

MÉTODOS CUANTITATIVOS - PROGRAMACIÓN DINÁMICA

GUÍA DE AUTOEVALUACIÓN

Profesor: Eduardo Engel.
Ayudante: Agustín Farías Lobo.

Semestre Otoño, 2025.
Esta versión: 31 de enero de 2025.

Esta guía busca que usted pueda evaluar si maneja los comandos, funciones y sintaxis básicas de la programación en Matlab. Ella consta de tres partes. Tras ver los videos y cápsulas, usted debería poder resolver al menos dos de ellas sin mayores dificultades.

Pregunta I.

Esta pregunta busca ejercitar su capacidad de trabajar con matrices de gran tamaño con una aplicación básica de la estimación por mínimos cuadrados ordinarios (OLS).

En el archivo `base_p1.xlsx` se encuentran los datos del IMACEC, el IPC y la tasa swap promedio cámara de bonos en pesos a 90 días (la tasa de interés en lo que sigue), en frecuencia mensual entre enero de 2013 y noviembre de 2024.

- Obtenga la serie de inflación en doce meses con frecuencia mensual.
- Utilizando la función `regress`, estime una regresión lineal con intercepto donde la inflación es la variable dependiente, y los regresores son la tasa de interés y el IMACEC.¹ Hint: puede serle útil escribir en la consola `help regress` para acceder a la documentación de la función.
- Cree una función que, a partir de una matriz y un vector, estime por OLS un modelo de regresión lineal con intercepto. Para ello, tenga en cuenta lo siguiente:
 - La función deberá tomar como primer argumento una matriz de $N \times K$.
 - La función debe tomar como segundo argumento una matriz de $N \times 1$.
 - El output de la función deberá ser un vector de $(K + 1) \times 1$.
 - Recuerde que el estimador OLS está definido como

$$\hat{\beta}_{OLS} = (X'X)^{-1}X'Y.$$

- En lugar de utilizar la función de invertir matrices, ocupe la división de matrices.²
- Con la función creada en c), estime una regresión lineal con intercepto donde la inflación es la variable dependiente, y los regresores son la tasa de interés y el IMACEC.
 - Concluya que los resultados de utilizar la función `regress` y la función creada por usted en c) son los mismos.
 - A partir de los resultados de la pregunta anterior, obtenga las predicciones de la inflación de acuerdo al modelo de regresión lineal.
 - Presente en un solo gráfico la serie original de la inflación y la predicción de acuerdo al modelo.

¹No estamos asumiendo causalidad por ningún motivo.

²La división de matrices se realiza con `/` o con `\` dependiendo de si la división es por la derecha o por la izquierda. Este método es más preciso y eficiente ante matrices de gran tamaño.

Pregunta II.

A modo de introducción a la utilización de algoritmos iterativos y convergencia numérica, a continuación trabajamos con el algoritmo Newton-Raphson para encontrar numéricamente raíces de funciones reales. Dado un guess inicial x_0 , este algoritmo realiza en su n -ésimo step

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}. \quad (1)$$

Así, cuando $x_{n+1} \approx x_n$, $f(x_n) \approx 0$, por lo que x_n será una aproximación numérica a una raíz de f .

- a) Cree una función para calcular una derivada numérica. Es decir, esta función deberá tomar como input un valor x_0 y una función f , y entregar como resultado

$$\frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h},$$

donde $h > 0$ es un escalar cercano a cero. Para este ejercicio, utilice $h = 10^{-5}$.

- b) A partir de la función creada en el ítem anterior, genere una función que dado el valor de x_n entregue como output el valor x_{n+1} siguiente la ecuación (1).
- c) Definimos como criterio de convergencia que $|x_{n+1} - x_n| < \epsilon$, donde $\epsilon > 0$ es una constante elegida arbitrariamente pero cercana a cero.

Genere una función que a partir de una función f y un guess inicial x_0 utilice un `for loop` para encontrar la raíz de la función f . Fije $\epsilon = 10^{-10}$ y 1.000 como el número máximo de iteraciones. Tenga en cuenta que en cada step se debe chequear si se cumple el criterio de convergencia. En caso de cumplirse, el loop debe terminar.³

- d) Con la función creada en c), encuentre al menos una raíz de las siguientes funciones:

- $f(x) = x^2$ utilizando $x_0 = -10$.
- $g(x) = x^3 - (x - 2)^5$ utilizando $x_0 = 4$.
- $h(x) = \exp(-x) + \log(x)/\log(0,2)$ utilizando $x_0 = 10$.

Obtenga el número de iteraciones que se requieren para alcanzar la convergencia.

Pregunta III.

Suponga una economía de dotación de dos periodos con un agente representativo con preferencias representadas por la siguiente función de utilidad:

$$U(c_1, c_2) = \frac{c_1^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} + \beta \frac{c_2^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma},$$

donde $\beta \in (0, 1)$ y $\sigma > 1$. La restricción presupuestaria intertemporal del agente es

$$c_1 + \frac{c_2}{1+r} = y_1 + \frac{y_2}{1+r},$$

³Puede ser útil el comando `break`.

donde y_t con $t = 1, 2$ es el ingreso del periodo t , y r es la tasa de interés libre de riesgo.

Suponga⁴ que $y_1 + y_2/(1+r) = 100$, que $\beta = 0,9$ y que $r = 0,03$. A continuación encontramos el consumo óptimo para diferentes valores de σ realizando los siguientes pasos:

- a) Cree una grilla de 20.000 valores entre 0 y 200 para el consumo utilizando la función `linspace`. Llame a este vector `C_grid`.
- b) Cree una segunda grilla de 1000 valores entre 1.1 y 50 para los posibles valores de σ utilizando la función `linspace`. Llame a este vector `sigma_grid`.
- c) Cree una función que utilice como input un vector (c_1, c_2) y los valores de σ y β , y que entregue como output $U(c_1, c_2)$. Dado que la función de utilidad cumple con las condiciones de Inada, asigne un número muy negativo cuando el consumo no sea positivo (por ejemplo, -10^{10}).
- d) Utilice un `for` loop para calcular para cada valor de `sigma_grid` el valor de la función de utilidad para cada posible (c_1, c_2) . Para ello tenga en cuenta que (i) deberá obtener una matriz de 1000×20.000 ; y (ii) dado un valor de c_1, c_2 queda completamente determinado por la restricción presupuestaria.
- e) Utilizando la función `max`, encuentre el consumo óptimo para cada valor de σ . Guarde sus resultados en una matriz. Recuerde que la función `max` puede entregar como output tanto el valor máximo del argumento, como el índice del máximo.
- f) Presente en un gráfico el perfil de consumo óptimo c_2/c_1 para cada valor de σ .

⁴Estos son valores arbitrarios y no se basan en lo empíricamente observado para tales variables.