

EKSPONENSIAL DAN LOGARITMA

1. Bentuk sederhana dari $\frac{a^{-2}b^5c^3}{a^2b^3c^{-2}}$ adalah ...

Penyelesaian :

Perhatikanlah masing-masing variable (dalam soal ini variabelnya adalah a, b, dan c). Kita operasikan masing-masing sesuai variabel, *pangkat di penyebut di Tarik ke atas dan tanda di rubah*

$$\frac{a^{-2}b^5c^3}{a^2b^3c^{-2}} = a^{-2-2}b^{5-3}c^{3+2} = a^{-4}b^2c^5 \text{ atau } \frac{b^2c^5}{a^4}$$

↑

Pangkat variable a bernilai negative, dijadikan positif dengan cara variable a di taruh sebagai penyebut

2. Bentuk sederhana dari $\left(\frac{a^{-6}b^7c^{12}}{a^{-5}b^5c^8}\right)^2$ adalah ...

Penyelesaian :

Sama dengan soal nomer 1, tetapi sebelumnya kita kalikan pangkat dengan pangkat

$$\left(\frac{a^{-6}b^7c^{12}}{a^{-5}b^5c^8}\right)^2 = \frac{a^{-12}b^{14}c^{24}}{a^{-10}b^{10}c^{16}} = a^{-12+10}b^{14-10}c^{24-16} = a^{-2}b^4c^8$$

atau $\frac{b^4c^8}{a^2}$

Remember. Variabel dalam soal juga bisa diganti dengan suatu bilangan.

$$\frac{2^{-3}3^7}{2^{-5}3^4} = 2^{-3+5}3^{7-4} = 2^23^3 \text{ atau } 4 \times 27 = 108$$

3. $2\sqrt{48} - 3\sqrt{12} - \sqrt{192} = \dots$

Penyelesaian :

Jadikan angka di dalam akar menjadi perkalian 2 bilangan dimana salah satunya bisa diakar (bilangan pangkat : 4, 9, 16, 25, dst)

$$\begin{aligned} 2\sqrt{48} - 3\sqrt{12} - \sqrt{192} &= 2\sqrt{16 \times 3} - 3\sqrt{4 \times 3} - \sqrt{64 \times 3} \\ &= 2\sqrt{16}\sqrt{3} - 3\sqrt{4}\sqrt{3} - \sqrt{64}\sqrt{3} \\ &= (2 \times 4)\sqrt{3} - (3 \times 2)\sqrt{3} - 8\sqrt{3} \\ &= 8\sqrt{3} - 6\sqrt{3} - 8\sqrt{3} \\ &= (8 - 6 - 8)\sqrt{3} \\ &= -6\sqrt{3} \end{aligned}$$

4. Bentuk sederhana dari $\frac{15}{\sqrt{7}+2}$ adalah ...

Penyelesaian :

Kalikan pembilang dan penyebut dengan sekawannya

$a\sqrt{b} + c\sqrt{d}$ memiliki sekawan $a\sqrt{b} - c\sqrt{d}$, demikian sebaliknya

$a\sqrt{b} - c\sqrt{d}$ memiliki sekawan $a\sqrt{b} + c\sqrt{d}$ (hanya merubah tanda tengah)

$$\begin{aligned}\frac{15}{\sqrt{7}+2} &= \frac{15}{\sqrt{7}+2} \times \frac{\sqrt{7}-2}{\sqrt{7}-2} = \frac{15(\sqrt{7}-2)}{(\sqrt{7}+2)(\sqrt{7}-2)} \\ &= \frac{15(\sqrt{7}-2)}{(\sqrt{7})^2 - (2)^2} \\ &= \frac{15(\sqrt{7}-2)}{7-4} \\ &= \frac{15(\sqrt{7}-2)}{3} \\ &= 5(\sqrt{7}-2) \text{ atau} \\ &= 5\sqrt{7} - 10\end{aligned}$$

5. Diketahui ${}^7\log 5 = a$ dan ${}^7\log 3 = b$, maka ${}^7\log 75 = \dots$

Penyelesaian :

Diketahui ${}^7\log 5 = a$ dan ${}^7\log 3 = b$

Di atas terdapat angka 7, 5 dan 3.

Maka angka 75 dalam pertanyaan harus dirubah menjadi 7, 5, atau 3. Sehingga diperoleh :

$$75 = 5 \times 5 \times 3$$

$$\begin{aligned}{}^7\log 75 &= {}^7\log(5 \times 5 \times 3) = {}^7\log 5 + {}^7\log 5 + {}^7\log 3 = b + b + a = 2b + a \text{ atau } a \\ &\quad + 2b\end{aligned}$$

6. Diketahui ${}^2\log 3 = a$ dan ${}^3\log 5 = b$. Tentukan ${}^{50}\log 45$

Penyelesaian :

Soal ini sedikit berbeda dengan nomer 6. Bilangan basis (angka kecil sebelah kiri) tidak sama. Untuk itu perlu sedikit penyesuaian. Basis akan diganti dengan angka yang sering muncul yaitu angka 3.

$$\begin{aligned}{}^{50}\log 45 &= \frac{{}^3\log 45}{{}^3\log 50} = \frac{{}^3\log(3 \times 3 \times 5)}{{}^3\log(5 \times 5 \times 2)} \\ &= \frac{{}^3\log 3 + {}^3\log 3 + {}^3\log 5}{{}^3\log 5 + {}^3\log 5 + {}^3\log 2} \\ &= \frac{1 + 1 + b}{b + b + \frac{1}{a}} \\ &= \frac{2 + b}{2b + \frac{1}{a}} \text{ dengan mengalikan penyebut dan pembilang dengan } a \\ &= \frac{2a + ab}{2ab + 1}\end{aligned}$$

MATRIKS

1. Diketahui matriks $A = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$. Invers matriks A adalah

Penyelesaian :

Remember :

$$\text{Jika } A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}, \text{ maka } A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}, \text{ maka } \det(A) = (3 \times 2) - (4 \times -1) = 6 - (-4) = 10$$

$$A^{-1} = \frac{1}{10} \begin{bmatrix} 2 & -4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \text{ atau}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{2}{10} & -\frac{4}{10} \\ \frac{1}{10} & \frac{3}{10} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{5} & -\frac{2}{5} \\ \frac{1}{10} & \frac{3}{10} \end{bmatrix}$$

