Cours d'électronique : Diagramme de Smith

A. Arciniegas

IUT Cergy-Pontoise, Dep GEII, site de Neuville

Contents

1. Intérêt
2. Principe et construction
3. Utilisation de l'abaque

Intérêt

Intérêt

Rappel

$$\Gamma_L = \frac{Z_L - Z_C}{Z_L + Z_C} = |\Gamma_L| e^{j\theta_L}$$

$$Z(x) = Z_C \frac{1 + \Gamma_L e^{-2jkx}}{1 - \Gamma_L e^{-2jkx}} = Z_C \frac{1 + \Gamma(x)}{1 - \Gamma(x)}$$

$$\rho = \frac{1 + |\Gamma_L|}{1 - |\Gamma_L|}$$

Intérêt

Rappel

$$\Gamma_L = \frac{Z_L - Z_C}{Z_L + Z_C} = |\Gamma_L| e^{j\theta_L}$$

$$Z(x) = Z_C \frac{1 + \Gamma_L e^{-2jkx}}{1 - \Gamma_L e^{-2jkx}} = Z_C \frac{1 + \Gamma(x)}{1 - \Gamma(x)}$$

$$\rho = \frac{1 + |\Gamma_L|}{1 - |\Gamma_L|}$$

Dans le cas particulier où l'on se place sur l'impédance de charge :

$$Z_L = Z_C \frac{1 + \Gamma_L}{1 - \Gamma_L}$$

Intérêt

Rappel

$$\Gamma_L = \frac{Z_L - Z_C}{Z_L + Z_C} = |\Gamma_L| e^{j\theta_L}$$

$$Z(x) = Z_C \frac{1 + \Gamma_L e^{-2jkx}}{1 - \Gamma_L e^{-2jkx}} = Z_C \frac{1 + \Gamma(x)}{1 - \Gamma(x)}$$

$$\rho = \frac{1 + |\Gamma_L|}{1 - |\Gamma_L|}$$

Dans le cas particulier où l'on se place sur l'impédance de charge :

$$Z_L = Z_C \frac{1 + \Gamma_L}{1 - \Gamma_L}$$

On définit les impédances réduites (en divisant les impédances Z par Z_c) :

$$z(x) = \frac{1 + \Gamma(x)}{1 - \Gamma(x)}$$

$$z_L = \frac{1 + \Gamma_L}{1 - \Gamma_L}$$

Intérêt

Rappel

$$\Gamma_L = \frac{Z_L - Z_C}{Z_L + Z_C} = |\Gamma_L| e^{j\theta_L}$$

$$Z(x) = Z_C \frac{1 + \Gamma_L e^{-2jkx}}{1 - \Gamma_L e^{-2jkx}} = Z_C \frac{1 + \Gamma(x)}{1 - \Gamma(x)}$$

$$\rho = \frac{1 + |\Gamma_L|}{1 - |\Gamma_L|}$$

Dans le cas particulier où l'on se place sur l'impédance de charge :

$$Z_L = Z_C \frac{1 + \Gamma_L}{1 - \Gamma_L}$$

On définit les impédances réduites (en divisant les impédances Z par Z_c) :

$$z(x) = \frac{1 + \Gamma(x)}{1 - \Gamma(x)}$$

$$z_L = \frac{1 + \Gamma_L}{1 - \Gamma_L}$$

La détermination $|\Gamma_L|$ résulte de la mesure du SWR (ρ) :

$$|\Gamma_L| = \frac{\rho - 1}{\rho + 1}$$

Rappel

$$\Gamma_L = \frac{Z_L - Z_C}{Z_L + Z_C} = |\Gamma_L| e^{j\theta_L}$$

$$Z(x) = Z_C \frac{1 + \Gamma_L e^{-2jkx}}{1 - \Gamma_L e^{-2jkx}} = Z_C \frac{1 + \Gamma(x)}{1 - \Gamma(x)}$$

$$\rho = \frac{1 + |\Gamma_L|}{1 - |\Gamma_L|}$$

Dans le cas particulier où l'on se place sur l'impédance de charge :

$$Z_L = Z_C \frac{1 + \Gamma_L}{1 - \Gamma_L}$$

On définit les impédances réduites (en divisant les impédances Z par Z_c) :

