

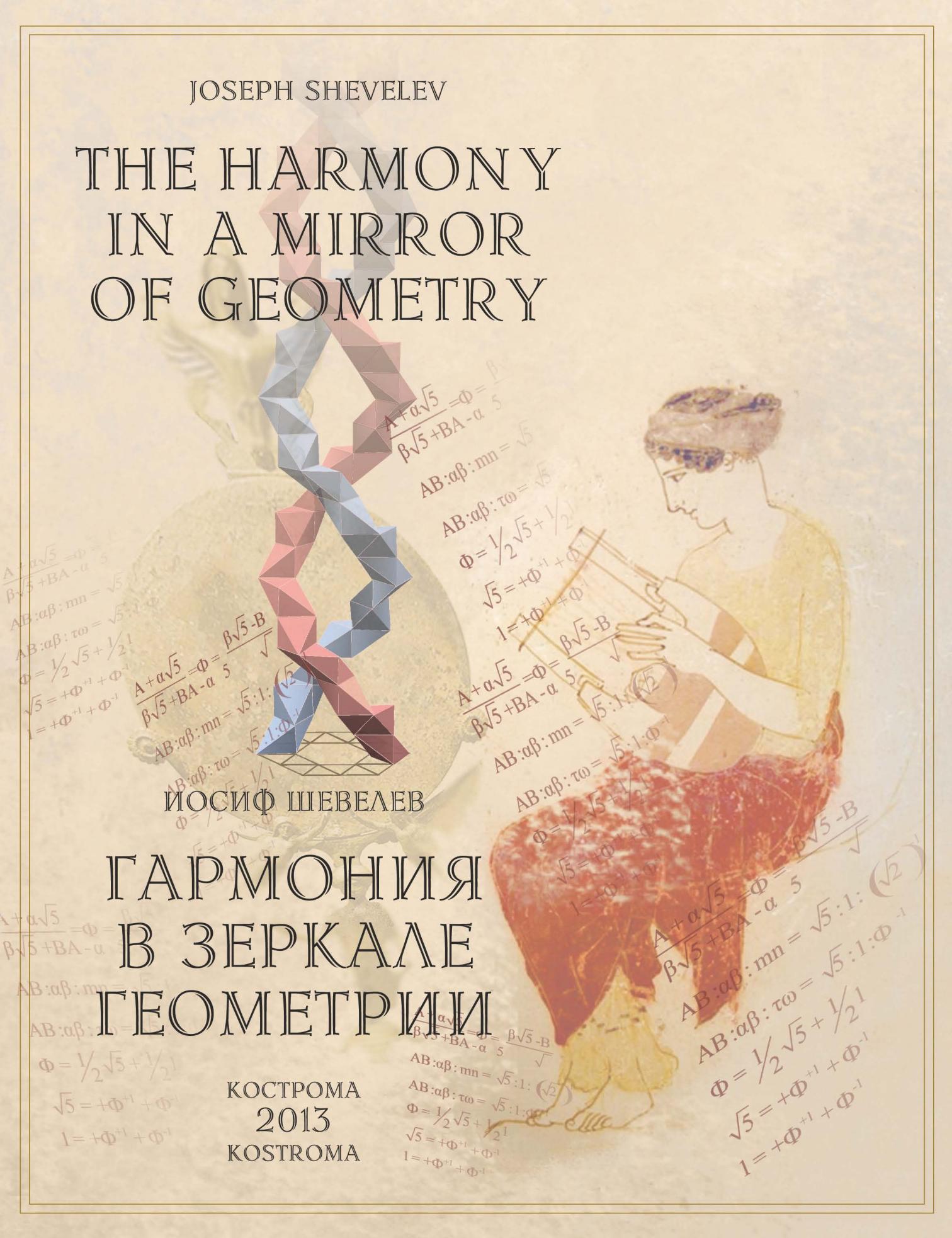
JOSEPH SHEVELEV

THE HARMONY IN A MIRROR OF GEOMETRY

ИОСИФ ШЕВЕЛЕВ

ГАРМОНИЯ В ЗЕРКАЛЕ ГЕОМЕТРИИ

КОСТРОМА
2013
KOSTROMA



ИОСИФ ШЕВЕЛЕВ

ГАРМОНИЯ
В ЗЕРКАЛЕ
ГЕОМЕТРИИ

КОСТРОМА
2013

УДК.548.12+591.492

22.131.15

Ш 37

Шевелёв И. Ш.

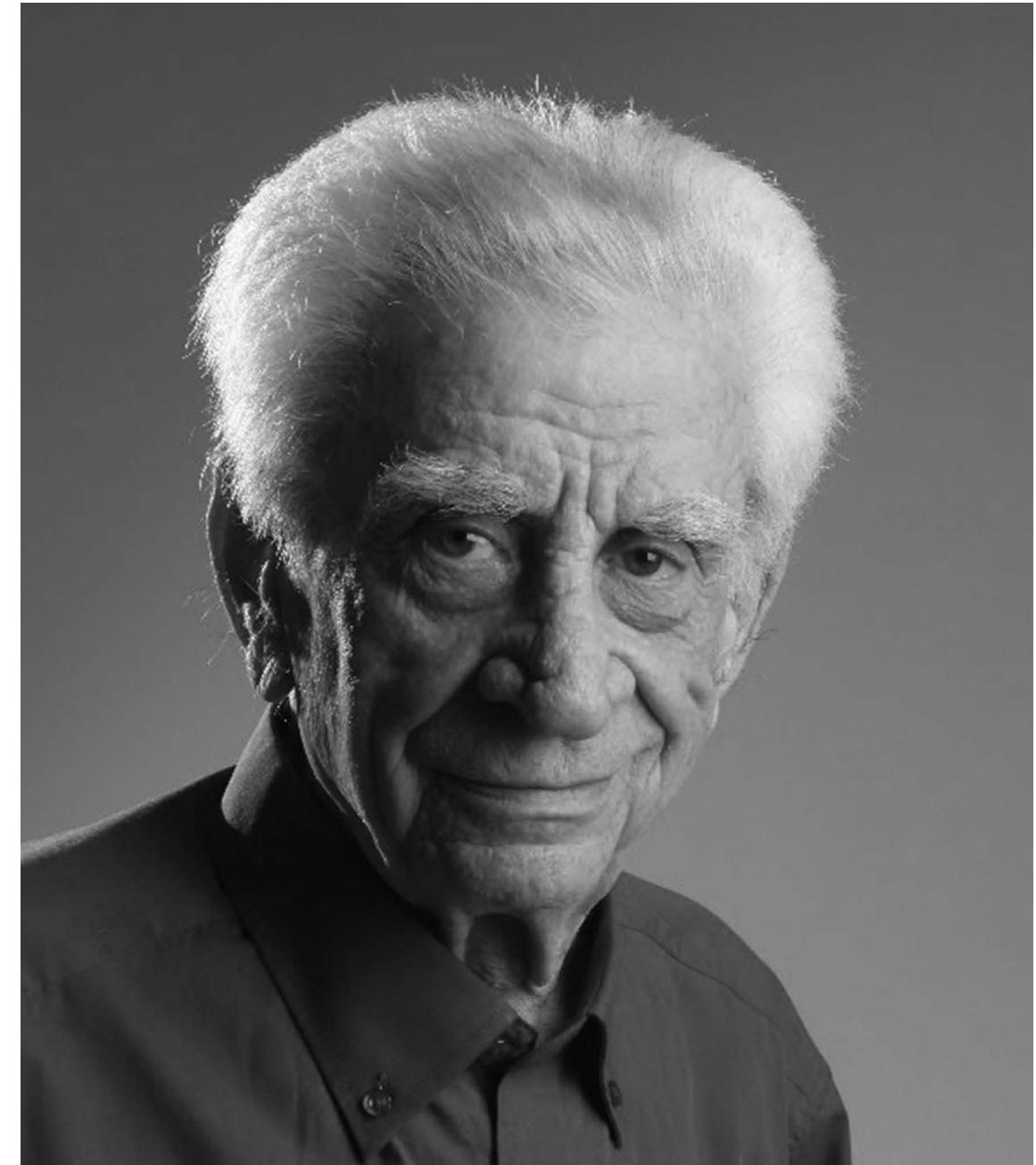
Ш 37 Гармония в зеркале геометрии / И. Ш. Шевелёв. – Кострома:
ДиАр, 2013. – 208 с.: 64 л. ил.

Эта книга посвящена алгоритму формообразования, скрытому в глубине естественных наук и истории цивилизации. Название «Гармония в зеркале геометрии» означает, что принцип симметрии, работающий в структуре кристаллов, в структуре живых молекул, в ритмах, соединяющих части в целое в формах живой природы, в формах великих шедевров искусства и догматы великих религий – можно полагать обусловленными одной данностью: бинарной структурой математического пространства.

Деление отрезка в крайнем и среднем отношении (триада и вместе с тем деление пополам) оказалось уравнением симметрии пар, преобразующим числа Φ и π друг в друга с абсолютной точностью. Возник образ Точки: двойной сферы, исчезающей малой и расширяющейся до бесконечности. Поиск гармонии – поиск ответа на главный вопрос науки, религии и искусства: «Почему мир такой, как он есть, а не иной?» – переведен в сферу геометрии. На язык зрительных образов и чисел, универсальный и общепонятный.

УДК.548.12+591.492

22.131.15



- © Шевелёв И. Ш., 2013
- © Курбатов С. В., перевод на англ. яз., 2013
- © Шевелёва М. И., дизайн, оформление, 2013
- © Составление, издательство «ДиАр», 2013

Илья Швецов

Автор благодарит за поддержку этой работы институт НИИТАГ РААСН и лично Игоря Андреевича Бондаренко, Администрацию Костромской области и лично Сергея Константиновича Ситникова. И тех, кто помогал: Марию Иосифовну Шевелеву, Алексея Аркадьевича Кулай, Сергея Васильевича Курбатова, Надию Биткову.

ДИАЛОГ

① Ты спрашивал меня, что такое Золотое сечение. Готов ли слушать?

■ Да, я готов. Но имей в виду, я слышал об этом не раз. И не составил ясного представления. Иногда для меня это – околодовывающая своей красотой мистика чисел, иногда – путь к глубокому познанию реального мира. Если можно ответить на этот главный вопрос просто и убедительно, то я рад буду выслушать твои рассуждения.

① Твоя эрудиция облегчает дело. Ты, бесспорно, слышал, что если человека, не лишенного эстетического чувства, попросить разделить отрезок на две части в неравном, приятном для глаза отношении, он интуитивно выберет среднее пропорциональное. Философы со временем Леонардо да Винчи называют это деление отрезка Золотым сечением (ЗС). Большая часть отрезка связана с меньшей его частью в точности так, как целое с большей частью. Бессчетно число примеров того, что деление в ЗС ($c:b=b:a= 1.618\dots$) характерно для строения структур животного и растительного мира. Оно присуще природе.

■ Поклонники ЗС связывают с этим отношением вопрос о гармонии мироздания. Но физика отрицает гармонию. Кто прав?

① Отрицание фундаментальной роли ЗС происходит из широко распространенного представления, что Золотое сечение – это всего лишь линейная пропорция, т.е. деление отрезка в среднем отношении. Да, физики, исследующие микромир, не сталкиваются с делением отрезка в отношении ЗС. Но картина меняется, если первообразу геометрии, Точке – сфере исчезающей малой величины – сопоставить образ Расширяющейся Вселенной, пространство, изменяющееся во времени. Описание расширяющейся сферы на языке бинарной геометрии обнаруживает константы, моделирующие Золотое сечение сферы. Модель восходит к принципу двойственности как единственной данности: делению на две части (из одного – два) и удвоению (из двух – одно). На языке

чисел Золотое сечение это уравнение *симметрии пар*. На языке геометрии это непрерывное пространство $\sqrt{\Phi}$, пространство симметрии подобий. Структура $\sqrt{\Phi}$ соединила ортогональную и гексагональную симметрии $\pi/2$ и $\pi/3$ и симметрию $\pi/5$ (симметрию кристаллов и симметрию форм живой природы). Векторная интерпретация уравнения Золотого сечения позволила моделировать формы, адекватные формам основополагающих Единиц живой природы. Число Φ (структура симметрии пар) имеет бесчисленное множество интерпретаций. С проявлениями Золотого сечения связана история искусства. Начнем наш разговор с принципа двойственности.

■ Да, конечно. Такая простота – деление пополам и составление из двух частей целого – как основа всех суждений мне нравится. Если на основе этой одной посылки ты убедишь меня в остальном, я приму твою точку зрения. Но начал ты слишком сложно. Нельзя ли проще? Давай условимся о языке, чтобы понимать друг друга. Опасаюсь, что будут нужны серьезные математические знания?

⑤ Нет, практически задача проста: нужно сопоставить три теоремы элементарной геометрии и взглянуть на них в свете идеи симметрии. Это легко: теоремы взяты из школьного учебника средних классов. Но это также и трудно для восприятия смысла. Почему? Все дело в устройстве нейронной структуры мозга. Мысль подобна тысяче звезд, вспыхивающих одна за другой в определенной последовательности. Эти «звездные пути» – цепи задействованных нейронов – стереотипы понятий. А нервный импульс, следя от нейрона к нейрону, ведет себя как опытный лыжник, который предпочитает скользить по накатанной лыжне. Нервный импульс передается от клетки к клетке по формуле «да или нет». Часто повторяющаяся передача сигнала изменяет химический состав межклеточной жидкости, заполняющей щель между нейронами, повышая в разы проводимость. Поэтому глубоко усвоенная система понятий – почти непреодолимый физиологический барьер, который мешает видеть мир по-новому.

Это о нас сказано в Библии: «Видя, не видят, и, слыша, не слышат». Что такое «целые числа» известно всем. Целые, т.е. **натуральные** числа составляют фундамент познания. Но слово **nature** значит **природа**. Ряд чисел, полученный последовательным прибавлением 1, назван рядом **натуральных** чисел неправомерно. Наука использует язык, на котором гармония не слышна. Говорить о гармонии – значит говорить о пространстве и мере, с первого до последнего слова. Построить циркулем и линейкой квадрат, сторона которого 1, не разделив отрезок пополам или не удвоив его, нельзя. Называя числа 3, 7, 29, 197 и т.д., мы произносили бы бессмысленные звуки, если бы не знали о существующей мере числа – единице 1. Следовательно, **одного** числа как такового не существует. Число возникает тогда, когда чисел **два**, и когда эти **два** числа – сопоставлены друг другу, **взаимосвязаны**. В природе все сущее – структуры; единицу создает **двойка**; элементарная единица суть структура. Единица – это уникальный, неповторяемый случай связи двух частей в нечто третье. Целое суть единство.

■ Как я понял, ты хочешь найти в Единице математическую основу устойчивости структур, возникающих в природе?

⑥ Бессспорно. Естественные науки стремятся понять феномен Бытия, описывая его языком математических символов. Попробуем представить законы природы, описывающие становление и развитие единичных форм жизни, опираясь на

двойственность. Попробуем описать природу целыми числами двух родов. Целыми числами натурального ряда **N** и целыми числами ряда **Θ**, по значению равными. Оба происходят из одного «божественного» числа Φ , за пределом которого немыслимы: $N, \Theta = f(\Phi)$. Единица божественная Φ дает начало единицам природным, которые, делясь надвое и складываясь сами с собой по особым алгоритмам, строят бесконечно разнообразные структуры. Если ты согласен принять эту простую модель за исходную данность, ее достаточно, чтобы математически соединить многое из того, что представляется существующим раздельно в науке, искусстве, философии и религии. Принцип двойственности позволяет видеть все мыслимые целые числа точками одной расширяющейся сферической поверхности, а пространство – структурой единиц, замкнутых в единое кольцо метаморфоз. Ключ к этой удивительной модели дает теорема, носящая имя Пифагора: «квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов». Это теорема о делении целого на две части. Соединив ее с теоремой Птолемея, мы найдем алгоритм симметрии пар – закон Золотого сечения, объединивший фундаментальные виды симметрии в одну геометрическую модель

■ Ты пробудил во мне любопытство. И я вспомнил: египтологи говорят о том, что грани пирамиды Хеопса наклонены, в отношении горизонтальной платформы, на которой покоятся блоки ее облицовки, под углом Золотого сечения $51^{\circ}50'$. Но с тем, что именно «золотым» углом задан наклон граней этой пирамиды, египтологи не согласны. Вероятно, Золотое сечение есть та «единица», которую ты ищешь?

⑤ Если быть точным, отношение высоты пирамиды Хеопса (H) к проекции ее апофемы на горизонтальную плоскость платформы (b) не Золотое сечение, а корень квадратный из числа 3С. $H:b = \sqrt{\Phi} = \sqrt{1,618} = 1.272$. Два такие угла составляют вместе угол, соединяющий два атома водорода с атомом кислорода в молекуле воды. Я уверен, в конце беседы ты сам ответишь на вопрос, почему именно $\sqrt{\Phi}$.

■ Телевидение часто тиражирует мысль, что пирамида может иметь форму, способную концентрировать и направлять космическую энергию. Ты веришь в это?

⑥ То, что форма пирамиды может влиять на жизненные процессы, исследователи подтверждают фактами. Но эти факты могут находить и иные объяснения. Независимо от того, верно такое мнение или нет, возникают два важных вопроса. Почему в эпоху Древнего Царства талантливый народ из века в век тратил сотни тысяч жизней на создание тщательно выполненных пирамид – геометрических тел с треугольными гранями, сложенными из двадцати- и тридцати тонных, с великой тщательностью обработанных каменных блоков? Как связаны геометрические символы – треугольный силуэт пирамиды и форма ее погребальной камеры? Гигантский массив пирамиды – это символ могущества, данного фараону Богами, или гробница – дань идее бессмертия? А может быть, это также и сохраненное в камне, завещанное человечеству Великое знание? Если да, в чем конкретно это знание состоит?

И еще один вопрос: если существует форма, наделяющая пространство уникальными космогоническими свойствами и эта форма – «золотая» треугольная пирамида, тогда как могли это знать 5,5 тысяч лет тому назад египтяне, еще ни разу не построившие подобной пирамиды? Откуда это знание? И, главное, почему создатели пирамид считали нужным сделать это знание бессмертным?

ПРЕАМБУЛА

ОСНОВАНИЕ ЕСТЕСТВЕННОЙ ГЕОМЕТРИИ

1 Чтобы судить о том, существует ли в природе гармония или нет, и, тем более, говорить о законах гармонии, нужно уточнить смысл, который мы вкладываем в понятие «гармония». Нужно выбрать определение наиболее емкое, глубокое и точное, позволяющее отличать слово гармония от близких слов-синонимов: единство, целостность, устойчивость, красота. Таким именно является определение, бытующее со времен античности:

гармония есть соответствие целого и всех его частей друг другу.

Необходимо определить также и область знаний, к которой относятся последующие доказательства и рассуждения. Эта область – **геометрия и числа**. Выбор языка математики для максимально широкого охвата бесконечно разнообразных явлений природы и моделирования процессов структурообразования и становления форм, и также для поиска оптимальных структур и форм в искусстве здесь не случаен. Элементарная геометрия – это наука о пространстве трех измерений. Она исследует формы геометрических тел. Все, что не имеет трех пространственных измерений, что не является геометрическим телом, не существует физически, не является структурой, т.е. объектом гармонии. Числа – это язык, которым раскрывается содержание геометрии. Числа точно выражают запечатленные геометрией связи частей целого между собой и с целым. Только в абстракциях геометрии и может тысячи лет скрываться тайна гармонии: общий принцип структурной организации реального мира. Предчувствие единого истока всего сущего – высший стимул постижения истины на протяжении всей истории культуры. Человечество ищет всеобщий ключ к законам единства и целостности природы, к гармонии линий, красок, звуков в природе и в искусстве. Логично думать, что правила, наблюдаемые на самых разных уровнях структурообразования в природе, имеют общий исток. И, следовательно, этот исток следует искать в математической *структуре* непрерывного и безграничного пространства.

2 Думать подобным образом и моделировать на этой основе теорию гармонии позволяет вместе с другими аргументами наиболее сильный из них. Его не знали философы минувших столетий. Астрофизика XX века обнаружила: реальное пространство – это расширяющаяся Вселенная. Из этой посылки возникает абстрактно-геометрический образ реальности. Расширяющаяся Вселенная в потенции – сфера. Сфера есть **целое**. Образ сферы однозначно отвечает на вопрос, что является **частью целого**. Части целого «сфера» – это точки, сомкнутые в сферическую поверхность. Им нет числа, и ничего иного в сфере нет. Итак, ключ к проблеме, которую мы рассмотрим, назван. Нужно найти меру, которой определено целое и которой соединяются воедино между собой и с целым точки сферической поверхности. Найти правило, по которому эти части соединяются друг с другом и целым. В общей мере частей и целого – модуле пространства – будем видеть «кирпичик мироздания», «первоэлемент», из которого соткан круговорот движений, составляющих вместе этот «сферический мир».

Во-вторых, нужно сформулировать на языке чисел и алгебры закон связи части с частью и с целым, опираясь на эту общую меру. Если окажется, что достигнутый

результат находится в согласии с выводами современного естествознания, тогда это – закон гармонии, определенный в терминах геометрии, а не физики. «Единое поле» чисел и фигур – единиц Бытия.

3. Ключ – в идеи **двойственности**, испытанной и утвержденной тысячелетним опытом познания. Физика знает две формы существования материи; энергия и масса переходят друг в друга. Бытие электрических и магнитных полей синхронно. Комплементарны и противоположны элементарные частицы: протону сопоставлен нейтрон, электрону – протон. Частицам противопоставлены античастицы. Существует природа неживая и природа живая. Жизнь строит себя делением клеток пополам и слиянием двух клеток в одну. В мужской и женской половой клетке, чтобы соединились в новую жизнь пары хромосом разного рода, надвое делятся парные наборы хромосом родительских клеток. Представить метафизическую данность – алгоритм господствующих в живой природе преобразований, удвоений ($\frac{2}{1}$) и раздвоений ($\frac{1}{2}$), становлений из одного двух ($1 \rightarrow 2$) и из двух одного ($2 \rightarrow 1$) в образах геометрии и на языке чисел – значило бы выразить **закон целостности**, закон формообразования.

Элементарной единицей измерения пространства полагают отрезок, расстояние между двумя точками. Но полагать отрезок «первоэлементом» пространства было бы наивно. Задача в том, чтобы в универсальном способе соединения точек сферической поверхности с полюсами сферы найти **алгоритм**, позволяющий строить кристаллические решетки, как это делают кристаллы, строить пластичные формы, как это имеет место в живой природе, воспроизводить ритмы членений, характерные для членения тел живых организмов

4 Евклидовы геометрии известны три теоремы, рассматривающие треугольники, вписанные в окружность. Это 1) **Теорема хорд**: «дуга вмещает угол определенной величины; полуокружность вмещает угол 90° »; 2) **теорема Птолемея**: «в выпуклом четырехугольнике, вписанном в круг, произведение диагоналей равно сумме произведений противоположных сторон»; 3) **теорема Пифагора**: «в прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов».

Теорема Пифагора представляет закон дихотомии: **два** квадрата, построенные на катетах прямоугольного треугольника, соединяются **в один** квадрат; **один** квадрат, построенный на гипотенузе, делится **на два** квадрата, построенные на катетах. Теорема Птолемея – теорема о четырехугольнике, вписанном в окружность, сплита в одно целое четыре вписанных в сферу треугольника. Две пары треугольников наложены накрест, пара на пару. Объединение теорем Пифагора и Птолемея раскрывает глубокую суть сферы: запечатленный сферической поверхностью закон целостности. Ключ дал частный, особо важный случай: дихотомия круга. Дихотомия открыла потенциал грядущих метаморфоз, источник бесконечного разнообразия природных форм.

Обратимся к рис. 1.b,c,f и приложению. Одной из двух диагоналей четырехугольника является диаметр окружности. Теорема Птолемея и теорема Пифагора соединены. Круг разделен на правую и левую половину. Положение любой точки сферы, полюса которой обозначим \mathcal{A}, \mathcal{B} , определяет прямоугольный треугольник $\mathcal{A}W\mathcal{B}$, гипотенуза которого и есть диаметр сферы. Точка W задана отношением катетов $WA : WB$. Точка W скользит по окружности от полюса \mathcal{A} к полюсу \mathcal{B} ; угол $W =$

$\pi/2$ неизменен (рис. 10 - 21 и 47 - 50). Теория гармонии начинается, с прямоугольного треугольника: ее фундамент – теорема Пифагора. Прямоугольных треугольников стало два: родился алгоритм симметрии пар. Произошло это так.

5 Теорема Пифагора изображена чертежом Птолемея **дважды**. На левой и правой половине круга – два прямоугольных треугольника. У них общая гипотенуза. Обозначим буквами **A, B** катеты левые и буквами **a, b** – катеты правые. И преобразуем равенство сумм квадратов в алгоритм симметрии пар.

Дано: $A^2 + B^2 = a^2 + b^2$. Откуда: $A^2 - a^2 = b^2 - B^2$; $(A+a) \times (A-a) = (b+B) \times (b-B)$.
Это и есть уравнение симметрии пар: $\frac{A+a}{b+B} = \frac{b-B}{A-a}$.

Чтобы превратить симметрию пар в алгоритм целостности, достаточно модуль левой половины чертежа (**N**) и модуль правой половины чертежа (**θ**) сделать комплементарно противоположными числами. Противоположны (несоизмеримы) взаимно иррациональные числа. Примем за левый модуль число, лежащее в основании НР, **N** = 1. Правый модуль приравняем числу $\theta = \sqrt{5}$ (пятеричная симметрия 5-т предстает живую природу). Сказанное значит, что $a = \alpha\sqrt{5}$, $b = \beta\sqrt{5}$. Тем самым условие: «структура квантована» моделью выполнено. Только в этом случае возникает множество уравнений, в которых натуральным (целым) числам **A, B** соответствуют натуральные (целые) числа α и β . Алгоритм симметрии пар преобразован в алгоритм целостности.

$$\frac{A+\alpha\sqrt{5}}{\beta\sqrt{5}+B} = \Phi = \frac{\beta\sqrt{5}-B}{A-\alpha\sqrt{5}} \quad (4)$$

Это и есть алгоритм жизни!

Представить окружность двойной, соединить два теоремы Пифагора в одну, легко. Но кому придет в голову это делать? И «оживить» симметрией 5-т, превратить в Золотое сечение? Если не осознано глубоко господство в природе дихотомии? Великий Кеплер не увидел в теореме Пифагора Золотое сечение, хотя восхищался тем и другим. Он сравнил теорему Пифагора с золотом, а Золотое сечение – с драгоценным камнем. Шестнадцать лет назад это единство явилось мне отраженным в зеркале. В алгоритме 4 (Золотое сечение) я прочитал двойную теорему Пифагора.

6 Прочтем окружность, исполненную на плоскости, как трехмерное пространство. То, что на чертеже выглядит как деление круга на правую и левую половины, в пространстве представлено сферой, замкнутой поверхностью. Она **одна**, но составлена двумя совмещенными сферами (назовем их сферами **N** и **θ**). А совмещены они могут быть только в том случае, если точки **N** и **θ** **при совмещении сфер не совпадают** (рис. 1.g). Этому условию удовлетворяет «двойная сфера», сотканная числами натурального ряда **N** и числами ряда **θ**, если числа **N и θ взаимно иррациональны**. Такая (одна) двойная сферическая оболочка из комплементарно-противоположных элементов (точек **N** и **θ**) готова к последующим раздвоениям и соединениям. Ее деление надвое ($1/2$) тождественно ее удвоению ($2/1$) – рождению новой сферы. Эта модель открывает возможность рассматривать философскую идею

гармонии языком математики. Теорема Пифагора в этом случае представляет треугольники, катеты которых суть числа, **целые по основаниям 1 и $\sqrt{5}$** .

Сфера – поверхность непрерывная и замкнутая, подобна мыльному пузырю, которым забавляются дети. Замкнутость – непременное условие и признак целостности. Без замкнутых границ нет бытия (единиц, существ, объектов, целого, частей целого), нет природы. Чтобы связать часть с целым, должны быть налицо и части, и целое, т.е. структура. **Замкнутое в себе** целое есть также и **замкнутые в себе** и в целом части целого. Если дихотомия – сущность целостности, то дихотомию должна неукоснительно представлять каждая точка сферы и каждая точка поверхности, расчленяющей целое на части. Эту основополагающую мысль, на мой взгляд, необходимую в теории гармонии, отчетливо представляет интерпретация символа Дао «Инь-Ян», приведенная на рис.1, h. Линиями, изображающими поверхности, очерчены три «пространства»: три **целостные** (замкнутые) единицы. Замкнутость требует неразрывности границ каждой из них. Окружность, рисующая сферу, и кривые, вписывающие в нее две части, Инь и Ян, **не могут быть разорваны нигде**. Линия, рисующая всякое математическое тело, мыслится замкнутой. Именно так устроены в природе клетки живой материи (биология), таковы кристаллы (неорганический мир). **Части подобны целому тем, что они целостны**. Форма куриного яйца, например, очерчена дважды. Форма скорлупы дублирована изнутри пленкой, обнимающей белок. Замкнут в оболочку желток. Таково состояние всякой структуры. В замкнутости пространства – ключ грядущих метаморфоз. Отсюда необходимость в основополагающем теории гармонии чертеже, в окружности и делении ее пополам видеть **двоичность**. Дихотомия – сущность целостности. Дихотомия сферы есть ее удвоение (два в одном, рис. 1,g). Сфера – одна – мыслится двойной. Это геометрический образ потенции движения: он графически выражает способность, раздваиваясь, строить иерархии геометрических тел.

7 Комбинаторика – сущность образования структур и форм в природе. Ее регламентирует закон **комплémentарности**. Сущность структурообразования микромира Нильс Бор сформулировал так: **«комплémentарное – противоположно»**. Определение великого физика позволяет заметить, что иерархия холодных чисел способна кодировать **качественное различие**. Числа наделены особенностью живой материи. Они повторяют уже существующее. Делясь, они множатся. Соединяясь под знаком комплементарности (дополнительность и несоизмеримость, + и -), они создают новое или уничтожают друг друга.

В системе прямоугольных треугольников с целочисленными катетами появление иррациональности неизбежно. Если $\mathcal{A}W:W\mathcal{B}=1:1$, то $\mathcal{A}\mathcal{B}=\sqrt{2}$. Если $\mathcal{A}W:W\mathcal{B}=1:2$, то $\mathcal{A}\mathcal{B}=\sqrt{5}$ и т.д. (рис. 2,а). Это означает, что модулем естественной геометрии (модулем сферического пространства) может быть структура, которой объединены несоизмеримые основания. Естественно предположить, что «кирпичик мироздания» составлен уникальным, гибким, всеохватывающим способом из двух чисел: из числа натурального ряда **N** и числа **θ**. Поскольку положение точек на сфере задается парами чисел $(\mathcal{A}W:W\mathcal{B})$, элементами сопоставления в уравнениях становятся **пары чисел**.

Геометрическая и числовая модели сферы в этом исследовании рассматривают комбинаторику, основанную на соединении двух единиц в третье, разделение

целого на две части. Уникальность преобразований в том, что перед нами замкнутое кольцо причин и следствий. Части целого N , θ , устроены, каждое число, из обратных форм целого ($\theta = \Phi^{+1} + \Phi^{-1}$; $N = \Phi^{+1} - \Phi^{-1}$). Тем самым целое, $\Phi^{\pm 1}$, созданное из двух половин ($\Phi^{+1} = \frac{1}{2}N + \frac{1}{2}\theta$ и $\Phi^{-1} = \frac{1}{2}\theta - \frac{1}{2}N$), является частью своих частей.

Утверждение: «комплементарное противоположно» означает несоизмеримость. Комплементарность означает способность, соединяясь, создать единое целое. Двойственность теоремы Пифагора (ВТП) придала ей **онтологический смысл**. В чем он состоит?

8 ВТП сопоставила каждой паре целых чисел натурального ряда N (связь $A \leftrightarrow B$) пару чисел θ , несоизмеримых с числами N (связь $\alpha\sqrt{N} \leftrightarrow \beta\sqrt{N}$). Здесь A, B, α, β, N – целые числа натурального ряда, символ (\leftrightarrow) означает взаимодействие.

Уравнение соизмерения площадей преобразовано в алгоритм становления сущего тем, что связь, соединяющая в пары числа одного рода, перестает действовать. В уравнении Пифагора все числа A и B соединены в точках W_n ; все числа $a = \alpha\sqrt{5}$ и $b = \beta\sqrt{5}$ соединены в точках V_n (рис. 1,3,5, $N \leftrightarrow N, \theta \leftrightarrow \theta$). В уравнении ВТП эти пары –

пары одного рода – перестают быть парами. Вступает в силу связь, продиктованная не точками W, V , а полюсами сферы \mathcal{A}, \mathcal{B} . В пары соединяются числа разного рода. Структуру определяет взаимодействие пар

$A \pm a, b \pm B$, иными словами $A \pm \alpha\sqrt{N}$ и $\beta\sqrt{N} \pm B$.

Язык чисел и геометрия создали образ фантастической концентрации энергии. Неисчислимые точки сферы W, V , которые можно понять как центры энергетических взаимодействий, присущих любой и каждой точке сферы, отдали свой потенциал двум полюсам \mathcal{A}, \mathcal{B} . Метаморфоза эта грандиозна. Как мы увидим далее, при определенных условиях связь $(A \pm \alpha\sqrt{N}) : (\beta\sqrt{N} \pm B)$ величина постоянная, равна Φ . Число Φ есть **единица меры**, соединяющая части (точки сферы) и целое (сфера).

Обратим внимание на рис. 10. Он показывает, как сфера, изображающая алгоритм симметрии пар, рождает новую сферу. Математическая модель содержит такую тонкость. Физика микромира утверждает, что взаимодействие частиц соблюдает закон **«комплементарное противоположно»**. Рисунки 15 - 18 показывают, как уравнение симметрии пар описывает акт рождения сферой \mathcal{AB} сферы $\alpha\beta$. Мы наблюдаем, что при различных вариантах связи модулей N и θ , рациональной либо иррациональной, связь диаметров родительской и дочерней сфер $\mathcal{AB} : \alpha\beta$, тем не менее, может сохранять рациональность. Принцип **«комплементарное противоположно»** (необходима несоизмеримость \mathcal{AB} и $\alpha\beta$) нарушен, и потому Симметрия пар в этих случаях в творческом смысле потенциально пуста. Появления новых свойств и качеств не происходит.

Говоря образно, в этих случаях «из ребра Адама возникнет Адам». И только в уникальном случае, когда числу $N = \sqrt{1}$ сопоставлено число $\theta = \sqrt{5}$ (двоичность и симметрия $5 \cdot m$ соединились) условие **«комплементарное противоположно»** работает (рис. 15). В этом случае сфера $\mathcal{AB} = \sqrt{5}$ рождает сферу $\alpha\beta = 1$, и, затем, при повторении дихотомии, вкладывает в сферу $\alpha\beta = 1$ сферу $m_n = (\sqrt{2})^{-1}$ (мир кристаллов) и, также, сферу $\tau\omega = (\sqrt{5})^{-1}$ (мир живой природы). Это показывают рисунки 5 и 10. «Из ребра Адама возникла Ева». Законом экспансии сферы стала «божественная Единица» Φ – число Золотого сечения.

