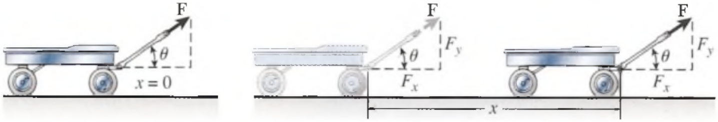
Energía

Antonio Falcó

Motivación

Cuando tratamos de arrastrar un carro con una cuerda, como se observa en la figura, no pasa nada. Estamos ejerciendo una fuerza y, sin embargo, el carro no se ha movido. Por otra parte, si incrementamos en forma continua esta fuerza, llegará un momento en que el carro se desplazará. En este caso, en realidad hemos logrado algo a cambio de nuestro esfuerzo. En física este logro se define como trabajo. El término trabajo tiene una definición operacional, explícita y cuantitativa. Para que se realice un trabajo han de cumplirse tres requisitos:

1. Debe haber una fuerza aplicada.
2. La fuerza debe actuar a través de cierta distancia, llamada desplazamiento.
3. La fuerza debe tener una componente a lo largo del desplazamiento.



(a) Trabajo $= 0$

(b) Trabajo $= (F \cos \theta)\, x$

Trabajo

Trabajo es una cantidad escalar igual al producto de las magnitudes del desplazamiento y de la componente de la fuerza en la dirección del desplazamiento. Si la fuerza $\mathbf{F} = (F_x, F_y)$ se ejerce durante un instante de tiempo $t > 0$ con un desplazamiento $d_x = x(t) - x(0)$ entonces,

$$\text{Trabajo} = F_x \cdot (x(t) - x(0)).$$

Si $\mathbf{F} = (F_x \cos\theta, F_y \sin\theta)$ entonces

$$\text{Trabajo} = F_x \cos\theta \cdot (x(t) - x(0)).$$

Ejemplo

¿Qué trabajo realiza una fuerza de 60 N al arrastrar un carro como el de la figura a través de una distancia de 50 m, cuando la fuerza transmitida por el manubrio forma un ángulo de 30^o con la horizontal?

En este caso

$$\text{Trabajo} = 60 \cdot \cos 30^0 \cdot 50 \text{ N m} = 2598 \text{ N m}.$$

Unidades de trabajo

Observe que las unidades de trabajo son las unidades de fuerza multiplicadas por las de distancia. Por tanto, en unidades del SI, el trabajo se mide en newtons-metro N m. Por convención, esta unidad combinada se llama *joule* y se representa con el símbolo J. *Un joule es el trabajo realizado al desplazar una fuerza de 1 Newton durante una distancia de 1 metro*.

Trabajo resultante

Seguiremos la convención de que el trabajo de una fuerza concreta es positivo si la componente de la fuerza se halla en la misma dirección que el desplazamiento. El trabajo negativo lo realiza una componente de fuerza que se opone al desplazamiento real. Así, el trabajo que realiza una grúa al levantar una carga es positivo, pero la fuerza gravitacional que ejerce la Tierra sobre la carga realiza uno negativo.

Si varias fuerzas actúan sobre un cuerpo en movimiento, el trabajo resultante (trabajo total) es la suma algebraica de los trabajos de las fuerzas individuales. Esto también será igual al trabajo de la fuerza resultante.

Trabajo resultante (2)

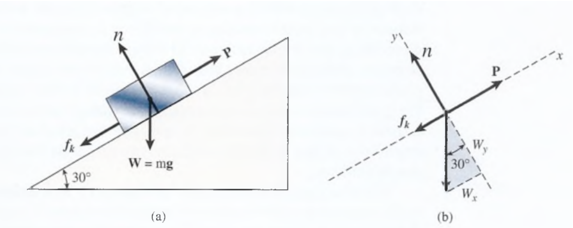
Si dos fuerzas concurrentes $\mathbf{F}_1 = (F_x^1, F_y^1)$ y $\mathbf{F}_2 = (F_x^2, F_y^2)$, actuan sobre un objeto y lo desplazan una distancia horizontal d_x entonces

$$\text{Trabajo resultante } = F_x^1 \cdot d_x + F_x^2 \cdot d_x = (F_x^1 + F_x^2) \cdot d_x$$

donde la fuerza resultante es $\mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 = (F_x^1 + F_x^2, F_y^2 + F_y^2)$ y el trabajo resultante coincide con el trabajo realizado por esta suma de fuerzas.

