Voici les caractéristiques d'un population de chats:

- Couleur des yeux: marron, marron, vert, marron, vert, bleu, vert, marron, marron, marron, vert, vert, bleu, vert, bleu, marron, bleu, marron, marron, marron, marron, marron, bleu, bleu, vert, marron, bleu.
- Poids des chats (en kg) : 1.48-1.67-1.72-1.84- 1.56- 1.68-1.75- 1.84- 1.56- 1.68-1.76- 1.94- 1.60-1.68-1.77- 1.61- 1.69- 1.77- 1.63- 1.70- 1.79- 1.64- 1.71- 1.81- 1.64-1.72- 1.81.

Soit X la variable "Couleur des yeux" et Y la variable "Poids du chat". On vous propose les classes suivantes : $[1.40, 1.49]$, $[1.5, 1.59]$, $[1.6, 1.69]$, $[1.7, 1.79]$, $[1.8, 1.89]$, $[1.9, 2.00]$ pour étudier la variable Y. On utilise la notation suivant

$$\{a \leq Y \leq b\},$$

représente l'événement: "chats avec un poids compris entre a et b kg, a et b inclus" au même

$$\{X = \text{"couleur"}\},$$

l'événement: "chats avec un couleur des yeux égale à "couleur" ".

1. En utilisant les calcules déjà effectues dans l'atelier 1, calculez les probabilités conditionnelles suivantes.

   (a) $\mathbb{P}(\{1.40 \leq Y \leq 1.49\}|\{X = \text{marron}\})$
   (b) $\mathbb{P}(\{1.5 \leq Y \leq 1.59\}|\{X = \text{marron}\})$
   (c) $\mathbb{P}(\{1.6 \leq Y \leq 1.69\}|\{X = \text{marron}\})$
   (d) $\mathbb{P}(\{1.7 \leq Y \leq 1.79\}|\{X = \text{marron}\})$
   (e) $\mathbb{P}(\{1.8 \leq Y \leq 1.89\}|\{X = \text{marron}\})$
   (f) $\mathbb{P}(\{1.9 \leq Y \leq 2.00\}|\{X = \text{marron}\})$
   (g) $\mathbb{P}(\{1.40 \leq Y \leq 1.49\}|\{X = \text{blue}\})$
   (h) $\mathbb{P}(\{1.5 \leq Y \leq 1.59\}|\{X = \text{blue}\})$
   (i) $\mathbb{P}(\{1.6 \leq Y \leq 1.69\}|\{X = \text{blue}\})$
   (j) $\mathbb{P}(\{1.7 \leq Y \leq 1.79\}|\{X = \text{blue}\})$
   (k) $\mathbb{P}(\{1.8 \leq Y \leq 1.89\}|\{X = \text{blue}\})$
   (l) $\mathbb{P}(\{1.9 \leq Y \leq 2.00\}|\{X = \text{blue}\})$
   (m) $\mathbb{P}(\{1.40 \leq Y \leq 1.49\}|\{X = \text{vert}\})$
   (n) $\mathbb{P}(\{1.5 \leq Y \leq 1.59\}|\{X = \text{vert}\})$
   (o) $\mathbb{P}(\{1.6 \leq Y \leq 1.69\}|\{X = \text{vert}\})$
   (p) $\mathbb{P}(\{1.7 \leq Y \leq 1.79\}|\{X = \text{vert}\})$
   (q) $\mathbb{P}(\{1.8 \leq Y \leq 1.89\}|\{X = \text{vert}\})$

(r) $\mathbb{P}(\{1.9 \leq Y \leq 2.00\}|\{X = \text{vert}\})$

2. Comme on peut interpréter les probabilités calculés?

a) Calculez les probabilités suivantes.

(a) $\mathbb{P}(\{X = \text{marron}\} \cap \{1.40 \leq Y \leq 1.49\})$
(b) $\mathbb{P}(\{X = \text{marron}\} \cap \{1.5 \leq Y \leq 1.59\})$
(c) $\mathbb{P}(\{X = \text{marron}\} \cap \{1.6 \leq Y \leq 1.69\})$
(d) $\mathbb{P}(\{X = \text{marron}\} \cap \{1.7 \leq Y \leq 1.79\})$
(e) $\mathbb{P}(\{X = \text{marron}\} \cap \{1.8 \leq Y \leq 1.89\})$
(f) $\mathbb{P}(\{X = \text{marron}\} \cap \{1.9 \leq Y \leq 2.00\})$
(g) $\mathbb{P}(\{X = \text{blue}\} \cap \{1.40 \leq Y \leq 1.49\})$
(h) $\mathbb{P}(\{X = \text{blue}\} \cap \{1.5 \leq Y \leq 1.59\})$
(i) $\mathbb{P}(\{X = \text{blue}\} \cap \{1.6 \leq Y \leq 1.69\})$
(j) $\mathbb{P}(\{X = \text{blue}\} \cap \{1.7 \leq Y \leq 1.79\})$
(k) $\mathbb{P}(\{X = \text{blue}\} \cap \{1.8 \leq Y \leq 1.89\})$
(l) $\mathbb{P}(\{X = \text{blue}\} \cap \{1.9 \leq Y \leq 2.00\})$
(m) $\mathbb{P}(\{X = \text{vert}\} \cap \{1.40 \leq Y \leq 1.49\})$
(n) $\mathbb{P}(\{X = \text{vert}\} \cap \{1.5 \leq Y \leq 1.59\})$
(o) $\mathbb{P}(\{X = \text{vert}\} \cap \{1.6 \leq Y \leq 1.69\})$
(p) $\mathbb{P}(\{X = \text{vert}\} \cap \{1.7 \leq Y \leq 1.79\})$
(q) $\mathbb{P}(\{X = \text{vert}\} \cap \{1.8 \leq Y \leq 1.89\})$
(r) $\mathbb{P}(\{X = \text{vert}\} \cap \{1.9 \leq Y \leq 2.00\})$