ЧАСТЬ ПЕРВАЯ

ВТОРАЯ ТЕОРЕМА ПИФАГОРА ЗОЛОТОЕ СЕЧЕНИЕ СФЕРЫ

Глава 1

ТРИЕДИНСТВО

1 Иоганну Кеплеру принадлежат удивительные слова: «Геометрия владеет двумя сокровищами. Одно из них – это теорема Пифагора, а другое – деление отрезка в среднем и крайнем отношении. Первое можно сравнить с мерой золота, второе же больше напоминает драгоценный камень».¹ Но сейчас мы увидим, что Золотое сечение, если прочесть его как трехмерное пространство, и теорема Пифагора – одно сокровище, и оно никем из людей не придумано. Драгоценный камень вставлен в золотую оправу самой природой. Вторая теорема Пифагора преобразует классическую теорему Пифагора в уравнение Золотого сечения.² Числу $\Phi^{\pm 1}$ придается образ принципиально иной, чем деление отрезка в крайнем и среднем отношении. Вместо трех точек, принадлежащих прямой, появились четыре точки. Две точки – это полюса сферы \mathcal{A} и \mathcal{B} ; две другие движутся по сферической поверхности, строя безграничное множество форм числа ЗС.

2 Первое, простое и легко воспринимаемое визуальное представление о числе Ф (Второй теореме Пифагора) дают рисунок 2 и поясняющие его фотографии макетов (рис. 3). Алгоритм симметрии пар ≡ Вторая теорема Пифагора на языке геометрии – это вложенные в сферу дважды два конуса, полярно направленные навстречу друг другу. Число таких удвоенных пар, вписанных в сферу, безгранично, форма – переменна. Четыре вершины двух прямоугольных треугольников с общей гипотенузой \mathcal{AB} расположены на сферической поверхности. Две вершины неподвижны: это полюса сферы, точки \mathcal{A} , \mathcal{B} . Две другие вершины, точки W и V , синхронно движутся, первая – от полюса \mathcal{A} к полюсу \mathcal{B} ; вторая – от полюса \mathcal{B} к полюсу \mathcal{A} . Точка W представляет все решения теоремы Пифагора для чисел N – это суммы квадратов целых чисел натурального ряда ($A^2 + B^2$). Точка V представляет все суммы квадратов целых чисел, кратных модулю θ , числу, с числом $N=1$ несоизмеримому ($\alpha^2\sqrt{N} + \beta^2\sqrt{N}$). Вместе они представляют вписанный в окружность четырехугольник Птолемея, изменяющий форму по заданному алгоритму. Один вписанный в окружность треугольник (теорема Пифагора) заменен четырьмя: двумя прямоугольными треугольниками, имеющими общую гипотенузу \mathcal{AB} , и двумя, перекрывающими ту же площадь косоугольными треугольниками с общей стороной WV (теорема Птолемея, рис. 1.b,c).

Отдельно взятая теорема Пифагора визуально воспринимается, как птица, утратившая одно крыло

¹ /ИгИМ, стр.19/

² Существенно, что теорема Пифагора применялась в Древнем Вавилоне при решении задач за 1-2 тысячи лет до рождения Пифагора.

Преобразует теорему Пифагора в Золотое сечение (уравнение симметрии пар) четырехугольник, вписанный в круг теоремой Птолемея. Число прямоугольных треугольников удвоилось. Отсюда название: Вторая теорема Пифагора (ВТП).

$$N_1^2 + N_2^2 = z^2. \quad (1)$$

Двойная теорема Пифагора возвращает ей второе крыло, придает равновесную форму:

$$N_1^2 + N_2^2 = z^2 = \theta_2^2 + \theta_1^2. \quad (2)$$

3 Синхронность движения пары точек W и V предопределена законом комплементарности. Величина $(WV)_n$ неизменна. Отношение $N : \theta = \text{Const}$.

Сказанное следует из теоремы Птолемея и теоремы хорд: все вписанные углы, опирающиеся на хорду, равны. Если хорда – диаметр сферы \mathcal{AB} , то \mathcal{AB} есть общая гипотенуза двух прямоугольных треугольников: треугольника с катетами N и треугольника с катетами θ (рис. 1.c,e,f). Отрезок WV соединил два прямых угла $\angle W = \angle V = \frac{1}{2}\pi$ (две пары пар чисел) замечательным образом.

Круг \mathcal{AB} (сечение сферы по меридиану) разделен на две части дважды: поровну, в отношении **статичном**, на два полукруга. Этому делению отвечает равенство пар квадратов, где в пары соединены числа **одного рода**:

$$(N_1^2 + N_2^2 = z^2 = \theta_2^2 + \theta_1^2).$$

$$\mathcal{A}W^2 + \mathcal{B}W^2 = \mathcal{A}\mathcal{B}^2 = \mathcal{A}V^2 + \mathcal{B}V^2$$

Второй раз в пары соединяются числа **противоположного рода**:

$$(N_1 + \theta_1) : (N_2 + \theta_2) = \text{Const}.$$

$$(\mathcal{A}W + \mathcal{B}V) : (\mathcal{B}V + \mathcal{B}W) = (\mathcal{B}V - \mathcal{B}W) : (\mathcal{A}W - \mathcal{A}V) = \text{Const}$$

Теперь это равенство изменения **динамическое**: ключ к преобразованиям. Число ω , коэффициент комплементарности $\omega = N : \theta$ – диктует ритм метаморфоз. В зависимости от ω , отрезок $WV = \text{const}$. изменяет величину.³

Положение точки W способно представить любую из мыслимых пар целых чисел НР (рис. 4). Но построить комплементарные им пары **целых** чисел θ (ответить точкам W точками V , соединяющими числа, кратные иррациональному модулю θ) константа WV может только в одном случае, когда $\omega = \Phi$. В этом случае

$$WV = 2 \times \sqrt{5}^{-1} z, \quad \text{где } z \text{ – диаметр сферы} \quad (3)$$

³ Отношение $(N_1 + \theta_1) : (N_2 + \theta_2)$ может быть в принципе любым числом, и простой дробью, (например, числом $\frac{1}{2}$) и иррациональными числами (например, $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}$ и т.д.), такова симметрия сферы. Но существуют отличия Золотого сечения сферы от иных вероятных ее сечений. Они столь фундаментальны, что позволяют строить естественную геометрию. Им и посвящена эта работа. Бинарная квадратная форма уравнения ЗС, где в роли целых чисел выступают числа N и θ (уравнение 2) отвечает Великой теореме Ферма, утверждающей, что уравнение $x^n + y^n = z^n$ разрешимо в целых, рациональных числах только при $n=2$.

В этом случае целым числам ряда N отвечают целые числа ряда θ – структура «квантована». И только в этом случае все части целого соединены между собой и с целым одновременно мультиплективно и аддитивно. Удвоение и раздвоение – главные алгоритмы структурообразования – проявили себя как основание единства и целостности, как ключ к комбинаторике форм и структур. Это неизменно наблюдает естественная наука в метаморфозах живой природы.

4 Итак, ВТП – это структура симметрии пар (табл. 1), пространство симметрии подобий (рис. 6 и 7.b) и приведенное пространство целых чисел. Это пространство прямых углов, образ распространения электромагнитных и гравитационных волн (т.е. потока энергии), и, что крайне значимо, это пространство замкнутых Единиц. ВТП оперирует целыми числами. Это отвечает атомистической сущности материального мира. Случай точки W_1 особо важен. Четырехугольник Птолемея вырожден в треугольник ($W_B=0$, рис. 2а). Теперь это прямоугольный треугольник Пифагора, где ($A W = 1; W_B = 2; AB = \sqrt{5}$). Точка $W_{\sqrt{5}}$, делит Ф-сферу в Золотом сечении горизонтальной плоскостью. К симметрии пар присоединяется *симметрия подобий* (рис. 8). В структуре «Пространство симметрии подобий» части целого подобны друг другу и целому; При этом все расстояния между узлами структуры (стороны треугольников) выражены одним и тем же модулем $\sqrt{\Phi}^{\pm n}$.

Двойственность-дихотомия выступает как основа самоорганизации, как данность, как проявление Высшего разума. Золотая симметрия пар (ВТП) – алгоритм двойственности-дихотомии. Он представляет движение. В структуре уравнения (4) числитель и знаменатель меняются местами; Знаки, соединяющие числа N и θ в пару, меняются на обратные. В ходе этих перемен Целое, число Φ , символизирующее Первосущность, остается величиной неизменяемой. Рассмотрим, в образах геометрии, два главных сценария преобразований числа Φ .

Сценарий первый

5 Числа в геометрии – это расстояния между точками. Число Φ – *первая константа естественной геометрии* – понимается и как точка, и как сфера. Диаметр Ф-сферы может быть меньше либо больше любого наперед заданной величины. Величины в этом исследовании условны, существенны соотношения величин. Следовательно, сфера-точка может быть понята и как структура из вложенных одна в другую сфер.

На рис. 4 представлена окружность. Это изображение сферы, которая разделена на две равные части плоскостью AB , нормальной плоскости чертежа. Продолжим цепь начатых дихотомий. Полудугу AB разделим точкой W_1 на две части так, чтобы отрезки AW_1 и W_1B соединило удвоение: $W_1A=1, W_1B=2$. В этом случае, согласно теореме Пифагора $1^2 + 2^2 = (\sqrt{5})^2$, отрезок $AB=\sqrt{5}$. Из подобия треугольников

AW_1B и $r\varphi B$ очевидно, что расстояние от центра сферы φ до отрезка AB равно половине исходного отрезка, $r\varphi = 1/2$. Отрезок $W_1B = 2$ разделен точкой r пополам.

Возникла цепь дихотомий; катет WB равен двум катетам WA ; катет WB разделен пополам в точке r . Удвоилось число сфер: в сферу $AB = \sqrt{5}$ вписана вторая сфера, диаметром $ab=1$. И произошло два примечательных события. Первое: **дихотомия**, выполненная точкой r ($W_1B : 2 = 1$) привела к **трихотомии** катета $W_{11}B$. Он разделен окружностью ab на три равные части ($W_{11}r = rm = m\mathcal{A}$); ($rm : A = W_{11} = 1 : 3$). Второе: возникло число $\sqrt{2}$. Диаметры трех вложенных друг в друга сфер соотносятся как числа

$$AB : \alpha\beta : mn = \sqrt{5} : 1 : (\sqrt{2})^{-1}. \quad (5)$$

Центральным ядром этой троичной структуры является сфера $rm = 2^{-1/2}$. Число $\sqrt{2}$ играет важнейшую роль в мире неорганических форм природы (кристаллов) и в искусстве. Построена эта структура теоремой Пифагора в ее *классической форме*.

Сценарий второй

6 Живая и неживая природа строят себя из одних и тех же физических и химических элементов. Логика двойственности требует, чтобы в модели формообразования цепь метаморфоз строилась по двум сценариям. Моделирование принципа «сфера в сфере», кроме числа $\sqrt{2}$, фундаментального в кристаллографии, должно привести и к числу, фундаментальному в природе живой.

Теорема Пифагора (уравнение 3) произвела триаду сфер «неорганическую», соединив три сферы в цепь чисел $\sqrt{5} \rightarrow 1 \rightarrow (\sqrt{2})^{-1}$. Вторая теорема Пифагора от классической отличается тем, что кроме чисел А, В – натурального ряда N , рассматривает также и числа, с ними несопоставимые: $\alpha\sqrt{5}, \beta\sqrt{5}$, принадлежащие ряду θ . Соизмеряются числа, составляющие пары, и пары пар чисел. Принцип дихотомии проявлен в этом случае с удвоенной мощью. Задействованы: алгоритм симметрии пар, скрытый в уравнении Птолемея (уравнение 1); классическая теорема Пифагора (уравнение 2); принцип геометрического подобия. Объектом преобразования являются соединенные в пары прямые (Φ^{+n}) и обратные (Φ^{-n}) золотые числа, умножающиеся сами на себя.

7 Синхронное движение точек W и V по окружности AB создало Вторую константу естественной геометрии, отрезок $WV = 2 \times \sqrt{5}^{-1} z$. Первой естественно считать число Φ . Логика дихотомии подсказывает следующий шаг. Расположенные на окружности AB точки W и V необходимо разделить в пространстве. Одну из них оставить на внешней окружности AB , вторую перенести на центральную окружность ab (рис. 5.c, 9.b, 13,14). При раздельном изображении чисел N и θ точку, переносимую на малый круг, будем обозначать не прямыми заглавными буквами (W, V) , а курсивом (w, ϑ). Независимо от того, какая точка осталась на окружности $AB = \sqrt{5}$ и какая перешла на окружность $ab=1$. В том и другом случае отрезок $W\vartheta$ является одной и той же величиной (для любых соединений пар целых чисел N с парами целых чисел θ). Рассмотрим этот сценарий.

В первом сценарии – радиусы внутренних сфер ab и tp определяло положение точек W_1 и W_{11} представляющих связи 1:2 и 1:3. Во втором сценарии радиусы сфер, второй и третьей, определило, во-первых, положение точки W_1 , исходная дихотомия, связь 1:2. И, во-вторых, то, что **точка V , перейдя с окружности диаметром $\sqrt{5}$ на окружность диаметром 1, стала точкою ϑ** . Структуры, воспроизведенные сценарием вторым, в арифметическом плане аналогичны структурам сценария первого. Но по-существу – они иные. Разделение чисел N и θ в пространстве (рис. 5.с) создало триаду

$$\mathcal{A}\mathcal{B} : ab : \tau\omega = \sqrt{5} : 1 : \Phi^{-1}. \quad (6)$$

Центральным ядром этой новой структуры является сфера $\tau\omega = \Phi^{-1}$. Число $\sqrt{2}$ уступило место числу Φ , которое играет важнейшую роль в мире органических форм природы и в искусстве. Построена эта структура Второй теоремой Пифагора.

8 Подчеркну, что структура Φ есть уникальное триединство, в котором причины являются следствием, а следствия – причинами: части и целое состоят друг из друга.

$$\Phi = \frac{1}{2}\sqrt{5} + \frac{1}{2}1 \quad (7)$$

0,618.. = 1.118 + 0.500..

$$\sqrt{5} = +\Phi^{+1} + \Phi^{-1} \quad (8)$$

2.236.. = 1.618.. + 0.618..

$$1 = +\Phi^{+1} - \Phi^{-1} \quad (9)$$

1.000.. = 1.618.. - 0.618..

Из одного возникло все, и из всего – одно. Все двойственно. В структуре числа Φ , как в природе, целостность обусловлена двоичностью (2:1; 1:2) и взаимопроникающей тонкой связью комплементарного и противоположного.⁴

Глава 2

ЦЕЛЫЕ ЧИСЛА И СИММЕТРИЯ СФЕРЫ

9 Слово «математика» происходит от греческого *mathēta*: познание, наука. В сношение математики положены **целые числа**. «Бог создал натуральные числа. Все прочее – творение человека». Такими словами известный математик Леопольд Кронекер определил универсальный фундамент научного знания.⁵

Но вот что примечательно. Математика полагает себя наукой абстрактной. Но называет при этом **целые числа натуральными** (числами ряда НР). Слово «nature» означает «природа». Корень магии чисел в том, что ритмы абстрактных конструкций математики в особо счастливых случаях адекватно моделируют фундаментальные ритмы природы. Математика и искусство давно заметили уникальную величину, «единицу», которая одновременно и комплементарна, и противоположна числу 1, а если учесть требования симметрии, то и единственна по полноте создаваемых в союзе с числом 1 комбинаторных возможностей. Это число – корень квадратный из 5. Признание равноправия чисел 1 и $\sqrt{5}$ в области симметрии явилось бы существенным шагом в сближении математики и природы. Думать так позволяет то, что объединение этих дополняющих друг друга, несоизмеримых, взаимно иррациональных чисел образует число, в котором свернуты **законы симметрии**. Раскрыть свернутый в числе Золотого сечения (Единице Φ) потенциал симметрии – значит сблизить абстракцию **число** с физической и биологической сущностью единиц бытия, сблизить философию, естественные науки и искусство.

10 Естествознание, когда оно ищет «кирпичик», из которого устроен физический мир, дробит и множит предполагаемый образ атома и дает его частям новые имена. Геометрия и числа – ключ к пониманию природы. Математика в поиске многомерного образа ищет (и находит) его там, где работа мысли (логика) и работа чувств (язык искусств) – объединяются. И эти комплементарные языки познания мира говорят одно и то же: Единицу (основополагающее целое число) следует понимать как структуру.

Вторая теорема Пифагора (уравнения 4, 7-9) создала гибкую элементарную структуру, в которой Целое является частью своих частей, а каждая из частей, в свою очередь, является целым, составленным из частей, в которые преобразуется целое. Решение этого парадокса есть то, что мы ищем. Это ответ на вопрос, что есть «Единица» не в придуманной людьми, а в **естественной** геометрии. Единица – символ **Трединства**. Это **связь** двух начал, созидающая «из одного все, из всего – одно». Картина прояснилась, когда условная граница, разделяющая искусство и науку, утратила жесткие очертания, и два «сокровища геометрии» – Золотое сечение и теорема Пифагора – соединились. Когда-то к этому соединению пришли зодчие

⁴ Двойственны структура и функция мозга. Обработка и передача информации идет двумя, соединенными и в то же время разделенными путями: на уровне чувств и на уровне разума. Мозг человека соединил два инструмента познания: математику (числа и геометрия) и искусство (живопись, поэзию, музыку). Архитектура исключительна тем, что требует в равной мере художественной интуиции и точных математических и инженерных знаний.

⁵ Р. Курант. Г. Роббинс. Что такое математика. М. Просвещение. 1967. Стр.24. Авторы поясняют: «Если бы математика была не более чем система следствий, извлекаемых из определений и постулатов, которые должны быть только совместимы между собой, а в остальном являлась продуктом свободной фантазии математиков, <...> она была бы занятием, недостойным мыслящего человека. Она была бы просто игрой, с определенными правилами и силлогизмами, не имеющими ни причины, ни цели... Получать результаты, имеющие научную ценность, свободный разум может, только подчиняясь сугубой ответственности перед природой, только следуя некоей внутренней необходимости».

античного мира. Сегодня это понимают исследователи пропорций памятников архитектуры. Но более чем вероятно, этим знанием владела раньше землян иная, более древняя цивилизация.

11 Квадрат – это равенство четырех сторон и четыре прямых угла. Без квадрата и камня архитектура не возникла бы. Построение прямого угла колышком и веревкой – акт дихотомии. Две простейшие засечки, строящие прямой угол, делят исходную величину пополам. Появление связи чисел 1:2 – это одновременно появление связи чисел $1:\sqrt{3}$ и $1:\sqrt{2}$.

Очередная дихотомия (деление пополам или удвоение квадрата, что по смыслу одно и то же), установила связь $1:\sqrt{5}$. Увеличить или уменьшить диагональ двойного квадрата на малую сторону (выбор не имеет значения), значит соединить полученный этим актом отрезок $(\sqrt{5} \pm 1)$ и большую сторону двойного квадрата (2) Золотым сечением. Тривиальное число $0,618034 = \Phi^{-1}$.

$$\Phi^{-1} = \frac{2}{\sqrt{5}-1} = \frac{\sqrt{5}+1}{2} \text{ или } \Phi^{+1} = \frac{\sqrt{5}+1}{2+\sqrt{5}} = \frac{2-\sqrt{5}}{\sqrt{5}-1} \quad (10)$$

есть вырожденный случай универсального алгоритма симметрии пар (4.b): случай, когда $\beta = \delta = 0$.

$$\Phi^{+1} = \left[\frac{\alpha\sqrt{5}+A}{B+\beta\sqrt{5}} = \frac{B-\beta\sqrt{5}}{\alpha\sqrt{5}-A} \right] = \dots = \left[\frac{\gamma\sqrt{5}+C}{D+\delta\sqrt{5}} = \frac{D-\delta\sqrt{5}}{\gamma\sqrt{5}-C} \right] = \dots \text{ и т.д.} \quad (4.b)$$

Число Φ имеет бесконечное множество образов.

Это следует из теоремы хорд, поскольку все вписанные углы, опирающиеся на диаметр окружности – прямые, и поскольку прямых углов, опирающихся на диаметр, бесконечное множество.⁶ Полагая числа, кратные $\sqrt{5}$ – числами целыми (число $\sqrt{5}$ по своей роли и значению в природе такая же единица, как число 1), обозначим числа θ символами $\beta\sqrt{5}, \gamma\sqrt{5}, \alpha\sqrt{5}$ и т.д.. Числа A, B, C, D... $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ – натуральные целые числа. Это позволяет сопоставлять в уравнениях симметрии пар числа θ числам натурального ряда N и наблюдать свойства «золотой» комбинаторной симметрии.

12 Сфера, обнимающая все **целые числа** натурального ряда N, и, также, все «целые числа» ряда θ символически представлена одной окружностью \mathcal{AB} (рис. 1.2, 11.14). В этом образе, включающем все уравнения «симметрии пар», прочитываются принципы, действующие в квантовой механике и генетике. Алгоритму метаморфоз этой геометрической структуры подобен алгоритм рождения и аннигиляции электрон-позитронных пар. Соединению несоизмеримых, не имеющих общей меры целых чисел в квантовой физике соответствуют: 1) принцип соединения

элементарных частиц «комплементарное противоположно»; и 2) принцип тождественности, который утверждает, что в природе реализуются лишь те

⁶ Уравнение $\Phi^{+1} = \frac{\sqrt{5}+1}{2} = \frac{2}{\sqrt{5}-1}$ представляет четырехугольник Птолемея: это случай, когда одна из двух диагоналей четырехугольника является диаметром окружности, а одна из четырех его сторон равна 0.

квантовые состояния, которые не изменяются при перестановке одинаковых частиц, при их обмене местами.⁷ Это правило алгоритм симметрии пар осуществляет полностью. Сначала числа N и θ разделены. Затем, соединяясь в полюсах сферы, они меняются местами в структуре целого. Структура сохраняет формальные признаки, но становится качественно отличной.

В общем виде в уравнении симметрии пар (11), рисующем окружность, роль числа N могут выполнять разные числа.

$$\frac{\alpha\sqrt{N}+A}{B+\beta\sqrt{N}} = \frac{B-\beta\sqrt{N}}{\alpha\sqrt{N}-A} = \text{Const.} \quad (11)$$

В частном случае (N=5), уравнение становится «золотой структурой», Const = Φ . Уравнение обладает безграничным потенциалом комбинаторных преобразований симметрии. Структура «квантована». Ее «кванты» суть числа N=1 и $\theta = \sqrt{5}$.

Пометив структуры – пары чисел одного знака индексом «+», а структуры – пары чисел противоположного знака индексом «-», запишем уравнение

$$\frac{\alpha\sqrt{5}+A}{B+\beta\sqrt{5}} = (+)\Phi^{+1}(-) = \frac{B-\beta\sqrt{5}}{\alpha\sqrt{5}-A} \quad (12)$$

Структура одновременно мультипликативна и аддитивна. Метаморфоза, представленная уравнением (12), отвечает принципу Паули «решение описывающих волновые функции частиц одних и тех же уравнений может принимать вид и мультипликативный (произведение совокупностей переменных), и аддитивный (их сложение)⁸.

13 Алгоритм симметрии пар замечен и получил имя четверть века тому назад, в ходе детального профессионального исследования размерной структуры египетских пирамид Древнего Царства, шедевров зодчества классической Греции и храмовой архитектуры Древней Руси.⁹ Он возник при изучении роли двойного квадрата в архитектурной практике прошлого и из того факта, что удвоение квадрата дает жизнь ЗС. Пришла убежденность, что Единица, символизирующая Начало начал, двойственна: она означает структуру. Это значит, что в силу двойственности природы в основание математики, адекватно природу отображающей, следует положить два рода целых чисел. Золотое сечение уточняет: эти два числа, между собой несоизмеримые и составляющие вместе целое, число Φ , суть числа 1 и $\sqrt{5}$. Природная Единица – это структура, способная к метаморфозам. Чтобы угадать этот уникум в теореме Пифагора, придать ему двойную, равновесную форму, поместить «драгоценный камень» в «золотую оправу», требовалось озарение. Озарением была идея привести уравнение (4) – Золотой алгоритм симметрии пар – к общему знаменателю и знаменатель отбросить. Так Золотое сечение стало **структурой пар**, двойным (вторым) уравнением Пифагора, ВТП

$$\Phi \equiv (\alpha\sqrt{5})^2 + (\beta\sqrt{5})^2 = A^2 + B^2. \quad (13)$$

⁷ ФМ. СЭ. 1980; стр. 64

⁸ ФМ. МЭ, стр. 40-41.

⁹ И. Шевелев. Принцип пропорции. М., Стройиздат, 1984
И. Шевелев. Векторная логика целостности. Кострома, 1997

14 Утверждение «Большой Взрыв происходит везде на бесконечности» приводит к сложной физической картине. Одна из таких суперсовременных картин – теория струн. Теория струн видит структуру космического пространства складчатой. Природа свои «дополнительные измерения тую скрутила и спрятала в складчатой структуре». Аналогию я вижу в том, что поверхности живых структур, целого и частей, те и другие – ключ к жизни. Именно они позволяет живым организмам осознавать мир. Смотреть и видеть, слушать и слышать, осязать форму и тепло, распознавать образы: зрительные, звуковые, тактильные. Обратим на это внимание. Природа отдала активной работе систем восприятия **поверхность** замкнутых пространств, составляющих живые системы. Клеткам кожных покровов – функцию осязания; нейронам, выстилающим дно глазного яблока – функцию зрения, клеткам барабанной перепонки – слух; клеткам, составляющим поверхностный слой извилин головного мозга – функцию интеграции и расшифровки всей поступающей информации.

Математика отдала тайну гармонии сфере.

15 Начало Бытия, если представлять это событие на языке «Второй теоремы Пифагора» числами и образами геометрии, выглядит парадоксально просто. Это минус или же плюс теории, в которой речь идет не о физической картине мира, а о Божественной идее связи всего со всем, об образах возникающих и исчезающих, о формообразовании? Идея объединения физических и геометрических структур существует издавна. Теория стремится здесь к предельной математической простоте. Запредельная концентрация энергии, создавшей Вселенную – неправдоподобно простой, потрясающий образ. Послушаем, что говорят физики. По С. Хокингу размер Вселенной, в момент ее возникновения (Большой взрыв), равнялся «кубiku сахара»; Б. Грин в предисловии к «Элегантной Вселенной», говорит: «Вселенная может быть экстремальной. В центрах черных дыр чудовищные массы скимаются до микроскопических объемов. В момент Большого взрыва вся Вселенная была исторгнута из микроскопического ядра, по сравнению с которым песчинка весом в долю грамма выглядит исполином».

Аналогичная геометрическая модель и рассматривается мной. Рассматривается фактически всего лишь одно число, его структура. Это структура числа Φ , и геометрические фигуры, в которые число Φ облекается. Число Φ имеет две ипостаси, Φ^{+1} , и Φ^{-1} . Соединение двоичности и сферы, представляющей высшую форму симметрии, дает ключ к безграничному потоку метаморфоз пространственных образов, к комплексному ряду Фибоначчи – Люка (к двум рядам, утвердившимся в биологии) и многим иным структурам и биоритмам. Смысл сделанных наблюдений позволяет утверждать: законы гармонии существуют. Центрическая модель – то, что нужно для понимания природы гармонии. Она, во-первых, проста, и, во-вторых, и это главное, соединяет самые разные виды симметрии, открывая не замеченное прежде структурное единство физических и биологических явлений.

16 Принцип «*діхотомія-двоєстvennість*» изменил для меня понимание слов: целые числа, на которых, как всем известно, построено здание математики. Принцип двойственности требует говорить о природе языком бинарной золотой геометрии и бинарных золотых чисел 1 и $\sqrt{5}$. Это сфера идей, но из нее виден выход в творчество – в архитектуру. Ссылки на физику и биологию в тексте необходимы затем, чтобы выявить правомерность метафизического, геометрического подхода к проблеме происхождения форм и структур и в искусстве и в природе и отыскать (а может быть воссоздать ранее известные) пути их полезного применения, полагаю, не только в искусстве.

Объединение теорем Пифагора и Птолемея (в особом случае, когда диагональ четырехугольника делит круг на две равные части) создало алгоритм симметрии пар. В особо важном случае симметрия пар становится «Золотой». Объединяются два геометрических образа. Это, во-первых, расширяющаяся сфера, поверхность, созданная целыми числами. И, во-вторых, это многообразные, граненой формы, геометрические тела, выполненные *тетраэдром* $\sqrt{\Phi}$: «плоское» бесконечное пространство, которым связаны в одно целое разные виды симметрии. То и другое имеет общий исток, число Φ . В геометрии – это сфера, многообразна делящаяся в Золотом сечении, образ «Точки начала»; в алгебре – это алгоритм деления целого на части и соединения частей в целое в бесконечном числе вариантов и перестановок.

17 Правила деления пространства просты. Они подобны тем, следуя которым членили пространство греки в V веке до н.э., открывая пять Платоновых тел. Но это принципиально *другие* правила. Двоичность, пятиричность и логика детерминизма соединились в замкнутое кольцо, в котором «стрела времени» может менять направление. Причины и следствия могут меняться местами. Осуществляет этот акт «*діхотомія-двоєстvennість*».

Золотое сечение, число Φ (в геометрии и в арифметике) является структурой квазидублетной и триплетной.

Число Φ , построенное на основаниях 1 и $\sqrt{5}$, это одновременно и двойственность – симметрия пар (таблица 1, уравнения 5, 10, 11), и триплет, числа $\Phi, 1, \sqrt{5}$ (уравнения 7, 8, 9, рис 40), и звено системы взаимопроникающих подобий.

Квадрат делится на два прямоугольника Φ и квадрат; прямоугольник Φ делится на квадрат и прямоугольник Φ или на два квадрата и прямоугольник Φ ; прямоугольник $\sqrt{5}$ делится либо на квадрат и два прямоугольника Φ , либо на два прямоугольника Φ ¹⁰.

В символах алгебры акт дихотомии (деление пополам каждого из входящих в число Φ оснований) также делает эти три числа ($\Phi, 1$ и $\sqrt{5}$) взаимно состоящими друг из друга. Мы видим целостную структуру, где a/ число Φ состоит из 1 и $\sqrt{5}$; b/ число $\sqrt{5}$ состоит из Φ ; c/ число 1 состоит из Φ .

$$\Phi = \frac{1}{2}1 + \frac{1}{2}\sqrt{5}; \quad 1 = \Phi^{+1} - \Phi^{-1}; \quad \sqrt{5} = \Phi^{+1} + \Phi^{-1}.$$

Поворот стрелы времени меняет местами причины и следствия,
прямая связь $\Phi = f(1, \sqrt{5})$
становится связью обратной: $1 = f(\Phi); \quad \sqrt{5} = f(\Phi)$.

¹⁰ И. Шевелев. Золотое пространство, стр. 22 – 30. Кострома. 2006

ЧИСЛА

18 Уравнение симметрии пар обладает уникальными свойствами. Проследим динамику его рождения. Это важно, поскольку Золотое сечение – не число, а отношение чисел. Это пропорция, математический закон непрерывного преобразования структуры математического пространства, предопределенный экспансией сферы. «Золотое» уравнение симметрии пар (ВТП) – алгоритм события, уравнение движения: **символ становления и развития форм в живой природе.**

Положение первое. Числа 3, 7, 9, 157 или любые другие – это символы, не имеющие смысла, если они не сопоставлены с числом 1. **Только сравнение двух чисел создает категорию «число».** Отсюда фундаментальность «обратных чисел»: каждое число существует в двух ипостасях, как число $\frac{N}{1}$ и как число $\frac{1}{N}$. Визуальный образ «обратное число» содержит в себе зеркальную и поворотную симметрии.

19 Сфера является одновременно и «геометрическим местом точек, равноудаленных от одной точки», и «геометрическим местом вершин прямых углов треугольников, вписанных в сферу и построенных на ее диаметре». Это второе определение привносит в геометрию физический смысл. Двойственность структуры сферы позволяет ясно различить величины постоянные и величины переменные. И, моделируя метаморфозы сферы, видеть в полученных образах формы, генетически предопределенные самой структурой пространства.

Положение второе. Физика видит мир в принципе двойственным и квантованным. Материи присущ корпускулярно-волновой дуализм. Естественные науки разделяют природные структуры на неорганические и живые. Наука в неорганической природе различает два мира: макромир механики Ньютона и Галилея, где причины отчетливо отделены от следствий (*детерминированный мир*), и микромир субатомных структур, в котором действует принцип неопределенности (*недетерминированный мир*). Живая природа эти два мира объединила. Причины и следствия она замкнула в кольцо: здесь причины являются следствиями и следствия – причинами.

Нильс Бор, один из главных авторов планетарной модели атома, резюмировал свое представление о структурной организации микромира афоризмом: «комплементарное противоположно». Слова «contraria sunt complementa» начертаны на его дворянском гербе. Противоположности элементарных частиц в физике логично сопоставить, в математике, несоизмеримость величин. Если такое абстрагирование выражает истину, единица, основополагающая ряд θ , необходимо иррациональна единице $N=1$, основополагающей числа натурального ряда.

Таблица 1. Пятнадцать примеров решения уравнения симметрии пар (УСП) на сфере.
Размеры для построения сферы в масштабе 1=50 мм. (См. рис. 47-51).

