $n$  متفاوت چندین بار با الگوریتم ژنتیکی حل کنید. احتمال جهش را کمتر از 0.12 و بیشتر از 0.005 بگیرید. ( عدد پیشنهادی 0.08 )

الگوریتم دارای مکانیسم نخبه‌پروری<sup>۴</sup> باشد و همچنین از Rank Selection<sup>۵</sup> برای انتخاب رشته‌ی مورد نظر استفاده کنید. ( به ازای  $sp = 1$  برآزش<sup>۶</sup> بی‌معنی و پروسه انتخاب بجای انتخاب طبیعی<sup>۷</sup>، انتخاب خنثی<sup>۸</sup> می‌شود. پارامتر  $sp$  بزرگتر از 1 و کوچکتر یا مساوی 2 باشد. عدد پیشنهادی برای پارامتر  $sp$  بین 1.2 تا 1.5 است.)

$$P(R_i) = \frac{1}{n} \left( sp - 2(sp - 1) \frac{i - 1}{n - 1} \right) \quad ; \quad 1 \leq i \leq n \quad ; \quad 1 \leq sp \leq 2$$

---

<sup>1</sup> Traveling Salesman Problem

<sup>2</sup> Genetic Algorithm

<sup>3</sup> Open Traveling Salesman Problem

<sup>4</sup> Elitist Selection

<sup>5</sup> [https://en.wikipedia.org/wiki/Selection\\_\(genetic\\_algorithm\)#Rank\\_Selection](https://en.wikipedia.org/wiki/Selection_(genetic_algorithm)#Rank_Selection)

<sup>6</sup> Fitness

<sup>7</sup> Natural Selection

<sup>8</sup> Neutral Selection

- نمودار اندازه کوتاه‌ترین مسیر بر حسب iteration را رسم کنید.
- نمودار زمان رسیدن به جواب نهایی بر حسب اندازه را ( به همراه error-bar ) رسم کنید. ( منظور از جواب نهایی آخرین جواب در شبیه‌سازی است که تغییر نکرده است )
- اینبار به ازای یک  $n$  دلخواه ( حداقل  $n = 6$  ) هزینه سفر بین هر دو نقطه را از توزیع تصادفی یکنواخت انتخاب کنید (بصورت نامتقارن؛ یعنی هزینه سفر از نقطه A تا B مستقل از هزینه سفر از نقطه B تا A انتخاب شود). مسئله را بصورت دقیق با روش brute-force حل کنید و سپس در الگوریتم ژنتیکی آنقدر پیش بروید تا به جواب دقیق برسید. به انتخاب خود نمودار تعداد گام مورد نیاز برای رسیدن به جواب دقیق را حداقل بر حسب یکی از پارامترهای زیر رسم کنید:

۱.  $sp$

۲. تعداد رشته‌های هر نسل

۳. تعداد نخبه انتخابی

۴. احتمال جهش

۵.  $\sigma$ . به این صورت که توزیع فواصل (هزینه) به صورت نرمال با میانگین  $m$  و واریانس  $\sigma$  باشد. (دقت کنید که فواصل مثبت باشد).

۶.  $n$ . برای اینکار میتوانید بجای OTSP مسئله را بصورت TSP حل کنید و از الگوریتم Held-Karp برای سریع شدن حل دقیق استفاده کنید.

در صورت تمایل علاوه بر تعداد گام مورد نیاز، پارامتر  $P_{SR}$  را نیز در قسمت قبل رسم کنید.

$P_{SR}$  درصد آنسامل‌هایی است که به تعداد گام زمانی کمتری از میانگین آنسامبل‌ها نیاز داشته اند تا به جواب دقیق برسند.

بخش امتیازی: آیا می‌توانید رابطه‌ای بدست بیاورید که با داشتن میانگین تعداد گام مورد نیاز یک حد بالایی برای تعداد گام مورد نیاز تعیین کنید به صورتی که 25% احتمال رسیدن به جواب دقیق را داشته باشیم؟ می‌توانید این تخمین را به  $n$ های بزرگ تعمیم دهید؟ ( اگر به ازای تعداد گام مشخص، 25% احتمال رسیدن به جواب دقیق باشد با 10 بار اجرای برنامه، با احتمال حدود 95% به جواب دقیق رسیده‌ایم. )

برای درصد دلخواه چطور؟ می‌توانید یک حد بالایی برای تعداد گام مورد نیاز پیدا کنید بطوری برای رسیدن به دقت 95%، تعداد اجرای مورد نیاز در تعداد گام زمانی بهینه باشد؟ این حد بالایی (در صورت وجود) تابعی از تعداد شهرها و پارامترهای ذکر شده است.

به این نکته توجه کنید که در فرآیند reproduction و mutation رشته‌ای مورد قبول است که در آن هر شهر یک و فقط یکبار تکرار شده باشد. در این مسئله که مسیر بسته نیست، برای جهش علاوه بر مکانیزم اصلی‌ای که تعریف کردید (مثلا جابجایی دو شهر در رشته) می‌توانید مکانیزم دومی تعریف کنید که در آن یک و یا  $k$  شهر ابتدایی را (که  $k$  عددی تصادفی بین 1 و  $n - 1$  است) به انتهای رشته منتقل کنید. احتمال رخ دادن جهش با مکانیزم دوم باید بسیار کمتر از احتمال رخ دادن جهش با مکانیزم اصلی باشد. برای reproduction توصیه استفاده از مدل تک جنسیتی است. در صورت استفاده از مدل دوجنسیتی مکانیزمی استفاده کنید که منجر به تولید رشته معتبر شود (هر شهر دقیقاً یکبار).