2. Diketahui persamaan $\begin{pmatrix} 4 & p \\ 2 & r \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} s & -1 \\ q & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 7 & -1 \end{pmatrix}$. Nilai $2p + q - r + s = \dots$

$$\begin{pmatrix} 4 & p \\ 2 & r \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} s & -1 \\ q & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 7 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 4 + s & p - 1 \\ 2 + q & r + 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 7 & -1 \end{pmatrix}$$

$$4 + s = 5, \text{ maka } s = 1$$

$$p - 1 = 2, \text{ maka } p = 3$$

$$2 + q = 7, \text{ maka } q = 5$$

$$r + 3 = -1, \text{ maka } r = -4$$

$$2p + q - r + s = 2(3) + 5 - (-4) + 1 = 6 + 5 + 4 + 1 = 16$$

3. Determinan dari matriks $M = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 1 \\ 1 & 5 & -1 \\ 2 & -2 & 3 \end{bmatrix}$ adalah

$$\det(M) = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 1 \\ 1 & 5 & -1 \\ 2 & -2 & 3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 1 & 3 & 4 \\ 1 & 5 & -1 & 1 & 5 \\ 2 & -2 & 3 & 2 & -2 \end{vmatrix}$$
$$45 - 8 - 2 = 35$$

$$10 + 6 + 12 = 28$$

$$\det(M) = 35 - 28 = 7$$

FUNGSI KUADRAT

1. Diketahui α dan β merupakan akar-akar persamaan kuadrat $2x^2 - 3x + 5 = 0$.
Persamaan kuadrat baru yang akar-akarnya 3α dan 3β adalah ...

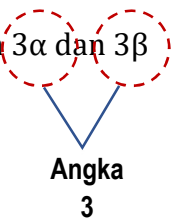
Penyelesaian :

$2x^2 - 3x + 5 = 0$

Persamaan kuadrat baru yang akar-akarnya 3α dan 3β

2	-3	5
$3^0 = 1$	$3^1 = 3$	$3^2 = 9$
$2 \times 1 = 2$	$-3 \times 3 = -9$	$5 \times 9 = 45$

$2x^2 - 9x + 45 = 0$



2. Diketahui α dan β merupakan akar-akar persamaan kuadrat $-x^2 + 13x + 2 = 0$.
Persamaan kuadrat baru yang akar-akarnya 2α dan 2β adalah ...

Penyelesaian :

$-x^2 + 13x + 2 = 0$

Persamaan kuadrat baru yang akar-akarnya 2α dan 2β

-1	13	2
$2^0 = 1$	$2^1 = 2$	$2^2 = 4$
$-1 \times 1 = -1$	$13 \times 2 = 26$	$2 \times 4 = 8$

$-1x^2 + 26x + 8 = 0$



3. Diketahui α dan β merupakan akar-akar persamaan kuadrat $x^2 - 3x + 5 = 0$.
Persamaan kuadrat baru yang akar-akarnya $\alpha - 1$ dan $\beta - 1$ adalah ...

Penyelesaian :

$\alpha - 1$ dan $\beta - 1$ (pilih salah satu)

$x = \alpha - 1$

$x + 1 = \alpha$

Maka gantilah variable x dengan $x + 1$, diperoleh :

$x^2 - 3x + 5 = 0$
 $(x + 1)^2 - 3(x + 1) + 5 = 0$
 $x^2 + 2x + 1 - 3x - 3 + 5 = 0$
 $x^2 - x + 3 = 0$

$$(x + 1)^2 = (x + 1)(x + 1)$$
$$= x^2 + x + x + 1$$
$$= x^2 + 2x + 1$$

4. Diketahui α dan β merupakan akar-akar persamaan kuadrat $x^2 + x - 3 = 0$.
Persamaan kuadrat baru yang akar-akarnya $\alpha + 2$ dan $\beta + 2$ adalah ...

Penyelesaian :

$\alpha - 1$ dan $\beta - 1$ (pilih salah satu)

$x = \alpha - 1$

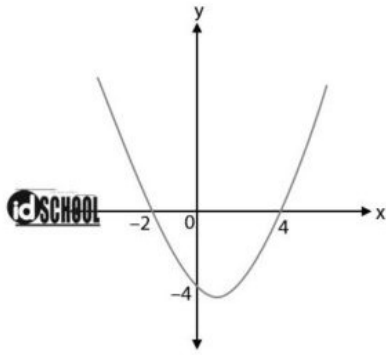
$x + 1 = \alpha$

Maka gantilah variable x dengan $x + 1$, diperoleh :

$x^2 - 3x + 5 = 0$
 $(x + 1)^2 - 3(x + 1) + 5 = 0$
 $x^2 + 2x + 1 - 3x - 3 + 5 = 0$
 $x^2 - x + 3 = 0$

$$(x + 1)^2 = (x + 1)(x + 1)$$
$$= x^2 + x + x + 1$$
$$= x^2 + 2x + 1$$

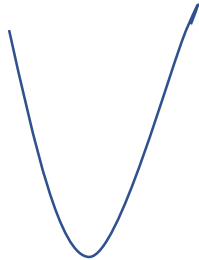
5. Persamaan Kuadrat yang sesuai dengan grafik di bawah adalah



- A. $y = x^2 - \frac{1}{2}x - 8$
- B. $y = x^2 - \frac{1}{2}x - 4$
- C. $y = \frac{1}{2}x^2 - x - 4$
- D. $y = \frac{1}{2}x^2 - x - 8$
- E. $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x - 8$

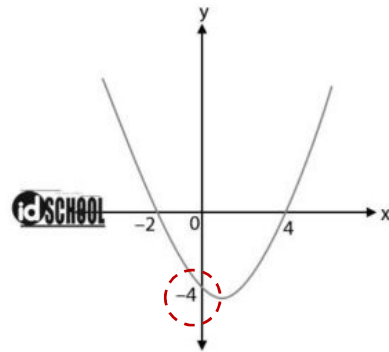
Penyelesaian :

1. Bentuk kurva



Maka tanda di depan x^2 bernilai positif
(Jawaban A, B, C, D, dan E masih mungkin)

2. Grafik menyinggung sumbu y di angka -4



(Jawaban yang mungkin tinggal B dan C)

3. Grafik menyinggung sumbu x di $(-2,0)$ dan $(4, 0)$ (Pilih salah satu, misal $(4,0)$, maka $x = 4$)

Substitusi ke jawaban yang masih mungkin
B atau C (kita pilih B)

$$y = x^2 - \frac{1}{2}x - 4$$

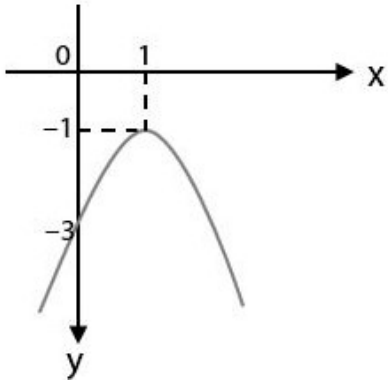
$$y = (4)^2 - \frac{1}{2}(4) - 4 = 16 - 2 - 4 = 10$$