3. Calculez les différences suivantes:

   (a) $\mathbb{P}(\{X = \text{marron}\} \cap \{1.40 \leq Y \leq 1.49\}) - \mathbb{P}(\{X = \text{marron}\})\mathbb{P}(\{1.40 \leq Y \leq 1.49\})$
   (b) $\mathbb{P}(\{X = \text{marron}\} \cap \{1.5 \leq Y \leq 1.59\}) - \mathbb{P}(\{X = \text{marron}\})\mathbb{P}(\{1.5 \leq Y \leq 1.59\})$
   (c) $\mathbb{P}(\{X = \text{marron}\} \cap \{1.6 \leq Y \leq 1.69\}) - \mathbb{P}(\{X = \text{marron}\})\mathbb{P}(\{1.6 \leq Y \leq 1.69\})$
   (d) $\mathbb{P}(\{X = \text{marron}\} \cap \{1.7 \leq Y \leq 1.79\}) - \mathbb{P}(\{X = \text{marron}\})\mathbb{P}(\{1.7 \leq Y \leq 1.79\})$
   (e) $\mathbb{P}(\{X = \text{marron}\} \cap \{1.8 \leq Y \leq 1.89\}) - \mathbb{P}(\{X = \text{marron}\})\mathbb{P}(\{1.8 \leq Y \leq 1.89\})$
   (f) $\mathbb{P}(\{X = \text{marron}\} \cap \{1.9 \leq Y \leq 2.00\}) - \mathbb{P}(\{X = \text{marron}\})\mathbb{P}(\{1.9 \leq Y \leq 2.00\})$
   (g) $\mathbb{P}(\{X = \text{blue}\} \cap \{1.40 \leq Y \leq 1.49\}) - \mathbb{P}(\{X = \text{blue}\})\mathbb{P}(\{1.40 \leq Y \leq 1.49\})$
   (h) $\mathbb{P}(\{X = \text{blue}\} \cap \{1.5 \leq Y \leq 1.59\}) - \mathbb{P}(\{X = \text{blue}\})\mathbb{P}(\{1.5 \leq Y \leq 1.59\})$
   (i) $\mathbb{P}(\{X = \text{blue}\} \cap \{1.6 \leq Y \leq 1.69\}) - \mathbb{P}(\{X = \text{blue}\})\mathbb{P}(\{1.6 \leq Y \leq 1.69\})$
   (j) $\mathbb{P}(\{X = \text{blue}\} \cap \{1.7 \leq Y \leq 1.79\}) - \mathbb{P}(\{X = \text{blue}\})\mathbb{P}(\{1.7 \leq Y \leq 1.79\})$
   (k) $\mathbb{P}(\{X = \text{blue}\} \cap \{1.8 \leq Y \leq 1.89\}) - \mathbb{P}(\{X = \text{blue}\})\mathbb{P}(\{1.8 \leq Y \leq 1.89\})$
   (l) $\mathbb{P}(\{X = \text{blue}\} \cap \{1.9 \leq Y \leq 2.00\}) - \mathbb{P}(\{X = \text{blue}\})\mathbb{P}(\{1.9 \leq Y \leq 2.00\})$
   (m) $\mathbb{P}(\{X = \text{vert}\} \cap \{1.40 \leq Y \leq 1.49\}) - \mathbb{P}(\{X = \text{vert}\})\mathbb{P}(\{1.40 \leq Y \leq 1.49\})$
   (n) $\mathbb{P}(\{X = \text{vert}\} \cap \{1.5 \leq Y \leq 1.59\}) - \mathbb{P}(\{X = \text{vert}\})\mathbb{P}(\{1.5 \leq Y \leq 1.59\})$
   (o) $\mathbb{P}(\{X = \text{vert}\} \cap \{1.6 \leq Y \leq 1.69\}) - \mathbb{P}(\{X = \text{vert}\})\mathbb{P}(\{1.6 \leq Y \leq 1.69\})$
   (p) $\mathbb{P}(\{X = \text{vert}\} \cap \{1.7 \leq Y \leq 1.79\}) - \mathbb{P}(\{X = \text{vert}\})\mathbb{P}(\{1.7 \leq Y \leq 1.79\})$
   (q) $\mathbb{P}(\{X = \text{vert}\} \cap \{1.8 \leq Y \leq 1.89\}) - \mathbb{P}(\{X = \text{vert}\})\mathbb{P}(\{1.8 \leq Y \leq 1.89\})$
   (r) $\mathbb{P}(\{X = \text{vert}\} \cap \{1.9 \leq Y \leq 2.00\}) - \mathbb{P}(\{X = \text{vert}\})\mathbb{P}(\{1.9 \leq Y \leq 2.00\})$

4. On dit que la variable X et la variable Y sont indépendantes si toutes les différences dans la question précédente sont nulles. En utilisant les quantités que vous avez calculez à l'exercice précédente vous avez de proposez une quantité qui permet de quantifier à quelle distance ils sont éloigné de l'indépendance. Expliquer comment on peut calculer la quantité en utilisant les données qu'on connais.

5. Calculez explicitement ce quantité et justifier l'emploi de ce quantité dans la pratique scientifique.