$$z(x) = \frac{1 + \Gamma(x)}{1 - \Gamma(x)}$$

$$z_L = \frac{1 + \Gamma_L}{1 - \Gamma_L}$$

La détermination $|\Gamma_L|$ résulte de la mesure du SWR (ρ) :

$$|\Gamma_L| = \frac{\rho - 1}{\rho + 1}$$

De même, il est possible de calculer $z(x)$ d'après le coefficient de réflexion Γ. Le **Diagramme de Smith** est un **abaque** d'impédances qui permet, connaissant Γ de déterminer z et inversement.

Principe et construction

Principe

Soit une ligne sans pertes d'impédance caractéristique Z_c chargée par Z_L :

Principe

Soit une ligne sans pertes d'impédance caractéristique Z_c chargée par Z_L :

- Coefficient de réflexion en x :

$$\Gamma(x) = |\Gamma_L| e^{j(\theta_L - 2k'x)}$$

Principe

Soit une ligne sans pertes d'impédance caractéristique Z_c chargée par Z_L :

- Coefficient de réflexion en x :

$$\Gamma(x) = |\Gamma_L| e^{j(\theta_L - 2k'x)}$$

- Impédance en x :

$$Z(x) = Z_c \frac{1 + \Gamma_L e^{-2jk'x}}{1 - \Gamma_L e^{-2jk'x}}$$

Représentation

En utilisant l'impédance réduite $z(x)$:

$$\Gamma(x) = \frac{z(x) - 1}{z(x) + 1}$$

$$z(x) = \frac{1 + \Gamma(x)}{1 - \Gamma(x)}$$

Il est donc équivalent de connaître les deux grandeurs complexes $\Gamma(x)$ ou $z(x)$.

Représentation

En utilisant l'impédance réduite $z(x)$:

$$\Gamma(x) = \frac{z(x) - 1}{z(x) + 1}$$

$$z(x) = \frac{1 + \Gamma(x)}{1 - \Gamma(x)}$$

Il est donc équivalent de connaître les deux grandeurs complexes $\Gamma(x)$ ou $z(x)$.

Justification

Représentation

En utilisant l'impédance réduite $z(x)$:

$$\Gamma(x) = \frac{z(x) - 1}{z(x) + 1}$$
$$z(x) = \frac{1 + \Gamma(x)}{1 - \Gamma(x)}$$

Il est donc équivalent de connaître les deux grandeurs complexes $\Gamma(x)$ ou $z(x)$.

Justification

- $z(x)$ peut être représenté $z(x) = r_z + jx_z$ avec $r_z \geq 0$ et $-\infty < x_z < \infty \rightarrow$ nécessite l'utilisation d'un demi plan infini ;

Représentation

En utilisant l'impédance réduite $z(x)$:

$$\Gamma(x) = \frac{z(x) - 1}{z(x) + 1}$$

$$z(x) = \frac{1 + \Gamma(x)}{1 - \Gamma(x)}$$

Il est donc équivalent de connaître les deux grandeurs complexes $\Gamma(x)$ ou $z(x)$.

Justification

- $z(x)$ peut être représenté $z(x) = r_z + jx_z$ avec $r_z \geq 0$ et $-\infty < x_z < \infty \rightarrow$ nécessite l'utilisation d'un demi plan infini ;
- $\Gamma(x)$ peut être représenté $\Gamma(x) = |\Gamma| e^{j\theta} = p + jq \rightarrow$ nécessite l'utilisation d'un disque de rayon unité.

Recherche des lieux des points correspondant à $r_z = cste$ et $x_z = cste$ dans la représentation polaire de Γ :

$$z(x) = \frac{1+\Gamma(x)}{1-\Gamma(x)} \rightarrow r_z + jx_z = \frac{1+p+jq}{1-p-jq}$$

Construction de l'abaque (1/2)

Recherche des lieux des points correspondant à $r_z = cste$ et $x_z = cste$ dans la représentation polaire de Γ :

$$z(x) = \frac{1+\Gamma(x)}{1-\Gamma(x)} \rightarrow r_z + jx_z = \frac{1+p+jq}{1-p-jq}$$