Karena tidak ketemu 0, maka B tidak mungkin sebagai jawaban. Sehingga otomatis jawabannya C

Jadi jawabannya adalah :

$$y = \frac{1}{2}x^2 - x - 4$$

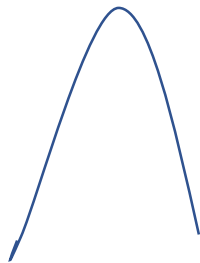
6. Persamaan Kuadrat yang sesuai dengan grafik di bawah adalah



- A. $y = -2x^2 + 4x - 3$
- B. $y = -2x^2 + 4x + 3$
- C. $y = -2x^2 - 4x - 3$
- D. $y = 2x^2 + 4x - 3$
- E. $y = 2x^2 - 4x + 3$

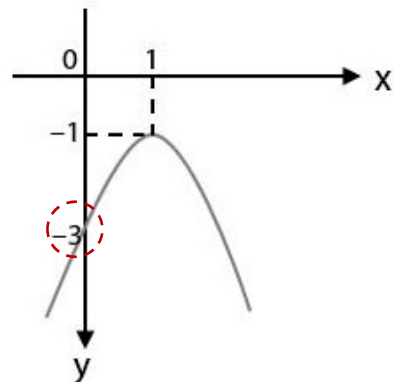
Penyelesaian :

1. Bentuk kurva



Maka tanda di depan x^2 bernilai negatif
(Jawaban A, B, dan C masih mungkin)

2. Grafik menyinggung sumbu y di angka -3



(Jawaban yang mungkin tinggal A dan C)

3. Grafik melalui titik (1, -1)

Substitusi $x = 1$ ke jawaban yang masih mungkin A atau C (kita pilih A)

$$y = -2x^2 + 4x - 3$$

$$y = -2(1)^2 + 4(1) - 3 = -2 + 4 - 3 = -1$$

Karena jawaban -1, maka A otomatis jawabannya. Jika tidak maka C

Jadi Jawabannya adalah :

$$y = -2x^2 + 4x - 3$$

BARISAN DAN DERET

1. Suku ke-21 dari barisan aritmatika 4, 7, 10, 13, ... adalah

Penyelesaian :

4, 7, 10, 13, ...

$$a = 4 \text{ dan } b = 7 - 4 = 3$$

$$U_n = a + (n - 1)b$$

$$U_{21} = 4 + (21 - 1)3$$

$$U_{21} = 4 + 20 \cdot 3 = 4 + 60 = 64$$

2. Hasil produksi Handsanitizer yang dibuat oleh siswa-siswa SMK Jurusan Teknik Kimia Industri SMK Semen Gresik pada bulan pertama menghasilkan 100 botol. Setiap bulan berikutnya, hasil produksi meningkat sebanyak 10 Botol sehingga membentuk deret aritmatika. Banyak hasil produksi selama 6 bulan pertama adalah

Penyelesaian :

$$a = 100$$

$$b = 10$$

$$S_6 = \dots ?$$

$$S_n = 2a + (n - 1)b$$

$$S_6 = 2(100) + (6 - 1)10$$

$$S_6 = 200 + 5 \times 10$$

$$S_6 = 200 + 50 = 250$$

3. Tempat duduk gedung pertunjukan film diatur mulai dari baris depan ke belakang dengan banyak baris di belakang lebih 4 kursi dari baris di depannya. Bila dalam gedung pertunjukan itu terdapat 15 baris kursi dan baris terdepan ada 20 kursi, kapasitas gedung tersebut adalah

Penyelesaian :

baris di belakang lebih 4 kursi dari baris di depannya ($b = 4$)

gedung pertunjukan itu terdapat 15 baris kursi ($n = 15$)

baris terdepan ada 20 kursi ($a = 20$)

$$S_{15} = \dots ?$$

$$S_n = 2a + (n - 1)b$$

$$S_{15} = 2(20) + (15 - 1)4$$

$$S_{15} = 40 + 14 \times 4$$

$$S_6 = 40 + 56 = 96$$

4. UPJ SMK Semen Gresik Jurusan RPL mulai membuka pembuatan barang dan jasa berupa Mug Custom pada awal 2023. Di bulan ke tiga UPJ tersebut mendapatkan order pesanan sebesar 500 buah mug, dan pada bulan ke sepuluh mendapatkan order 1.900 buah mug.

Jika pesanan yang diperoleh setiap bulan meningkat secara konstan/tetap. Berapakah jumlah mug yang telah dibuat oleh UPJ tersebut selama 1 semester awal

Penyelesaian :

$$U_3 = 500$$

$$U_{10} = 1.900$$

$$b = \frac{1.900 - 500}{10 - 3} = \frac{1.400}{7} = 200$$

$$U_3 = 500$$

$$a + 2b = 500$$

$$a + 2(200) = 500$$

$$a + 400 = 500$$

$$a = 100$$

$$S_n = 2a + (n - 1)b$$

$$S_6 = 2(100) + (6 - 1)200$$

$$S_6 = 200 + 5 \times 200$$

$$S_6 = 200 + 1.000 = 1.200$$

Jadi jumlah mug yang telah dibuat oleh UPJ tersebut selama 1 semester awal = 1.200 mug

5. Seorang pegawai menerima gaji tahun pertama sebesar Rp3.000.000,00. Pada tahun 2022 gaji yang diterima pegawai tersebut Rp7.000.000,00. Jika awal bekerja 2014, maka berapakah gaji pegawai tersebut pada tahun 2030 jika kenaikan gaji setiap tahun tetap

Penyelesaian :

$$2014 \quad \text{Rp3.000.000} \rightarrow U_1 = 3.000.000$$

$$2022 \quad \text{Rp7.000.000} \rightarrow U_9 = 7.000.000$$

$$b = \frac{7.000.000 - 3.000.000}{9 - 1} = \frac{4.000.000}{8} = 500.000$$

$$2030 = U_{17}$$

$$U_n = a + (n - 1)b$$

$$U_{17} = 3.000.000 + (17 - 1)500.000$$

$$U_{17} = 3.000.000 + 16 \times 500.000 = 3.000.000 + 8.000.000 = 11.000.000$$

Jadi gaji pegawai tersebut pada tahun 2030 = 11.000.000

6. Suku ke-7 dari barisan geometri 4, 8, 16, 32, Adalah

Penyelesaian :

barisan geometri 4, 8, 16, 32,

$$a = 4$$

$$r = \frac{8}{4} = 2$$

$$U_n = a \cdot r^{n-1}$$

$$U_7 = 4 \cdot 2^{7-1}$$

$$U_7 = 4 \cdot 2^6$$

$$U_7 = 4 \cdot 64 = 256$$

7. Diketahui suatu deret geometri memiliki jumlah tak hingga 60. Jika Suku pertama dari suatu deret geometri tak hingga adalah 40, Maka Rasio deret geometri tersebut adalah