№№ УСП	Уравнение симметрии пар (УСП)	Диаметр сферы $\sqrt{A^2 + B^2}$	Еди- нича- ми- ры , в мм	Размер на чертеже, в мм.				$\frac{\alpha\sqrt{5} + A}{B + \beta\sqrt{5}}$
				A	$\alpha\sqrt{5}$	B	$\beta\sqrt{5}$	
1 B/A	2	3	4	5	6	7	8	$\frac{\alpha\sqrt{5} + A}{B + \beta\sqrt{5}}$
A<B 1 2,0	$\frac{\sqrt{5} + 1}{2 + 0\sqrt{5}} = \frac{2 - 0\sqrt{5}}{\sqrt{5} - 1}$	$\sqrt{5}$ 2,236	50	50	111,80	100	0	$\frac{161,8}{100,0}$ 0
2 1,5	$\frac{8\sqrt{5} + 10}{15 + \sqrt{5}} = \frac{15 - \sqrt{5}}{8\sqrt{5} - 10}$	$\sqrt{325}$	6,202	62,02	110,94	93,03	13,87	$\frac{172,9}{106,9}$ 0,125
3 1,375	$\frac{6\sqrt{5} + 8}{11 + \sqrt{5}} = \frac{11 - \sqrt{5}}{6\sqrt{5} - 8}$	$\sqrt{185}$	8,22	65,76	110,28	90,42	18,38	$\frac{176,0}{108,8}$ 0,166
4 1,166	$\frac{4\sqrt{5} + 6}{7 + \sqrt{5}} = \frac{7 - \sqrt{5}}{4\sqrt{5} - 6}$	$\sqrt{85}$	12,12 7	72,76	108,47	84,89	27,12	$\frac{181,23}{112,0}$ 0,250
5 1,048	$\frac{13\sqrt{5} + 21}{22 + 4\sqrt{5}} = \frac{22 - 4\sqrt{5}}{13\sqrt{5} - 21}$	$\sqrt{925}$	3,676	77,2	106,86	80,87	32,88	$\frac{184,1}{113,7}$ 0,307
A>B 6 0,846	$\frac{7\sqrt{5} + 13}{11 + 3\sqrt{5}} = \frac{11 - 3\sqrt{5}}{7\sqrt{5} - 13}$	$\sqrt{290}$	6,565	86,12	103,7	72,87	44,44	$\frac{188,1}{110,2}$ 0,428
7 0,75	$\frac{2\sqrt{5} + 4}{3 + \sqrt{5}} = \frac{3 - \sqrt{5}}{2\sqrt{5} - 4}$	$\sqrt{25}$	22,36 1	89,44	100	67,0	50	$\frac{189,4}{117,0}$ 0,500
8 0,636	$\frac{5\sqrt{5} + 11}{7 + 3\sqrt{5}} = \frac{7 - 3\sqrt{5}}{5\sqrt{5} - 11}$	$\sqrt{170}$	8,574	94,3	95,86	60	57,5	$\frac{190,2}{117,5}$ 0,600
9 0,529	$\frac{7\sqrt{5} + 17}{9 + 5\sqrt{5}} = \frac{9 - 5\sqrt{5}}{7\sqrt{5} - 17}$	$\sqrt{370}$	5,812 4	98,81	90,98	52,3	65	$\frac{189,8}{117,3}$ 0,714
10 0,437	$\frac{6\sqrt{5} + 16}{7 + 5\sqrt{5}} = \frac{7 - 5\sqrt{5}}{6\sqrt{5} - 16}$	$\sqrt{305}$	6,402	102,4	85,89	44,81	71,57	$\frac{188,3}{116,4}$ 0,833
11 0,333	$\frac{\sqrt{5} + 3}{1 + \sqrt{5}} = \frac{1 - \sqrt{5}}{\sqrt{5} - 3}$	$\sqrt{10}$	35,35	106,1	79,045	35,35	79,04	$\frac{185,1}{114,3}$ 1,000,
12 0,214	$\frac{4\sqrt{5} + 14}{3 + 5\sqrt{5}} = \frac{3 - 5\sqrt{5}}{4\sqrt{5} - 14}$	$\sqrt{205}$	7,808	109,3	69,83	23,42	87,30	$\frac{179,1}{110,7}$ 1,250
13 0,125	$\frac{2\sqrt{5} + 8}{1 + 3\sqrt{5}} = \frac{1 - 3\sqrt{5}}{2\sqrt{5} - 8}$	$\sqrt{65}$	13,86 7	110,9	62,015	13,87	93,02	$\frac{172,9}{106,9}$ 1,500
14 0,077	$\frac{3\sqrt{5} + 13}{1 + 5\sqrt{5}} = \frac{1 - 5\sqrt{5}}{3\sqrt{5} - 13}$	$\sqrt{170}$	8,575	111,5	57,52	8,575	95,87	$\frac{169}{104,4}$ 1,666
15 0,043	$\frac{5\sqrt{5} + 23}{1 + 9\sqrt{5}} = \frac{1 - 9\sqrt{5}}{5\sqrt{5} - 23}$	$\sqrt{530}$	4,856	111,8	54,3	4,85	97,73	$\frac{166}{102,6}$ 1,800

Положение третье. Определение «Сфера – геометрическое место вершин прямого угла треугольника, построенного на ее диаметре» создает динамический образ сечения сферы на две ее части.

Постоянны:

1/ прямой угол $\pi/2$, движущийся по окружности от полюса \mathcal{A} к полюсу \mathcal{B} и, синхронно, от полюса \mathcal{B} к полюсу \mathcal{A} ; 2/ гипотенуза c (диаметр сферы); 3/ движение диска WV , стабильно рассекает сферу \mathcal{AB} на две части: одна прилежит полюсу \mathcal{A} , вторая – полюсу \mathcal{B} .

$$\begin{array}{cc} \mathcal{A} & \mathcal{B} \\ (N_1 + \theta_1) : (\theta_2 + N_2) = \text{Const.} \end{array}$$

В случае $N/\theta = 1:\sqrt{5}$ диск рассекает сферу в Золотом сечении: $(N_1 + \theta_1) : (\theta_2 + N_2) = \Phi^{\pm 1}$.

Переменны:

1/ острые углы, помещенные в **неподвижные** полюса сферы, 2/ примыкающие к полюсам катеты A, B, a, b . 3/ множеству решений теоремы Пифагора в числах N (движение точки W) отвечает множество ее решений в числах θ (движение точки V).

Античная традиция сопоставляет числам точки прямой линии. Современное естествознание видит Вселенную бесконечно расширяющимся пространством, возникшим в Точке Начала. Чтобы выступила природная сущность целых чисел, уподобим числа расстояниям: соединим точки W, V , принадлежащие расширяющейся сфере, с ее полюсами. И уподобим отрезки, соединяющие эти точки с полюсами \mathcal{A} и \mathcal{B} – числам. Условимся видеть в диаметре \mathcal{AB} изменяющуюся величину ($1 \leq \mathcal{AB} \rightarrow \infty$). В модели, имеющей физический смысл, величины обычно квантованы. Представим точки W удаленными от полюсов на расстояния, кратные мере $N=1$ (числа натурального ряда), а точки V – удаленными от этих же полюсов на расстояния, кратные мере $\theta = \sqrt{5}$.

20 Итак, воображаемая сферическая поверхность построена принципом двойственности. Как следствие, константы 1, Φ и $\sqrt{5}$ выразили динамику структурообразования: закон деления единиц на части и закон объединения единиц низшего ранга в единицы более высокого ранга. Это очевидно из способа, следуя которому **пары комплементарных целых чисел, W и V** порождают Золотое сечение (уравнение 4,b).

Диаметр $\mathcal{AB} = \sqrt{5}$ задан условием: место точки W_1 на сфере определяет удвоение-дихотомия, $W\mathcal{B} : W\mathcal{A} = 2/1$; $W\mathcal{A} : W\mathcal{B} = 1/2$. Так появились альтернатива числу 1 – число $\sqrt{5}$. Возникла система алгоритмов, объединяющая различные виды симметрии. Двойственность утвердила себя уравнением симметрии пар (4), числитель и знаменатель уравнения связаны отношением Φ . И появлением константы – движущегося диска WV , разделившего пространство целых чисел N и θ – сферу – на два подпространства. Рассечение пространства пропорцией Φ уникально тем, что, формально разделив части структуры, соединило их законами симметрии и подобия. Произошло следующее. Пары, объединенные по родам (числа N связанные точками W ; числа θ , связанные точками V) распались, чтобы освобожденные числа (A, B, α, β) вновь соединились, но иначе: не в точках W, V , по родам, а в полюсах, спариваясь число с числом противоположного рода. Возник алгоритм поразительной красоты и силы.

Объединены симметрии зеркальная и поворотная, симметрия подобий, симметрия и антисимметрия чисел и знаков (таблицы 2,3).

Таблица 2. Уравнение симметрии пар.

Симметрия и антисимметрия чисел и знаков

Вид симметрии		Φ^{+1}			Φ^{-1}			Условные Обозначения
a	Симметрия чисел	●	□	□	●	●	□	● – число N , кратно 1
b	Антисимметрия чисел	●	□	□	●	●	□	□ - число θ , кратно $\sqrt{5}$
c	Симметрия и анти-симметрия знаков	+	-	-	-	-	+	

Таблица 3. Уравнение симметрии пар.

Поворотные симметрии

	Поворотные оси симметрии второго порядка				Условные обозначения
Единицы	Ед. 1	Ед. 2	Ед.3	Ед.4	● ось симметрии.
Звенья	○		○		○ ось анти симметрии
Структура из 2 звеньев			○		

21 Пронаблюдаем, как дихотомия (раздвоения и удвоения) преобразуют теорему Пифагора в ВТП (рис. 4, 5 и Приложение). Разделим окружность \mathcal{AB} на левую и правую половину. Точка W перемещаясь от полюса \mathcal{A} к полюсу \mathcal{B} по левому полукругу представляет пары **целых** чисел N (числа натурального ряда), в пределе от $W\mathcal{A} : W\mathcal{B} = 0$ до $W\mathcal{A} : W\mathcal{B} \rightarrow \infty$. Любая точка W_n представляет отношение двух целых чисел $B:A$ с ошибкой, не превышающей произвольно заданную величину, как бы мала эта величина ни была, поскольку возрастание чисел не ограничено.

Следуя принципу двойственности, рассмотрим также и движение комплементарной точки V_n , движущейся по правому полукругу. Двойственность преобразовала Теорему Пифагора в уравнение симметрии пар. Но аналогия структур, правых и левых, N и θ , еще не достигнута. Секущий сферу диск имеет постоянный диаметр WV всегда. Такова симметрия пар (теорема Птолемея). Но комплементарность пар означает, что **целым** числам натурального ряда (модулю $W=1$) ответили **целые** числа ряда θ . Уравнение симметрии пар (11) становится целочисленным, Теорема Пифагора (1) становится второй теоремой Пифагора (2), только тогда, когда $\theta = \sqrt{5}$.

22 Классическая теорема Пифагора дает возможность найти на сфере место любых пар чисел A, B, в каком бы отношении между собой они ни находились ($0 \leq W\mathcal{B} : W\mathcal{A} = B:A \rightarrow \infty$). Вторая теорема Пифагора дает возможность найти на сфере место всем *парам пар* чисел: сочетаниям *комплémentарных* целых чисел N и θ. ВТП представила сферу структурой, объединяющей в свернутом виде фундаментальные законы симметрии. Единство, целостность – это и цель, достигнутая природой, и цель творчества. Физика микромира вносит важнейшее уточнение: «комплémentарное противоположно». Человек создает предметы, мысли, вещи, соединяя сущности не тождественные. Этим и обусловлено появление нового, становление сущности, до совершения творческого акта не существовавшей.

Комплémentарность, созданная раздвоениями, означает, что целое составлено из половин целых чисел (частей целого) $\Phi = \frac{1}{2}1 + \frac{1}{2}\sqrt{5}$, а части целого являются в то же время, в отношении к «целому» целым: каждая состоит из целого и обратной ему величины ($1 = \Phi^{+1} - \Phi^{-1}$; $\sqrt{5} = \Phi^{+1} + \Phi^{-1}$). Именно эта особенность (отождествление комплементарности с противоположностью) превращает абстракции в законы симметрии, действующие в природе.

И в самом деле. Рассечение сферы плоскостью на две части в произвольно выбранном отношении X создает симметрию пар.

$$\frac{N_1+\theta_1}{\theta_2+N_2} = (+)X(-) = \frac{\theta_2-N_2}{N_1-\theta_1}$$

Сфера рассечена на две части в произвольном отношении X. Представляющее симметрию пар число X может быть любым, простой дробью, числом НР или иррациональным числом¹¹ (рис. 15-18). Закон *сохранения структуры при перемене местами пар и перемене знаков*, соединяющих числа в пары неизменен. Это общее свойство структуры, созданной двумя дихотомиями сферы. Первая дихотомия рассекает сферу плоскостью WV в любом произвольно выбранном отношении. Вторая – рассекает ее на две равные части так, чтобы две секущие плоскости пересеклись. Эта структура сечений сферы и представлена, в плоском отображении, теоремой Птолемея. Это – симметрия пар. Симметрия пар является общим свойством сферы. Даже тогда, когда комплементарность и противоположность, двойственность и пятичность еще не собраны воедино одним алгоритмом.

23 Это единство создает Вторая теорема Пифагора условием: числа A, B, и числа a, b, те и другие, суть разного рода *целые числа*. Структура сферы квантована. И она спонтанно становится золотой.

¹¹ Теоремы Пифагора и Птолемея позволяют вычислить значения **a** и **b** для любой пары A:B при любых X. $a = \frac{-2X^2B+2XA \pm \sqrt{(2AX-2BX^2)^2-4(X^2+1)\times(X^2B^2+A^2-D^2-2XBA)}}{2(X^2+1)}$, $b = \sqrt{D^2-a^2}$.

Теорема Птолемея $WV \times D = Am+nB$ позволяет определить вторую константу естественной геометрии – диаметр диска $WV = \frac{Aa+bB}{D}$.

$$\frac{\alpha\sqrt{5}+A}{B+\beta\sqrt{5}} = (+) \Phi (-) = \frac{B-\beta\sqrt{5}}{\alpha\sqrt{5}-A}.$$

Золотое сечение – единство аддитивности и мультипликативности. Двоичность и пятичность слились воедино. Кроме того, к предыдущим связям уравнения симметрии пар Золотое сечение прибавило чрезвычайно важную перекрестную парную связь: 1/ каждое из чисел числителя (пара полюса \mathcal{A}) образовано *из половин* чисел знаменателя (пара полюса \mathcal{B}); 2/ каждое из чисел знаменателя (пара полюса \mathcal{B}) образовано *из половин* чисел числителя (пара полюса \mathcal{A}).

$$\alpha = \frac{1}{2}\beta + \frac{1}{2}B; \quad \beta = \frac{1}{2}A - \frac{1}{2}\alpha; \quad (14)$$

$$\mathcal{B} \{ \quad \alpha = \frac{1}{2}5\beta + \frac{1}{2}B \quad \beta = \frac{1}{2}5\alpha - \frac{1}{2}A \quad (15)$$

Мы представили число структурой – единством двух целых чисел *разного рода*. Число N и число θ взаимосвязаны в Одно *триединое* число - Единицу Φ . Игра комплементарных взаимопроникающих частей, образующих целое, достигла кульминации. Построена числовая и геометрическая модель безграничных комбинаторных преобразований. Динамическая *пентагональная симметрия* вырвала природу из оков статичной симметрии $\sqrt{2}$ и $\sqrt{3}$. Исключительность Φ -симметрии в том, что она соединила симметрии $\sqrt{2}$ и $\sqrt{3}$ с пентагональной симметрией. Она придала удвоению и раздвоению статус единственной и достаточной математической данности, достаточной, чтобы моделировать те именно формы и структуры, которые присущи основополагающим формам и структурам живой природы, и структурам и формам шедевров искусства. Исходное предположение о существовании двух ипостасей Единицы, тем самым, косвенно подтвердилось.

Геометрический образ становления Вселенной – образ экспансии. Вселенная – расширяющаяся сфера. Становление Единиц бытия разных уровней (клеток, клеточных организмов от простейших до человека) – это воплощение идеи экспансии. Чтобы убедиться в правомерности видения в числе Φ (уравнение 12) алгоритма становления и развития жизни, сопоставим этому уравнению современный взгляд генетики на репродуктивные механизмы растений и животных.

24 В начале 13 века Леонардо из Пизы связал аддитивный ряд чисел НР с ритмом роста популяции кроликов. Биологи впоследствии обнаружили, что аддитивные ряды Фибоначчи и Люка определяют ритм расположения семян на диске подсолнуха, чешуек на сосновых шишках, кактусах, ананасах, выражают ритм распределения листьев на стеблях растений (закон филлотаксиса). Аддитивные ряды Фибоначчи (0, 1, 1, 2, 3, 5, 8 и т.д.) и Люка (2, 1, 3, 4, 7, 11 и т.д.) привлекли внимание ученых потому, что переводят вопрос о Золотом сечении в область целых чисел натурального ряда. Появился удобный инструмент исследования репродуктивных процессов. Современная литература о рядах Фибоначчи огромна. Самое заметное свойство рядов Фибоначчи и Люка то, что *отношение смежных чисел того и другого ряда, по мере возрастания чисел, стремится к пределу, которым является число Золотого сечения* $\Phi^{+1} = 1,618\dots$ В действительности же

число Ф является «желанным пределом» и целью **любого** развития, основанного на соединении «двух в Одно». Так, например, сложив составленное из Единиц число А = 11 с другим собранием Единиц, числом В = 57, получим число С = А + В = 11+57 = 68. Если эту аддитивную модель эволюции – соединение предыдущего с последующим – продолжить, обнаружится, что $C_n : C_{n+1} = C_{n+1} : C_{n+2}$ = и.т.д. $\rightarrow \Phi$. При больших числах отношение соседних чисел аддитивного ряда от числа Ф практически не отличается. Аддитивный ряд Ф сливаются с мультиплексивным. Следующее число ряда получается при умножении предыдущего числа на число Ф.

КОМПЛЕКСНЫЙ РЯД ФИБОНАЧЧИ-ЛЮКА И МОЛЕКУЛА ДНК

25 Если помимо земной цивилизации существовала (существует) цивилизация более высокого уровня (НЛО и прочие многочисленные факты), то не значит ли это, что разум человека когда-то выбрал дорогу, на которой важная часть истины не видна, спрятана «на обратной стороне Луны»? Слово *математика* происходит от греческого *mathēta*: познание, наука. Числа и геометрия, охватывающие все, Ландау называл математику наукой сверхъестественной, в отличие от наук естественных. В фундамент этой науки положен натуральный ряд чисел, в основе которого **одно** число, **1**. Приняв за Единицу *природной математики* число Ф, имеющее двойственную структуру ($\Phi^{+1} = +\frac{1}{2}(1 + \sqrt{5})$; $\Phi^{-1} = +\frac{1}{2}\sqrt{5} - \frac{1}{2}(1)$) мы заметим также и то, что числа 1 и $\sqrt{5}$ тоже структуры, устроенные, каждая, из двух частей. Число Ф – соединение двух половин: половины числа N и половины числа θ; числа N и θ в свою очередь, каждое, есть соединения двух форм числа Ф, прямой и обратной: $1 = +\Phi^{+1} - \Phi^{-1}$; $\sqrt{5} = +\Phi^{+1} + \Phi^{-1}$. Афоризм древних «мир есть число» воскрес. Формализовано триединое начало. Появилась возможность моделировать целостность структур живой природы и форму в искусстве. Обнажена **бинарная** сущность Бытия.

Божественная единица $\Phi = f(1, \sqrt{5})$ и $f(2)$; $1 = f(\Phi)$; $\sqrt{5} = f(\Phi)$.

Логика двойственности требует сделать очередной естественный шаг: соединить в одно целое обратные золотые числа. Представим Золотое сечение в виде структуры. Два образа золотого числа, Φ^{+1} и Φ^{-1} соединим в неделимое целое, готовое к дальнейшим соединениям, как это и происходит с объектами бытия в живой природе. Рассмотрим оба варианта. Вариант сложения $(+\Phi)$, и вычитания $(-\Phi)$ (см.табл. 4).

26 Уместно припомнить: двойное уравнение Пифагора обнаружило **деление сферы в Золотом сечении = алгоритм симметрии пар** тогда, когда объединение пар чисел точками сферы W, V уступило место объединению этих же чисел полюсами сферы \mathcal{A} и \mathcal{B} ¹². Так и теперь **двойной Золотой ряд $(+, -)\Phi^n$ оказался двойной спиралью** из вложенных друг в друга комплементарно по-парно объединенных чисел при изменении способа соединения чисел. Мы заменили линейную связь соседних чисел перекрестно-диагональной. Тем самым одна из двух составляющих – **ряд N – оказалась рядом Люка**, а вторая – **ряд θ – оказалась**

¹² См. Преамбула, пункт 8.

рядом Фибоначчи. Натуральными числами **N** оказались числа $(+)\Phi^{2n}$ (четная степень) и числа $(+)\Phi^{2n-1}$ (нечетная степень). Числами θ , кратными $\sqrt{5}$ оказались числа $(+)\Phi^{2n-1}$ (нечетная степень) и числа $(+)\Phi^{2n}$ (четная степень).

Таблица 4. Комплексный ряд Фибоначчи – Люка.

↓ Ряд Люка (Lx1)

Ряд Фибоначчи (Fx $\sqrt{5}$) ↓

0, 1, → 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, ... (правая ветвь)

(левая ветвь) 76, 47, 29, 18, 11, 7, 4, 3, 1, 2 ←

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	⇒
$(+)\Phi^n =$ $+ \Phi^{+n} + \Phi^{-n}$	2,000 N	$1\sqrt{5}$ θ	3,000 N	$2\sqrt{5}$ θ	7,000 N	$5\sqrt{5}$ θ	18,000 N	$13\sqrt{5}$ θ	47,000 N	$34\sqrt{5}$ θ	∞
$(-) \Phi^n =$ $(+)\Phi^{+n} - \Phi^{-n}$	θ	N	θ	N	θ	N	θ	N	θ	N	

Верхняя строка (числа $(+)\Phi^n$) представила результат соединения чисел одного знака:
 $(+)\Phi^n = +\Phi^{+n} + \Phi^{-n}$

Нижняя строка (числа $(-) \Phi^n$) представила результат соединений чисел, имеющих противоположные знаки:

$$(-)\Phi^n = +\Phi^{+n} - \Phi^{-n}$$

Смысли и значение замкнутого кольца причин и следствий комплексного алгоритма Фибоначчи-Люка¹³ в том, что принципиально изменилось и содержание алгоритма. Традиционные ряды F, L, обнаруживают **приближение отношений** смежных целых чисел к числу Ф. Комплексный ряд обнаруживает **абсолютное совпадение целых чисел и структур F (ряд Фибоначчи) и структур L (ряд Люка) с числом Ф**, с точностью до любого знака. Все составляющие ряда соединены пучком переплетающихся, взаимопроникающих взаимосвязей. И выступила поразительной красоты близость этого алгоритма к биологической структуре не случайной, а главной в генетике.

Рассмотрим взаимосвязь ряда Фибоначчи и ряда Люка (таблица 4). Перед нами **двойная спираль**, в которой звенья цепей Fx $\sqrt{5}$ и Lx1 соединены так, что против числа **N** всегда находится **θ**, а против числа **θ** всегда находится **N**. В структуре $\Phi = \frac{A+\alpha\sqrt{5}}{\beta\sqrt{5}+B} = \frac{\beta\sqrt{5}-B}{A-\alpha\sqrt{5}}$ соединены всегда и только A и $\alpha\sqrt{5}$ и $\alpha\sqrt{5}$ и A, или $\beta\sqrt{5}$ и B или B и $\beta\sqrt{5}$. В двойной спирали молекулы ДНК объединены в пары всегда и только аденин с тимином и тимин с аденином (T – A, A – T), и также гуанин с цитозином и цитозин с гуанином (G – C и C – G). ВТП – математический образ структуры молекулы ДНК.

¹³ Опубликован 23 года назад, но не понят и не замечен.

Joseph Shevelev. The Number and the Form in the animate Nature. Simmetry of structure. Budapest. 1989.
 Joseph Shevelev. The golden numbers and biosymmetry. Biology Forum, Vol. 87-2/3. 1994. ANICLA, Roma, Italy.
 Иосиф Шевелев. Формообразование. ДиАр. Кострома, 1995.

В пятой главе мы получим новые подтверждения наблюдаемых аналогий. И золотое пространство, и молекула ДНК выполнены по схожему алгоритму – из модулей-блоков, являющихся **парами и триплетами** одновременно.

Единый ряд Фибоначчи-Люка, в котором отношение смежных членов в бесконечной перспективе стремится к числу Φ , – это не только очевидное стремление к Золотому сечению, это само Золотое сечение. Все члены ряда Фибоначчи-Люка есть числа Φ с абсолютной точностью. Двойная спираль ряда Фибоначчи-Люка составлена из последовательно и синхронно умножающихся на себя и соединенных в пары чисел $\Phi^{+1} \pm \Phi^{-1}$. Золотое сечение проявило себя как пульс жизни.

Глава 4

ЯЗЫК ЕСТЕСТВЕННОЙ ГЕОМЕТРИИ

ТРЕТЬЯ КОНСТАНТА – АЛГОРИТМ ЛЮБВИ

27 Логика дихотомии (смена раздвоений и удвоений) подсказывает, что расположенные на окружности $\mathcal{A}W\mathcal{B}V\mathcal{A}$ числа разного рода, пары N и пары θ могут расположиться **на двух разных окружностях** (рис. 13, 14-17). Поверхность, сотканная из чисел N и чисел θ , раздваивается. Числа N отделяются в пространстве от чисел θ . Рассмотрим эту метаморфозу, представленную ранее в главе первой (п. 7).

Можно точки W , объединяющие в пары числа ряда N (числа A, B), сохранить на сфере $\mathcal{A}\mathcal{B}$, а точки V , объединяющие в пары числа ряда θ (числа α, β), перенести на сферу ab . Можно сделать и наоборот. В главном результат будет один и тот же. Такова симметрия сферы! Выбор варианта (какие из точек, W или V , переместить на сферу ab) изменяет в пространстве угол наклона отрезка WV , но **на величине отрезка WV не сказывается**¹⁴.

Перемещенные на сферу ab точки мы условились отличать курсивом: $W \rightarrow w$, $V \rightarrow v$. Мы видим, что $Wv = wV = \text{Const} = WV = 2/\sqrt{5} \mathcal{A}\mathcal{B}$.

Отделение чисел натурального ряда N от чисел θ – разделение сущностей. Сценарий первый (рис. 5,b) это разделение сущностей оставляет незавершенным. Хотя сфера и раздвоилась (в сфере $\mathcal{A}\mathcal{B} = \sqrt{5}$ появилась сфера $ab = 1$), числа N (целые по модулю 1) и θ (целые по модулю $\sqrt{5}$) по-прежнему остались на одной общей (внешней) поверхности (глава 1, пункт 6, уравнение 5). «Полураздел» вложил в триаду «сфера в сфере» **неорганическое ядро**. В центре – сфера $mn = (\sqrt{2})^{-1}$

$$\mathcal{A}\mathcal{B} : ab : mn = \sqrt{5} : 1 : (\sqrt{2})^{-1}.$$

Второй сценарий (рис 5,b) доводит акт дихотомии до логического завершения. Раздвоение сферы и разделение в пространстве чисел по их родам $N=1$ и $\theta=\sqrt{5}$ произвело третью константу $W\vartheta$: постоянную величину, соединяющую разделившиеся сферами комплементарные пары чисел. Этим актом (завершенная дихотомия) в

триаду «сфера в сфере» вложено органическое «золотое ядро», сфера $\tau\omega = (\sqrt{\Phi})^{-1}$ (рис.5.c, рис. 9, 10.b)

$$\mathcal{A}\mathcal{B} : ab : \tau\omega = \sqrt{5} : 1 : (\sqrt{\Phi})^{-1}.$$

Число $\tau\omega = (\sqrt{\Phi})^{-1}$ фундаментально в структурах живой природы.

28 Определим значение Третьей константы Естественной геометрии.

При диаметре $\mathcal{A}\mathcal{B} = \sqrt{5}$ и, следовательно, при $ab = 1$

$$W\vartheta = wW = \sqrt{\frac{3\Phi}{\sqrt{5}}} = \sqrt{\Phi} \times (\sqrt{5})^{-1/2} \times \sqrt{3} = 1.47337042...$$

На языке «золотых пар»

$$W\vartheta = wW \equiv \Phi^{+1} \times [(\Phi^{+1} + \Phi^{-1})^{-1} \times (\Phi^{+2} + \Phi^{-2})]^{1/2} = 1.47337042... \quad (16).$$

Число $W\vartheta = 1,47337$ близко совпадает с произведением двух фундаментальных констант физики: постоянной тонкой структуры, $\propto^{-1} = 137,03598...$

и модуля кристаллической решетки «плотная упаковка шаров», $\sqrt{\frac{2}{\sqrt{3}}} = 1,0745699..$

$$137,03598 \times 1,0745699.. = 1,476... \quad W\vartheta = 1,473 ... \quad (\Delta = -0.0026)$$

Появление Третьей константы $\left[\frac{3\Phi}{(5)^{3/2}}\right]^{1/2} \mathcal{A}\mathcal{B} = W\vartheta = \left[\frac{3\Phi}{(5)^{1/2}}\right]^{1/2}$ завершило цикл преобразований. Пространственно разделенные числа N и θ соединены вновь, их связь дублирована, она надежна и изящна. Она вторит комплексному ряду Фибоначчи-Люка, связавшему такжеочно, надежно и красиво пары комплементарных (обратных) золотых чисел:

$$+\Phi^{+n} + \Phi^{-n} = {}_{(+)}\Phi^n \leftrightarrow {}_{(-)}\Phi^n = +\Phi^{+n} - \Phi^{-n}.$$

Раскрылось генетическое единство Ф-структур. Появление в системе ВТП «трех китов»: второй константы WV , ряда FL и третьей константы $W\vartheta = wW$ придает, мне кажется, связи «всего со всем» не передаваемый словами, присущий жизни дух и характер Триединства. То, что невозможно уловить, наблюдая взаимодействие физических частиц и химические реакции. Волной преобразований чисел и фигур естественной геометрии выражена Божественная красота жизни.

Построен алгоритм перехода от первичных недифференцированных форм жизни (прокариоты) к форме, основанной на разделении полов (эукариоты). Раздвоение чисел разного рода единой сферы $\mathcal{A}\mathcal{B}$ – вначале это одно пространство – на числа N и θ , принадлежащие двум замкнутым *сферам разного рода* – то же, что появление «Евы» из плоти «Адама».

Без идеи разделения в пространстве дополняющих друг друга сущностей – не было бы существ, это, личности. Не было бы различия полов, страсти, любви, жизни дискретной и непрерывной, рождения и смерти. Структурой дискретного Ф-пространства представлена математически, в ее высшей форме, идея жизни. Третья константа естественной геометрии, вызывая к жизни число Φ , создает алгоритм сущности жизни. Числа N и θ обособлены, замкнуты, целостны и **комплементарны** (необходимы) друг другу для соединения в число Φ , как ноумены и физические тела разного пола. Они происходят из одной Точки начала. Золотая симметрия пар – алгоритм любви.

¹⁴ Уместна аналогия. Золотое сечение возникает в двойном квадрате независимо от того, прибавлена ли к его диагонали малая сторона или убрана. Щедрость комбинаторной симметрии – главная сущность ЗС.

29 Ключом к графически ясному образу, прояснившему принцип действия алгоритма симметрии пар, был для меня возникший в памяти стих о «крыле безумия, накрывшем половину души» из «Реквиема» Ахматовой. Безумие – откровение. Половина души – половина круга. Если сущность бытия в том, что раздвоение и удвоение порождают друг друга, то, чтобы появилась дихотомия, круг (сфера) **изначально** должен быть соткан из двух родов чисел. Сфера изначально **одна**: но это и есть две сферы, вложенные друг в друга (рис. 1,g). Не полусферы (полуокружности на плоскости), а сфера в сфере, слитая либо **раздвоенная** (в пространстве). Приведенную сферу диаметром $\mathcal{A}\mathcal{B} = \sqrt{5}$, представленную на рисунках 1-5 окружностью, следует понимать как одну, не имеющую толщины поверхности, изображенную линией. Она составлена равно и безграничным числом точек W, и безграничным числом точек V, которые *не совпадают в пространстве, в силу их взаимной иррациональности*. Это две равноправные вложенные друг в друга поверхности нулевого сечения. Равноправие точек W,V является краеугольным камнем структуры ВТП \equiv «Золотое сечение». В равном значении двух оснований ключ ко всем метаморфозам, построившим структуру ВТП, ключ к безграничной комбинаторике форм. Двойная сфера (рис. 1,f,g) выражает принцип устройства материального мира. Единица структурна. Это геометрический образ истока, сингулярность, Точка начала. *Дихотомия – основа целостности; комплементарное противоположно; раздвоение и удвоение, сменяясь, порождают целостные структуры.*

Постулат двойственности, приложенный к геометрии сферы, обнаружил константы естественной геометрии: первую Ф (Золотое сечение), вторую ($WV=2/\sqrt{5}$) и третью ($W\theta = (3\Phi/\sqrt{5})^{1/2}$). В числах и образах геометрии представлен код становления. Графически ВТП – это соизмерение расстояний между полюсами сферы $\mathcal{A}\mathcal{B}$ и точками, W и V, синхронно движущимися по меридиану от \mathcal{A} к \mathcal{B} , от \mathcal{B} к \mathcal{A} . Число $\sqrt{\Phi}$ развернуто (глава 6), в программу начертания природных форм граненых и форм, имеющих криволинейные замкнутые поверхности. Метаморфозы форм и структуры, если они подчинены ритму $\sqrt{\Phi}$, придают производным геометрическим телам свойства зеркальной, переносной, поворотной симметрии; антисимметрию; симметрию подобий. Формализован закон гармонии.

ДВОЙНИКИ

30 На рис. 1, 3-5, 10, 15-18 целые числа N и θ, принадлежащие одной окружности. Они изображены разделенными по родам тем, что *на левой* половине окружности лежат точки W_n (соединены числа A, B), а *на правой* - точки V_n (соединены числа $\alpha\sqrt{5}, \beta\sqrt{5}$). Для любых пар, в каком бы соотношении между собой однородные числа ни находились ($0 \leq B : A \rightarrow \infty$); ($0 \leq \alpha : \beta \rightarrow \infty$) величина WV в отношении диаметра $\mathcal{A}\mathcal{B}$ *постоянна*. Для сферы, диаметром $\mathcal{A}\mathcal{B} = \sqrt{5}$ константа WV=2. Отрезок WV =2 скользит концами по кругу диаметром $\mathcal{A}\mathcal{B} = \sqrt{5}$ и *вписывает касанием второй, внутренний круг* диаметром $\alpha\beta = 1$ (рис. 10,a, 14.a). А так как из любой точки W, принадлежащей окружности $\sqrt{5}$, к окружности 1 можно провести две касательные, WVⁿ имеет двойника Wvⁿ (рис. 11,b, 12,b). Комплементарную пару стабильно

создает уравнение *симметрии пар*, заданное точками W,V. Но пары – двойники, заданные точками W, v, как правило, *симметрии пар не представляют*. Уравнение симметрии пар (УСП) не работает.

Но вот два интересных случая, когда двойники соблюдают закон симметрии пар. Первый, когда $W\mathcal{B} : W\mathcal{A} = B : A = 2 : 1$ и второй, когда $W\mathcal{B} : W\mathcal{A} = B : A = 3 : 2$, (УСП-1 и УСП-2, табл. 1). Понять эти два любопытных случая позволяет аналогия между течением времени и экспансией сферы (устремленным в бесконечность возрастанием чисел N, θ).