En séparant les parties réelle et imaginaire :

$$r_z = \frac{1-p^2-q^2}{(1-p)^2+q^2}$$
$$x_z = \frac{2q}{(1-p)^2+q^2}$$

$r_z = cste$

Les lieux de $r_z = cste$ sont des cercles d'équation :

$$\left(p - \frac{r_z}{r_z + 1}\right)^2 + q^2 = \frac{1}{(r_z + 1)^2}$$

$r_z = cste$

Les lieux de $r_z = cste$ sont des cercles d'équation :

$$\left(p - \frac{r_z}{r_z + 1}\right)^2 + q^2 = \frac{1}{(r_z + 1)^2}$$

- $r_z = 0 \rightarrow$ Cercle de centre ($p = 0, q = 0$), correspond à une impédance purement imaginaire ;

$r_z = cste$

Les lieux de $r_z = cste$ sont des cercles d'équation :

$$\left(p - \frac{r_z}{r_z+1}\right)^2 + q^2 = \frac{1}{(r_z+1)^2}$$

- $r_z = 0 \rightarrow$ Cercle de centre ($p = 0, q = 0$), correspond à une impédance purement imaginaire ;
- $r_z = 1 \rightarrow$ correspond à $Z(x) = Z_c$;

$r_z = cste$

Les lieux de $r_z = cste$ sont des cercles d'équation :

$$\left(p - \frac{r_z}{r_z + 1}\right)^2 + q^2 = \frac{1}{(r_z + 1)^2}$$

- $r_z = 0 \rightarrow$ Cercle de centre ($p = 0, q = 0$), correspond à une impédance purement imaginaire ;
- $r_z = 1 \rightarrow$ correspond à $Z(x) = Z_c$;
- $r_z = \infty \rightarrow$ Cercle de centre ($p = 1, q = 0$), correspond au point de partie réelle 1.

$r_z = cste$

Les lieux de $r_z = cste$ sont des cercles d'équation :

$$\left(p - \frac{r_z}{r_z + 1}\right)^2 + q^2 = \frac{1}{(r_z + 1)^2}$$

- $r_z = 0 \rightarrow$ Cercle de centre ($p = 0, q = 0$), correspond à une impédance purement imaginaire ;
- $r_z = 1 \rightarrow$ correspond à $Z(x) = Z_c$;
- $r_z = \infty \rightarrow$ Cercle de centre ($p = 1, q = 0$), correspond au point de partie réelle 1.

$x_z = cste$

Les lieux de $x_z = cste$ sont des cercles d'équation :

$$(1 - p)^2 + \left(q - \frac{1}{x_z}\right)^2 = \frac{1}{x_z^2}$$

$r_z = cste$

Les lieux de $r_z = cste$ sont des cercles d'équation :

$$\left(p - \frac{r_z}{r_z+1}\right)^2 + q^2 = \frac{1}{(r_z+1)^2}$$

- $r_z = 0 \rightarrow$ Cercle de centre ($p = 0, q = 0$), correspond à une impédance purement imaginaire ;
- $r_z = 1 \rightarrow$ correspond à $Z(x) = Z_c$;
- $r_z = \infty \rightarrow$ Cercle de centre ($p = 1, q = 0$), correspond au point de partie réelle 1.

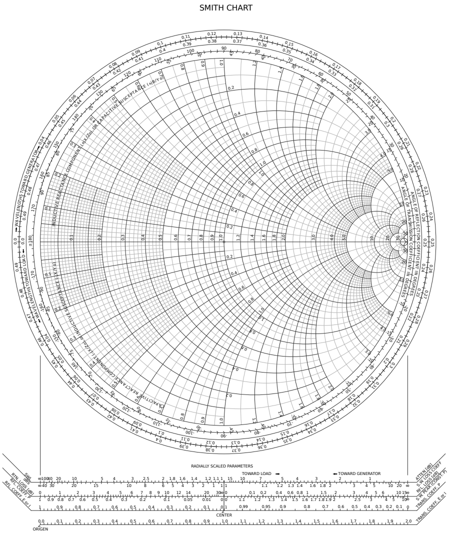
$x_z = cste$

Les lieux de $x_z = cste$ sont des cercles d'équation :

$$(1-p)^2 + \left(q - \frac{1}{x_z}\right)^2 = \frac{1}{x_z^2}$$

- $x_z = 0 \rightarrow$ Cercle de centre ($p = 1, q = \infty$), correspond à une impédance purement réelle ;
- $r_z = \infty \rightarrow$ correspond à un Cercle point de centre ($p = 1, q = 0$).