Ejemplo

Una fuerza de impulsión de 80 N mueve un bloque de 5 kg hacia arriba por un plano inclinado a 30^o, como se muestra en la figura. El coeficiente de fricción cinética es de 0.25 y la longitud del plano es de 20 m. (a) Calcule el trabajo que realiza cada una de las fuerzas que actúan sobre el bloque, (b) Demuestre que el trabajo neto realizado por estas fuerzas tiene el mismo valor que el trabajo de la fuerza resultante.



Solución

El peso es

$$+ = m\,\mathbf{g} = 5\,(-9.81 \sin 30^o, -9.81 \cos 30^o) = (-25, -42) \text{ N}.$$

En este caso $\mathbf{g}$ se representa tomando como referencia el centro de gravedad del objeto y $\mathbf{n} = (0, 42)$. La fuerza $\mathbf{F} = (80, 0)$ N y la fuerza de fricción cinemática $\mathbf{f}_c = 0.25\,(-42, 0) = (-11, 0)$ N, que es negativa al ser contraria al movimiento. Como $d_x = 20$ m, se tiene que

$$\begin{aligned} W_x \cdot d_x &= -25 \cdot 20 = -500 \text{ J}, \\ F_x \cdot d_x &= 80 \cdot 20 = 1600 \text{ J}, \\ (f_c)_x \cdot d_x &= -11 \cdot 20 = -220 \text{ J}, \\ n_x \cdot d_x &= 0 \cdot 20 = 0 \text{ J}, \\ \text{Trabajo resultante } &= 1600 - 500 - 220 = 880 \text{ J}. \end{aligned}$$

Solución

Si calculamos la fuerza resultante $\mathbf{F}_r = \mathbf{W} + \mathbf{F} + \mathbf{f}_c + \mathbf{n} = (44, 0)$ N. Entonces $(F_r)_x \cdot d_x = 44 \cdot 20 = 880$ J.

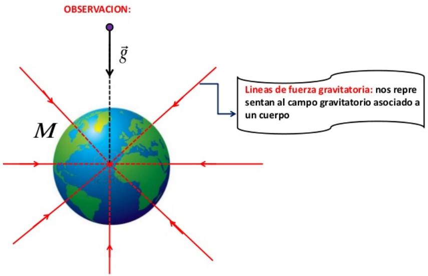
Descripción

La energía puede considerarse algo que es posible convertir en trabajo. Cuando decimos que un objeto tiene energía, significa que es capaz de ejercer una fuerza sobre otro objeto para realizar un trabajo sobre él. Por el contrario, si realizamos un trabajo sobre un objeto, le hemos proporcionado a éste una cantidad de energía igual al trabajo realizado. La unidade de energía es la misma que la del trabajo: joule

Tipos de energía mecánica

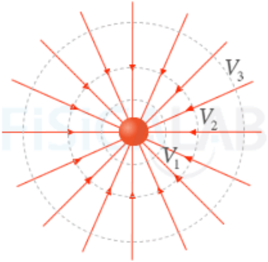
- **Energía cinética** K, que es la energía que tiene un cuerpo en virtud de su movimiento.
- **Energía potencial** U, que es la energía que tiene un sistema en virtud de su posición o condición.

Se dice que toda masa m que tenga velocidad posee también energía cinética. No obstante. para que haya energía potencial es preciso tener el potencial-valga la expresión-de una fuerza aplicada. Por tanto, un objeto en sí no puede tener energía potencial; más bien, esta última ha de pertenecer al sistema. Una caja que se mantiene a cierta distancia sobre la superficie de la Tierra es un ejemplo de un sistema con energía potencial. Si se le soltara, nuestro planeta ejercería una fuerza sobre ella; sin la Tierra no habría energía potencial.