31 Случай первый. УСП №1 предопределяет точка W_1 (рис. 4,a). Пара чисел НР образована удвоением, $W_1\mathcal{B} : W_1\mathcal{A} = 2:1$; величина $\mathcal{A}\mathcal{B} = \sqrt{5}$ (по теореме Пифагора $1^2+2^2 = 5$). Здесь $W_1V = W_1\mathcal{B} = 2$, и потому точка V совпада с полюсом \mathcal{B} . Уравнение симметрии пар вырождено. $B = \mathcal{B}V = 0$. Число Ф образ симметрии пар

$$\Phi = \frac{+\mathcal{A} + \alpha\sqrt{5}}{+\beta\sqrt{5} + B} \text{ утратило. Четырехбуквенный код выглядит трехбуквенным,}$$

$$\Phi = \frac{+\mathcal{A} + \alpha\sqrt{5}}{B} \text{ Комбинаторные свойства симметрии пар скрыты. Но двойник } W_1v \text{ их}$$

восстанавливает. Отрезок $Wv = 2$ вернул структуре Ф образ структуры симметрии пар, сместив его по «шкале времени». Осуществлена экспансия; сфера расширилась пятикратно ($\mathcal{A}\mathcal{B} = 5\sqrt{5}$, $B:A = 10:5 \equiv B:A = 2:1$). Теперь целочисленной паре N, $B:A = 2:1$ сопоставлена целочисленная пара θ ($\mathcal{B}v : \mathcal{A}v = 4:3$). Симметрия пар дана в полном объеме (рис. 11). Точка W_1 обозначена двумя решениями: вырожденным $\Phi^{+1} = \frac{\sqrt{5}+1}{2+0\sqrt{5}} = 1,618034$, и полным $\Phi^{-1} = \frac{3\sqrt{5}+5}{10+4\sqrt{5}} = 0,618034$. То и другое суть Ф, в его прямой и обратной форме ($\Phi^{+1} \rightarrow \Phi^{-1}$).

32 Случай второй. УСП №2 представляет пару $W_2\mathcal{B} : W_2\mathcal{A} = 3:2$. Но произошло изменение, диаметр сферы возрос (рис. 12), $\mathcal{A}\mathcal{B} = \sqrt{5} \times \sqrt{65}$. Вторая касательная – это отрезок $W_2v = W_2V$. Уравнению УСП-2, $\Phi^{+1} = \frac{8\sqrt{5}+10}{15+\sqrt{5}}$ сопоставлен двойник, $\Phi^{-1} = \frac{4\sqrt{5}+10}{15+7\sqrt{5}}$. Симметрия пар, как и в предыдущем случае, представлена как Φ^{+1} и Φ^{-1} . Паре чисел N ($B : A = 3 : 2$) комплементарны две пары чисел θ, пара $1\sqrt{5} : 8\sqrt{5}$ и пара $7\sqrt{5} : 4\sqrt{5}$.

Родство двойников УСП №1 и УСП №2 обнаруживает и такая деталь. Так же, как разнятся на 1 числа Φ^{+1} и Φ^{-1} ($1.618 = 0.618 + 1$), разнятся на 1 и пары двойников УСП №1 и №2, $(\beta : \alpha)_2 = (\alpha : \beta)_1 + 1$.

$$\text{Действительно, } (\alpha : \beta)_1 = 3 : 4; (\beta : \alpha)_2 = 7 : 4; 0,75 + 1 = 1,75.$$

Совмещение созданных теоремой Пифагора образов пар целых чисел в один образ, в одну сферу вернуло в исходную Точку начала расширяющуюся «Вселенную целых чисел». Модель ВТП имеет точку отсчета.

ТОЧКИ $W_n, V_n; W_\Phi, V_\Phi; W_{\sqrt{\Phi}}, V_{\sqrt{\Phi}}$

33 W_1 и V_1 . Таблица 1, рис. 2 и 3 (макет) и Приложение позволяют увидеть и даже осязать симметрию пар: метаморфозы вписанного в сферу, изменяющего форму «кристалла Ф». Подвижная константа WV – вторая константа естественной геометрии – разделяет сферу в Золотом сечении по алгоритму симметрии пар. Угол наклона диска WV к оси \mathcal{AB} изменяется, но сохраняется неизменно отношение его диаметра к диаметру сферы, $WV: \mathcal{AB} = 2/\sqrt{5}$. Поворачивающаяся плоскость WV рассекает Ф-сферу на две части в Золотом сечении, $(B + \beta\sqrt{5}) : (\alpha\sqrt{5} + A) = \Phi$. В две пары конических поверхностей, вложенных в сферу, врезана третья аналогичная пара, делящая сферу в Золотом сечении. В золотом отношении не только пары чисел разного рода, соединенные полюсами и разделенные точками W, V . Связь Ф соединила высоты и поверхности сегментов сферы, полученных рядом представленных здесь плоских сечений.

Рассмотрим точку W_1 (рис. 19, табл. 6). Точка W_1 уникальна тем, что является символом двойственности ($A:B=1/2$) и тем, что ей отвечает вырожденная, трехбуквенная форма Золотого сечения. Триада $\Phi = (\sqrt{5} \pm 1)/2$, представляющая дихотомию отрезка W_1B (число B , рис. 4), удвоила число сфер, разделив отрезок $W_{11}A$ (число A) на три равные части. А отделение числа θ от чисел N , как показано выше, вложило в две сферы, диаметрами 1 и $\sqrt{5}$, сферу диаметром Φ^{-1} (рис. 5. с).

Помимо точки W_1 поверхность сферы \mathcal{AB} имеет две уникальные точки, W_Φ и $W_{\sqrt{\Phi}}$. Вторая теорема Пифагора (ВТП) определяет положение точек W_n на сфере расстояниями от полюсов, кратными целым числами натурального ряда N . Формальный признак природных форм – нарушенная симметрия. Положение точек W_Φ и $W_{\sqrt{\Phi}}$ на поверхности сферы нарушение симметрии снимает. Ось сферы расчленена на Золотые триады Φ и $\sqrt{\Phi}$. Симметрию создает горизонтальное положение диска: в первом случае это диск $(WW')_\Phi$, во втором – диск $(WW')_{\sqrt{\Phi}}$. Обогащение двоичности зеркальной симметрией придает гармонии открытый характер. Рождаются Золотые триады, малая и великая (рис. 6, 7.с)¹⁵.

34 W_Φ . Положению точки W_Φ на сфере отвечает деление оси \mathcal{AB} Малой золотой триадой, $\Phi^{-1}: 1 : \Phi^{-1}$. Тем самым в чертеж Ф-сферы вписан двойной квадрат $WW'W'W$, основополагающий инструмент гармонизации формы в зодчестве прошлых эпох¹⁶ (рис. 7 и 40).

В целом возникла следующая картина.

$$\mathcal{AW}_\Phi : W_\Phi \mathcal{B} = \Phi; \quad \mathcal{AB} = \Phi^{+1} + \Phi^{-1}. \quad \Phi = \frac{1}{2}1 + \frac{1}{2}\sqrt{5};$$

Рис. 18 демонстрирует трехмерные фрагменты Ф-сферы.

1/ **Сегмент а.** Диск диаметром $WW' = 2$ (вторая константа GN) отсекает от сферы сегмент **a**. Поверхность сегмента $S_a = \sqrt{5} : 2\Phi^3$.

$$2/ \text{Сегмент b.} \quad S_b = \sqrt{5} : \Phi.$$

$$3/ \text{Сегмент c.} \quad S_c = \sqrt{5}.$$

$$4/ \text{Сегмент d.} \quad S_d = 1$$

5/ **Сегмент c** поделен на три части: на сегмент **d** и два тождественных сегмента **e**, $S_e = \Phi^{-1}$.

6/ Диск WV разделил сферу **S** на сегменты **g, b**.

$$S_g = \sqrt{5} \times \Phi$$

7/ Диск VV' диаметром Φ^{-1} разделил сферу **S** на сегменты **k** и **e**.

$$S_k = 2^2$$

Фрагменты поверхности взаимосвязаны. Целое со своими частями:

$$S_s : S_a = 2\Phi^3; \quad S_s : S_b = \sqrt{5} \times \Phi; \quad S_s : S_g = \sqrt{5} : \Phi; \quad S_s : S_c = \sqrt{5}; \quad S_s : S_d = 5^2;$$

$$S_s : S_e = 5^2 : \Phi; \quad S_s : S_k = (\sqrt{5} : 2)^2$$

Часть с частью:

$$S_d : S_e = S_b : S_c = 1; \quad S_b : S_d = \sqrt{5}; \quad S_k : S_d = 2^2; \quad S_b : S_a = \Phi^2 \times 2; \quad S_f : S_g = \Phi^2 : 2;$$

$$S_c : S_a = \Phi^3 \times 2; \quad S_f : S_c = \Phi^3 : (\Phi^3 + \Phi^{-3}).$$

35 $W_{\sqrt{\Phi}}$. От точки W_Φ , заданной условием $\mathcal{AW}_\Phi : \mathcal{AW}_\Phi = \Phi$, перейдем к точке $W_{\sqrt{\Phi}}$ заданной условием $\mathcal{AW}_{\sqrt{\Phi}} : \mathcal{AW}_{\sqrt{\Phi}} = \sqrt{\Phi}$. (рис. 6, 7, 21, табл.8). Отрезок WW' представляет собой величину, ранее в уравнениях симметрии пар УСП (Приложение) не встречавшуюся. Диаметр $(WW')_{\sqrt{\Phi}}$ и сферу \mathcal{AB} соединяет связь более сложная, чем это было в точке W_Φ . $(WW')_{\sqrt{\Phi}} \neq (WV)_n$

$$(WW')_{\sqrt{\Phi}} = 2\sqrt{5}/\Phi^{3/2} \mathcal{AB}.$$

Положению точки $W_{\sqrt{\Phi}}$ на сфере отвечает деление оси \mathcal{AB} в отношении Великой золотой триады $\Phi^0 : \Phi^{-1} : \Phi^0$. От ядра $\tau\omega = \Phi^{-1}$, порожденного отделением чисел N от чисел θ (сценарий второй), сделан шаг к ядру, скрытому внутри ядра $\alpha\beta = 1$. От ритма Φ сделан переход к ритму $\sqrt{\Phi}$. Возникло пространство симметрии подобий.

Рис. 21, табл. 8 свидетельствует, что поверхности сегментов, заданных этим риттом, равны (в единицах π) модулям $\sqrt{5}/2(\tau, b); (\Phi - \Phi^3)^2(a)$ и иным бинарным Ф-структуркам, сложным для обозначения. Но важны не числа, а связи! А связаны между собой все эти поверхности предельно просто, числом Φ^n .

$$(a:\tau = b:a = S:c = e:d = \Phi); \quad (S:a = c:b = c:\tau = b:e = \Phi^2);$$

$$(S:\tau = S:b = c:e = b:d = a:e = \Phi^3); \quad (a:d = c:e = \Phi^4);$$

$$(S:e = \Phi^5); \quad (S:\tau^* = \Phi^6); \quad (S:d = \Phi^7).$$

Поверхность сферы \mathcal{AB} $S_s = 5$. Это привлекает внимание. Вспомним табл.4, ряд Фибоначчи-Люка. Удвоение пары $(+)\Phi$ сперва аддитивно-мультипликативное $(\Phi^{+1} + \Phi^{-1})^2$ и затем вновь аддитивное создало модуль 10.

$$(\Phi^{+1} + \Phi^{-1})^2 \times 2 = 10$$

Присутствие Золотого сечения делает десятичную систему счета оптимальным инструментом описания природных структур.

¹⁵ Структура «пара А:В», созданная теоремой Пифагора из полюса \mathcal{A} , повторена из полюса \mathcal{B} из соображений зеркальной симметрии и двойственности.

¹⁶ Подробно: И.Шевелев. Искусство архитектуры. В книге «Основы гармонии». М., Луч, 2009. Стр.14-220.

36 Вернемся к уникальному случаю, когда точка W заняла место W_ϕ . Точка W_ϕ расположена в отношении к полюсам сферы на расстояниях, связанных средне пропорциональным отношением. Диаметр горизонтального диска $(WW')_\phi$ равен второй константе $(WW')_\phi = (WV)_n = 2/\sqrt{5}\mathcal{A}\mathcal{B}$, а положение дисков $(WW')_\phi$ горизонтально. Ось \mathcal{AB} поделена в отношении Малой золотой триады: в сферу \mathcal{A} \mathcal{B} вписан двойной квадрат. Смысл Второй теоремы Пифагора: она соединяет симметрией пар целые числа N и θ . Мы видим, что в идеальных сечениях (точки $W_\phi, W_{\sqrt{\phi}}$) деление Ф-сферы на части, кратные целым числам, в принципе, невыполнимо. Парадоксально, но противоречия в этом нет. Напротив, приходит ясность. Общая мера целого и частей установлена. Но она имеет две ипостаси. Она и феномен, и ноумен. В природе она открывается целыми числами N и θ , а в мире идей – числом Φ , которое обнимает природные числа N и θ , и, обнимая их извне,

$$(\Phi^{+1} = +\frac{1}{2}1 - \frac{1}{2}\sqrt{5}; \quad \Phi^{-1} = -\frac{1}{2}1 + \frac{1}{2}\sqrt{5})$$

входит в двойственную структуру каждого из двух этих природных чисел,

$$1 = +\Phi^{+1} - \Phi^{-1}; \quad \sqrt{5} = +\Phi^{+1} + \Phi^{-1} = \Phi,$$

подобно духу, дарующему жизнь.

ЧАСТЬ ВТОРАЯ

ЗОЛОТОЕ ПРОСТРАНСТВО

ПРАВИЛЬНОЕ ДЕЛЕНИЕ ПРОСТРАНСТВА

ЧИСЛО $\sqrt{\Phi}$ И СТРУКТУРА ПРОСТРАНСТВА

37 Число Ф – идея триединства. Это структура, пара пар чисел (вместе с тем – триада), соединенная в целое (Ф) принципом дихотомии. И, вместе с тем, это уравнение симметрии пар, математический образ динамического равновесия изменяющейся формы. В этой и следующей главах мы рассмотрим, как две формы квадратного уравнения Золотого сечения:

$$\Phi^{+2} = \Phi + \Phi^0 \quad \text{и} \quad \Phi^{-2} = \Phi^0 - \Phi^{-1}$$

открыли путь к первоисточнику основополагающих биологических форм – векторному уравнению экспансии $\vec{R} = \vec{S} + \vec{U}$. Распространение закона Золотого сечения на все без исключения направления радиальной экспансии сферы позволило воспроизвести формы, адекватные основополагающим формам живой природы. Эти формы представлены индикатрисами, очерченными результирующим вектором \vec{R} . Так теоретически устанавливается генетическая предопределенность природных форм. Они запрограммированы структурой пространства. Но чтобы это увидеть, нужно сначала мысленно представить себе структуру безграничного пространства.

В представлении о гармонии не может найтись место существованию множества разных пространств, когда одно из них понимается как структура ортогональных симметрий, другое – гексагональных, третье – симметрий вращений, спиралей, где царствует симметрия подобий. Пространство, бесспорно, **одно**; но структура его такова, что все виды симметрии принадлежат ему одному. В этом случае все виды симметрий потенциально возможны, поскольку **вложены друг в друга, взаимопроникают друг друга** изначально, в силу самой структуры пространства. Именно такое сверх-универсальное пространство и создает Золотое сечение. Оно построено одним тетраэдром $\sqrt{\Phi}$. Все уровни его иерархии определяет принцип двойственности – дихотомии.

38 Фигура, заданная тремя точками (треугольник) принадлежит плоскости. Моделирование трехмерного пространства начинается с появления четвертой точки, которая находится вне плоскости треугольника. Треугольник уступает место тетраэдру. Логика подсказывает: простейший тетраэдр следует мыслить из простейших треугольников. Древние греки так и думали. К каждой из трех сторон основания (равносторонний треугольник) они примкнули по равностороннему треугольнику и сомкнули три боковые грани в четвертой точке – вершине. **Правильный** тетраэдр греков – тело с четырьмя вершинами, шестью тождественными ребрами и четырьмя тождественными гранями. Но оказалось, что самое простое из пяти Платоновых **правильных** тел, **одно** выполнить бесконечное и непрерывное математическое пространство не может. «Правильное» с точки зрения линейной логики человека оказывается неправильным в свете разума Божественного. Почему?

Границы тетраэдра Платона образуют углы $\pi/3$; пересечение граней друг с другом также прямого угла не создает. Но реальность – это движение. Пространство и вещества неразделяемы. Это потоки световых, электромагнитных, гравитационных и

иных волн. Передачу любого вида энергии осуществляет волна. Электромагнитные силовые линии всегда лежат, как это выведено теоретически, в плоскости, перпендикулярной к направлению распространения.¹⁷ Элементарная Единица пространства (тетраэдр) должна обладать, помимо угла $\pi/3$, углом $\pi/2$. Модуль пространства, по-видимому, не тетраэдр Платона, а иной, способный конструировать поле энергетических событий. В этом поле возникают и распадаются формы, созданные природой по законам симметрии. **Правильный** тетраэдр должен представлять Универсум пространством, отвечающим любым требованиям симметрии. Такой тетраэдр – математический символ, имеющий физический, биологический, философский и религиозный смысл, существует.

39 Геометрическим телом, способным выполнить непрерывное и безграничное математическое пространство является **правильный** тетраэдр $\sqrt{\Phi}$, «живой кристалл». Его появление открывает дверь безграничным преобразованиям структур и форм (рис 24 – 32). Алгоритмы его преобразований узнаваемы в работе живых систем и догматах мировых религий. Правило, по которому он устроен, иное, чем правило, определившее формы Платоновых тел. Здесь та же предельная простота. Начало – одно. Но единственной величиной, определяющей структуру формы, служит не ребро тетраэдра, а ритм преобразования величины этого ребра, движение размеров. Тетраэдр $\sqrt{\Phi}$ **правильный** потому, что **изменяя длину ребер и форму, он сохраняет неизменный объем, и, один, может вымостить непрерывное и безграничное пространство**. Границы тетраэдра $\sqrt{\Phi}$ содержат и углы, присущие симметрии кристаллов, $\pi/2$, $\pi/3$, и углы, характерные и необходимые в живых организмах: $\pi/5$ и угол внутримолекулярной связи в молекуле воды ($2\alpha \approx 104^\circ/2$), играющей главную роль в становлении и развитии жизни.

Непрерывное, безграничное математическое пространство можно выполнить одним тетраэдром $\sqrt{\Phi}$ двумя способами:

- 1/ пользуясь только «Золотым» тетраэдром $\sqrt{\Phi}$ -minor ;
- 2/ пользуясь только «Золотым» тетраэдром $\sqrt{\Phi}$ -majorg. Эти два вида пространства взаимосвязаны и построены одним и тем же правилом. Разница в том, что тетраэдр B (minor) выражает господство горизонтального направления; тетраэдр A (major) – господство вертикали. Рассмотрим вначале пространство minor.

40 Слой **minor** – это тетраэдры B и C.

Tetraedr B имеет плоскость зеркальной симметрии. Четыре грани тетраэдра B суть:

- один равносторонний треугольник (стороны Φ^0, Φ^0, Φ^0);
- один равнобедренный треугольник (стороны $\Phi^{(+1/2)}, \Phi^0, \Phi^{(+1/2)}$);
- два прямоугольных треугольника (стороны $\Phi^0, \Phi^{(-1/2)}, \Phi^{(+1/2)}$), являющихся друг другу зеркальными отражениями.

Tetraedr C, напротив, осей и плоскостей симметрии не имеет. Из четырех его граней

- две грани – равнобедренные треугольники (стороны $\Phi^{(+1/2)}, \Phi^0, \Phi^{(+1/2)}$);

¹⁷ А. Эйнштейн. Л. Инфельд. Эволюция физики. М., Наука., 1965. Стр. 122.

две грани – прямоугольные треугольники (стороны $\Phi^{(-1/2)}, \Phi^0, \Phi^{(+1/2)}$).

Слой major – это тетраэдры А и Д. Все свойства структуры minor структурой major повторяются. Четыре грани тетраэдра А есть:

один равносторонний треугольник (стороны Φ^0, Φ^0, Φ^0 , углы $\pi/3$). Это основание тетраэдра.

один равнобедренный треугольник (стороны Φ, Φ^0, Φ , углы $\pi/5$ и $\pi/5 \times 2$).

два прямоугольных треугольника (стороны $\Phi^0, \Phi^{(+1/2)}, \Phi^{(+1)}$), которые, подобно прямоугольному треугольнику minor, являются друг другу зеркальными отображениями.

Тетраэдр D не имеет осей и плоскостей симметрии. Четыре грани тетраэдра D есть:

две грани – равнобедренные треугольники (стороны Φ, Φ^0, Φ);

две грани – прямоугольные треугольники (стороны $\Phi^0, \Phi^{(+1/2)}, \Phi^{(+1)}$)

Все прямоугольные грани тетраэдров А, В, С, D подобны: прямой угол ($\frac{1}{2} \pi$) дополнен в них острым золотым углом $\alpha = \arctg \Phi^{1/2} = 51.83^\circ$.

Золотой угол строит, во-первых, пространство симметрии подобий,

во-вторых, определяет в молекуле воды взаимное расположение атома кислорода и двух атомов водорода ($2\alpha \approx 104^\circ$). Ученые-биологи связывают структуру молекулы воды с феноменом **память материи**,¹⁸

в-третьих, под углом $51^\circ 50' = 51.83^\circ$ наклонены к горизонту боковые грани пирамиды Хеопса.

Итак, и слой minor, и слой major каждый создан парой тетраэдров. Minor – это тетраэдры В и С, major – тетраэдры А и D. Но эти бинары вместе с тем – тринары, поскольку тетраэдры С и D входят в структуру, каждый, **в двух образах**. В пространстве minor C₍₊₎ и C₍₋₎ зеркально симметричны. C₍₊₎ входит в тринар, играющий роль правовращающей структуры, C₍₋₎ входит в тринар – структуру левовращающую. То же в пространстве major (рис. 24 и 28). Тетраэдр D представлен двумя зеркально симметричными образами, D₍₊₎ и D₍₋₎. D₍₊₎, входя в тринар В, C₍₊₎В делает его структуру правовращающей; D₍₋₎, войдя в тринар В, C₍₊₎В – делает структуру левовращающей.

Описанные выше геометрические тела объединены следующим правилом. Все тела пространства minor имеют одинаковый объем. И также одинаковый объем имеют тела, входящие в пространство major.¹⁹ Но расстояния между смежными вершинами тетраэдров изменяются. Ритм перемен определило число $\sqrt{\Phi}$, умножаемое само на себя. Ребра тетраэдра пространства minor (или major) получают одно из трех значений $\sqrt{\Phi}^n$. В двухслойном пространстве minor-major таких значений четыре.

¹⁸ (См. Davenus E., Benvenist J. Human basophil degranulation triggered by very dilute antiserum against IgE // Nature. 1988. № 30.06. p. 816-818).

¹⁹ $V_{\text{minor}} = (4\sqrt{3}\Phi)^{-1}$; $V_{\text{major}} = (4\sqrt{3})^{-1} \times \sqrt{\Phi}$; $V_{\text{major}} : V_{\text{minor}} = \Phi$.

БЛОКИ ТЕТРАЭДРОВ.

ПРОСТРАНСТВО СИММЕТРИИ ПОДОБИЙ И СПИРАЛИ

41 Три равновеликих плотно упакованных тетраэдра $\sqrt{\Phi}$ составляют правильную трехгранную призму: призма-minor это тетраэдры В, С, В, призма-major это А, D, А. Близнецы (В \uparrow , В \downarrow и А \uparrow , А \downarrow) тождественны, но занимают в структуре призмы разное положение. Один повернут основанием вниз, второй – вверх. Пространство между двумя тетраэдрами тождественными – это и есть третий тетраэдр призмы. Соединяющей всегда служит грань, являющаяся равносторонним треугольником (рис. 24, 27-30). Вариантов сопряжения трех тетраэдров в одну трехгранную правильную призму в любом случае два. 1/ Если двойники соприкасаются **левыми** ребрами равносторонней грани, заключенный между ними тетраэдр – **левовращающий** (в пространстве minor это тетраэдр C₍₋₎, в пространстве major – тетраэдр D₍₋₎). 2/ Если соприкасаются **правые** ребра равносторонних граней, пространство между тетраэдрами-близнецами есть тетраэдр **правовращающий** (minor-C₍₊₎, или major- D₍₊₎). (рис. 24.1,b,c, 28.1.2-4).

Таким образом, правильную трехгранную призму составляют **три тела равного объема**, и в то же время, **две разные формы**. Одна форма имеет плоскость зеркальной симметрии (тетраэдры А, В), вторая (С, D) зеркальной симметрией не обладает.

Особый интерес представляет двухслойное minor-major пространство. Оно может быть разделено на два подпространства.²⁰ Первое составлено только тетраэдрами А и В. Это подпространство построено по закону зеркальной симметрии. Это пространство ПСП (пространство «А-ромбов»). Второе составлено тетраэдрами С и D, не обладающими зеркальной симметрией. Они строят структуры право и левовращающие, и таким образом играют существенную роль в формообразовании.

42 Число Φ – это одновременно и симметрия пар, и троичность

$$\Phi = \frac{A + \alpha\sqrt{5}}{\beta\sqrt{5} + B} = \frac{\beta\sqrt{5} - B}{A - \alpha\sqrt{5}}.$$

Числа A, B и α, β – это числа натурального ряда, целые по модулю 1; числа $\sqrt{5}$, Φ и 1 несоизмеримы, но прочно взаимосвязаны. Они сомкнуты в кольцо, поскольку образуют друг друга. Эта сущность Золотого сечения отчетливо проявлены в геометрической структуре пространства. Структуры, составленные из бинаров, являющихся также и тринарами, позволяют просто и удобно строить многообразные структуры комплексного minor-major пространства. Алгоритмы потенциально заключенных в пространстве $\sqrt{\Phi}$ структур поразительно схожи с алгоритмами структурообразования форм живой природы – комплементарными парами и триплетами двойной спирали ДНК.

Рассмотрим простейший конструктивный блок – «бинар». Составили его две пары тетраэдров: В, C₍₊₎ и C₍₋₎, В. В горизонтальной проекции это две ячейки (два равносторонних треугольника). Блок-бинар имеет плоскость симметрии, он может строить спирали как правые, так и левые.

Следующий блок – «тринар». В нем на один тетраэдр больше. Он состоит из пяти тетраэдров и существует в двух зеркально симметричных образах. Как структура

²⁰ То же свойство взаимопроникания структур, что и в ряду Фибоначчи-Люка (таблица 4).

$B, C_{(+), C_{(-)}, B}$, B – он правовращающий, как структура $B, C_{(-)}, C_{(+)}, B$, B – левовращающий. В горизонтальной проекции занимает три ячейки, три равносторонних треугольника (рис. 27. с, д, ф).

Все, относящееся к блокировке слоя minor, справедливо для слоя major. Чтобы перейти от слоя minor к слою major, достаточно поменять символ B на A , C на D и изменить у числа $(\sqrt{\Phi})^n$ показатель степени n .

Проблему непересекающихся ребер тетраэдров, о которой сказано было ранее, решает зеркальная симметрия тетраэдров $C_{(+), C_{(-)}$ (в слоях major) и тетраэдров $D_{(+), D_{(-)}$ (в слоях minor), (рис.32,33).²¹

43 Итак, регулярно выполненное пространство $\sqrt{\Phi}$ – это структура последовательных удвоений, являющихся раздвоениями. В комплексном пространстве чередующихся слоев minor и major можно выделить шестигранную призму: блок из *тридцати шести* тетраэдров. Из них *двенадцать* (шесть тетраэдров minor и шесть тетраэдров major) составляют ядро этого блока – **модуль** пространства симметрии подобий (ПСП) – «**А-ромб**» (рис. 6, 30.б, внизу). Каждый из *двенадцати* тетраэдров «А-ромба» можно разбить на два тетраэдра, А и В. Это расчленение можно бесконечно продолжать. Пространство каждого тетраэдра погружается в собственную глубину (рис.31). Это цепь иерархий, объединенная ритмом $\sqrt{\Phi}$. Она устремлена и в величины бесконечно малые, и в бесконечно большие. В целом же, структура «А-ромбов» – это два плотно упакованные, вложенные друг в друга встречные пространства. В пространстве симметрии подобий нет иных чисел, кроме числа $(\sqrt{\Phi})^n$.

Блоки из четырех тетраэдров (*бинар* $B, C_{(+), C_{(-)}, B}$) и из пяти тетраэдров (*тринар* $B, C_{(+), C_{(-)}, B, B}$) удобно строят различные виды симметрии, не нарушая при этом непрерывности и целостности пространства тетраэдров. Это и пространство симметрии подобий (ПСП), и горизонтальные «нити» тетраэдров B и C (либо A и D), спирали «нитей», вложенные одна в другую; это горизонтальные слои, устроенные из тетраэдров C или B ; это граненные призмы разного наполнения; спирали, правые либо левые, с разным числом звеньев (слоев) в одном витке и, в том числе, двойные спирали, в которых в каждом витке представлено 10 пар блоков. Аналогично в принципе организована структура B -формы правой спирали Уотсона-Крика (молекула ДНК). В пространство $\sqrt{\Phi}$ можно также вложить двойные спирали по 12 пар блоков в одном витке, как это имеет место в структуре Z - формы левовращающей спирали Рича (рис. 33-36)²². Можно заметить и другие удивительные совпадения.

44 Представим безграничное Золотое пространство тетраэдров $\sqrt{\Phi}^n$, составленным из *шестигранных призм* minor-major. В каждой из призм насчитывается тридцать шесть тетраэдров, а число связей различных точек со смежными точками пространства может быть различно. Рассмотрим число связей, соединяющих каждую точку структуры со смежными ей точками (рис. 28-31).

Общее число точек в шестигранной призме – двадцать одна. Центральная точка соединена со смежными точками наибольшим числом связей, если центр призмы совпал с центром А-ромба (Пространство симметрии подобий, ПСП). Интересно это тем, что:

1/ центр соединен со смежными точками двадцатью связями, а из множества существующих разновидностей аминокислот «живая природа использует только 20 вполне определенных аминокислот, ...и этот набор абсолютно одинаков, универсален для всей живой природы на Земле. ...Хромосомы, хранящие генетическую информацию, наполовину состоят из ДНК и наполовину из белка. И клетка обладает словарем, переводящим четырехбуквенный текст ДНК в двадцатибуквенный текст белков». ²³

2/ В структуре $\Phi = \frac{A + \alpha\sqrt{5}}{\beta\sqrt{5} + B} = \frac{\beta\sqrt{5} - B}{A - \alpha\sqrt{5}}$ объединяются всегда и только пары комплементарные: числа A и $\alpha\sqrt{5}$, $\alpha\sqrt{5}$ и A , или же $\beta\sqrt{5}$ и B , B и $\beta\sqrt{5}$. В структуре молекулы ДНК то же самое: соединяются аденин с тимином и тимин с аденином ($T - A, A - T$), и гуанин с цитозином и цитозин с гуанином ($G - C, C - G$).

3/ Золотое пространство состоит из единиц, являющихся **бинарами** (парами) и **триплетами** – так же, как устроена молекула ДНК. И на уровне тетраэдров (геометрия), и на уровне чисел. Являясь ритмом средних отношений, Золотое сечение объединило деление на две равные части и трихотомию. В Золотой триаде « a, b, c », где $c : b : a = \Phi$, целое $(a + b + c)$ делится пополам: $c = a + b$ (рис. 40)

4/ Глобальной основой структуры «Золотое пространство», $\frac{2}{3}$ которого могут составить А-ромбы, являются **принцип геометрического подобия и дихотомии**. В природе задача сохранения жизни решается исключительно и только **методом дихотомии, удвоениями и раздвоениями**, так же, как построено золотое пространство. Хромосомы удваиваются и делятся пополам. Клетка делится пополам. Две половые клетки соединяются в одну. Другого метода строительства живых организмов природа не знает. Отсюда мысль: законы становления и развития жизни предопределены структурой пространства. Жизнь, в поиске выигрышных устойчивых комбинаций из возможных методов структурирования, таящихся в комбинаторной структуре пространства, выбрала самый гибкий, простой, богатый возможностями.

Глава 6 АЛГОРИТМЫ ЦЕЛОСТНОСТИ

НЕПРЕРЫВНОСТЬ И ЦЕЛОСТНОСТЬ

45 Античная философия подарила миру афоризм «*Из одного – все, из всего – одно*». По преданию, это изречение Гераклита. Придадим этой великой премудрости вид уравнения. Обозначим числом ω это таинственное «**одно**», начало начал, из которого все возникло. Признаем за этим **нечто**, которое непрерывно меняется и остается в то же время вечно собою, право оставаться для разума человека *не разгадываемой тайной*. Но проясним, в чем ее смысл, хотя бы на языке чисел.

«*Из одного*» – обозначим это «одно» числом ω_1 . «Из одного» рождается другое, новое. «Из одного все» означает, что число ω_1 , складываясь само с собой, умножаясь на себя, образует числа ω_n , элементы сущего: $\omega_n = \omega^n$. И эти элементы объединяются многообразно. Структурам $\sum \omega_n$, «единицам бытия», в природе нет

²¹ И. Шевелев. Другое пространство. ООО Авенир-Дизайн. Кострома, 2010. Стр.32,33, рис.10

²² М.Д. Франк – Каменецкий. Самая главная молекула. М., Наука. 1983. Стр. 136

²³ Там же. Стр. 23-24.

числа; $1 \leq n \rightarrow \infty$. Разделяясь и соединяясь в разных комбинациях в отдельные структуры $\sum \omega^{(\pm n)}$, числа ω образуют вместе «одно». Возникают иерархии Единиц разного ранга. Так можно мыслить и самое малое, и Мир как целое.²⁴ Двойственность предполагает два варианта решения уравнения целостности $\sum \omega_n = 1$: для показателей степени «+n» и «-n».

$$\sum_{n=1}^{\infty} \omega^{(+n)} = 1, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \omega^{(-n)} = 1 \quad (17)$$

Исследуя Золотое сечение на языке геометрии, мы наблюдали принцип дихотомии, и потому видели в несоизмеримых числах, целых по основаниям 1 и $\sqrt{5}$, сущности разного рода (**N** и **Θ**), и отдавали точкам **W** орбиту $\mathcal{A}\mathcal{B}$, а точкам **V** орбиту ab или наоборот. Сопоставим то, что показала геометрия Ф-сферы, с решениями уравнения целостности $\sum \omega^{\pm n} = 1$. Идея целостности необходимо порождает дихотомию, число $2^{\pm 1}$. Таковы корни этого уравнения.

$$\text{При } \sum_{n=1}^{\infty} \omega^{(+n)} = 1 \quad \omega = \frac{1}{2}. \quad (18)$$

$$\text{При } \sum_{n=1}^{\infty} \omega^{(-n)} = 1 \quad \omega = 2. \quad (19)$$

Будем следовать дихотомии и далее. Разделим множество $\omega^{\pm n}$ на два подмножества. Отделим числа, занимающие в уравнениях 18-19 четные места, от чисел, занимающих места нечетные. Имеем

a) в случае четных мест

$$\text{при } \sum_{n=1}^{\infty} \omega^{(+2n)} = 1 \quad \omega = \sqrt{2}^{(-1)}, \quad (20)$$

$$\text{при } \sum_{n=1}^{\infty} \omega^{(-2n)} = 1 \quad \omega = \sqrt{2}^{(+1)} \quad (21)$$

– модуль структуры суть число $\sqrt{2}^{(\pm 1)}$ (мир кристаллов);

b) в случае нечетных мест

$$\text{при } \sum_{n=1}^{\infty} \omega^{+(2n-1)} = 1 \quad \omega = \Phi^{(-1)}, \quad (22)$$

$$\text{при } \sum_{n=1}^{\infty} \omega^{-(2n-1)} = 1 \quad \omega = \Phi^{(+1)}. \quad (23)$$

модуль структуры – число Золотого сечения, $\Phi^{\pm 1}$, неизменно присутствующее в структурах, ритмах и формах в живой природе.