Présentation du diagramme



Utilisation de l'abaque

Exemple d'utilisation de l'abaque

Ennoncé

Une impédance de charge de 130 + j90 Ω ferme une ligne de transmission ($Z_C = 50\ \Omega$) de longueur $\ell = 0{,}3\lambda$. Calculer :

Exemple d'utilisation de l'abaque

Ennoncé

Une impédance de charge de 130 + j90 Ω ferme une ligne de transmission ($Z_C = 50\ \Omega$) de longueur $\ell = 0{,}3\lambda$. Calculer :

- l'impédance réduite (z_L) ;

Exemple d'utilisation de l'abaque

Ennoncé

Une impédance de charge de 130 + j90 Ω ferme une ligne de transmission ($Z_C = 50\ \Omega$) de longueur $\ell = 0{,}3\lambda$. Calculer :

- l'impédance réduite (z_L) ;
- le coefficient de réflexion à l'extremité de la ligne (Γ_L) ;

Ennoncé

Une impédance de charge de 130 + j90 Ω ferme une ligne de transmission ($Z_c = 50\ \Omega$) de longueur $\ell = 0{,}3\lambda$. Calculer :

- l'impédance réduite (z_L) ;
- le coefficient de réflexion à l'extremité de la ligne (Γ_L) ;
- le coefficient de réflexion à l'entrée de la ligne (Γ_{in}) ;

Ennoncé

Une impédance de charge de 130 + j90 Ω ferme une ligne de transmission ($Z_c = 50\ \Omega$) de longueur $\ell = 0{,}3\lambda$. Calculer :

- l'impédance réduite (z_L) ;
- le coefficient de réflexion à l'extremité de la ligne (Γ_L) ;
- le coefficient de réflexion à l'entrée de la ligne (Γ_{in}) ;
- l'impédance à l'entrée de la ligne (Z_{in}) ;

Exemple d'utilisation de l'abaque

Ennoncé

Une impédance de charge de 130 + j90 Ω ferme une ligne de transmission ($Z_c = 50\ \Omega$) de longueur $\ell = 0{,}3\lambda$. Calculer :

- l'impédance réduite (z_L) ;
- le coefficient de réflexion à l'extremité de la ligne (Γ_L) ;
- le coefficient de réflexion à l'entrée de la ligne (Γ_{in}) ;
- l'impédance à l'entrée de la ligne (Z_{in}) ;
- le SWR (ρ) ;

Exemple d'utilisation de l'abaque

Ennoncé

Une impédance de charge de 130 + j90 Ω ferme une ligne de transmission ($Z_c = 50\ \Omega$) de longueur $\ell = 0{,}3\lambda$. Calculer :

- l'impédance réduite (z_L) ;
- le coefficient de réflexion à l'extremité de la ligne (Γ_L) ;
- le coefficient de réflexion à l'entrée de la ligne (Γ_{in}) ;
- l'impédance à l'entrée de la ligne (Z_{in}) ;
- le SWR (ρ) ;
- le coefficient de réflexion en dB (return loss, $RL = -20log_{10}|\Gamma|$).

Exercices

1. Soit une impédance réduite $z = 0{,}5$ - j0,6 Ω qui ferme une ligne de transmission sans pertes. Déterminer les formes polaire et cartésienne du coefficient de réflexion.
2. Soit une ligne 50 Ω fermée sur une impédance $Z_L = 25 + j75\ \Omega$. Déterminer :
   - le coefficient de réflexion (module et phase) ;
   - le coefficient de réflexion en dB ;
   - le SWR ;
   - le coefficient de réflexion et l'impédance ramenée en un point à $\lambda/4$ de la charge (Z_{x1}), puis le coefficient de réflexion et l'impédance ramenée d'un point en revenant de 0,1λ vers la charge (Z_{x2}).