Penyelesaian :

$$S_{\infty} = 60$$

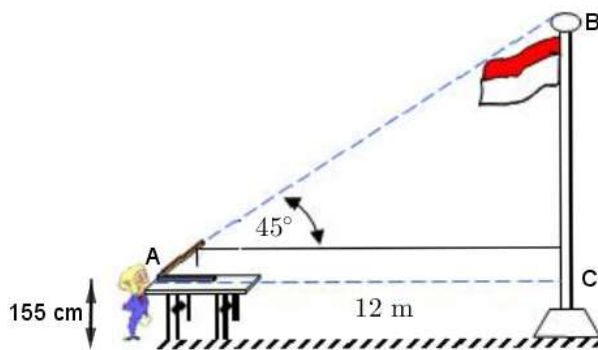
$$a = 40$$

$$r = 1 - \frac{a}{S_{\infty}} = 1 - \frac{40}{60} = 1 - \frac{2}{3} = \frac{3-2}{3} = \frac{1}{3}$$

TRIGONOMETRI dan BANGUN RUANG

1. Seorang anak yang memiliki tinggi badan 155 cm (terukur sampai ke mata) berdiri pada jarak 12 m dari tiang bendera. Ia melihat puncak tiang bendera dengan sudut elevasi 45° . Tinggi tiang bendera itu adalah

Penyelesaian :



Remember :

$$\sin \alpha = \frac{\text{depan}}{\text{miring}}$$

$$\tan \alpha = \frac{\text{depan}}{\text{samping}}$$

$$\cos \alpha = \frac{\text{samping}}{\text{miring}}$$

Tinggi bendera = Tinggi anak + BC

Dari sudut pandang anak, AC = 12 cm (sisi samping) dan BC = x (sisi depan), maka digunakan persamaan tan.

$$\tan \alpha = \frac{\text{depan}}{\text{samping}} \rightarrow \tan 45 = \frac{x}{12}$$

$$1 = \frac{x}{12}$$

$$12 = x$$

$$\text{Jadi BC} = 12 \text{ m}$$

Tinggi bendera = Tinggi anak + BC

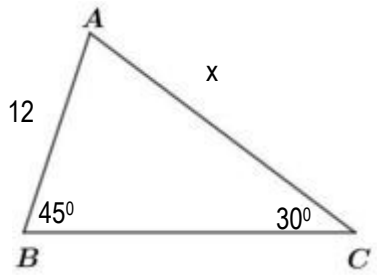
$$= 1,55 + 12$$

$$= 13,55$$

Jadi tinggi bendera = 13,55 m

2. Diketahui suatu segitiga ABC dimana $AB = 12$ cm, $\angle C = 30^\circ$ dan $\angle B = 45^\circ$. Tentukanlah panjang AC =

Penyelesaian :



$$\frac{x}{\sin 45} = \frac{12}{\sin 30}$$

$$\frac{x}{\frac{1}{2}\sqrt{2}} = \frac{12}{\frac{1}{2}}$$

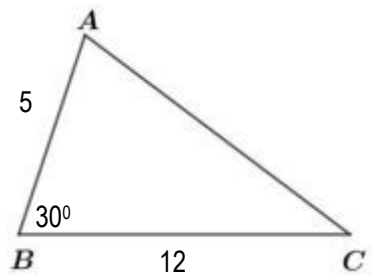
$$x = \frac{12 \times \frac{1}{2}\sqrt{2}}{\frac{1}{2}}$$

$$x = 12\sqrt{2}$$

$$\text{Jadi AC} = 12\sqrt{2} \text{ cm}$$

3. Diketahui $\triangle ABC$ memiliki panjang $AB = 5$ cm dan $BC = 12$ cm. Jika $\angle B = 30^\circ$, tentukanlah luas $\triangle ABC$ tersebut !

Penyelesaian :



Luas segitiga diketahui 2 sisi dan sudut apitnya, maka :

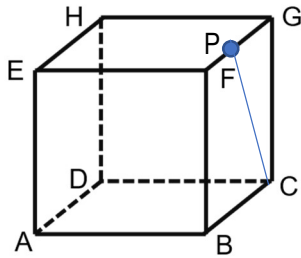
$$L = \frac{1}{2} \times 5 \times 12 \times \sin 30$$

$$L = \frac{1}{2} \times 5 \times 12 \times \frac{1}{2}$$

$$L = 15$$

4. Kubus ABCD.EFGH mempunyai panjang rusuk 12 cm. Titik P merupakan titik tengah FG. Jarak titik C ke titik P adalah ...

Penyelesaian :



Pandang $\triangle PCG$, diketahui $CG = 12$ cm dan $GP = 6$ cm. Dengan pythagoras diperoleh :

$$PC = \sqrt{GP^2 + CG^2}$$

$$PC = \sqrt{6^2 + 12^2}$$

$$PC = \sqrt{36 + 144}$$

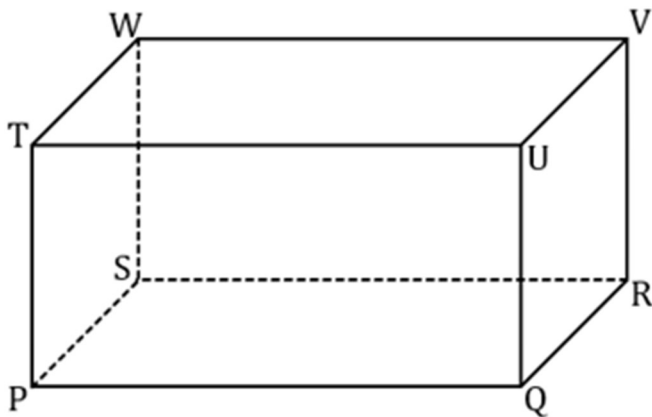
$$PC = \sqrt{180}$$

$$PC = \sqrt{36 \times 5}$$

$$PC = \sqrt{36} \times \sqrt{5}$$

$$PC = 6\sqrt{5}$$

5. Balok PQRS.TUVW mempunyai panjang rusuk $PQ = 8$ cm, $QR = 4$ cm, dan $PT = 6$ cm. Jarak titik P ke titik V adalah ...