46 Итак, алгоритм целостности подтвердил с новых позиций представление о математической гармонии чисел и фигур, возникшее при исследовании структуры Ф-сферы – Второй теоремы Пифагора. Результат двух разных подходов к проблеме целостности совпал.

Вторая теорема Пифагора – это идея дихотомии, прямой угол (закон квадратов, угол распространения электромагнитных и гравитационных волн) и угол золотой ($\operatorname{tg} \alpha = \sqrt{\Phi}$), которым соединены атом кислорода с двумя атомами водорода в молекуле воды.

²⁴ Уравнение целостности $\sum_{n=1}^{\infty} \omega^{\pm n} = 1$ опубликовано мной впервые в связи с проблемой комплементарности структур и формообразования: J.Shevolew – The golden numbers and biosymmetry, Riv. Biol.-B. Forum, vol. 87, (2/3)1994. Стр. 351-370, и, вместе с уравнением симметрии пар – в главе «Симметрия пар» в брошюре И. Шевелев. Векторная логика целостности. Кострома. КГУ им. Н.А. Некрасова. 1997 г. С удивлением встречаю без каких-либо ссылок, у других исследователей ЗС оба уравнения рядом, под другими, ничем не обоснованными именами.

Точка $W_{\sqrt{\Phi}}$ обнажила скрытый в структуре пространства Ф-сферы ритм $\sqrt{\Phi}$, иными словами, пространство симметрии подобий. Это пространство треугольников $\sqrt{\Phi}$ (на плоскости) и тетраэдров $\sqrt{\Phi}$ (трехмерное пространство). Треугольником $\sqrt{\Phi}$ можно именовать любую грань любого тетраэдра, поскольку стороны треугольников (ребра тетраэдров) не только взаимосвязаны по величине, как числа $\sqrt{\Phi}^0$, $\sqrt{\Phi}^{(+1)}$, $\sqrt{\Phi}^{(+2)}$. Тетраэдр $\sqrt{\Phi}$ «живой». Это геометрическое тело, которое, **изменяя форму, сохраняет неизменный объем**. Тетраэдр $\sqrt{\Phi}$ является модулем, выполняющим безгранично протяженное пространство в безграничном множестве комбинаций.²⁵ Ни классическая геометрия Античной Греции, ни современная кристаллография, уделяющая проблеме правильного деления пространства большое внимание, это сокровище геометрии – золотой квант пространства, «правильный тетраэдр», объединивший углы $\pi/2$, $\pi/3$, $\pi/5$ и угол внутримолекулярной связи молекулы воды $2\alpha \approx 104^\circ$, – не заметили. Пространство симметрии подобий $\sqrt{\Phi}$ можно представить иерархией структур. Тетраэдры разного уровня, дробясь, бесконечно уходят в собственную глубину или, объединяясь, простираются вовне без границ.²⁶

ЧИСЛО Ф И ФОРМА В ЖИВОЙ ПРИРОДЕ

47 В биосистемах, отвечающих за передачу информации о свойствах внешнего мира, нет особых рецепторов, воспринимающих пропорции. «Почтовый ящик» пропорций отсутствует. Данные в восприятии образы складываются на высоком интегральном уровне сознания. Размерно-пространственная структура (форма объектов) на уровне разума – это ритм и число, на уровне интуиции – это ощущение гармонии. Формообразование – глубоко скрытая сторона становления жизни – область математических абстракций. Наука о гармонии исследует расстояния между точками пространства, движущимися в нашем подсознании по разным траекториям. Только числа могут придать этому виртуальному миру точную и понятную форму. Проблема становления формы, тысячи лет занимающая религию, философию, естественные науки и искусство, принадлежит, прежде всего, геометрии.

Идея гармонии глубоко выражена афоризмом Гераклита «Из одного – все, из всего – одно». Расширяющаяся сфера, рассеченная подвижным диском в Золотом сечении, – образ экспансии «Точки начала». Вместе с тем это алгоритм симметрии пар (СП), образ единства и двойственности. ЗС – это **движение** (экспансия), **двойственность, соединения и раздвоения** ($2^{(\pm 1)}$) и **квантованное пространство**. Безграничному разнообразию форм живой природы ответило разнообразие комбинаторных возможностей Золотого пространства. Структуры живых объектов, бинарных по сути, можно символически представить числом $\Phi^{(\pm n)}$, то есть числами 1, 2 и $\sqrt{5}$. Структуры кристаллов – числами $1, \sqrt{2}, \sqrt{3}$.

Потенция «овладеть пространством» – сущность каждой из бесчисленных живых единиц. «Свойство непрерывного подобия является самым ярким символом единства формы и роста», – замечает ботаник А. Черч. Непрерывное последовательное деление отрезка в отношении Золотого сечения создает линейный образ подобия. Вторая теорема Пифагора переносит структуры Золотого сечения в трехмерное пространство. Точка $W_{\sqrt{\Phi}}$ отвечает делению сферы плоскостью,

²⁵ И.Шевелев. Другое пространство. Кострома, ООО Авенир-Дизайн. 2010.

²⁶ Брошюра И.Шевелев «Другое пространство». Авенир-дизайн. Кострома, 2010

нормальной ее диаметру (оси $\mathcal{A}\mathcal{B}$) в Золотом сечении. Такое сечение сферы задает ритм членений пространства модулем $\sqrt{\Phi}$: в сферу встроено пространство симметрии подобий, «А-ромб» (рис.7, 8). Границы $\sqrt{\Phi}$ -тетраэдра, «Золотого кванта» Евклида пространства суть треугольники $\sqrt{\Phi}$. Чтобы треугольники $\sqrt{\Phi}$ говорили о событиях, происходящих в природе, они должны быть треугольниками **векторными**. В этом случае эти структуры можно понять как образы динамически равновесных взаимодействий энергий и сил.

48 Возможность моделировать формы природных объектов на основе триады Золотого сечения $\Phi^{(+2)}=\Phi^0+\Phi^{(+1)}$ замечена мной 25 лет тому назад²⁷.

Идея проста. Пропорция Золотого сечения характерна для соразмерности и членения тел живых существ потому, что все формы жизни, столь разные, созданы универсальным законом биоэнергетических взаимодействий. Любая единичная жизнь принадлежит жизни как целое. Развертка сингулярной Точки начала в сферу (экспансия) происходит в биополе жизни, которому единичная жизнь безраздельно принадлежит. Мысль о взаимодействии двух потенций, **S** (сингулярная потенция) и **U** (биополе), открывает возможность моделировать элементарные биологические формы. Поскольку воспроизведение себе подобного – главный алгоритм жизни, сосредоточим внимание на пространстве симметрии подобий, ПСП (рис. 6, 7b).

Точку пересечения осей А-ромба O_1 примем за Точку начала и центр полярной системы координат. Вектор **S**, представляющий потенцию жизни единичной, приложен к точке O_1 . Изотропность однозначно свидетельствует, что потенция **S** направлена радиально и равна во всех направлениях.

Потенция Универсума **U** (биополе), также имеет величину и направление. Назовем линию действия потенции **U** «биологической вертикалью». Направление действия потенции **U** условимся полагать *направлением вверх*.

Рис. 6 позволяет видеть, что ось пространства симметрии подобий, отрезок O_0N – это **векторный треугольник**, сложенный в линию. Три вектора: \bar{U} , \bar{S} , \bar{R} – это три стороны треугольника, соединенные так, что каждая есть число $\sqrt{\Phi}$, умноженное n раз само на себя. Принципиальных вариантов прочтения треугольника три:

- 1/ если $|U| = O_1N$, то $|S|=NO_0$ и $|R|=O_1O_0$
- 2/ если $|U| = O_1O_0$, то $|S|=NO_0$ и $|R|=NO_1$
- 3/ если $|U| = O_0O_1$, то $|S|=O_1N$ и $|R|=NO_0$.

Треугольники графически представляют сложение векторов, взаимодействующих в точке O_1 . Задача – определить связь, соединяющую модули векторов \bar{U} , \bar{S} , \bar{R} . Решение – в том, чтобы за **модули векторов S, U, R** принять числа ω^n , которыми представлено ПСП. В этом случае, если в полярной системе координат строить векторные треугольники для всех направлений экспансии, вектор **R** очерчит из Точки начала O_1 границы пространства экспансии

$$\bar{R} = \bar{S} + \bar{U} \quad (24);$$

и тогда индикаторика **R** представит формы, **генетически предопределенные** структурой пространства $\sqrt{\Phi}$.

²⁷ Shevelev Joseph. The golden numbers and biosymmetry. Biology Forum, vol. 87 - 2/3, Perugia, Italy.
1987

49 Формы, запрограммированные уравнением (24) – триадой чисел ω^0 , $\omega^{(\pm 2\pm 1)}$, $\omega^{(+1)}$ представлены на рисунках 37-39. Образованы они немеханическим сложением сил. Это следует из того, что взаимодействие однородных потенций ($U \leftrightarrow U$, $S \leftrightarrow S$) в модели запрещено. В Точке начала взаимодействуют только векторы разного рода ($S \leftrightarrow U$). Вспомним: закон симметрии пар – это **переключение** взаимодействия: пары *одного рода* распадаются и становятся парами *разного рода*. В этом – основной принцип моделирования форм природных структур. Алгоритм формообразования допускает вероятность сложения потенций только *разного рода*, только модулей **N** и **θ**, взаимно *несоизмеримых*.

Итак, три вектора приложены к Точке начала, O_1 .

На рис. 37 а, б, с показано, как, меняясь ролями, числа ω_n создают образы двух типов:

U – доминантные формы,
 S – доминантные формы.

Вектор, действующий вдоль вертикали вверх, обозначим символом $(+)\bar{U}$; действующий в противоположном направлении, вниз – символом $(-)\bar{U}$.

Вектор, действующий радиально, из Точки начала, – символом $(+)\bar{S}$.
Вектор \bar{R} очерчивает форму.

Метаморфозы Точки начала (преобразования сферы) определены уравнением экспансии (24). Преобразования эти являются следствием перемены значения **n** ($n = 0, 1, \frac{1}{2}, 2$) и перемены знака показателя степени: $(+n)$ на $(-n)$.

Модули этих векторов взаимосвязаны условием динамического равновесия. Ими служит число ω , в одном из значений: это либо ω^0 , либо $\omega^{(\pm 1)}$, либо $\omega^{(\pm 2\pm 1)}$. В ортогональных направлениях роль числа ω играет, всегда и только, одна из трех форм числа Золотого сечения: либо Φ , либо Φ_l либо Φ_g .²⁸

Работа векторной модели представлена рисунками 37-39. Это дверь в Страну чудес, в которой чудеса научно постижимы. Алгоритм метаморфоз сферы представляет логически замкнутым кольцом, начало которому дает постулат **дихотомии**, и завершением которого также является **дихотомия** (рис. 37, а).

50 Уравнение экспансии (24) различает четыре уровня.

Уровень первый, $n=0$. **Пред-бытие**.

1/ Построено незамкнутое пространство: полусфера «верхняя», $(+)\bar{U}$, рис. 37а; 38.1. 2/ Принцип двойственности – комплементарность (+ и -), объединение потенций $(+)\bar{U}$ и $(-)\bar{U}$ – создает замкнутое пространство. Построена **сфера**, сложенная **двумя полусферами** (рис. 37а, 38.2), идеальная симметрия $(0)U$ и $(0)S$.

Точка начала расположена в центре, $R=1$. Идея **первичной формы** узнаваема в образе пространства Вселенной, в форме прокариотов, сохранившихся в породах, насчитывающих миллиарды лет, в форме планет, солнца, луны, в горошине.

Уровень второй, $n=+1$. **Идея о двух сущностях бытия**: симметрии $(+1)\bar{U}$, и $(+1)\bar{S}$. Смысл этой дихотомии в том, что возникают два образа пространства *не замкнутого*.

²⁸ И.Шевелев. Понятие «золотое число». В книге Формообразование. Кострома, ДиАр, 1995, стр.31-36.

Эти образы **предваряют появление телесного бытия**, ибо телесное – замкнуто (рис. 38.3).

1/ $(+1)\vec{U}$ симметрия – это псевдо параболоид, обнимающий Точку начала на расстоянии $|R| = -\frac{1}{2}$. Параболоид простирается в бесконечность, где в зените раскрыт «окном» диаметром 2.

2/ $(+1)\vec{S}$ симметрия – это евклидова плоскость, простертая бесконечно. Она как бы делит пространство, мыслимое безграничным, на две части: отсекает часть, которой Точка начала принадлежит, от части «потусторонней» (рис.38.4). Евклидова плоскость удалена от Точки начала на расстояние $|R| = \frac{1}{2}$.

Уровень третий, $n = -1$. Идея о двух принципах формообразования.

1/ Сфера преобразована в замкнутое пространство $(-1)\vec{U}$, **удаленное от Точки начала** в направлении действия вектора U. Назовем этот образ, условно, «шляпка гриба». Параметры: вертикаль (по оси U) = 1; горизонталь = 2. Расстояния от Точки начала на биологической вертикли: ближнее $|R| = \Phi^{(-1)} = +0,618$; дальнее: $|R| = \Phi^{(+1)} = +1,618$ (рис. 38.5).

2/ Сфера преобразована в замкнутое пространство $(-1)\vec{S}$, **обнимающее Точку начала**. Назовем эту форму, имеющую плоскость симметрии, нормальную биологической вертикли, «протояйцо» (все живое – из яйца). Его параметры: вертикаль (по оси U) = $\sqrt{5}$; горизонтальный диаметр $\sqrt{3}$. Расстояния от Точки начала по биологической вертикли: ближнее $|R| = \Phi^{(-1)} = -0,618$; дальнее: $|R| = \Phi^{(+1)} = +1,618$ (рис. 38.6).

51 Уровень четвертый, $n = \pm 2^{(\pm 1)}$. Формы, генетически предопределенные структурой Ф-пространства. Квадратные уравнения экспансии моделируют формы, подобные основополагающим формам живой природы. Они показаны на рис. 38.7-14 и 39. Характер формы определяет переменная $\omega^{(\pm 2^{\pm 1})}$. Рассмотрим эти формы.

7/ $(+\frac{1}{2})\vec{U}$. **Протояйцо.** Включает Точку начала. Повторяет протояйцо, представленное на уровне третьем; ($n = +\frac{1}{2}$); «все живое из яйца», «ab ovo».

8/ $(+\frac{1}{2})\vec{S}$. **Яблоко.** $n = +\frac{1}{2}$; $(\omega_1) = \omega^{(+\frac{1}{2})}$. Включает Точку начала. Параметры: вертикаль (по оси U) = $\sqrt{5}$; Расстояния от Точки начала по биологической вертикли: ближнее $\Phi^{(-1)} = +0,618$; дальнее $\Phi^{(+1)} = -1,618$. Когда индикатриса и профиль яблока совпадают, центр завязи и Точка начала совпадают. Яблоко отождествляют нередко с запретным плодом Древа познания в Раю, к которому Бог запретил человеку прикасаться; либо с плодом Древа жизни, вкусив который «смертный стал бы бессмертным и равным Богу».

9/ $(-\frac{1}{2})\vec{U}$. **Боб.** $n = -\frac{1}{2}$; $(\omega_1) = \omega^{(-\frac{1}{2})}$. Не включает Точку начала.²⁹; ближняя точка удалена от Точки начала на расстояние $\Phi_l = +0,7549$, дальнняя – на расстояние $\Phi_u = +1,4656$;

10/ $(-\frac{1}{2})\vec{S}$. **Яйцо хищных птиц.** Включает Точку начала. $n = -\frac{1}{2}$; $(\omega_1) = \omega^{(-\frac{1}{2})}$; ближняя точка удалена от Точки начала на расстояние $\Phi_l = +0,7549$, дальнняя – на расстояние $\Phi_u = +1,4656$;

²⁹ О золотых числах Φ_l (верхнее золотое число) и Φ_g (нижнее золотое число) см. И.Шевелев. Формообразование. ДиАр. Кострома 1955, стр.32-36.

11/ $(+2)\vec{U}$. **Яйцо утиных.** $n = +2$; $(\omega_1) = \omega^{(+2)}$. Включает Точку начала. Параметры: вертикаль (по оси U) = 3,0. Расстояния от Точки начала по биологической вертикли: ближнее $\Phi^{(-2)} = -0,382$; дальнее $\Phi^{(+2)} = +2,618$.

12/ $(+2)\vec{S}$. **Pecten.** Индикатриса не включает Точку начала. Морская раковина, восходящая к эпохе Силура. **Панцирь мечехвоста.** Параметры: вертикаль (по оси U) = $\Phi^{(+2)}$; **Капсула, хранящая головной мозг млекопитающих.** Параметры: вертикаль (по оси U) = $\sqrt{5}$; Расстояния индикатрисы от Точки начала по биологической вертикли: ближнее $\Phi^{(-2)} = +0,382$; дальнее $\Phi^{(+2)} = +2,618$;

13/ $(-2)\vec{U}$ **Вишня.** $n = -2$; $(\omega_1) = \omega^{(-2)}$ Не включает Точку начала. Расстояния индикатрисы от Точки начала по биологической вертикли: ближнее $\Phi_u^{(-2)} = +0,466$; дальнее $\Phi_l^{(-2)} = +1,755$;

14/ $(-2)\vec{S}$. **Лик человеческий** $n = -2$; $(\omega_1) = \omega^{(+2)}$. Включает Точку начала. Расстояния от Точки начала по биологической вертикли: ближнее $\Phi_u^{(-2)} = 0,466$; дальнее $\Phi_l^{(-2)} = +1,755$;

U - доминантная форма имеет выраженную ось развития (формы «мужские»). **S** - доминантная форма округла (формы «женские»). Перемена знака показателя степени в свою очередь разделяет эти криволинейные формы на «плюс-симметрии» либо «минус-симметрии». Поэтому основополагающих (квадратичных) бионических форм модель предлагает не 4, а 8

$$+\frac{1}{2}\vec{U}, +\frac{1}{2}\vec{U}, -\frac{1}{2}\vec{U}, -\frac{1}{2}\vec{U}, +\frac{1}{2}\vec{S}, +\frac{1}{2}\vec{S}, -\frac{1}{2}\vec{S}, -\frac{1}{2}\vec{S}.$$

52 Золотым сечением объединены аддитивность и мультипликативность.

Аддитивность линейная:	$\Phi^0 = -\Phi^{(-1)} + \Phi^{(+1)}$, $1 = -0,618 + 1,618$;
мультипликативность :	$\Phi^0 = \Phi^{(-1)} \times \Phi^{(+1)}$, $1 = 0,618 \times 1,618$.
Аддитивность квадратная :	$\Phi^{(+2)} = \Phi^{(+1)} + \Phi^0$, $2,618 = 1,618 + 1,000$;
мультипликативность :	$\Phi^{(+2)} = \Phi^{(+1)} \times \Phi^{(+1)}$, $2,618 = 1,618 \times 1,618$.

Векторный треугольник $\sqrt{\Phi}$ оба эти свойства сохранил: **аддитивность** присуща любому векторному треугольнику: результирующий вектор равен сумме слагаемых векторов по определению.

$$\vec{1} + \vec{1,618} = \vec{2,618}; \quad \vec{0,618} + \vec{0,786} = \vec{1} \quad \vec{1,000} + \vec{1,272} = \vec{1,618}$$

$1 + 1,618 = 2,618$ хотя $0,786 + 0,618 \neq 1$ и $1,000 + 1,272 \neq 1,618$

$$\Phi^0 + \Phi^{(+1)} = \Phi^{(+2)}$$

$\Phi^0, \Phi^{(+1/2)}, \Phi^{(+1)}$

Мультипликативность же треугольнику $\sqrt{\Phi}$ свойственна по определению: любое число ряда Φ равно предыдущему числу, умноженному на первоначальное число ряда.

Смысл единства **аддитивности и мультипликативности – непрерывность восхождения потомственных чисел к «родительским»**. Последующее число возникает и как сумма двух предыдущих, и как умножение предыдущего на первое число ряда. Алгоритм Φ представляет, в целом, **генетику**; форма в своих параметрах хранит историю становления.

53 Итак, ВТП представила **Золотое сечение** как расширяющееся пространство целых чисел. Возвращенное в исходную Точку начала число Φ имеет форму

«Ф-кристалла», который вписан в сферу (рис. 3). Мыслить сферу можно бесконечно малой и безгранично большой. В трехмерном пространстве ВТП – это два попарно соединенные, пересекающиеся конуса. Два из них представляют числа N, целые по основанию 1 и два – числа θ , целые по основанию $\sqrt{5}$. Комплементарность вложила в сферу третье геометрическое тело. Два конуса сопряжены в пару тем, что имеют одну общую образующую. Ее движение рассекает целое (сферу) в отношении Золотого сечения. Возникает триединый N- θ кристалл, проходящий бесчисленное число метаморфоз (рис. 2, 3).

Чтобы N- θ кристалл обладал в полноте способностью представлять законы симметрии, число θ необходимо должно быть корнем квадратным из числа 5: суммы квадратов: $A^2 + B^2$ и $\alpha^2 + \beta^2$ должна соединить пятикратная зависимость

$$A^2 + B^2 = 5(\alpha^2 + \beta^2). \quad (25)$$

В этом случае изменяющий форму «живой кристалл» объединит работу принципа двойственности и пятеричную симметрию. Двойственность и пятеричная симметрия определяют вместе геометрическую модель свернутого пространства - Точку начала, то есть золотую сферу диаметром $\mathcal{A}\mathcal{B} = \sqrt{5}$. Вторая константа естественной геометрии, подвижный диск диаметром $WV = 2:\sqrt{5} \mathcal{A}\mathcal{B}$, делит сферу надвое в Золотом сечении бесконечное количество раз.

Когда же диск WV располагается к полярной оси $\mathcal{A}\mathcal{B}$ под прямым углом (рис. 8, 9), числовая карта структуры изменяется. Сфера как целое, все ее комплементарные фрагменты, связи, все со всем объединяющие, могут в этом случае быть описаны числами $\Phi^{(\pm\frac{n}{2})}$. **Таких моделей** находится две. Первая определена точкой W_Φ . Вторая – точкой $W_{\sqrt{\Phi}}$, это пространство симметрии подобий (ПСП). На плоскости зеркальная симметрия точки $W_{\sqrt{\Phi}}$ предстает шестиконечной звездой (рис. 41). Натуральные целые числа в точках $W_\Phi, W_{\sqrt{\Phi}}$ не обнаруживаются. Тем самым моделью обозначен рубеж, отделяющий идею совершенной гармонии (число Ф) от ее претворения в материальные формы (числа N, θ). Уравнение экспансии $\vec{R} = \vec{S} + \vec{U}$ позволило сконцентрировать в образе сферы – Точки начала – алгоритмы становления структур и форм реального мира.

ЧАСТЬ ТРЕТЬЯ

АРХИТЕКТУРА КАК МИРОВОЗЗРЕНИЕ, ИСКУССТВО И ГЕОМЕТРИЯ

Глава 7 ЧИСЛО И ФОРМА

Эта глава – конспект идей, представленных три года назад книгой «Основы гармонии». Замечены новые факты. Короткий рассказ о египетских пирамидах, Парфеноне, храме Покрова на реке Нерль придает большую полноту и убедительность тому, о чем говорилось в предыдущих главах. Вопрос о сущности гармонии возник для меня при изучении пропорций выдающихся архитектурных сооружений. Шедевры материальной культуры и искусство хранят законы гармонии. Малую Золотую Триаду и двойной квадрат я нахожу в силуэтах пирамид Древнего царства и королевской камере пирамиды Хеопса. Пропорцию $N: \theta = 1:\sqrt{5}$ («двойной квадрат»), из которого пришло Золотое сечение в строительную практику) 2,5 тысячи лет сохраняет каждый камень колоннады Парфенона; Великую Золотую триаду хранят внутреннее пространство и главный фасад храма Покрова на реке Нерль и, также, графление иконы Рублева «Троица». В этой главе приведено, предельно скжато, главное из детального исследования этих исключительно ярких шедевров мировой архитектуры³⁰.

ЕГИПЕТСКИЕ ПИРАМИДЫ

54 В живой природе все сущее (единицы бытия) возникает нераздельно, форма и плоть – одно целое. В искусстве, в архитектуре, форма и материал соединяются творческим актом. Идея (образ) становится плотью, строительный материал становится геометрией.

Треугольный силуэт египетской пирамиды преобразовал необозримую массу отдельных камней в один камень с одною точкой вершины, устремленной в небо. Форма, размеры, тяжесть треугольника – символ гигантской концентрации энергии, силы и власти, символ вечности.

Образ пирамиды, ее треугольный силуэт, царствующий над всем вокруг, живет. В сравнении с образом застывшим, который создала бы форма коническая. В глазах движущегося к пирамиде человека силуэт ее изменяется, благодаря квадратному плану. От формы, отвечающей треугольнику диагонального сечения, он переходит к форме, отвечающей треугольнику сечения по апофеме. С больших расстояний, когда глаз способен охватить пирамиду целиком, силуэт тяготеет к форме треугольника с **прямым углом в вершине**. Ребра, рисующие пирамиду на фоне неба, кажутся наклоненными к зениту и горизонту одинаково. Пирамида незыблема, царственна, нерушима. Геометрическая ее структура проста. План ее квадрат. Незримы, но **реальны** четыре прямых угла плана, незрим, но реален треугольник, стороны которого соединены как числа $\Phi^0=1$; $\sqrt{\Phi}=1,272$; $\Phi=1,618$ (сечение по апофеме), угол основания которого $\alpha=51^\circ 50'$ строит пространство симметрии подобий и является половиной угла внутримолекулярной связи в молекуле воды. Что же касается диагонального сечения, то здесь силуэт пирамиды задан треугольником, катеты которого суть числа $\sqrt{\Phi}$ и $\sqrt{2}$. Связь 1: $\sqrt{\Phi}$ создает динамику Золотого сечения. Это – символ жизни.³¹ Связь чисел 1: $\sqrt{2}$ – символ неорганической природы.

³⁰ И. Шевелев. Основы гармонии. Визуальные и числовые образы реального мира. М., «Луч», 2009. Стр. 14-213.

³¹ По геодезическим обмерам, независимо и в разное время выполненным Л.Борхардт и Ф. Петри, сторона основания пирамиды в среднем равна 230,34 м. Высота ее над горизонтом платформы вычислена

55 Пространство королевской камеры пирамиды Хеопса определено так, что высота и ширина ее торцевой стены связаны, как числа $\sqrt{5}$ и 2. Это и есть вторая константа естественной геометрии, $WV = 2:\sqrt{5}$. План пирамиды Хеопса квадрат; план ее королевской камеры – двойной квадрат, 1:2. И в высшей степени примечательно и важно то, что королевская камера, выполненная из гранитных плит, представляет пространство, размерная структура которого заключает в себе наклоны последующих Великих пирамид Древнего Царства. На рис. 40 приведен сводный чертеж диагональных сечений десяти главных пирамид. Все они рождены двойным квадратом плана камеры фараона Хеопса 1, 2 и ее торцевой стеной, прямоугольником со сторонами 2, $\sqrt{5}$. Обозначим высоту пирамиды (H), полудиагональ ее основания (B).

В Великих пирамидах с высокой точностью:

H:B = 1:1 – пирамида ромбoidalная Снофру (южная) нижняя часть.

H:B = 2:3 – пирамида ромбoidalная Снофру (южная) верхняя часть.

H:B = $\sqrt{\Phi} : \sqrt{2}$ – пирамиды Хуни, Хеопса, Неусер-ре

H:B = (2+2) : ($\sqrt{5} + 2$) – пирамиды Хефрена, Нефер-ир-Каре и Пепи II,

H:B = (1+2) : (2+2) – пирамида Микерина

H:B = ($\sqrt{2} + 2$): (2+2) – пирамида Сахуре

H:B = ($\sqrt{5} + 2$): (2+2) – пирамида Унаса

Комплекс пирамид в Гизе, Великий Сфинкс – образы метафизические. Для нас они хранят молчание: но они говорят на языке высокой культуры чисел и геометрии, и на языке пластики. Сфинкс, объединяющий комплекс пирамид – символ **двойственности**. Тело **льва**, царственного зверя есть символ могущества и власти; голова **человека** есть символ Божественного разума.

В какие слова ни облечь существование энергии в двух ее формах, потенциальной и активной, наука, в ее физическом понимании, никогда не объяснит ни наличие двух форм энергии, ни чудовищную ее концентрацию в Точке большого взрыва, ни первопричину внезапного ее перехода из одной формы в другую. Но вопросы «Предшествовала ли нашей цивилизации иная цивилизация? Знала ли и осознавала ли она смысл законов геометрической гармонии высшей ценностью бытия?» – эти вопросы ставить можно. Это помогает понять смысл гигантского интеллектуального и физического труда, вложенного древними египтянами в строительство пирамид.

56 Уходя из Египта в Землю обетованную, евреи несли золото. «...Каждый у ближнего своего и каждая женщина у ближней своей тайно выпросили вещей серебряных и вещей золотых...» и они давали ему, и оббрал он Египтян» (Исход, 11, 12.35). Но вынести из египетского плена можно было бы и драгоценность несравненно большую: знание. Знание это было запечатлено в камне пирамидами, на тысячу лет ранее прихода и исхода евреев. Здесь полезно вспомнить, что прямым предком пророка, возглавившего исход из Египта, был Иосиф, первый советник и визир фараона Аменхотепа. Несомненно, он знал религиозные обряды, и, как доверенное лицо божественного фараона, был посвящен в тайное знание Верховных жрецов, увековеченное египтянами, во-первых, в силуэтах Великих треугольных

по измеренному углу наклона $51^\circ 50'$, она равна 146,5 м. $146,5:115,17 = 1,272033$; $\sqrt{\Phi} = 1,27202$. Точность феноменальная. Слабые места безоговорочно принятой египтологами гипотезы целых чисел показаны мной в книге «Основы гармонии», стр. 19-22.

пирамид, выполненных из известняка, и, во-вторых, в соразмерности сложенной из гранитных плит королевской камеры пирамиды Хеопса.

Евреи, главные черты которых - жажда знания и способность схватывать налету, вынесли из египетского плена, судя по всему, драгоценность большую, чем посуда из золота и серебра, – мистическое понимание жизни и бессмертия. Иудаизм хранит в полноте почитание символов, веру в мистическое значение иероглифов (букв), являющихся одновременно числами и идеями, комбинаторику чисел, веру в значение имен и слов. Классическая книга еврейской Каббалы, Сефер-Иецира (Книга Творения, Маасе-Берешит), восходящая к устному преданию, – это цепь аналогий. «Бог Израиля, Бог живой и Царь вечный, – говорит онасоздал мир свой **троямъ счислениями** (сефарим)». Сефарим значит: книга, числа, «повествование числами», иными словами – комбинаторика, перемещения.

Каждая еврейская буква передает три понятия: 1/ букву, то есть иероглиф; 2/ число, смотря по месту нахождения; 3/ идею». Бог в еврейском алфавите имеет 10 начертаний; все 22 буквы еврейского алфавита происходят из одной буквы «иодъ», иероглифа-Точки, знака потенциальности и вечности, «Точка – это начало и конец всего», – говорит Сефера-Иецира. «Первое из имен бога ЭХИЕ пишется иероглифом йод •, 10, Я. Из «иод», сотканы три буквы матери. **Йод, образующий один все буквы... был изображением Единицы-Начала...**³²»³². Евреи, видевшие в Единице и начало, и конец всего сущего, изображали эту идею точкой в центре круга (рис.39,2): начало всему – точка; круг – линия без начала и конца – вечность. Второе имя Бога соединяет **йодъ и хъ: хокма** есть мудрость. Вечность и мудрость суть целое. **«Закон управляющий созданием языка евреев,** – замечает переводчик подлинника – **был том же самый, который управлял созданием вселенной».** И, наконец, тысячу лет существовал (и существует) символ иудаизма: вписанная в круг Звезда Давида. Я вижу в ней Малую золотую триаду (структура W_Φ), – два зеркально соединенных равнобедренных треугольника, символ симметрии $\sqrt{\Phi}$, то есть пространство «симметрии подобий», моделируемое второй «теоремой Пифагора» (рис. 41).

57 Тень универсальной симметрии Φ , ее геометрической и числовой интерпретации лежит на всей земной цивилизации. Индия – один из самых ярких ее очагов. Эпос Вед, восходящий, по мнению специалистов, к V тысячелетию до н. э., был закреплен обрядами. Тысячи лет спустя он стал текстами. Особо чтим историками цикл Ригведы, повествующий о создании мира и раскрывающий идею первоначала. Десятый Космогонический гимн Ригведы можно читать как комментарий к таблице форм, которые строят уравнение экспансии (уравнение 24, рис. 39). Начинается гимн так :
...«Тогда не было ни сущего, ни не-сущего. Не было ни воздушного пространства, ни неба над ним ...ни смерти, ни бессмертия... ни различия между днем и ночью.
...Само собой дышало Единое. И ничего кроме него не было».³³

Пробуждающееся сознание мыслит по аналогии. Улавливая таинственные ритмы природы, человек представляет их Богами, имеющими руки, ноги и голову: гигантскими людьми, творящими чудеса. Мифологические образы, созданные воображением, вполне реальны; они отвечают культурной традиции народа, месту и времени. Но они больше. И число их членов воображается иным.

³² Сефер-Иецира. Подстрочный перевод с еврейского подлинника Н.А. Переферкович. Папюс. Каббала.СПб. 1910. Переиздание 1992 г.

³³ Ригведа, X. 129

«... Параджапати пожелал: Я хочу стать больше, я хочу размножаться. Он создал **воды** ... Он пожелал «Я хочу **родиться из этих вод**». С этим **трояким знанием** он вступил в воды. Из вод **«возникло яйцо**. Он коснулся его. ...из этого создан был Брахман – **троякое знание – перворожденное этой вселенной!**» (Шатапатхабрахмана, VI.1). Перед нами опоэтизованный алгоритм золотого сечения: это и протояйцо, первая и дважды созданная уравнением экспансии форма (рис 39,6,7, -**S**, $+\frac{1}{2}U$) и единство: смотри пункты **36 ,8**, уравнение $1 = \langle \Phi^{+1} \pm \Phi^{-1} \rangle = \sqrt{5}$.