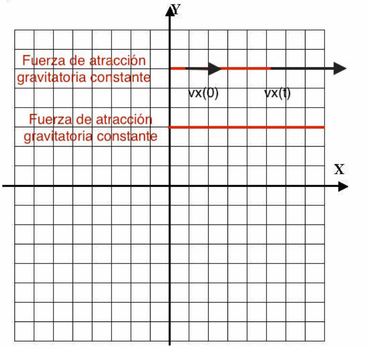


El campo de atración gravitatorio es perpendicular a la superficie de la tierra, y en consecuencia paralelo al radio de la tierra. Como la magnitud de la fuerza entre dos cuerpos que se encuentran a una distancia r es:

$$F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$



La fuerza que ejerce la tierra sobre cada masa situada sobre una esfera concéntrica a la tierra es la misma. En el caso de la figura $V_3 < V_2 < V_1$, a mayor altura menor fuerza de atracción.



Vamos a considerar dos tipos de trabajo, uno debido a los desplazamientos verticales entre dos esferas concéntricas, y uno horizontal con cambio de velocidad que transcurre sobre una esfera donde el potencial gravitatorio es constante.

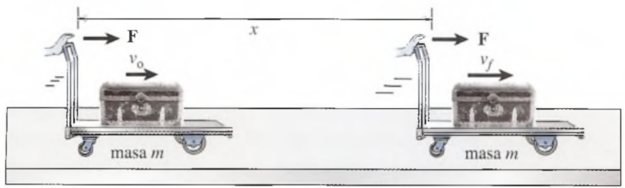


Figura 8.4 El trabajo realizado por la fuerza resultante **F** produce un cambio en la energía cinética de la masa total m. (*Fotografías de Hemera.*)

Recordemos algunas relaciones del movimiento en una dimensión

Supongamos que la aceleración es constante a_x y recordemos que la distancia recorrida la podemos calcular

$$x(t) - x(0) = v_x(0)t + \frac{1}{2}a_x t^2$$

$$v_x(t) = v_x(0) + a_x t, \quad t = \frac{v_x(t) - v_x(0)}{a_x}$$

como la segunda ecuación también la podemos escribir como:

$$v_x(0) = v_x(t) - a_x t$$

sustituimos en la primera ecuación obteniendo

$$x(t) - x(0) = v_x(t)t - \frac{1}{2}a_x t^2.$$

Recordemos algunas relaciones del movimiento en una dimensión

Sumamos ahora ambas

$$x(t) - x(0) = v_x(0)t + \frac{1}{2}a_x t^2$$

$$x(t) - x(0) = v_x(t)t - \frac{1}{2}a_x t^2$$

$$2(x(t) - x(0)) = (v_x(0) + v_x(t))t$$

Sustituimos el valor del tiempo $t = \frac{v_x(t) - v_x(0)}{a_x}$ obteniendo

$$2a_x(x(t) - x(0)) = v_x(t)^2 - v_x(0)^2,$$

o bien

$$a_x(x(t) - x(0)) = \frac{1}{2}v_x(t)^2 - \frac{1}{2}v_x(0)^2$$

Relación entre movimiento y trabajo

El trabajo horizontal resultante coincide con la variación de energía cinética δK y es

$$W_x = F_x\,(x(t)-x(0)) = m\,a_x\,(x(t)-x(0)) = \frac{1}{2}mv_x(t)^2-\frac{1}{2}mv_x(0)^2.$$

Se llama energía cinética $K(t)$ en el instante de tiempo t a la cantidad

$$K(t) = \frac{1}{2}mv_x(t)^2.$$

El trabajo resultante es la diferencia entre la energía potencial final y la inicial, en física se le conoce como la diferencia de potencial:

$$\delta K = K(t) - K(0) = \frac{1}{2}mv_x(t)^2 - \frac{1}{2}mv_x(0)^2.$$

Teorema (Teorema del trabajo-energía)

El trabajo de una fuerza externa ejercida sobre un cuerpo sobre una superficie equipotencial es igual al cambio de la energía cinética de ese cuerpo:

$$\delta K = F_x\, x = \frac{1}{2} m v_x(t)^2 - \frac{1}{2} m v_x(0)^2.$$

Observación

- Si $v_x(t) > v_x(0)$ entonces el trabajo es positivo.
- Si $v_x(t) < v_x(0)$ entonces el trabajo es negativo.
- Si el trabajo es cero la energía cinética es constante e igual a $K(0) = \frac{1}{2} m v_x(0)^2$.