Jarak titik P ke V adalah panjang diagonal ruang suatu balok, maka :

$$PV = \sqrt{p^2 + l^2 + t^2}$$

$$PV = \sqrt{8^2 + 4^2 + 6^2}$$

$$PV = \sqrt{64 + 16 + 36}$$

$$PV = \sqrt{116}$$

$$PV = \sqrt{4 \times 29}$$

$$PC = \sqrt{4} \times \sqrt{29}$$

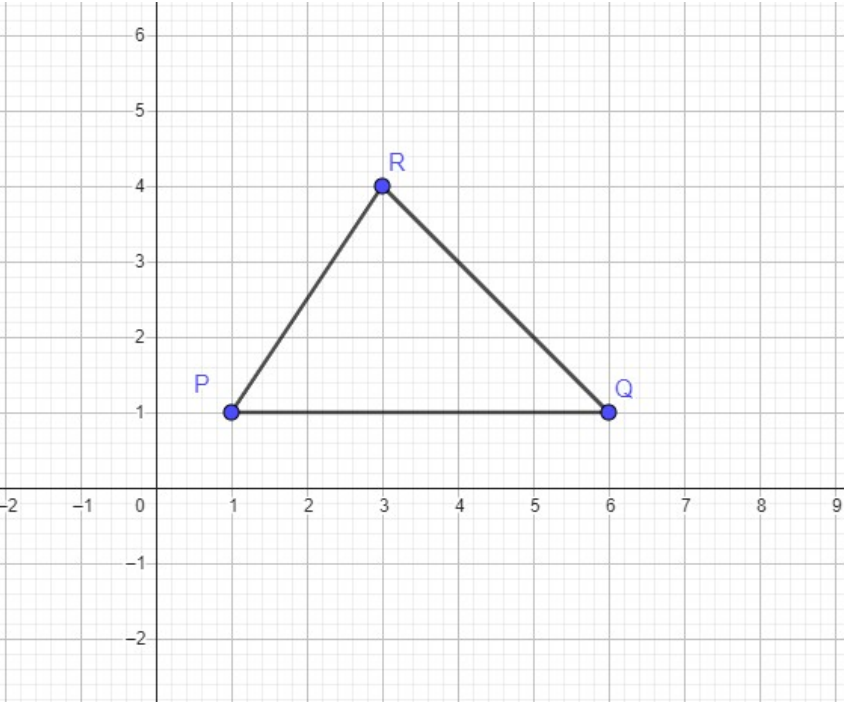
$$PC = 2\sqrt{29}$$

TRANSFORMASI

1. Diketahui segitiga AOB dengan koordinat titik P (1, 1), Q (6, 1), dan R (3, 4). Maka, Luas bayangan segitiga PQR tersebut bila ditranslasi oleh $T = \begin{pmatrix} 6 \\ -1 \end{pmatrix}$ adalah..... satuan luas

Penyelesaian :

Gambar



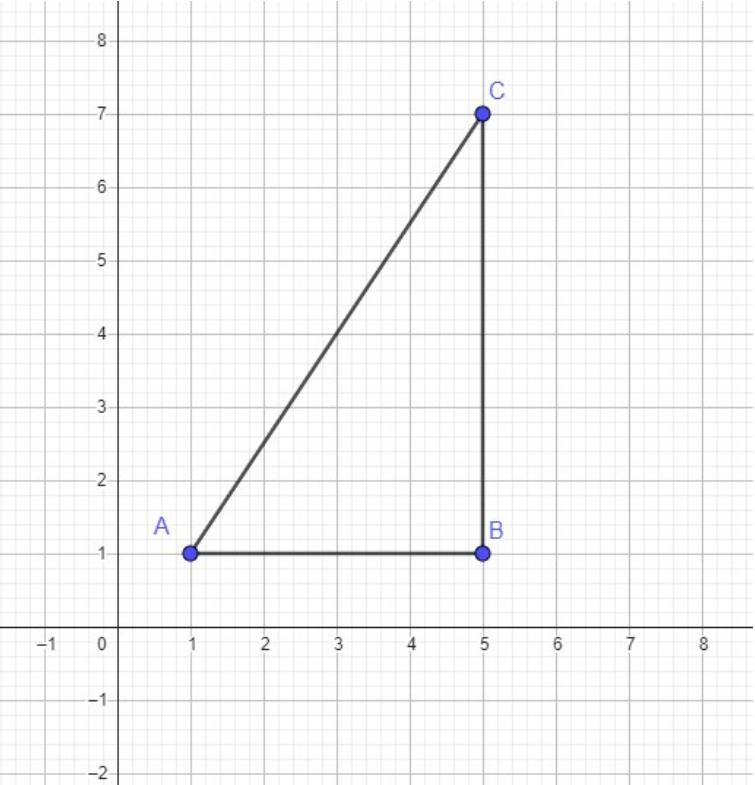
Berdasarkan gambar di samping diketahui bahwa :
Panjang alas = 5 satuan
Panjnag tinggi = 3 satuan
$$L = \frac{a \times t}{2} = \frac{5 \times 3}{2} = \frac{15}{2}$$

Suatu Translasi tidak merubah ukurn suatu bangun, sehingga , Luas bayangan segitiga PQR tersebut bila ditranslasi oleh $T = \begin{pmatrix} 6 \\ -1 \end{pmatrix}$ adalah $\frac{15}{2}$

2. Diketahui segitiga ABC dengan koordinat titik P (1, 1), Q (6, 1), dan R (3, 4). Maka, Luas bayangan segitiga PQR tersebut bila ditranslasi oleh $T = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$ adalah..... satuan luas

Penyelesaian :

Gambar



Berdasarkan gambar disamping, diketahui $\triangle ABC$:
Alas = 4 satuan
Tinggi = 6 satuan
$$L = \frac{a \times t}{2} = \frac{4 \times 6}{2} = \frac{24}{2} = 12$$

Suatu Translasi tidak merubah ukurn suatu bangun, sehingga , Luas bayangan segitiga PQR tersebut bila ditranslasi oleh $T = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$ adalah 12 satuan Luas

LINGKARAN

1. Persamaan lingkaran yang berpusat di (0,0) dan berdiameter 12 adalah

Penyelesaian :

Pusat (0, 0) dan d = 12, maka r = 6

Persamaan Lingkarannya :

$$x^2 + y^2 = r^2$$

$$x^2 + y^2 = 6^2$$

$$x^2 + y^2 = 36$$

2. Persamaan lingkaran yang berpusat di (0,0) dan berjari-jari 3 adalah

Penyelesaian :

Pusat (0, 0) dan r = 3

Persamaan Lingkarannya :

$$x^2 + y^2 = r^2$$

$$x^2 + y^2 = 3^2$$

$$x^2 + y^2 = 9$$

3. Persamaan lingkaran yang berpusat di (-3, 2) dan berjari-jari 5 adalah

Penyelesaian :

Pusat (-3, 2) dan r = 5

Persamaan Lingkarannya :

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$$

$$(x-(-3))^2 + (y-2)^2 = 5^2$$

$$(x+3)^2 + (y-2)^2 = 25$$

4. Persamaan garis singgung lingkaran $x^2 + y^2 = 25$ di titik (3, -4) adalah

Penyelesaian :

Cek titik apakah pada lingkaran dengan mensubstitusi (3, -4) ke $x^2 + y^2 = 25$.