Счисление индуев соединило в Ведах числа 1 и 5 так же прочно, как соединяют эти числа сама реальность и Золотое сечение, ее символизирующее. «Мудр тот, кто знает атман, как пятеричную песнь, из которой возникает все это. Земля, ветер, воздух, небесные тела – все это атман, пятеричная песнь. Все возникает из него. Все завершается в нем». «Из пяти частей состоит воздух: *прана, аpana, вьяна, самана, удана*³⁴». «Из Адити возник Дакша, из Дакши – Адити». «...То, что названо словом Брахман тождественно пространству вне человека, пространству внутри человека, пространству в сердце».

На заре духовной жизни (даже и теперь) непонятные вещи разум воспринимает, как чудеса. И, напротив, по великому сценарию природы: «комплементарное противоположно» – в принципе непостижимую в своем истоке Божественную силу-энергию он стремится отождествить привычным и потому кажущимся понятными вещам.

58 Ветхий Завет трактует космогонию схоже. **Первая** строфа **первого** стиха **первой** книги **Пятикнижия** Моисея говорит:

«В начале сотворил Бог небо и землю. Земля же была безвидна и пуста, и тьма над бездною, и Дух Божий носился над водою «И сказал Бог: да будет свет. И стал свет. И увидел Бог свет, что он хороший, и отдал Бог свет от тьмы. И назвал Бог свет днем, а тьму ночью³⁵». «И сказал Бог: да будет тврдь посреди воды и да отделяет она воду от воды. И стало так. И создал Бог твердь и отдал воду, которая под твердью, от воды, которая над твердью»³⁶.

Главный догмат Христианства – канон Триединства. Бог Отец, Бог Сын и Святой Дух именуются по церковному канону Творцом неслияенным и нераздельным, началом всего сущего. Ф-сфера представила пространство как Целое в полном согласии с христианским миропониманием Бога. **Св. Дух (Φ) есть слитная, неделимая сущность Отца (1) и Сына ($\sqrt{5}$), ибо $\Phi = \frac{1}{2}\sqrt{5} \pm \frac{1}{2}\sqrt{1}$, в то время, как и Отец (1) и Сын ($\sqrt{5}$) – это две Богоравные формы Единой неделимой сущности Св. Духа.** $1 = \langle \Phi^{+1} \pm \Phi^{-1} \rangle = \sqrt{5}$. Точность этой аналогии поражает. Структура Φ , $1, \sqrt{5}$ нераздельна (как это представлено рисунком 1,g): **это две сферы – в одной; такова главная сущность Мироздания**. Целостность и нераздельность электрического и магнитного полей есть главное свойство электромагнитного поля.

³⁴ Ариньяки,

³⁵ Две двоицы, Бог – и пространство; Небо и Земля- целое; Бог и его творение – показаны как единство. Двоица: свет и тьма рисуют разделение сущности на два генетически сопряженные разные пространства. Пространство A отделено от пространства B как Ева от Адами и т.п.

³⁶ Вода, вода – твердь, т.е. ритм: 3=2+1; Это глобальный ритм Φ (рис. 40) и глобальный физический ритм. Атомы делятся на протоны, электроны – и нейтроны; ядра атомов – на кварки, причем так, что кварки представляют два типа, **u**, **d**. Протон состоит из двух **u**-кварков и одного **d**-кварка, нейтрон – из двух **d**-кварков и одного **u**-кварка. И этот ритм положений 3=2+1 прошивает структуры элементарных частиц на разных уровнях материи.

59 Даосизм возник в VI в. до н. э., тогда же, когда сложилась и античная философия. Главный символ даосизма Дао трактуется как двойственность. Дао – символ соединения женского и мужского начала: Инь и Ян. Но, в сущности, это единство. Две тождественные и противоположные, связанные поворотной симметрией фигуры, черное и белое, женское Инь «-» и мужское Ян «+» порождающие друг друга, вписаны в третье – круг. Дао – лаконичный и точный геометрический символ взаимопроникновения, гармонии.

Завершим эти историко-философские аналогии ссылкой на Брайана Грина, физика и блестящего популяризатора новейших взглядов на структуру макро и микромира³⁷. Сопоставим современное представление о элементарной основе физического строения мира и модели ВТП и древнейшим религиозно-философским представлениям. У физиков:

Ядро атома состоит из трех типов частиц: протонов, нейтронов и электронов.

Протоны и нейтроны состоят, каждый, из трех частиц меньшего размера, называемых кварки. При этом:

Протон состоит из двух *u*-кварков и одного *d*-кварка.

Нейtron состоит из двух *d*-кварков и одного *u*-кварка.

Космические лучи несут также потоки частиц, мюонов, нейтрино и т.д. , которые по свойствам четко разделяются на три семейства.

Кроме того, в микромире каждая из частиц имеет соответствующую ей античастицу: миру частиц отвечает мир второй, мир античастиц.

Таким образом, отслеженная на разных уровнях иерархий двоичная структура физических частиц ($3 \leftrightarrow 2+1$) подобна алгоритму ЗС – структуре $\Phi = (1 \pm \sqrt{5}) : 2$ (рис. 40).

Итак, владели ли египетские жрецы «тroyким знанием»?

Возможно, в той мере, в какой способна зарождающаяся культура воспринять мудрость цивилизации высокоразвитой. В этом случае знание высокой истины коснулось и Пифагора, учившегося три года у египетских жрецов и, тем самым, его последователей, утверждавших «вещи суть числа».

Если все это так, то носящие имена Пифагора и Птолемея теоремы предстают драгоценными фрагментами одной неделимой истины.

ПАРФЕНОН АФИНСКОГО АКРОПОЛЯ

60 Архитектору Витрувию, жившему в 1 веке н.э., посчастливилось читать трактат «*О соразмерностях дорийского храма на Акрополе*», быть может принадлежавший перву Фидия или Иктина, и другие превосходные творения, накопившие изобильные запасы знаний. Это позволило ему, «как бы черпая воду из источника, ... давать красноречивее и свободнее **новые наставления**». ³⁸ Он пишет:

«Композиция храмов основана на соразмерности, правила которой должны тщательно соблюдать архитекторы. Она возникает из пропорции, которую по-гречески называют *αναλογία*. Пропорция есть соответствие между членами всего произведения и его целым по отношению к части, принятой за исходную».

³⁷ Брайн Грин. Элегантная Вселенная. URSS., М., «КомКнига» 2007.

³⁸ Витрувий – римский архитектор. Жил в 1 веке н.э. Читал в подлинниках сочинения древнегреческих авторов, в том числе, трактат Иктина «О соразмерностях дорийского храма на Акрополе».

«Никакой храм без соразмерности и пропорции не может иметь правильной композиции, если в нем не будет такого точно членения, как у хорошо сложенного человека. Ведь природа сложила человеческое тело так, что лицо от подбородка до верхней линии лба составляет десятую часть тела». «Голова вместе с шеей, начиная с ее основания от верха груди до корней волос – шестую часть»; «ступня составляет шестую часть». «Чтобы колонны были пригодны к поддержанию тяжести и обладали правильным и красивым обличьем, (греки) измерили след мужской ступни по отношению к человеческому росту. И, найдя, что ступня составляет шестую его долю, применили это отношение к колонне, и, сообразно с толщиной ее ствола вывели ее высоту в шесть раз больше, включая сюда и капитель. Таким образом, дорийская колонна стала воспроизводить в зданиях пропорции, крепость и красоту мужского тела».

61 Давая новые наставления, Витрувий стремится расшифровать общие места, за которыми скрыта глубокая тайна зодчества. Он вносит конкретность: «высота колонны (включая капитель) в **шесть** раз больше толщины ее ствола», ³⁹ и ошибается. В древнем трактате речь идет о другом. Нужно капитель **исключить**. Историки архитектуры не нашли в греческих и римских храмах но одной колонны, которая отвечала бы отношению 1:6, по вполне понятной причине. Отношение 1:6 лишено ассоциативного смысла. Из аналогии «храм – человек» явно следует, что высота ствола колонны **в пять раз больше ее толщины!** Мастер, мыслящий визуальными образами, имел задачу: воспроизвести **мощь и красоту мужского тела**. У хорошо сложенного мужчины ростом шесть футов стопа составляет 1 **фут**. Одному футу равна высота головы и шеи. Следовательно, **пять футов** приходятся на высоту **тела**. Это расстояние от подошвы стопы до яремной впадины в основании шеи. Соразмерность **1 : 5** является соразмерностью ствола колонны Парфенона. Греки назвали ствол колонны словом «*σῶμα*» (буквально, *тело*) потому, что именно ствол – символ **стройности, красоты и мощи**. Стволы колонн несут тяжесть антаблемента, фронтонов, кровли. Капитель дорического ордера в конструктивном смысле – прокладка на стыке двух камней архитрава. Вспомним, как атланты несут **на плечах** антаблемент портика Эрмитажа.

Гармония требует главную связь, создающую аналогию, распространить на целое. «Наилучшей связью служат **средние отношения**», говорит великий мудрец Сократ, сын каменотеса, по легенде происходящий из рода Дедала и в молодости сам каменотес и скульптор.⁴⁰ Среднее чисел 1 и 5, число $\sqrt{5}$ – такова пропорция Парфенона.

$$1 : \sqrt{5} = \sqrt{5} : 5$$

Многие архитекторы, вслед за Витрувием, полагают соразмерностью **кратность** разных частей постройки размеру, принятому за исходную величину. Для зодчих и скульпторов эпохи Фидия, строивших Пропилеи, Парфенон и Эрехтейон, пропорция была неразрывным **движением** от одного главного размера к размерам всех частей целого, которое задают две геометрические сопряженные величины, представляющие связи двойного квадрата. Пропорцию создает **парная мера**.

³⁹ Так же категоричен был доктор архитектуры М. Бархин: «Людей без головы не бывает».

⁴⁰ В. Нерсесянц. Сократ. М.:Наука. 1984

62 Инструмент воплощения этой гениальной идеи история сохранила. Известны четыре античных пропорциональных циркуля. Все они представляют связь чисел 1, 2 и $\sqrt{5}$, и смысл этой связи чисто геометрический: это отношения сторон и диагонали двойного квадрата. Два циркуля (хранятся в Немецком Музее в Мюнхене) установлены на отношении $1:2 = 0,5$. Третий (циркуль Музея Терм в Риме) установлен на отношении $(\sqrt{5}-1): \sqrt{5} = 0,5528$. Четвертый (циркуль Неаполитанского Музея) найден в мастерской скульптора. Он установлен на Золотое сечение, которое объединяет стороны 1 и 2 и диагональ $\sqrt{5}$ двойного квадрата. Связь $(\sqrt{5}-1): 2 = 0,618$ органично входит в структуру симметрии $5 \cdot m$, которой подчинено строение тела человека. Работая циркулем, установленным на связи $1: \sqrt{5}$, мастер сознательно либо спонтанно вызывает к жизни отношения Золотого сечения. Он работает двумя жезлами зодчего Хеси-Ра, строителя пирамиды Джосера!⁴¹

Что касается циркуля Парфенона, установленного на отношении $1 : \sqrt{5} = 0,4472$, то его существование в прошлом несомненно. Это доказывает Циркуль Музея Терм в Риме. Оба циркуля делят отрезок (1) на две части в одном и том же отношении.

$$0,4472 + 0,5528 = 1,0000.$$

Идея зодчего: придать телу колонны **соразмерность** тела человека $1: 5$ и распространить **пропорцию** $\sqrt{5} : 1$ (среднее чисел 1 и 5) на храм в целом. Она реализована в Парфеноне последовательно и строго. Убедимся в этом. Рассмотрим план и восточный фасад храма (рисунки 42 - 43). Воспользуемся для этой цели прекрасными обмерами Н. Баланоса⁴². Сохраним при этом принятую автором индексацию.

В портиках по восемь колонн. Шесть рядовых (№№ 23, 22, 21, 20, 19, 18) и две угловые (1'-А', 1-А). Шаг рядовых колонн 4,295 м., шаг угловых колонн заметно короче (3,696 м. и 3,662 м.)

№№ колонн	23	22	21	20	19	18
Шаг колонн (в метрах)	4,290	4,290	4,299	4,295	4,290	
Высота колонн (в метрах)	9,564	9,585	9,585	9,570	9,573	
Соразмерность интерколумниев	0,4485	0,4475	0,4490	0,4488	0,4480	

Соразмерность интерколумния 0,449 **контрастнее**, чем $1 : \sqrt{5}$, ($\Delta = + 0,0012$). Соразмерность, охватывающая рядовые колонны, т.е. пять этих интерколумниев вместе, $9,570 \text{ м.} : 21,464 \text{ м.} = 0,4459$, напротив, **менее контрастна**, причем на ту же самую величину ($\Delta = - 0,0013$).

Ту же картину дает участок северного фасада, где сохранились первозданные колонны

№№ колонн	4-Δ	5-ε	6-ζ	7-θ ;	9-ι,	10 -κ	11-λ
Шаг колонн (в метрах)	4,301	4,301	4,290		4,295	4,285	
Высота колонн (в метрах)	9,572	9,5685	9,5645		9,566	9,569	
Соразмерность интерколумниев	0,4493	0,4495	0,4485		0,4490	0,4478	

⁴¹ И. Шевелев. Геометрическая гармония в архитектуре. «Архитектура СССР», М. 1965, № 3.

⁴² Nicolas Balanos. «Les Monuments de l'Acropol. Relevement et conservation», Paris, 1936.

63 Обратимся к плану. Стилобат, на котором воздвигнут Парфенон, имеет размер $30,87 \text{ м} \times 69,516 \text{ м}$. Соразмерность $30,870 : 69,516 = 0,4441$ мало отличается от $1 : \sqrt{5} = 0,4472$. Но это отличие принципиально! Число 0,4444 есть отношение целых чисел 4 : 9. *Перед нами замысел и его воплощение*.

Чтобы создать образную ассоциацию «храм–человек», мастер использует все доступные средства. Во-первых, материал. Столбы колонн, капители, антаблемент, ступени стереобата, скульптурный фриз вытесаны из пентелийского мрамора теплого цвета, образующего под солнечными лучами золотистую патину. Поверхность мрамора рассеивает свет, придавая колоннаде дыхание. Ту же цель преследует пропорция. Стилобат – это чертеж. Плоскость, на которой зодчий чертит оси колоннад и стен, определяет центры колонн, проемы, закладывая тем самым все высотные размеры сооружения. Замысел и воплощение – не одно и то же! Вначале было Слово. Иррациональной связи $1 : \sqrt{5}$ отвечают два целочисленные приближения. Квадрат двойки 4 и квадрата тройки 9 (это числа первого порядка) образуют связь 4 : 9 = 0,4441. Здесь контраст выше, чем $1 : \sqrt{5} = 0,4472$; $\Delta = + 0,0031$. Целые числа второго порядка, 31 : 69 = 0,4493 создают контраст ниже средне расчетного: $\Delta = - 0,0021$.

Раздвоение числа 0,447 на числа 0,444 и 0,449 придает геометрической схеме дыхание жизни, делает форму живой. Вариация связи необходима: главной «ноте», лейтмотиву пропорции Парфенона, числу $1 : \sqrt{5} = 0,447$ вторят «диез» 4:9 = 0,444 и «бемоль» 31:69 = 0,449.

$$0,4444 \leftrightarrow 0,4472 \leftrightarrow 0,4490.$$

Этим блестяще пользуется мастер, стремящийся одухотворить постройку. Он вносит корректизы, продиктованные спецификой зрительного восприятия. И еще одно важное замечание. Парфенон – храм 100 футовый, высота ствола его колонны равна 31 футу⁴³. $31 + 69 = 100$ (рис. 42). Перед нами ключ к тайне гармонии Парфенона.

64 Вот развертка размерной структуры Парфенона, расчет и реальность.

Ширина стилобата 100 футов 30,87 м – исходная величина. Она определила длину стилобата (ключ «0,444»), и высоту ствола колонны (ключ 0,449).

$$\text{Шаг 1/ } 30,87 : 0,444 = 69,527. \quad \text{Длина стилобата равна } 69,516 \text{ м}$$

Шаг 2/ $30,87 - (30,87 : 1,449) = 9,567$ – деление ширины стилобата на две части, связанные как числа 1 и $\sqrt{5}$, где 1 есть высота ствола колонны.

$$\text{Высота ствола колонны } 9,570 \text{ м}$$

Высота ствола колонны порождает цепь величин: высота ствола – шаг колонны – диаметр ствола – высота капители.

$$\text{Шаг 3/ } 9,570 \times 0,449 = 4,297. \quad \text{Шаг рядовых колонн } 4,295 \text{ м}$$

Расчетный диаметр колонны $9,570 \times 0,447^2 = 1,914 \text{ м}$ необходимо раздвоен.

Рядовые колонны стройнее, а угловые – тяжелее рассчитанных.

$$\text{Шаг 4/ Связь «диез» } 0,444. \quad 9,570 \times 0,444^2 = 1,887.$$

$$\text{Диаметр рядовой колонны } 1,892 \text{ м}$$

$$\text{Шаг 5/ связью «бемоль» } 0,449. \quad 9,570 \times 0,449^2 = 1,929$$

⁴³ Это заметил Андрей Чернов. Возник вопрос: почему 31, а не 30 футов, или 32 и т.д.? Ответ очевиден: $31:69 = 1:\sqrt{5}$. Все дело в двойном квадрате.

Диаметр угловой колонны 1,930 м

Шаг 6/ $1,914 \text{ м} \times 0,449 = 0,859$.

Высота капители 0,860м

Построение колонны почти закончено. Найдена высота колонны, включая капитель, $9,570 + 0,860 = 10,430$ м. Остается найти ширину капители. Она задана высотой колонны в целом, аналогично тому, как задан высотой ствола колонны ее диаметр.

Шаг 7/ $10,430 \times 0,444^2 = 2,056$ Ширина капители 2,055м – 2,059 м

Шаг 8/ $9,570 \times 0,618^2 = 3,656$ – это деление высоты ствола колонны на две части в Золотом сечении 1 : Ф; здесь «1» есть шаг угловой колонны.

Шаг угловой колонны 3,660 м

Шаг 9/ $3,660 \times (0,449 \times 2) = 3,286$ м

Высота антаблемента 3,297 м

65 Обратим внимание на такую деталь. Первым и основополагающим действием мастера, конструирующего колоннаду, действием, породившим весь каскад фасадных членений, было **деление на две части** ширины стилобата, равной 100 футам. Мастер в ответственных случаях повторяет этот прием, **избегая механического однообразия**. Так, для определения высоты ствола колонны мастер **разделил** ширину стилобата **надвое** в отношении $1:\sqrt{5}$;

для определения шага угловых колонн он **разделил** **надвое** высоту ствола колонны в отношении **1:Ф**. И, наконец, шаг десятый:

Шаг 10/ Высоту замыкающего колоннаду фронтона 3,550 м, мастер привел в согласие с поясом горизонтально уложенных плит – нагрузкой, которую несут стволы колонн (антаблемент + капитель, $3,297 \text{ м} + 0,860 \text{ м} = 4,157 \text{ м}$). $3,550 \text{ м} : 4,157 \text{ м} = 0,8541$

Использована связь, которой объединены **две главные пропорции** двойного квадрата, числа **Ф** и $\sqrt{5}$. Отношение $1 : (1 + \Phi)$ равное $\sqrt{5} : \Phi^2 = 0,8541$ создает пространство симметрии подобий. Число 0,8541 задает Великую золотую триаду (смотри рис. 7, главу 1).

Прием аналогии последовательно доводится мастером до конца, охватывая малейшие детали (рис. 43 -45):

Шаги 11, 12/ Связь $\sqrt{5} : \sqrt{5} : 1$ определяет членение антаблемента на архитрав, фриз и карниз; и, зеркально, членит капитель на абак, эхин и шейку (рис. 43 -44).

Шаг 13/ Связь $1 : (\sqrt{5}+1)$, определяет и соразмерность ствола колонны, и величину украшающих ствол каннелюр (рис. 43).

Шаг 14/ Связь 1:Ф определяет соразмерность триглифа.

Циркуль, установленный на отношение 0,447: 1.000 позволяет осуществить любое разветвление прекрасного дерева пропорций Парфенона **одним раствором**. $1 : \sqrt{5} = 0,447$; $1 : (\sqrt{5} + 1) = 0,691$. Золотое сечение создает **удвоение** размеров: два уколов малых ножек циркуля и двойной укол малой и большой ножки. $(0,447 + 0,447) : (0,447 + 1,000) = 0,618$; $(1 - 0,447) : (1 + 0,447) = 0,382$. А так как циркуль Музея Терм в Риме установлен на отношение 0,528 : 1, и $0,528 + 0,447 = 1$, пропорция Парфенона может быть построена также и циркулем Музея Терм в Риме! Все известные историкам Римские пропорциональные циркули (1 : 2, 0,528 : 1 и 0,618 : 1) происходят из двойного квадрата.

ИСКУССТВО ДРЕВНЕЙ РУСИ

66 Храмы Древнего Новгорода и Пскова похожи на скульптуры. Они как бы вылеплены руками. Ширина церкви по Западному фасаду может отличаться от ширины с Востока на целый локоть. Но вот что замечательно. Проверка размеров по разбивочным осям, отсчитанная от центра храма (точка пересечения осей Запад-Восток и Север-Юг), показывает, что внутреннее пространство в каждом его членении точно рассчитано. Храмы Киевской и Владимирской Руси ближе к Византийской традиции. И потому точность пропорций в их членениях однозначно выше. Осуществлялось соизмерение частей **Парными мерами**. Простые правила их применения (метод аналогий) позволяли мастерам «прошивать» архитектурную форму ритмами, отвечающими цели создать тот или иной художественный образ. Столбы, их раскреповки, пролеты между стенами и столбами (нефы), высоты и ширины конструктивных элементов определялись кратно саженям и локтям, попарно сопряженным. Связь эталонов меры задавал чертеж двойного квадрата. Его сторону 2 давала мерная сажень (размах рук или двойной шаг человека). Храм пронизан «золотой» связью не потому только, что так сопряжены длины эталонов, имеющих антропометрическое происхождение (локоть, пядь), но и потому, что золотой связью соединены члены человеческого тела самой природой (рис. 46).

Разбивка храма начиналась с выбора места постройки. Забитый в землю колышек обозначал место пересечения осей. Через этот колышек пробивались в утре закладки храма две оси. Одна – на восходящее солнце – ось Запад-Восток и вторая – под прямым к ней углом, ось Юг-Север. На земле чертился невидимый миру крест. Центр креста был точкой начала, от которой отсчитывались размеры на все четыре стороны света. Размеры подкупольного прямоугольника, толщины столбов, их раскреповки, ширина боковых (продольных) и поперечных нефов, глубины абсид последовательно отсчитывались на разбивочных осях от этого центра⁴⁴. В конце строительства высоко над точкой пересечения земного креста загорался, венчая главу, видный отовсюду золотой крест.

67 Великая золотая триада (ВЗТ) воплощена искусством Средневековой Руси в бессмертных ее шедеврах, в камне и в живописи. Великая она потому, что в ней части целого связаны между собою и с целым отношением Ф восемь раз, а не четыре, как в обычной триаде (рис. 45. d, строка ММ').

MN : Ma = MN : Nb = Ma : Mb = Nb : Mb = Nb : Na = Na : ab = Mb : ba = 1,618034
1 2 3 4 5 6 7 8

В храме Покрова на реке Нерль под Владимиром начало построению дает ширина храма по внутренним стенам. От центра на север и юг откладывается половина ширины храма – отрезок MN, и каждая ветвь делится на три части в ритме $\Phi^0 : \Phi^{-1} : \Phi^0$. Тем самым ширина храма в целом поделена на пять частей: выделены

⁴⁴ Там же, стр.72-103.

три продольные нефа и ширина северных и южных столбов. Части эти линейно соединены удвоением (1:2), отношением Золотого сечения ($\Phi:1$) и «двойным золотом» ($\Phi:2$). «Двойное золото», соединившее боковое затененное пространство и световой главный неф, *сознательно (!) повторено ритмом полуколонн на главном фасаде: оси столбов и оси полуколонн не совпадают*. Отношения глубины к ширине (сопротивность плана) определяет прямоугольник $2:\sqrt{5}$. Построение сводится к делению квадрата пополам и двум засечкам, придающим диагонали полукуадрата вертикальное положение. Так появились три прямоугольника $2:\sqrt{5}$, вписанные друг в друга.⁴⁵ Внешний очертил четверик по внутренней линии стен; средний – четыре центральные столбы, несущие тяжесть сводов, «μεσομφαλός», конструктивное ядро храма; внутренний выделил центр: подкупольное световое пространство.

Все последующие членения плана в глубину (на запад и восток) соблюдают ритм Золотого сечения и дихотомию (деление пополам); что касается членения фасадов и разрезов по высоте, то они уже заключены в чертеже плана.

68 Поразительно, но план церкви Покрова (XII век) и графически воспроизведенная в нужном масштабе икона «Троица» преподобного Андрея Рублева (середина XV века)⁴⁶ при наложении этих двух чертежей друг на друга точно совпали и очертанием, и членениями. Великая золотая триада делит ширину ковчега иконы на пять полос. Три из них вмещают фигуру среднего и фигуры боковых ангелов, два, расположенные меж ними, – их крылья. Так же разделена ширина внутреннего пространства церкви Покрова. Три продольные нефа средний и боковые, и, между ними – северные и южные столбы конструктивного ядра. Прямоугольный ковчег иконы и прямоугольный план четверика по внутренним стенам – один и тот же прямоугольник $2:\sqrt{5}$. Мастер определил все необходимые ему размеры поразительно экономно и просто. *Три раза* разделив на *две неравные части* в отношении **Золотого сечения** $\Phi:1$ доску иконы (вначале – полную высоту доски, затем – ширину ковчега, затем – половину ширины ковчега), он тут же воспроизвел полученные размеры *вторично*: горизонтальные отложил вертикально; вертикальные – горизонтально. Так были построены восемь квадратов, определившие место фигур трех ангелов, центры и диаметры нимбов, центр и место чаши причастия, границы освещенной плоскости столешницы, на которой стоит чаша, место ствола и кроны мамврийского дуба (рис.45.e,f). Два самых поэтичных шедевра, один – зодчества и второй – живописи Древней Руси, храм и икона, исполненные в одном ключе, разделяют восемь поколений. Членения иконы, как и пространство храма, установлены одним приемом, Великой Золотой триадой.

Интуиция и знание двух гениальных художников равно велики. Незримо и зримо, вольно и невольно, ритмом Великой Золотой триады, согласием ликов ангелов, пластикой контурных линий, подобием очертаний их фигур и крыльев чаши причастия, тонкой цветовой гаммой Андрей Рублев создал бессмертный символ жизни, вечности и гармонии – образ Святой Троицы.

⁴⁵ Подобные чертежи, выполненные в X-XII в.в. на кирпиче, черепице и камне, «аввилоны», археолог и историк Б.Рыбаков полагает расчетами архитектурных сооружений. Б. Рыбаков. Архитектурная математика древнерусских зодчих. Советская археология, 1957, стр. 81-93.

⁴⁶ Там же, стр. 110-111, 132-135.

Глава 8 СИМВОЛЫ

ГРАНИЦА ОПЫТНОГО ПОЗНАНИЯ

69 Гармонию человек осознает как отсутствие какого-либо внутреннего беспокойства и дискомфорта, как радость и ощущение слияния своего Я с объективно существующим внешним миром, которому в момент этого слияния его душа и тело безраздельно принадлежат.

Археолог сегодня имеет счастливую возможность трогать руками и измерять приборами дно океана, видеть обратную сторону Луны, датировать прилетевшие из космического пространства породы, образовавшиеся миллиарды лет тому назад. Благодаря этому и иным артефактам внеземного порядка (НЛО), предположение, что существовала (существует) цивилизация, понимающая мир глубже и лучше нас и оставившая некогда след в нашей культуре, получает многочисленные подтверждения.

Живое от неживого отличает информация. Биология, изучая передачу информации в живых системах, исследует передачу энергии. Электрические импульсы нервных систем, химические реакции, словом, вещи вполне реальные. Объекты, доступные восприятию – исчезающие малые точки беспредельного мира; познание связи всего со всем – сфера естествознания: физики, химии, биологии. Гармонию же нередко считают чем-то мистическим. На великом пути естествознания, в веренице ярких открытий (наука знает, что как устроено) гармонии места не оказалось. Не нашлось и ответа на вопрос «**почему** мир устроен именно так, а не иначе?».

Влияние ритмов и пропорционального строя на психическое и физическое состояние живой системы бесспорно. Всякий сопричастный творчеству человек испытал на себе власть искусства и, особенно, гениально исполненной музыки. Гармония – это структура пространства символов, определенное их сочетание. Поменяйте местами два слога, и слово, способное вызвать восторг, после перестановки фонем – буквально убьет. Не является ли вопрос о структуре и перестановке элементов структуры пространства одной из главных проблем науки? Не здесь ли ответ на занимающий нас вопрос «**почему**»?

70 Парадокс в том, что тезис о необходимости экспериментального подтверждения теории противоречит главному философскому обобщению физики микро и макромира: **основания мира – двойственны**. Принцип «комplementарное противоположно» подтвержден опытом. Из него неизбежно вытекает, что опытно познаваемому (материальные частицы, тела, энергия) существует альтернатива: опытно непознаваемое. Природа шире науки. Знание, лишенное полноты, в главном своем существе ложно. Истина, как свидетельствует опыт, это союз питающих и отвергающих друг друга истин, единство и антисимметрия. Парадигма «истинно то, что подтверждено экспериментом» отвергается современным естествознанием в пользу парадигмы более широкой: «истинно то, что математически доказано и не противоречит научному знанию». В физике элементарных частиц и космогонии границей *ведомого* и *неведомого* считают *горизонт событий*. В естественной геометрии существует нечто похожее. Есть два взаимно дополняющие друг друга

пути. Один ведет в *ведомое* естественным наукам (материальная природа), второй – в *неведомое им* (гармония). Здесь символы, хранящие информацию, представляют уже не физические объекты, а абстракции, за объектами стоящие. Это естественная геометрия. Числовые образы и фигуры, за которыми прочитывается *структура математического пространства*.

71. Обратим внимание на такую особенность. Двухслойную структуру «Золотого пространства» *minor-major* составляют шесть математических тел, тетраэдров $\sqrt{\Phi}$. Слой *major* образуют три равновеликих тетраэдра: $A\downarrow, A\uparrow$ и $D_{(+)}$ (либо $A\downarrow, A\uparrow$ и $D_{(-)}$), а слой *minor* – три равновеликих тетраэдра $B\downarrow, B\uparrow$ и $C_{(+)}$ (либо $B\downarrow, B\uparrow$ и $C_{(-)}$). Но пространство $\sqrt{\Phi}$ – *minor*, также как пространство $\sqrt{\Phi}$ – *major*, каждое, составляют не три, а две *разные* формы. *Major* – это пара А и D; *minor* – пара В и С. При этом формы С и D, каждая, предстают в двух зеркально симметричных образах, имеют форму и правую (+), и левую (-). Тетраэдры А, В, С, D могут занимать в пространстве *разное* положение, *меняют* ориентацию. Созданные четырьмя числами, $\sqrt{\Phi}^{\pm 1}, \sqrt{\Phi}^0, \sqrt{\Phi}^2$ – величинами генетически сопряженными, грани тетраэдров содержат углы, $\pi/2, \pi/3, \pi/5$ и угол α (молекула воды). Соединяясь гранями, *разные* тетраэдры образуют многообразные геометрические структуры, осуществляя господствующие в неорганической и живой природе виды симметрии, в том числе симметрию подобий. Особенность же пространства, сотканного из математических тел $\sqrt{\Phi}$ и потому обладающего безграничным потенциалом преобразований симметрии в том, что триады тетраэдров плотно упакованы в треугольные призмы – модули *minor-major* пространства. Алгоритмы грядущих метаморфоз начертаны вершинами тетраэдров. Эти *вершины расположены исключительно и только на ребрах* призм: на вертикалях, нормальных основаниям тетраэдров. Поэтому удаленному наблюдателю, видящему граничную поверхность, недоступно созданное законами симметрии многообразие структуры $\sqrt{\Phi}$; свойства пространства $\sqrt{\Phi}$ скрыты. Видна триангулярная решетка, все звенья которой суть число $\sqrt{\Phi}^0 = 1$ (рис. 32).

По-видимому, *треугольные силуэты* египетских пирамид говорят о скрытом в треугольнике законе гармонии. Закон гармонии закодирован наклоном облицовки пирамиды Хеопса; сердце пирамиды, ее королевская камера – ключ к этому коду. Замкнутое гранитными плитами пространство камеры фараона Хеопса тысячи лет хранит в полноте структуру Золотых пропорций.

72 Деление математического пространства на видимые и невидимые структуры – не только образ. Механизмы восприятия у живых существ: зрение, слух, обоняние, вкус, тактильные ощущения устроены так, что символы реального мира возникают в системе «Я» на граничной поверхности, являющейся «горизонтом восприятия» живой системы. По одну сторону поверхности – реальный внешний мир. По другую – возникающие в сознании образы и интуиция – мир неведомый, мир духовный, подвластный законам гармонии.

Глаз воспринимает световые и цветовые образы внешнего мира, проецируя их хрусталиком на сетчатку, то есть на поверхность; это слой нейронов, прилегающий плотно ко дну глазного яблока. *Слух* принимает звуковые волны, падающие на поверхность барабанной перепонки. *Обоняние и вкус* воспринимают сигналы датчиками, нейронами-дендритами, выстилающими поверхность носовой полости (обоняние) и полости рта (вкус). *Осязание* – это эффект касания кожными покровами,

и прежде всего, кончиками пальцев поверхностей тел внешнего мира. *Интегральная расшифровка* и обработка полученной от всех видов детекторов информации происходит у человека в коре больших полушарий головного мозга, испещренных складками-извилинами, т.е. в *поверхностных слоях* коры.

Таким образом, биоструктуры, ответственные за передачу информации (так же, как Золотое пространство) обнаруживают «диафрагму», разделяющую мир каждого «Я» на две парадоксальные по смыслу зоны. По одну сторону – природа, организованная по законам гармонии, «ведомая», опытно доступная, но в чем-то главном непонятная. По другую – зона «неведомая». Это таинственный мир восприятия, духа и интуиции. Результатом встречи этих двух потоков и являются *символы*, которым, при кодировании сигналов, придают законченную форму чувство и разум человека, и воспроизводят человеческая рука. На «горизонте непознаваемого» возникли иероглифы. Буквы, числа, ноты, формулы, рисунки и чертежи. На поверхностях, которыми природа разделяет и связывает внутренний и внешний миры, возникают образы: окружающий нас мир, дифференцированный светом, фактурой, цветом, линией, пластикой и пропорцией.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Фундаментом числовой и геометрической модели, проясняющей сущность Золотого сечения, явились:

1. Переход от изображения чисел к изображению отношений, соединяющих числа в пары.
2. Переход от изображения чисел точками прямой линии к изображению чисел расстояниями, соединяющими точки, расположенные на окружности.
3. Переход от изображения чисел на плоскости к их изображению пространственными телами, замкнутыми сферой.
4. Переход от линейной цепи логических построений к раздвоенным в каждом очередном звене структурам, соединенным в истоке в одну структуру.
5. Переход от логики линейного детерминизма (причина → следствие) к логике кольца (причина ↪ следствие) и построению математических моделей, дающих общий подход к структурам физическим и биологическим и разным видам симметрии.