Ejemplo

Calcule la energía cinética de un mazo de 4 kg en el instante en que su velocidad es de 24 m /s.

Solución

$$K = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 24^2 = 1152 \text{ J}.$$

Ejemplo

¿Qué fuerza media F es necesaria para detener una bala de 16 g que viaja a 260 m /s y que penetra en un trozo de madera a una distancia de 12 cm?

Solución

Conocemos que

$$F_x\left(x(t)-x(0)\right)=\frac{1}{2}mv_x(t)^2-\frac{1}{2}mv_x(0)^2$$

Conocemos que $m=0.016$, kg $v_0=260$ m/s y $v_f=0$ m/s ya que la bala se detiene. En consecuencia

$$F_x\,0.12=-\frac{1}{2}\cdot 0.016\cdot 260^2\Rightarrow Fx=-\frac{540.8}{0.12}=-4506.6 \text{ N}.$$

El signo menos indica que la fuerza era opuesta al desplazamiento. Cabe señalar que esta fuerza es aproximadamente 30 000 veces el peso de la bala.

Energía potencial

La energía que posee el sistema en virtud de sus posiciones o condiciones se llama energía potencial. Como la energía se expresa a sí misma en forma de trabajo, la energía potencial implica que debe haber un potencial para realizar trabajo. Supongamos que un martinete de se utiliza para levantar un cuerpo cuyo peso es W hasta una altura h por arriba del pilote colocado sobre el suelo. Decimos que el sistema Tierra-cuerpo tiene una energía potencial gravitacional. Cuando se deje caer ese cuerpo, realizará un trabajo al golpear el pilote Si es lo suficientemente pesado y cae desde una altura suficientemente grande, el trabajo realizado hará que el pilote recorra una distancia y.

Definición

La fuerza externa F_y necesaria para elevar el cuerpo debe ser por lo menos igual al peso $m \cdot g$. Entonces, el trabajo realizado por el sistema está dado por

$$W_y = m \cdot g \cdot (y(t) - y(0)).$$

Con base a esto la variación energía potencial δU se define como

$$\delta U = m \cdot g \cdot (y(t) - y(0)).$$

donde $m \cdot g$ y m son, respectivamente, el peso y la masa de un objeto situado a una distancia y de un punto de referencia.

Definición

La energía potencial

$$U(t) = m \cdot g \cdot y(t)$$

depende de la elección de un nivel de referencia específico. La energía potencial gravitacional en el caso de un avión es muy diferente cuando se mide respecto a la cima de una montaña, un rascacielos o el nivel del mar. La capacidad de realizar trabajo es mucho mayor si el avión cae al nivel del mar. La energía potencial tiene un significado físico únicamente cuando se establece un nivel de referencia. Su variación se escribe entonces

$$\delta U = U(t) - U(0) = m \cdot g \cdot y(t) - m \cdot g \cdot y(0) = m \cdot g \cdot (y(t) - y(0)).$$

Ejemplo

Una caja de herramientas de 1.2 kg se halla 2 m por encima de una mesa que está a la vez a 80 cm del piso. Determine la energía potencial respecto a la parte superior de la mesa y respecto al piso.

Solución

Los datos del problema son $m = 1.2$ kg $h_1 = 2$ m y $h_2 = 2.8$ m. Entonces

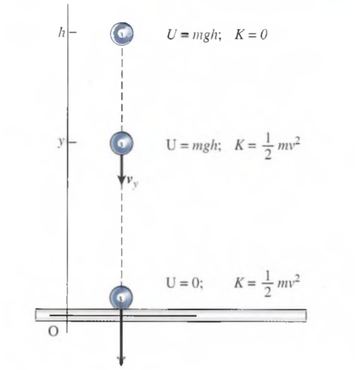
$$U_1 = 1.2 \cdot 9.81 \cdot 2 = 23.54 \text{ J}.$$

y

$$U_2 = 1.2 \cdot 9.81 \cdot 2.8 = 32.96 \text{ J}.$$

Principio de conservación de la energía

Con mucha frecuencia, a velocidades relativamente bajas tiene lugar un intercambio entre las energías potencial y cinética. Supongamos que se levanta una masa m hasta una altura h y luego se la deja caer:



Transformación de la energía

En ausencia de la resistencia del aire, la energía total $(U(t) + K(t))$ permanece igual. La energía potencial sigue transformándose en energía cinética hasta que la masa llega al piso $(x(t) = 0)$. En esta posición final, la energía cinética es igual a la energía total, y la energía potencial es cero. Es importante señalar que la suma de $U(t)$ y $K(t)$ es la misma en cualquier punto durante la caída. Si denotamos la energía total de un sistema con $E(t)$, entonces podemos escribir

$$E(t) = U(t) + K(t) = \text{ constante}$$

En el ejemplo de una pelota que cae, se dice que la energía mecánica se conserva. En la parte más alta la energía total es $m\,g\,x(0)$, en tanto que en la parte más baja es $\frac{1}{2}mv_x(t)^2$, si despreciamos la resistencia del aire.

Teorema (Principio de conservación de la energía mecánica)

En ausencia de resistencia del aire o de otras fuerzas disipadoras, la suma de las energías potencial y cinética es una constante, siempre que no se añada ninguna otra energía al sistema. De forma equivalente la variación de energía es cero

$$\delta E = E(t) - E(0) = \delta U + \delta K = 0$$

Discusión

Observemos que

$$\begin{aligned}\delta U + \delta K &= (U(t) - U(0)) + (K(t) - K(0)) \\ &= (U(t) + K(t)) - (U(0) + K(0)) \\ &= E(t) - E(0).\end{aligned}$$

Luego $\delta U + \delta K = 0$ si y solo si $U(t) + K(t) = U(0) + K(0)$.

Discusión

Siempre que se aplique este principio resulta conveniente pensar en el principio y el fin del proceso de que se trate.

$$U(0) + K(0) = U(t) + K(t),$$

es decir,

$$m \cdot g \cdot y(0) + \frac{1}{2} m v_x(0)^2 = m \cdot g \cdot y(t) + \frac{1}{2} m v_x(t)^2$$

Discusión

Si la velocidad inicial es nula $v_x(0) = 0$ y la posición final es cero, $x(t) = 0$, entonces se cumple

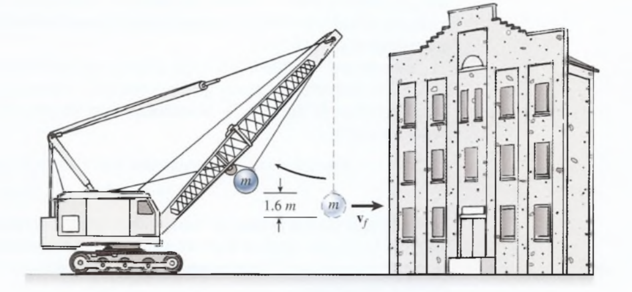
$$U(0) = m \cdot g \cdot x(0) = \frac{1}{2} m v_x(t)^2 = K(t).$$

Despejamos $v_x(t)$ y obtenemos el valor de la velocidad final:

$$v_x(t) = \sqrt{2 \cdot g \cdot y(0)}$$

Ejemplo

Ua bola de demolición de 40 kg se impulsa lateralmente hasta que queda 1.6 m por arriba de su posición más baja. Despreciando la fricción, ¿cuál será su velocidad cuando regrese a su punto más bajo?



Solución

Los datos son $m = 40$ kg y $y(0) = 1.6$ m. Entonces

$$v_x(t) = \sqrt{40 \cdot 9.81 \cdot 1.6} = 25.06 \text{ m/s}.$$

Idea intuitiva

Es útil considerar la conservación de la energía mecánica como un proceso de contabilidad, en el que se lleva un recuento de lo que pasa a la energía de un sistema desde el principio hasta el fin.

Ejemplo

Considere un trineo en la cima de una colina y suponga una energía total de 1000 J. Si 400 J de energía se pierden a causa de las fuerzas de fricción, el trineo llegaría al fondo con una energía de 600 J para usarlos en velocidad. No es posible recobrar los 400 J perdidos en trabajo contra las fuerzas de fricción, así que la energía total $E(t)$ es menor que la energía total inicial $E(0)$. Además, aún hay que considerar el calor y otras pérdidas disipadoras en el proceso.