Diperoleh :

$$(3)^2 + (-4)^2 = 25$$

$$9 + 16 = 25$$

25 = 25 (bernilai benar, maka titik pada lingkaran)

Maka persamaan garis singgung lingkaran $x^2 + y^2 = 25$ di titik (3, -4) adalah :

$$x^2 + y^2 = 25$$

$$x_1x + y_1y = 25$$

$$3x - 4y = 25$$

KOMBINASI, PERMUTASI dan STATISTIKA

1. Sebanyak 26 orang mahasiswa terpilih sebagai sampel dalam penelitian kesehatan di sebuah universitas. Mahasiswa yang terpilih tersebut diukur berat badannya. Hasil pengukuran berat badan disajikan dalam bentuk data berkelompok seperti di bawah ini.

Berat badan (kg)	Frekuensi (f _i)
46 - 50	3
51 - 55	2
56 - 60	4
61 - 65	5
66 - 70	6
71 - 75	4
76 - 80	1
81 - 85	1

Median data di atas adalah

Penyelesaian :

$n = 3+2+4+5+6+4+1+1 = 26$

median terletak di data ke- $\frac{n}{2} = \frac{26}{2} = 13$ (61 - 65)

Berat Badan			Frekuensi	
46	-	50	3	3
51	-	55	2	5
56	-	60	4	9
61	-	65	5	14
66	-	70	6	f = 5
71	-	75	4	Tb = 61 - 0,5 = 60,5
76	-	80	1	
81	-	85	1	

P = 5

F = 3 + 2 + 4 = 9

f = 5

Tb = 61 - 0,5 = 60,5

$$M_e = T_b + \frac{\frac{n}{2} - F}{f} \cdot p = 60,5 + \frac{13 - 9}{5} \cdot 5$$
$$= 60,5 + \frac{4}{5} \cdot 5$$
$$= 60,5 + 4$$
$$= 64,5$$

2. Nilai rata rata dari 32 siswa adalah 6,3. Jika nilai rata rata siswa tersebut digabung dengan 8 siswa memiliki nilai rata-rata gabungan 6,5. Maka nilai rata ratanya 8 siswa tersebut adalah

Penyelesaian :

Diketahui : $N_A = 32$ dan $\overline{X_A} = 6,3$

$N_B = 8$

$\overline{X_{GAB}} = 6,5$

Ditanya : $\overline{X_B}$

$$\overline{X_{GAB}} = \frac{N_A \cdot \overline{X_A} + N_B \cdot \overline{X_B}}{N_A + N_B}$$

$$6,5 = \frac{32 \times 6,3 + 8 \times \overline{X_B}}{32 + 8}$$

$$6,5 \times 40 = 201,6 + 8\overline{X_B}$$

$$\begin{aligned}
 260 &= 201,6 + 8\overline{X_B} \\
 260 - 201,6 &= 8\overline{X_B} \\
 58,4 &= 8\overline{X_B} \\
 \overline{X_B} &= \frac{58,4}{8} = 7,3
 \end{aligned}$$

3. Terdapat 4 buku matematika, 3 buku bahasa, dan 2 buku fiksi, semua buku berbeda, banyak cara menyusun buku-buku tersebut sehingga buku-buku sejenis berada dalam satu kelompok adalah

Penyelesaian :

$$4 \text{ buku Matematika} \rightarrow 4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$$

$$3 \text{ buku Bahasa} \rightarrow 3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$$

$$2 \text{ buku Fiksi} \rightarrow 2! = 2 \times 1 = 2$$

buku-buku sejenis berada dalam satu kelompok, maka ada 3 kelompok buku $\rightarrow 3! = 6$

Jadi banyak cara menyusun buku-buku tersebut sehingga buku-buku sejenis berada dalam satu kelompok adalah $= 24 \times 6 \times 2 \times 6 = 1728$

4. Terdapat 1 buku matematika, 1 buku bahasa, dan 2 buku fiksi, semua buku berbeda, banyak cara menyusun buku-buku tersebut adalah

Penyelesaian :

Karena masing-masing buku hanya terdapat 1 buah, 1 **Matematika**, 1 **Bahasa**, dan 1 **Fiksi**. maka banyak cara menyusun buku-buku tersebut adalah $3! = 6$

5. Setiap bibit padi yang ditanam mempunyai peluang dimakan serangga sebesar 0,25. Jika dalam suatu petak sawah terdapat bibit padi sebanyak 5.000 batang, maka banyaknya padi yang kemungkinan tumbuh adalah...

Penyelesaian :

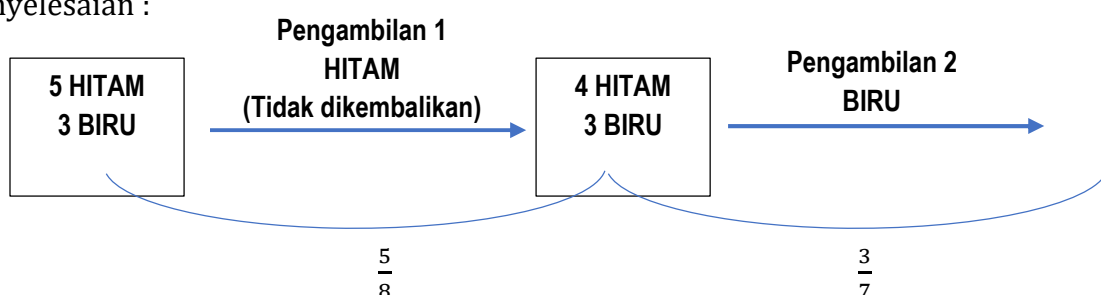
$$\text{Peluang dimakan serangga} = 0,25$$

$$\text{Banyak bibit padi yang dimakan serangga} = 0,25 \times 5000 = 1250$$

$$\text{Banyak bibit padi yang tumbuh} = 5000 - 1250 = 3750$$

6. Dalam sebuah kotak terdapat 5 bola hitam dan 3 bola biru. Dari kotak itu diambil sebuah bola secara berurutan sebanyak dua kali. Setelah bola pertama diambil, **bola tidak dikembalikan** melainkan langsung mengambil bola kedua. Hitung peluang dari terambil bola hitam pada pengambilan pertama dan bola biru pada pengambilan kedua