Исследование проблемы гармонии столетиями шло по замкнутому кругу старых представлений о Золотом сечении. Истинная теория гармонии будет востребована и создана человеком тогда, когда математика, биология, генетика и физика увидят пространство двоичным и посмотрят на свои проблемы с позиции гармонии. Тогда «*Mир спасет красота*».

Результаты наблюдений позволяют утверждать:

- 1/ Золотое сечение – геометрический и числовой символ, в котором с фантастической плотностью упакованы общие принципы структурной организации пространственных форм, закон *движения, симметрии, двойственности*.
- 2/ Двойной квадрат, $(\sqrt{5} \pm 1)/2$, плоскостная геометрическая интерпретация Золотого сечения – краеугольный камень архитектурной композиции, в котором скрыта тайна становления формы. Здесь дремлют ритмы преобразований,

соединяющих возникающее с тем, что уже существует. Из одного возникает все и это все составляет одно. Трехмерные образы, им рожденные – таковы шедевры искусства, и это явно обнаружила архитектура

3/ Главным итогом исследования является целостное представление об основании, на котором строится здание естественной геометрии.

a/ Единицы природы обладают бинарной структурой.

b/ Начала сущего взаимно иррациональны и, следовательно, оно – триедино.

c/ В алгоритме эволюции форм первый постулат и конечный результат идут навстречу друг другу, меняясь местами.

В чем смысл естественной геометрии?

Современное естествознание, физика и биология, проникло в тайны строения материи. Оно успешно расчленяют природные целостные структуры, созданные по Божественным алгоритмам, и компонуют из природных оснований структуры новые – по своему усмотрению. Бинарное счисление, введенное Лейбницем (1,0) легло в фундамент всемогущей вычислительной техники. С тех пор наука фантастическими темпами строит новую модель картины мира: представление о том, что и как в природе устроено. Но на вопрос «почему мир такой, как он есть, а не иной?», на вопрос, далеко не пустой: «каким критериям можно и следует доверять в творчестве, при поиске единичных форм или пространственных структур?» академическое естествознание ответа не дает. Мы находим его в бинарной геометрии.

Цель жизни – жизнь; фундамент гармонии – естественная геометрия, которая, на языке фигур и чисел $(1, \sqrt{5})$ показывает, как из единства метафизического и материального начала возникают единицы бытия. Как творчество достигает согласия с Божественной идеей красоты и гармонии – идеей Жизни,

Кострома.

7 ноября – 2012 г. – 12 февраля 2013 г. – 28 июня 2013 г.

БИБЛИОГРАФИЯ

ГЕОМЕТРИЯ и ЕСТЕСТВЕННЫЕ НАУКИ

1. Анохин П. К. Теория отражения и современная наука о мозге. М., 1970
2. Бутусов К.П. Свойство симметрии и дискретности гравитационных систем Солнца и планет. Симметрия в природе Л., 1971
3. Вейль Г. Симметрия. М., 1968
4. Вернадский В.И. Философские мысли натуралиста. М., Наука. 1988
5. Вейзе Д.Л. Листорасположение и числа Фибоначчи. «Природа», 1996, №5
6. Вили К., Детье В. Биология. М., Мир, 1975
7. Вулдридж Д. Механизмы мозга. М., 1965
8. Выгодский М. Я. Арифметика и алгебра в древнем мире. М., 1967
9. Гейзенберг В. Философские проблемы атомной физики. УРСС, М.
10. Глезер В. Д. Механизмы опознания зрительных образов. М. – Л., 1966
11. Грегори Р. Л. Глаз и мозг. М., 1970
12. Грин Б. Элегантная Вселенная. КомКнига, М., 2007
13. Гут Аллан Г. Стейнхардт П.Дж. Раздувающаяся Вселенная. «В мире науки». (Scientific American), 1984, №7.
14. Кеплер И. О шестиугольных снежинках. М., Наука, 1982
15. Кулаков Ю., Владимиров Ю., Карнаухов А. Введение в теорию физических структур и бинарную геометрофизику. М., Архимед. 1992
16. Канорски Ю. Интегративная деятельность мозга. М., 1970
17. Кольман Э. История математики в древности. М., 1961
18. Кузанский Н. Сочинения в 2 т., М., Мысль, 1979-1980
19. Курант Р., Робинс Г. Что такое математика. М.-Л., ОГИЗ, 1947
20. Лейбниц Г.В. Сочинения, т.1. АН СССР. М., Мысль. 1982
21. Малахов В.С. Избранные главы истории математики. Янтарный сказ. ФГУИПП. 2002
22. Нейгебауэр О. Точные науки в древности. М., 1968
23. Происхождение человека. Курьер ЮНЕСКО, август – сентябрь 1972
24. Петухов С.В. Высшие симметрии в механике формообразования. Автореферат УДК 548.12. АН. М., 1974
25. Петухов С.В. Бипериодическая таблица генетического кода и число протонов. Молодежный книжный центр, М., 2001
26. Платон. Тимей. Сочинения. Т. 3. М., 1971
27. Пригожин И. Стендерс И. Время, хаос, квант. Эдиториал, УРСС, М., 2000
28. Рыбин И. Психофизика. Поиск новых подходов. Природа, 1990 , №2
29. Тейяр де Шарден. Феномен человека. М., Прогресс, 1965
30. Урманцев Ю. А. Симметрия природы и природа симметрии. 1974
31. Федоров Е.С. Правильное деление плоскости и пространства. Л., Наука, 1979
32. Физика микромира. Малая энциклопедия С.Э., М. 1980
33. Франк-Каменецкий М. Д. Самая главная молекула. М., Наука, 1983
34. Хокинг С. Стрела времени. Природа , 1990, №1,
35. Shevelev Joseph. The golden numbers and biosymmetry. Biology Forum, vol. 87 - 2/3, Perugia, Italy. 1994
36. Shevelev Joseph. The Number and the Form in Animate Nature. Symmetry of structure. Budapest, Hungar, 1989

44. Шевелев И. Ш. Геометрическая гармония в архитектуре. «Архитектура СССР», 1965, №3
45. Шевелев И. Ш. Строительная метрология и построение храмов древнего Новгорода конца XII в. «Советская археология». 1968, №1
46. Шевелев И. Ш. Пропорции и композиция Успенской Елецкой церкви в Чернигове. Архитектурное наследство, М., 1972, №19
47. Шевелев И. Ш. Принцип пропорции М., Стройиздат, 1986
48. Шевелев И. Ш., Марутаев М. А., Шмелев И. П. Золотое сечение. М., Стройиздат, 1990
49. Шевелев И. Ш. Формообразование в природе и в искусстве. Число – форма – искусство – жизнь. Кострома, 1995
50. Шевелев И. Ш. Метаязык живой природы. М., 2000
51. Шевелев И. Ш. Числовой образ реального мира. ООО Промдизайн-М. 2005
52. Шевелев И. Ш. Золотое пространство. Кострома, 2006
53. Шевелев И. Ш. Основы гармонии. Визуальные и числовые образы реального мира. М., Луч, 2009
54. Шевелев И. Ш. Другое пространство. Кострома. ООО Авенир-дизайн, 2010
55. Шевелев И. Ш. Целые числа и симметрия пар. Кострома, ДиАр, 2011
56. Штендер Г. М. Восстановление Нередицы. Новгородский исторический сборник, 1962
57. Balanos N. Les Monuments de l'Akropol. Relevement et conservation. Paris, 1936
58. Borchardt L. Langen und Richtungen der Vier Grundkanten der Großen Pyramide bei Gise, Berlin, 1926
59. Borchardt L. Gegen die Zahlenmystiken der Großen Pyramide bei Gise. Berlin, 1922
60. Heisenberg A. Grabs Kirche und Apostel Kirche. Leipzig, 1908
61. Lauer J. Ph. Observations sur les Pyramides. Cair, 1960
62. Lauer J. Ph. Les problèmes des Pyramides d'Egypte, Paris, 1948. Перевод: Лайэр Ж.Ф. Загадки египетских пирамид, М., 1966
63. Petrie F. W. Pyramids and temples of Giseh. London, 1882
64. Quibell J. E. Excavations at Saqqara (1911-1912). Tomb of Hesy. La Caire, imprimerie de l'institut Franse d'Archeologie Oriental, 1913 – New-York, 1977
65. Stevens G. Ph. The Erechtheum. Cambridge, 1927
66. Thiersch A. Proportionen in der Architektur. Handbuches der Architektur. 4 teil, 1 Halband. Leipzig, 1904

ИЛЛЮСТРАЦИИ

PICTURES

	Стр./Pg.
1	73
2	74
3	75
4	76
5	77
6	78
7	79
8	80
9	81
10 (1)	82
10 (2)	83
11	84
12	85
13	86
14	87
15	88
16	90-91
17	92-93
18	94-95
19	96-97
20	98-99
21	100-101
22	102
23	103
24	104
25	105
26	106
27	107
28	108
29	109
30	110
31	111
32	112-113
33	114
34	115
35	116
36	117
37	118
38	119
39	120
40	121
41	122-123
42	124-125
43	126
44	127
45	128-129
46	130
47-50	132-136

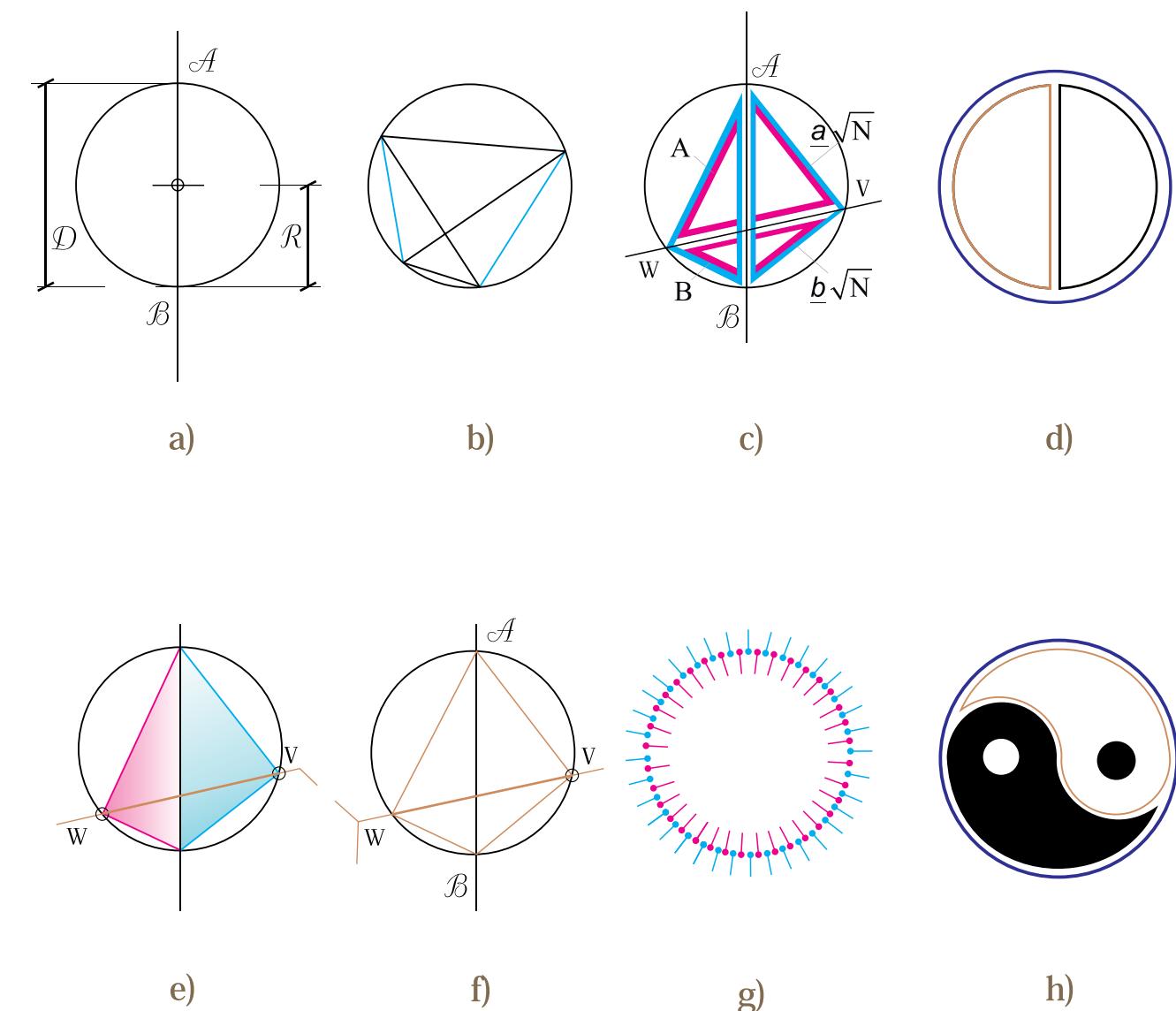
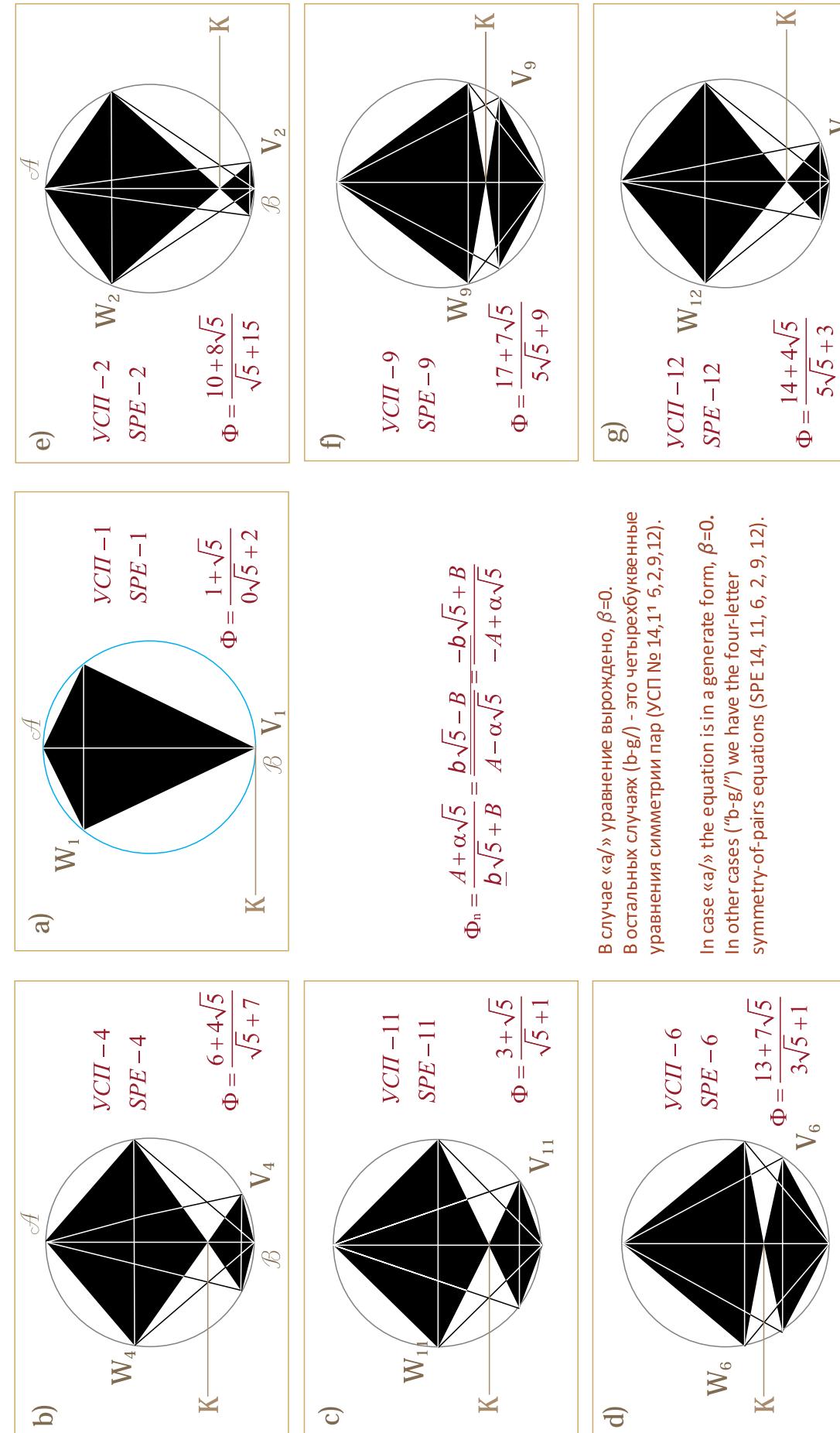


Рис. 1. Раздвоение сферы. а/ Сфера. б/ Теорема Птолемея: общий случай. в/ Частный случай: одна из диагоналей четырехугольника – диаметр. е/ Сфера как двойная Теорема Пифагора. ф/ сфера как уравнение симметрии пар. д/ Дихотомия на плоскости. г/ Две сферы в одной – целостный образ электромагнитной волны. х/ Два в одном - символ Дао.

Fig. 1. Halving a sphere. a/ Sphere. b/ The Ptolemy Theorem: general case. c/ A particular case: one of diagonals of a tetragon is coincident with diameter. e/ A sphere as geometrical representation of the double-square Pythagorean Theorem. f/ A sphere as geometrical representation of the symmetry-of-pairs equation. d/ Dichotomy in a plane. g/ Halving a sphere as an image of expansion of electromagnetic waves. h/ Two in One: a symbol of Tao.



В случае «а/» уравнение вырождено, $\beta=0$.
В остальных случаях (б-г) - это четырехбуквенные
уравнения симметрии пар (УСП № 14, 11, 5, 2, 9, 12).

In case «a/» the equation is in a generate form, $\beta=0$.
In other cases ("b-g/") we have the four-letter
symmetry-of-pairs equations (SPE 14, 11, 6, 2, 9, 12).

Рис. 2. Вторая теорема Пифагора \equiv уравнение симметрии пар.

Константа $WV = 2/\sqrt{5} \mathcal{AB}$ выполняет золотое сечение сферы.

Fig. 2. The Second Pythagorean Theorem \equiv The Symmetry-of-Pairs equation.

Invariable $WV = 2/\sqrt{5} \mathcal{AB}$ completes the Golden section of sphere.

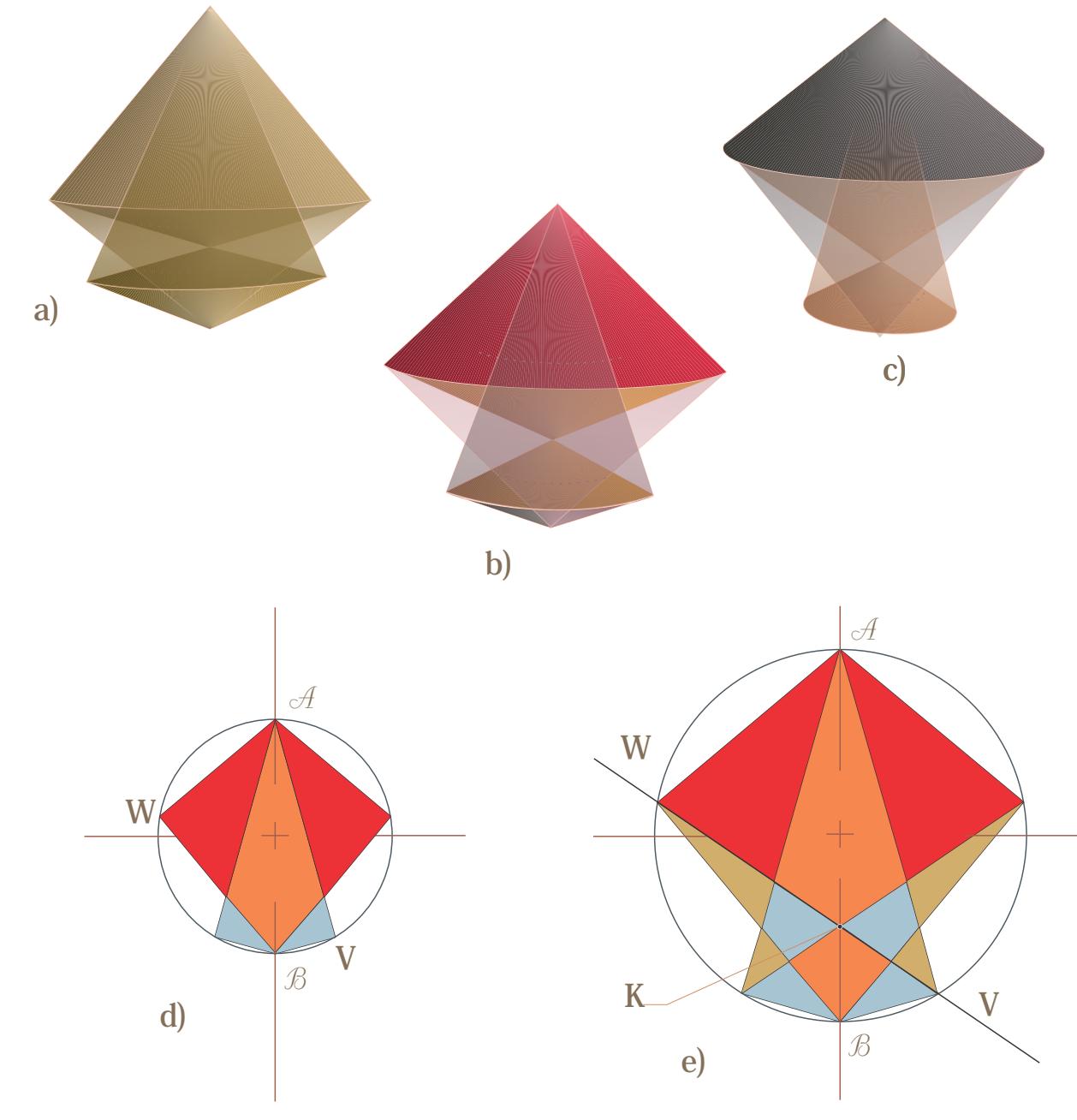


Рис. 3. Три пары конических тел вписаны в одно сферическое пространство. Макет.
а/ УСП-6, в/ УСП-5; с/ УСП-4. д/ Разрез: до рассечения сферы плоскостью WV. е/ Разрез:
сечение плоскостью WV.

Fig. 3. Three pairs of conical solids are inscribed in a single spherical space. A mockup.
a/ SPE 6, b/ SPE 5, c/ SPE 4. d/ Cutaway drawing reaching to the plane WV section. e/ Cutaway
drawing at WV section.

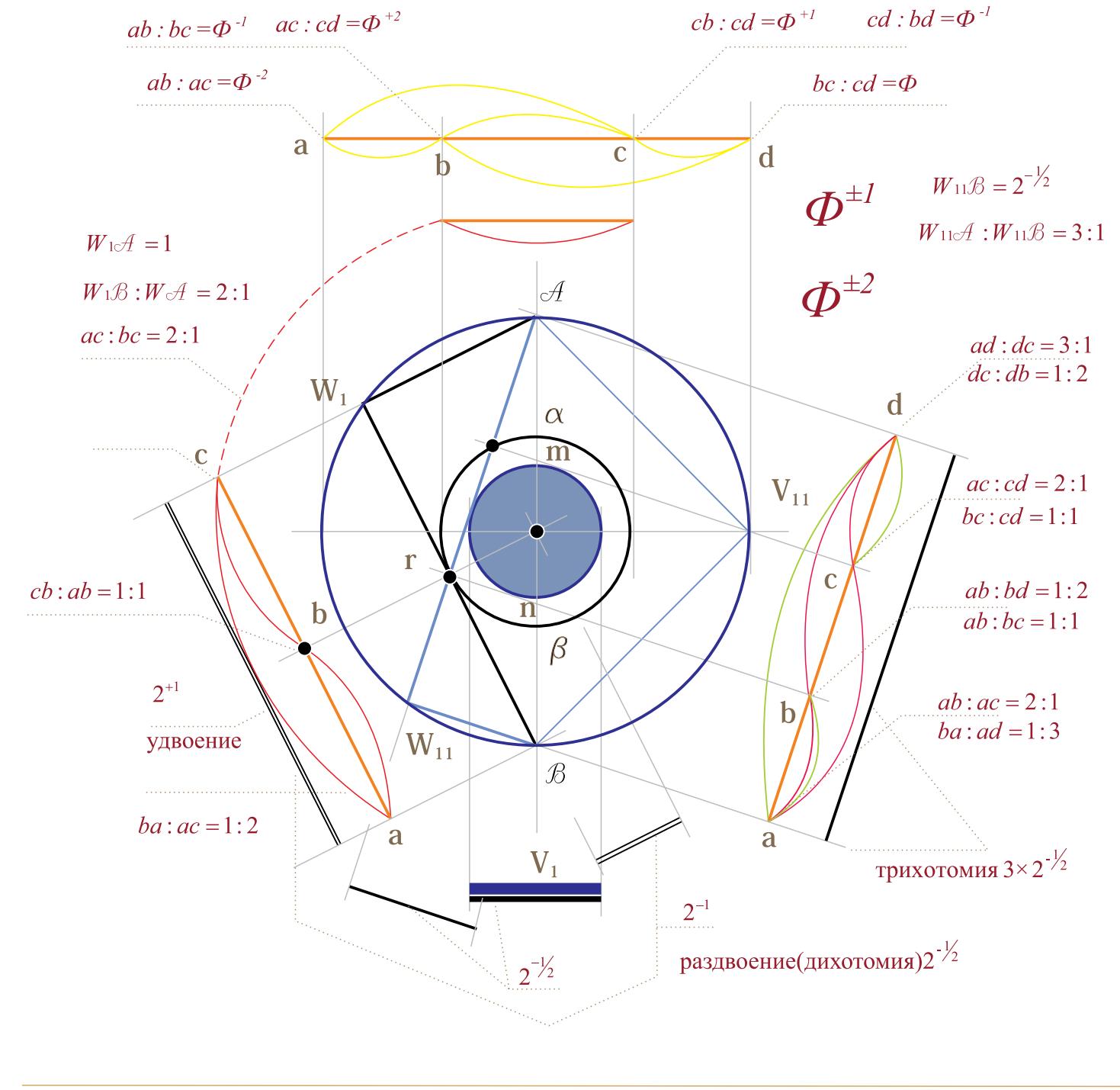


Рис. 4. Сценарий Первый. Удвоение плюс раздвоение суть трихотомия. Отрезок $W_{11}\mathcal{A}$ разделен на три равные части. В центре – сфера $mn : \alpha\beta = (\sqrt{2})^{-1}$

Fig. 4. Scenario One. Duplication plus halving make trichotomy. Line section $W_{11}\mathcal{A}$ is divided in three equal parts. Sphere $mn : \alpha\beta = (\sqrt{2})^{-1}$ is located at the center.

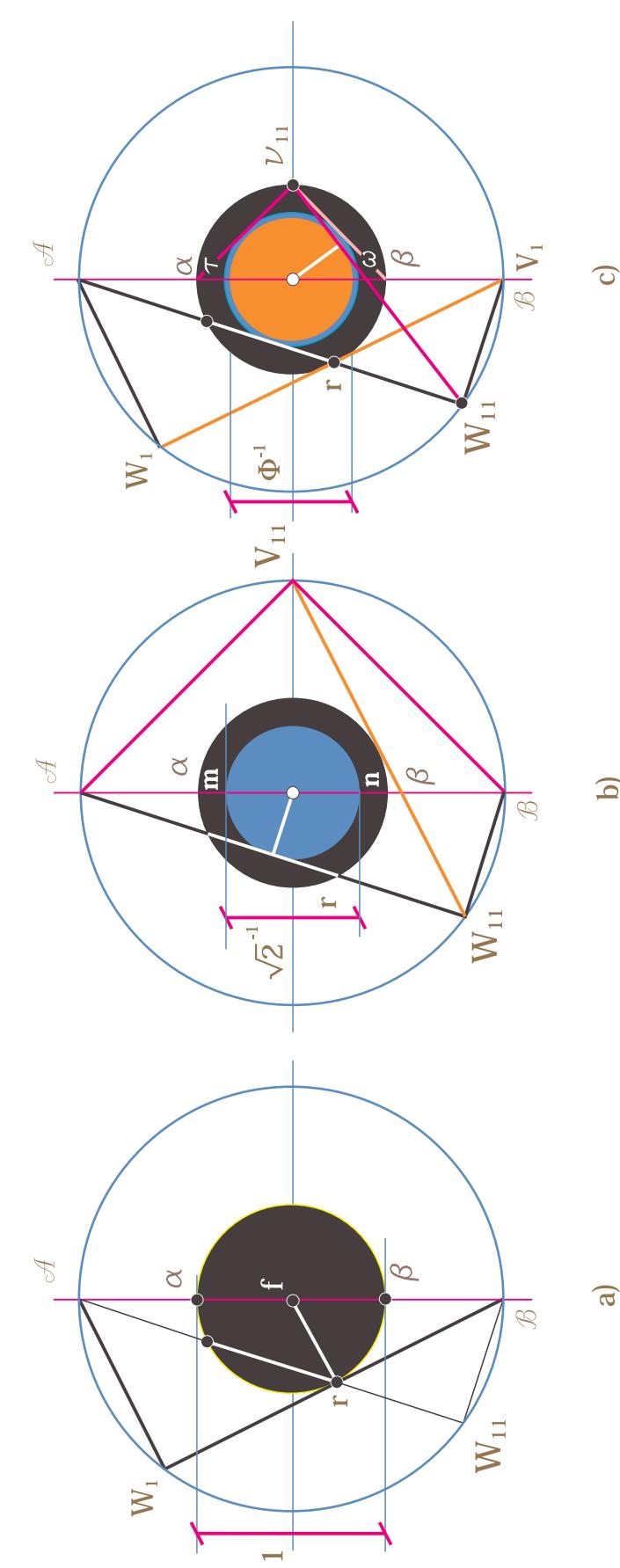


Рис. 5. Сценарий Второй. Распределение чисел N и q на двух сферах.

$\mathcal{A}\mathcal{B} = \sqrt{5}$ и $\alpha\beta = 1$. В центре сферы $\tau\omega = \sqrt{\Phi}^{-1}$.

Fig. 5. Scenario Two. Distribution of numbers N and q on two spheres

$\mathcal{A}\mathcal{B} = \sqrt{5}$ и $\alpha\beta = 1$. Sphere $\tau\omega = \sqrt{\Phi}^{-1}$ is located at the center.

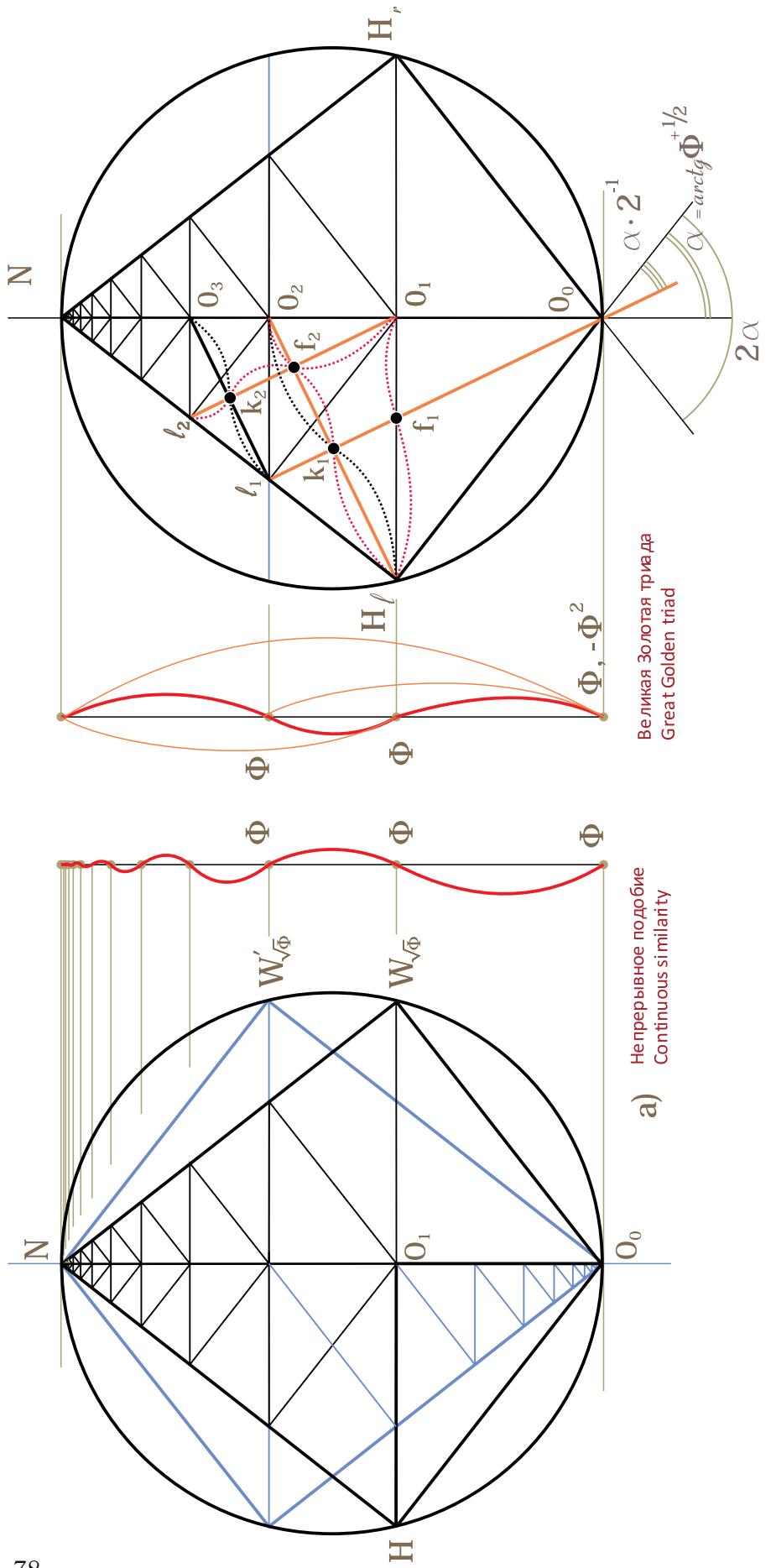


Рис. 6. Пространство симметрии подобий.
Великая золотая триада и угол внутримолекулярной связи в молекуле воды.

Fig. 6. The symmetry-of-similitudes space.
The Great golden triad and intramolecular bond in a water molecule.

