

# Variables aléatoires et modèles de probabilité

Antonio Falcó

# 1 Variables aléatoires

## Hypothèse

- ① Soit  $\Omega$  l'ensemble des individus associé à une expérience scientifique et
- ② Pr la loi de probabilité associé à cette expérience:

$$\text{Pr} : \text{Événements dans } \Omega : \longrightarrow [0, 1].$$

## La mesure quantitative

Soit  $X : \Omega \longrightarrow \mathbb{R}$  une grandeur qu'on utilise pour étudier les individus de  $\Omega$  et qu'on appelle **variable aléatoire** si pour chaque pair des mesures  $x, x' \in X(\Omega)$  avec  $x \leq x'$ , qu'on peut observer dans quelque expérience réalisé à  $\Omega$ , l'ensemble

$$\{\omega \in \Omega : x < X(\omega) \leq x'\}$$

est un événement à  $\Omega$ .

# Taille

## Exemple

Soit  $\Omega$  une population d'individus, et

$$\text{Taille} : \Omega \longrightarrow \mathbb{R}$$

la mesure de la taille en cm sur chaque individu dans la population.

- Soit  $x' = 0$  et  $x = -120$ , alors

$$\{\omega \in \Omega : -120 < \text{Taille}(\omega) \leq 0\} = \emptyset,$$

- Soit  $x = 0$  et  $x' = 160.5$ , alors

$$\{\omega \in \Omega : 0 < \text{Taille}(\omega) \leq 160.5\}.$$

Est-ce qu'on peut calculer

$$\Pr(\{\omega \in \Omega : 0 < \text{Taille}(\omega) \leq 160.5\})?$$

# L'âge

## Exemple

Soit  $\Omega$  une population d'individus, et

$$\text{Age} : \Omega \longrightarrow \mathbb{R}$$

la mesure de l'âge en années (nombres entiers non négatives) sur chaque individu dans la population.

- Soit  $x' = 0$  et  $x = -12$ , alors

$$\{\omega \in \Omega : -12 < \text{Age}(\omega) \leq 0\} = \emptyset,$$

- Soit  $x = 0$  et  $x' = 16$ , alors

$$\{\omega \in \Omega : 0 < \text{Age}(\omega) \leq 16\}.$$

Est-ce qu'on peut calculer

$$\Pr(\{\omega \in \Omega : 0 < \text{Age}(\omega) \leq 160\})?$$

## Caractéristiques

- ❶ On travaille avec des variables quantitatives,
- ❷ Taille( $\Omega$ )  $\subset [0, 1000]$  cm, alors il est une variable continue.
- ❸ Age( $\Omega$ )  $\subset \{1, 2, \dots, 1000\}$  années, alors il est une variable discrète.

## Conséquence

- ❶ Si  $X$  est une variable aléatoire continue on peut calculer

$$\Pr(\{\omega \in \Omega : x < X(\omega) \leq x'\}) \equiv \Pr(x < X \leq x')$$

pour tout  $x, x' \in \mathbb{R}$ .

- ❷ Si  $X$  est une variable aléatoire discrete on peut calculer

$$\Pr(\{\omega \in \Omega : X(\omega) = k\}) \equiv \Pr(X = k)$$

pour tout  $k, \in \mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$ .