Fórmula

$$U(0) + K(0) = U(t) + K(t) - \text{ trabajo de las fuerzas de fricción}$$

Principio de conservación de la energía

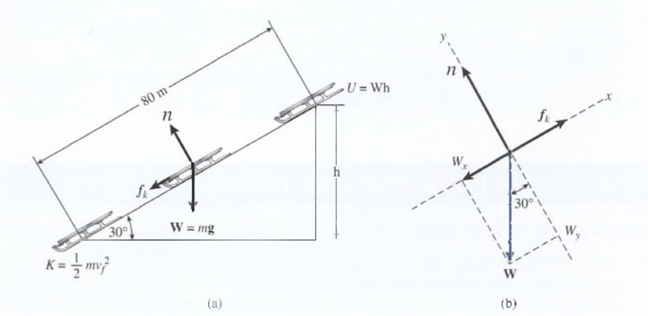
La energía total de un sistema es siempre constante, aún cuando se transforme la energía en una u otra cosa dentro del sistema:

$$m \cdot g \cdot y(0) + \frac{1}{2} m v_x(0)^2 = m \cdot g \cdot y(t) + \frac{1}{2} m v_x(t)^2 - |f_k \cdot (x(t) - x(0))|,$$

aquí f_k denota la fuerza cinética de fricción.

Ejemplo

Un trineo de 20 kg descansa en la cima de una pendiente de 80 m de longitud y 30^o de inclinación, como se observa en la figura 8.9. Si $\mu_k = 0.2$, ¿cuál es la velocidad al pie del plano inclinado?



Solución

Conocemos que $v_x(0) = 0$ m/s y $y(0) = h$ m. Entonces

$$m \cdot g \cdot y(0) = \frac{1}{2} m v_x(t)^2 - |f_k \cdot (x(t) - x(0))|,$$

donde $m = 20$ kg, $g = 9.81$ m/s^2, $y(0) = 80 \sin 30^o = 40$ m. La fuerza de fricción cinética es $f_k = \mu_k \cdot n$ donde $n = m \cdot g \cdot \cos 30^0 = 20 \cdot .81 \cdot \cos 30^o = 170$ N. Luego, $f_k = 0.2 \cdot 170 = 34$ N. Sustituimos en la fórmula anterior:

$$20 \cdot 9.81 \cdot 40 = 0.5 \cdot 20 \cdot v_x(t)^2 - 34,$$

despejamos v_f y obtenemos

$$v_x(t) = \sqrt{\frac{20 \cdot 9.81 \cdot 40 + 34}{0.5 \cdot 20}} = 22.6 \text{ m/s}.$$

Motivación

En nuestra definición de trabajo, el tiempo no participó en forma alguna. La misma cantidad de trabajo se realiza si la tarea dura una hora o un año. Si se le da tiempo suficiente, aun el motor menos potente llega a levantar una carga enorme. Sin embargo, si deseamos realizar una tarea con eficiencia, la razón de cambio con la que se efectúa el trabajo se vuelve una cantidad importante.

Definición

La potencia se define como el ratio

$$P = \frac{\text{trabajo}}{\text{tiempo}}.$$

La unidad en el SI es el Watio = Julio / segundo.

Fórmulas

Como $W_x = F_x \cdot x$ entonces

$$P = \frac{W_x}{t} = \frac{F_x \cdot x}{t} = F_x \cdot v_x.$$

Ejemplo

La carga de un ascensor tiene una masa total de 2800 kg y se eleva a una altura de 200 m en un lapso de 45 s. Exprese la potencia media en unidades del SI.

Solución

Los datos que conocemos son $m = 2800$ kg $h = 200$ m y $t = 45$ s. Emtonces

$$P = \frac{m \cdot g \cdot h}{t} = \frac{2800 \cdot 9.81 \cdot 200}{45} = 122080 \text{ W}.$$

o bien 122.080 kW.

Cuestión

Las empresas de suministro de energía cobran a sus clientes por kilowatio-hora en lo que se denomina recibo de la luz. Como ejercicio, debe analizar las unidades con objeto de demostrar que el producto de una unidad de potencia por el tiempo es en realidad una unidad de trabajo o energía.