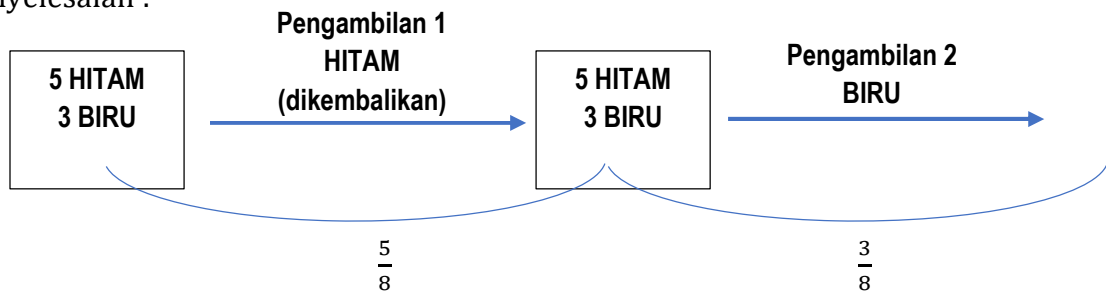
Penyelesaian :



peluang dari terambil bola hitam pada pengambilan pertama dan bola biru pada pengambilan kedua adalah $\frac{5}{8} \times \frac{3}{7} = \frac{15}{56}$

7. Dalam sebuah kotak terdapat 5 bola hitam dan 3 bola biru. Dari kotak itu diambil sebuah bola secara berurutan sebanyak dua kali. Setelah bola pertama diambil, **bola dikembalikan** sebelum mengambil bola kedua. Hitung peluang dari terambil bola hitam pada pengambilan pertama dan bola biru pada pengambilan kedua

Penyelesaian :



peluang dari terambil bola hitam pada pengambilan pertama dan bola biru pada pengambilan kedua adalah $\frac{5}{8} \times \frac{3}{8} = \frac{15}{64}$

LOGIKA MATEMATIKA

1. Diketahui suatu pernyataan:

Pernyataan 1 : Jika Andi rajin belajar, maka dia menjadi pandai

Pernyataan 2 : Jika Andi pandai, maka dia mendapat Hadiah sepeda balap

Kesimpulan dari kedua pernyataan tersebut adalah

Penyelesaian :

Pernyataan 1 : Jika Andi rajin belajar, maka ~~dia menjadi pandai~~

Pernyataan 2 : Jika ~~Andi pandai~~, maka dia mendapat hadiah sepeda balap

Kesimpulannya : Jika Andi rajin belajar, maka dia mendapat hadiah sepeda balap

2. Kontraposisi dari pernyataan “Jika hari ini hujan, maka saya terlambat pulang” adalah.....

Penyelesaian :

“Jika hari ini hujan, maka saya terlambat pulang”

Kontraposisi : (dibalik dan diingkari)

Jika saya tidak terlambat pulang, maka hari ini tidak hujan

3. Konvers dari pernyataan “Jika hari ini hujan, maka saya terlambat pulang” adalah.....

Penyelesaian :

“Jika hari ini hujan, maka saya terlambat pulang”

Konvers : (dibalik saja)

Jika saya terlambat pulang, maka hari ini hujan

4. Invers dari pernyataan “Jika hari ini hujan, maka saya terlambat pulang” adalah.....

Penyelesaian :

“Jika hari ini hujan, maka saya terlambat pulang”

Invers : (diingkari saja)

Jika hari ini tidak hujan, maka saya tidak terlambat pulang

LIMIT

1. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 4x + 3}{2x^2 + 3x - 5} =$

Penyelesaian :

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 4x + 3}{2x^2 + 3x - 5} = \frac{(1)^2 - 4(1) + 3}{2(1)^2 + 3(1) - 5} = \frac{0}{0}$$

Karena hasil $\frac{0}{0}$, mak kita turunkan fungsi atas dan bawah diperoleh :

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 4x + 3}{2x^2 + 3x - 5} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x - 4}{4x + 3} = \frac{2(1) - 4}{4(1) + 3} = \frac{2 - 4}{4 + 3} = \frac{-2}{7}$$

2. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{2x^2 + x - 10} =$

Penyelesaian :

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{2x^2 + x - 10} = \frac{(2)^2 - 4}{2(2)^2 + (2) - 10} = \frac{0}{0}$$

Karena hasil $\frac{0}{0}$, mak kita turunkan fungsi atas dan bawah diperoleh :

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{2x^2 + x - 10} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x}{4x + 1} = \frac{2(2)}{4(1) + 1} = \frac{4}{4 + 1} = \frac{4}{5}$$

3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 4x + 3}{2x^4 + 3x - 5} =$

Penyelesaian :

Untuk bentuk $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f}{g}$ maka lihatlah koefisien (angka) variabel x pangkat tertinggi, selain itu maka akan bernilai 0

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 4x + 3}{2x^4 + 3x - 5} = \frac{0 - 0 + 0}{2 + 0 - 0} = \frac{0}{2} = 0$$

4. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 4x + 3}{10 - x - 2x^2} =$

Penyelesaian :

Untuk bentuk $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f}{g}$ maka lihatlah koefisien (angka) variabel x pangkat tertinggi, selain itu maka akan bernilai 0

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 4x + 3}{10 - x - 2x^2} = \frac{3 - 0 + 0}{0 - 0 - 2} = \frac{3}{-2} = -\frac{3}{2}$$

TURUNAN

1. Turunan pertama dari fungsi $f(x) = (x + 2)(x - 5)$ adalah

Penyelesain :

$$f(x) = (x + 2)(x - 5)$$

$$f(x) = x^2 - 3x - 10$$

$$f'(x) = 2x - 3$$

$$(x + 2)(x - 5) = x^2 - 5x + 2x - 10 \\ = x^2 - 3x - 10$$

2. Turunan pertama dari $y = x^2(x^2 - 2x)$ adalah

Penyelesaian :

$$y = x^2(x^2 - 2x)$$

$$y = x^4 - 2x^3$$

$$y'(x) = 4x^3 - 6x^2$$

3. Turunan pertama dari fungsi $f(x) = \frac{3x-1}{2x+5}, x \neq \frac{-5}{2}$ adalah

Penyelesain :

$$f(x) = \frac{3x-1}{2x+5} = \frac{ax+b}{cx+d}$$

Untuk bentuk turunan soal seperti ini pastikan variable x ada di depan terlebih dahulu. Dalam soal ini sudah di depan kedua variable x baik yang atas dan bawah

$$f(x) = \frac{3x-1}{2x+5} \rightarrow 3 \times 5 - (-1) \times 2 = 15 + 2 = 17$$

Jadi turunan pertama dari f(x) adalah :

$$f'(x) = \frac{17}{(2x+5)^2}$$

4. Turunan pertama dari fungsi $f(x) = \frac{2-7x}{x-3}, x \neq 3$ adalah

Penyelesaian :

$$f(x) = \frac{2-7x}{x-3} = \frac{ax+b}{cx+d}$$

Untuk bentuk turunan soal seperti ini pastikan variable x ada di depan terlebih dahulu. Dalam soal ini variable x yang didepan hanya bagian bawah, maka bagian atas harus di rubah menjadi :

$$f(x) = \frac{2-7x}{x-3} = \frac{-7x+2}{x-3} \rightarrow (-7) \times (-3) - 2 \times 1 = 21 - 2 = 19$$

Jadi turunan pertama dari f(x) adalah :

$$f'(x) = \frac{19}{(x-3)^2}$$

INTEGRAL

1. $\int (x^3 - 3x^2 + x + 11) dx =$

Penyelesaian :

$$\begin{aligned}\int (x^3 - 3x^2 + x + 11) dx &= \frac{1}{4}x^4 - \frac{3}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + 11x + C \\ &= \frac{1}{4}x^4 - x^3 + \frac{1}{2}x^2 + 11x + C\end{aligned}$$

2. Hasil dari $\int_0^4 (3x^2 - 6x + 2)dx$ adalah ...

Penyelesaian :

$$\begin{aligned}\int_0^4 (3x^2 - 6x + 2)dx &= \left[\frac{3}{3}x^3 - \frac{6}{2}x^2 + 2x \right]_0^4 \\ &= [x^3 - 3x^2 + 2x]_0^4 \\ &= ((4)^3 - 3(4)^2 + 2(4)) - (0) \\ &= 64 - 48 + 8 \\ &= 24\end{aligned}$$

3. Luas daerah yang dibatasi oleh kurva parabola $y = x^2$ dan garis $y = 5x - 4$ adalah.....
satuan luas

Penyelesaian :

Untuk luas jika diketahui fungsi kuadrat dan fungsi linear, maka gunakan $L = \frac{D\sqrt{D}}{6a^2}$

$$y = y$$

$$x^2 = 5x - 4$$

$$x^2 - 5x + 4 = 0$$

$$a = 1, b = -5 \text{ dan } c = 4$$

$$D = b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4(1)(4) = 25 - 16 = 9$$

$$L = \frac{D\sqrt{D}}{6a^2} = \frac{9\sqrt{9}}{6(1)^2} = \frac{9 \times \cancel{3}}{\cancel{6}} = \frac{9}{2}$$

PROGRAM LINEAR

1. Pak Amir memiliki dua hektar sawah yang ditanami padi dan sudah saatnya diberi pupuk. Terdapat tiga jenis pupuk (Urea, SP36, NPK) yang harus digunakan agar hasil panen padi lebih maksimal. Harga per karung setiap jenis pupuk adalah Rp 100.000,00; Rp 125.000,00; dan Rp 150.000,00. Banyak pupuk yang dibutuhkan Pak Amir sebanyak 30 karung. Pemakaian pupuk Urea 2 kali banyaknya dari pupuk SP36. Sementara dana yang disediakan Pak Amir untuk membeli pupuk adalah Rp 4.000.000,00. Jika x banyaknya pupuk Urea, y banyaknya pupuk SP36, dan z banyaknya pupuk NPK, maka model matematika yang sesuai dengan permasalahan di atas adalah...

Penyelesaian :

	Urea	SP36	NPK	TOTAL
Harga	Rp100.000,00	Rp125.000,00	Rp150.000,00	Rp4.000.000,00
Banyak	x	y	z	30

Pemakaian pupuk Urea 2 kali banyaknya dari pupuk SP36, maka $x = 2y$

Model matematika dari permasalahan di atas adalah :

$100.000x + 125.000y + 150.000z = 4.000.000 \rightarrow 4x + 5y + 6z = 160$

$x + y + z = 30$

$x = 2y$

Jadi jawabannya : $4x + 5y + 6z = 160, x + y + z = 30, \text{ dan } x = 2y$

2. Pak Budi membuka kios buah-buahan dan menjual buah apel seharga Rp 16.000,00/kilo dan buah jeruk Rp 14.000,00/kilo. Jika Pak Budi hanya mempunyai modal Rp 4.000.000,00 dan kiosnya hanya mampu menampung 50 Kg. Jika x banyak apel dan y banyak jeruk, maka model matematika dari permasalahan di atas adalah...

Penyelesaian :

Misalkan : Banyak buah apel(kg) = x

Banyak buah jeruk (kg) = y

	Apel	Jeruk	TOTAL
Harga	Rp16.000,00	Rp14.000,00	Rp4.000.000,00
Banyak	x	y	50

Dari table diatas diperoleh :

$16.000x + 14.000y = 4.000.000 \rightarrow 8x + 7y = 2.000$ (diperkecil dibagi 2.000)

$x + y = 50$

Sehingga di dapat model matematikanya :

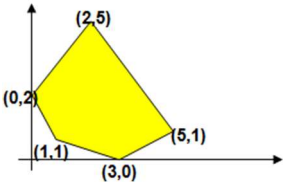
$8x + 7y \leq 2.000$ digunakan tanda \leq karena pembelian tidak melebihi modal

$x + y \leq 50$ digunakan tanda \leq karena kios maksimal menampung 50

$x \geq 0$ digunakan tanda \geq karena banyak apel tidak mungkin negatif

$y \geq 0$ digunakan tanda \geq karena banyak jeruk tidak mungkin negative

3. Daerah yang diarsir adalah daerah himpunan penyelesaian permasalahan program linier. Nilai maksimum dari fungsi $Z = 5x + 2y$ adalah ...



Penyelesaian :

Titik	$Z = 5x + 2y$
(0, 2)	$Z = 5(0) + 2(2) = 0 + 4 = 4$
(1, 1)	$Z = 5(1) + 2(1) = 5 + 2 = 7$
(3, 0)	$Z = 5(3) + 2(0) = 15 + 0 = 15$
(5, 1)	$Z = 5(5) + 2(1) = 25 + 2 = 27$
(2, 5)	$Z = 5(2) + 2(5) = 10 + 10 = 20$

Nilai maksimum = 27