Малая Золотая триада
The Minor Golden triad

Великая Золотая триада
The Major Golden triad

Угол \mathcal{A} - вершина пирамиды Хеопса
(сечение по апофеме)
Angle \mathcal{A} - the Cheops Pyramid vertex
(apothem section)

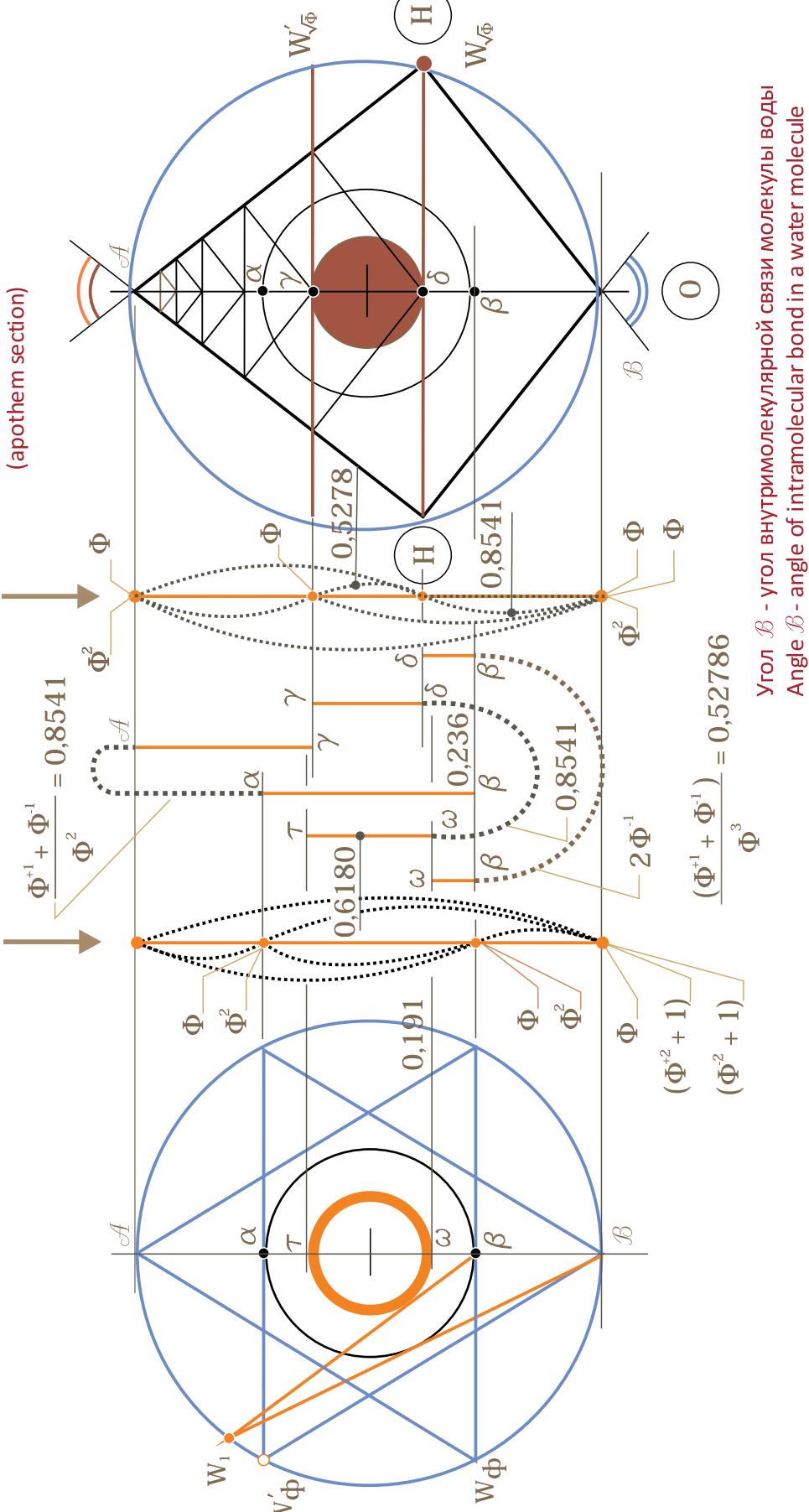


Рис. 7. Точки W_ϕ и $W_{\sqrt{\phi}}$.

Золотая звезда Давида, триады Малая, Великая и Пространство симметрии подобий.

Fig. 7. Points and W_ϕ , $W_{\sqrt{\phi}}$.

The golden Star of David, the Minor and Major triads and the Symmetry-of-similarities space.

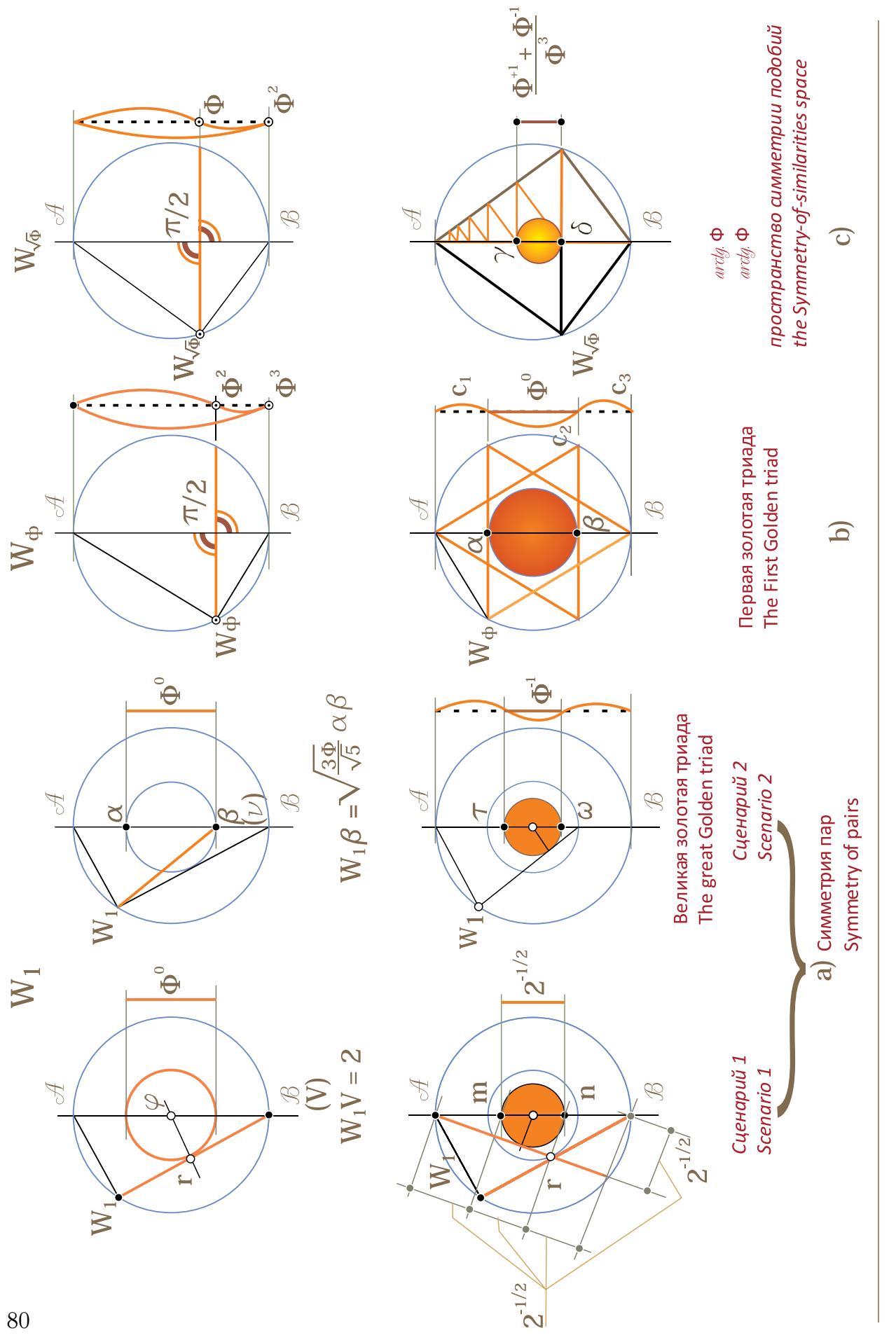


Fig. 8 Three basic techniques of automation

Natural integers and invariables of natural geometry.

Копирование / Replication

Копирование + умножение само на себя / Replication + multiplying with itself

卷之三

п е р в а я к о н с т а н т а

卷之三

3

1 0.618 0.618

2

C 1.618 0.618

3

$$\left[\quad \right]^{1/2}$$

1.473370 третък

[1.618 0.618] 5

първа константа на
the first invariant

0618034

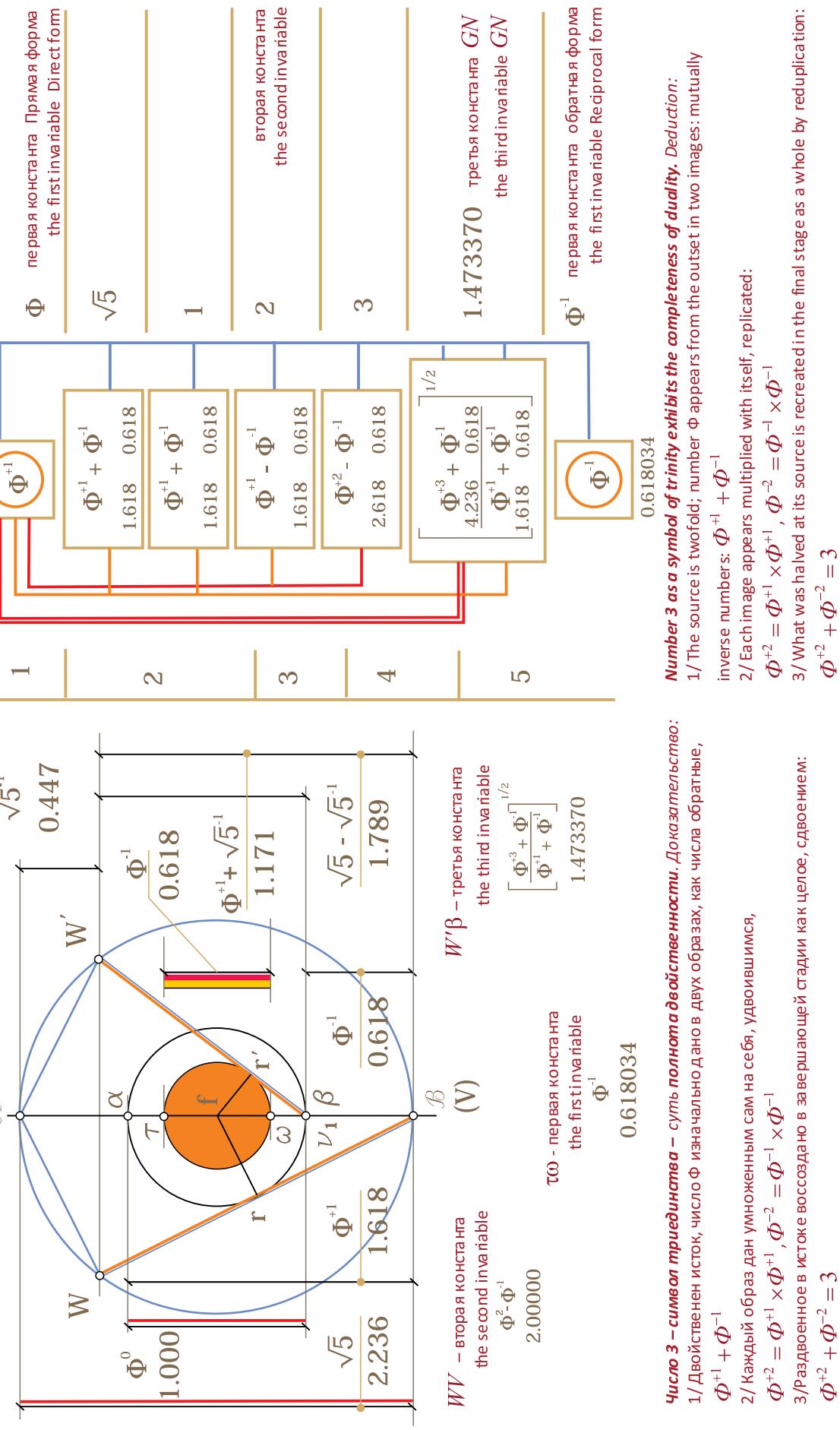
Number 2 was a symptom of a family's unfitness for parenthood. Evidently, 1/ The source is twofold; number Φ appears from the outset in two im-

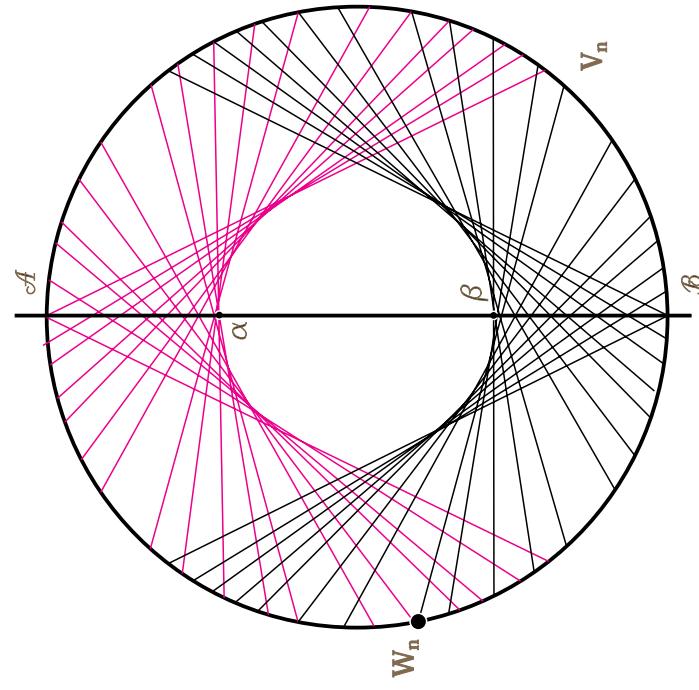
2/ Each image appears multiplied with itself, replicated:

3 / What was halved at its source is recreated in the final stage as a whole.

卷之三

Fig. 9. Metamorphoses of the Symmetry-of-pairs (SPE) Φ -structure. Scenario Two.





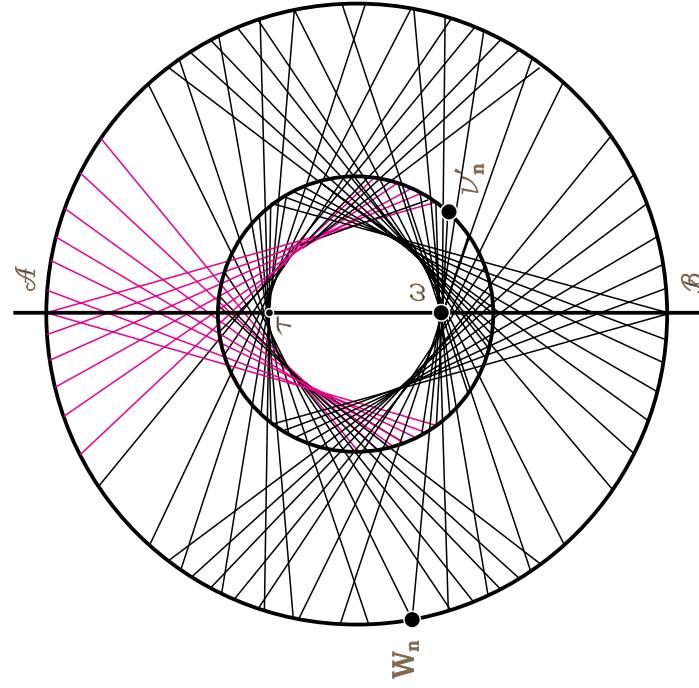
a)

Вторая константа
Second invariable

$$WV = \Phi^{+l} + \Phi^{-2} = \Phi^{+2} - \Phi^{-l} = 2$$

$$\mathcal{A}\beta = \sqrt{5}$$

$$\alpha\beta = 1$$



b)

Третья константа
Third invariable

$$WJ = \left[\frac{\Phi^3 + \Phi^{-l}}{\Phi^{+l} + \Phi^{-l}} \right]^{1/2} = \sqrt{\frac{3\Phi}{\sqrt{5}}}$$

Рис. 10(1). Возникновение образа «Сфера в сфере».

а/ Константой WV в сфере $\sqrt{5}$ встроена сфера $\sqrt{1}$;

б/ константой WJ в две эти сферы встроена третья сфера, Φ^{-1} .

Fig. 10(1). Genesis of the “Sphere-in-sphere” image.
a/ Sphere $\sqrt{1}$ is embedded into sphere $\sqrt{5}$ by invariable WV ;
b/ the third sphere Φ^{-1} is embedded into both those spheres by invariable WJ .

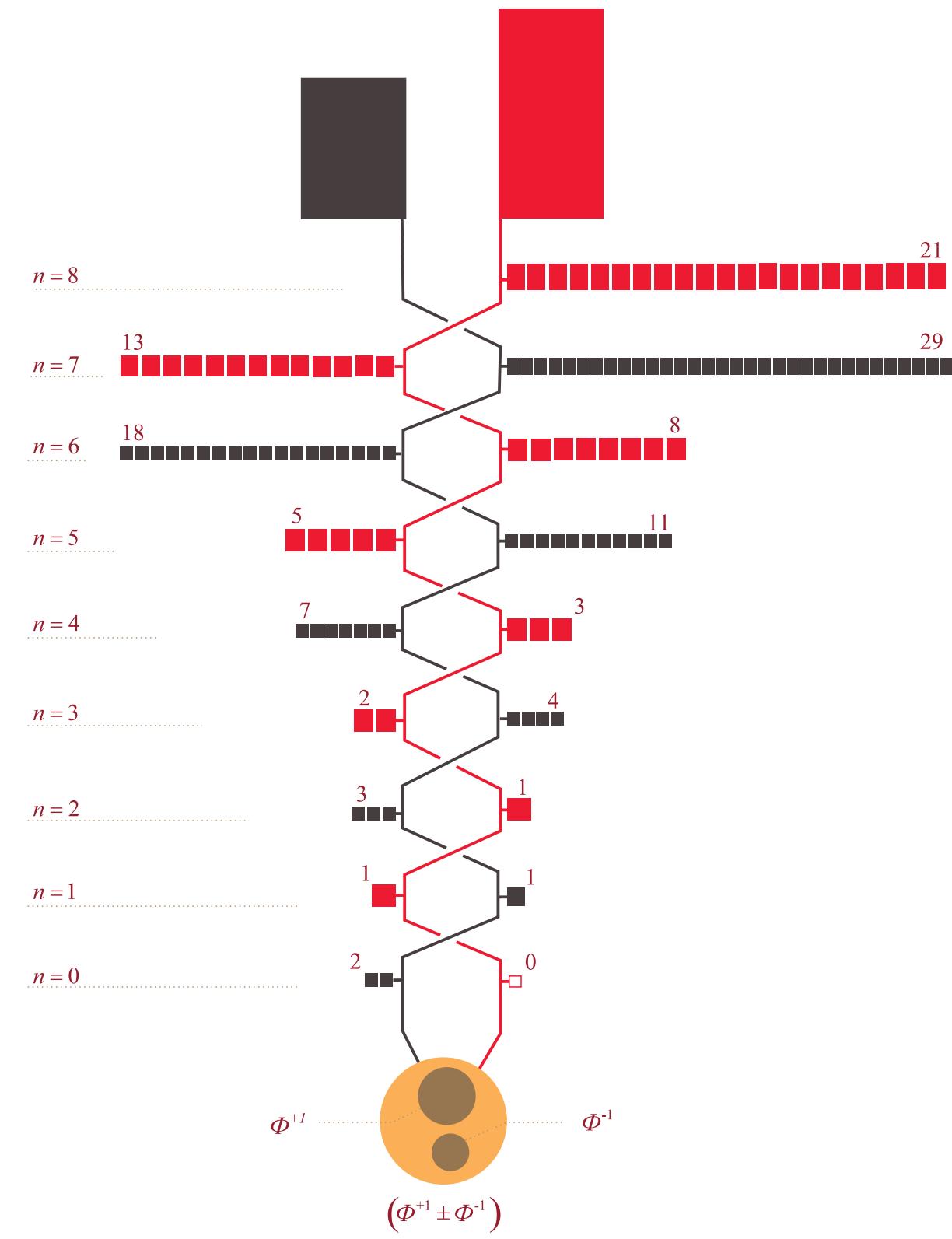


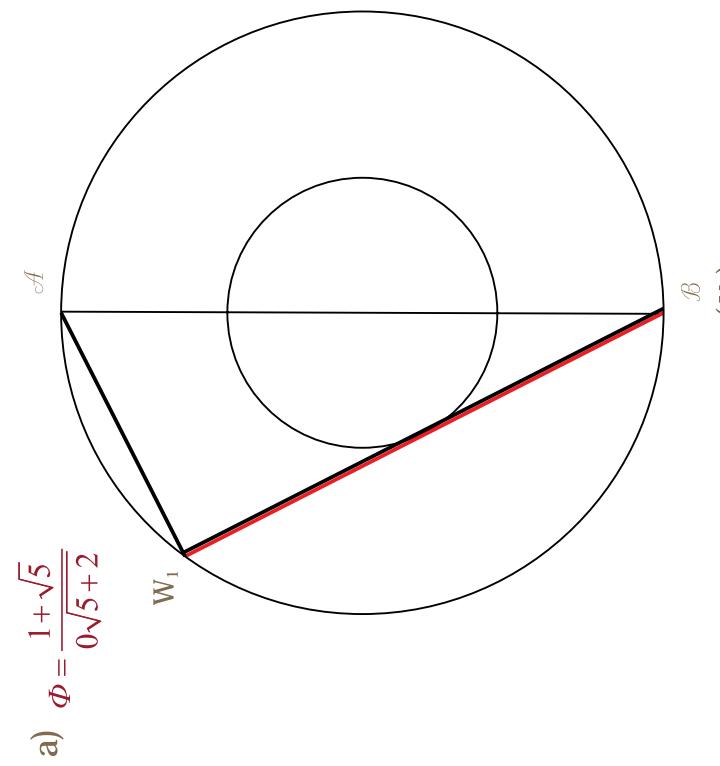
Рис 10(2). Золотой бинар $(\pm)\Phi^n$ порождает квантовый мир: «двойную спираль» естественных целых чисел, N и θ . (таб. 4, § 26)
Fig. 10(2). Golden binary $(\pm)\Phi^n$ generates a quantized world:
the “double helix” of natural integers, N , and θ . (Tab. 4, § 26)

Паре чисел НР 2:1 отвечают две пары чисел ряда θ – вырожденная $0\sqrt{5}:\sqrt{5}$ и пара $10:5$

a/ (вырожденное)

b/ его двойник.

The pair of natural integers 2:1 correlates with two θ -series pairs: degenerate pair $0\sqrt{5}:\sqrt{5}$ and pair $10:5$
a/ (degenerate form) b/ its duplicate

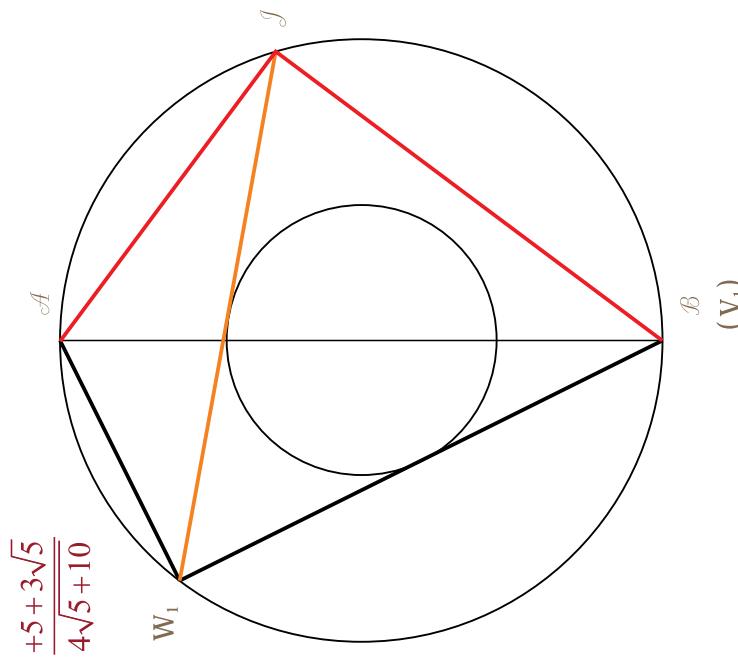


$$\mathcal{A}\mathcal{B} = \sqrt{5} \quad W_1V_1 = 2 \quad W_1V_1 \equiv V_1\mathcal{B}$$

Откуда следует $BV_1 = \beta = 0$

Whence it follows: $BV_1 = \beta = 0$

b) $\phi = \frac{+5+3\sqrt{5}}{4\sqrt{5}+10}$



$$\mathcal{A}\mathcal{B} = 5\sqrt{5} \quad \mathcal{A}W_1 = 5 \quad \mathcal{A}J = 3\sqrt{5} \quad \mathcal{B}J = 4\sqrt{5}$$

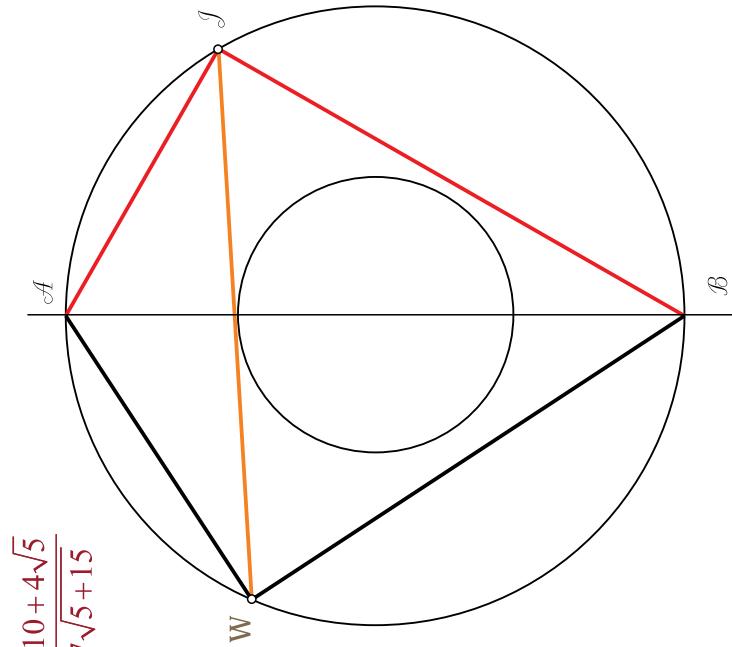
Откуда следует $\mathcal{A}J : \mathcal{B}J = 3:4$; $W_1B : \mathcal{A}W_1 = 2$

Whence it follows: $\mathcal{A}J : \mathcal{B}J = 3:4$; $W_1B : \mathcal{A}W_1 = 2$

Рис. 11. Уравнение симметрии пар УСП №1
Fig. 11. Symmetry-of-Pairs Equation SPE 1

Паре чисел НР 3:2 отвечают две пары чисел ряда θ , пары $8\sqrt{5}:\sqrt{5}$ и пара $4\sqrt{5}:7\sqrt{5}$
A pair of natural integers 3:2 correlates with θ -series pairs: pair $8\sqrt{5}:\sqrt{5}$ and pair $4\sqrt{5}:7\sqrt{5}$

a) $\phi = \frac{10+8\sqrt{5}}{\sqrt{5}+15}$



$$\begin{aligned} \mathcal{A}\mathcal{B} &= \sqrt{325} \\ WV &= 2/\sqrt{5} \\ \mathcal{B}V : V\mathcal{A} &= 1:8; \\ \mathcal{A}W : W\mathcal{B} &= 2:3 \end{aligned}$$

b) $\phi = \frac{+10+4\sqrt{5}}{7\sqrt{5}+15}$

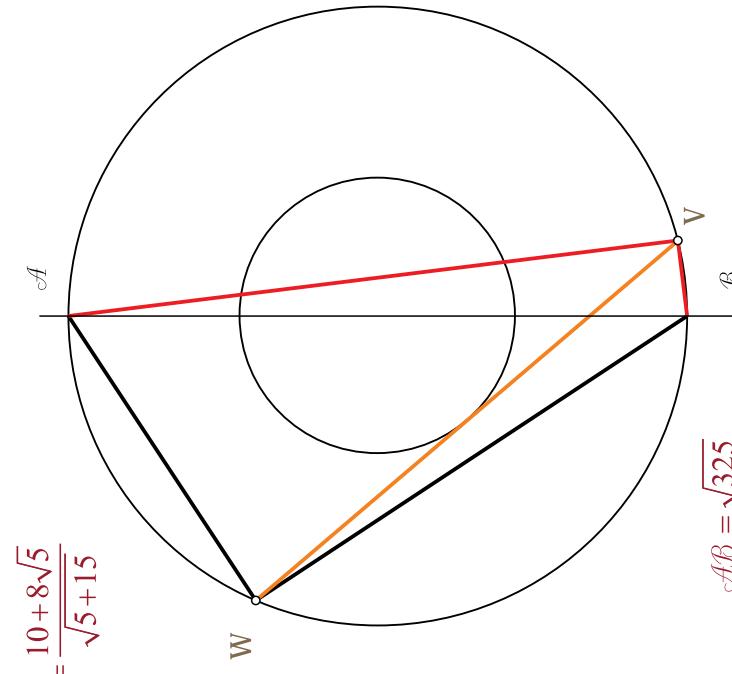


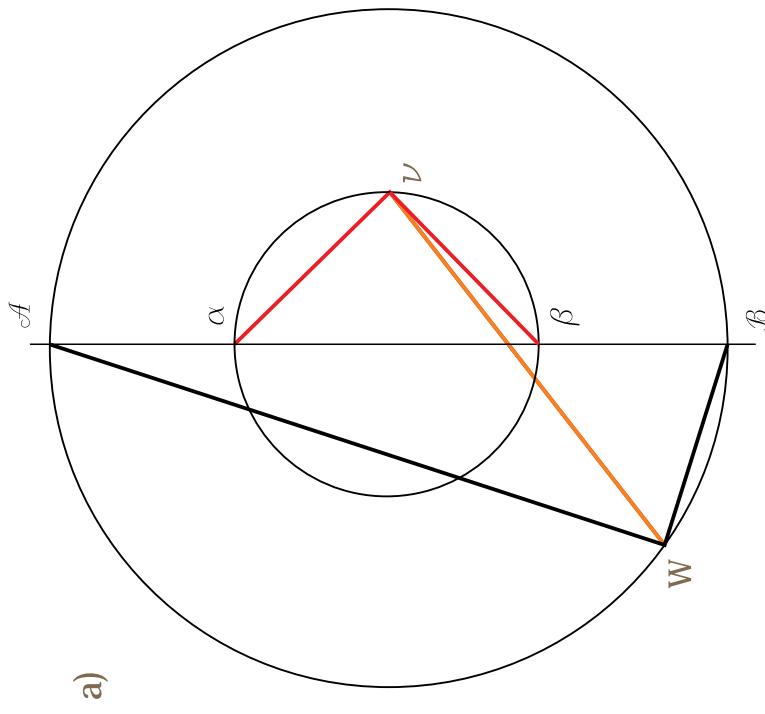
Рис. 12. УСП №2 и его Двойник.
Fig. 12. SPE 2 and its duplicate

УСП №11. Числа НР и числа ряда θ расположены на разных сферах. Сфера «меняются местами».

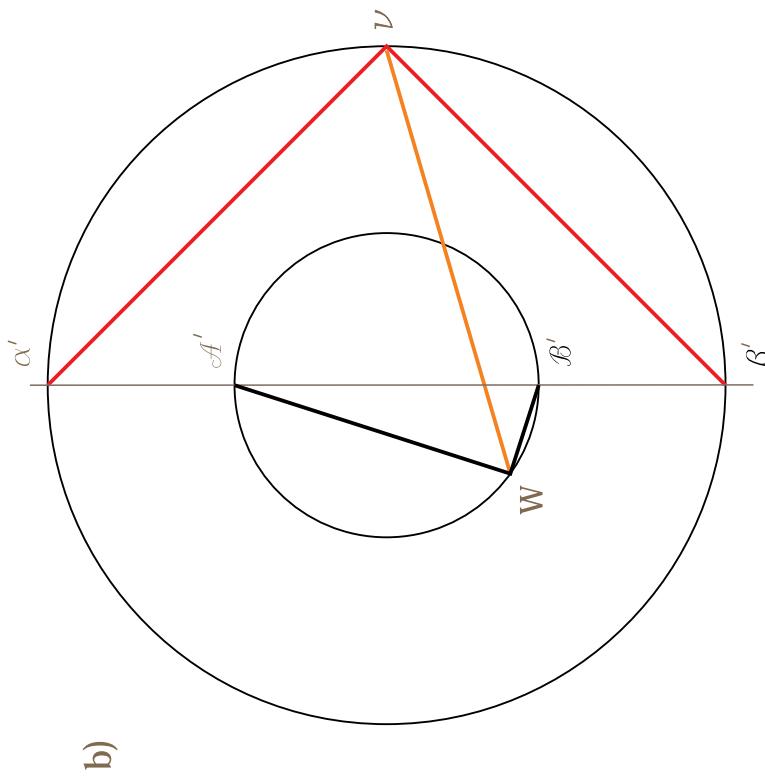
а/ Числа N на сфере $\mathcal{AB} = \sqrt{5}$ б/ Числа N на сфере $\sqrt{1}$.

SPE 11. Natural integers and θ -series numbers are arranged on different spheres. The spheres "change places".

a/ Numbers N on sphere $\mathcal{AB} = \sqrt{5}$ b/ Numbers N on sphere $\sqrt{1}$



а)



б)

$$\Phi = \frac{\sqrt{5} + 3}{1 + \sqrt{5}}$$

УСП №2. Числа НР и числа ряда θ расположены на разных сферах. Сфера «меняются местами».

а/ Числа N на сфере $\mathcal{AB} = \sqrt{5}$. б/ Числа N на сфере $\mathcal{AB}' = \sqrt{1}$.

SPE 2. Natural integers and θ -series numbers are arranged on different spheres. The spheres "change places".

a/ Numbers N on sphere $\mathcal{AB} = \sqrt{5}$. b/ Numbers N on sphere $\mathcal{AB}' = \sqrt{1}$

*Рис. 13. Третья константа
Fig. 13. The third invariant*

$$WJ = \sqrt{\frac{3\Phi}{\sqrt{5}}} \alpha\beta = \sqrt{\frac{3\Phi}{5\sqrt{5}}} \mathcal{AB} \quad \text{или} \quad wV = \sqrt{\frac{3\Phi}{\sqrt{5}}} \mathcal{A}'\mathcal{B}' = \sqrt{\frac{3\Phi}{5\sqrt{5}}} \alpha'\beta'$$

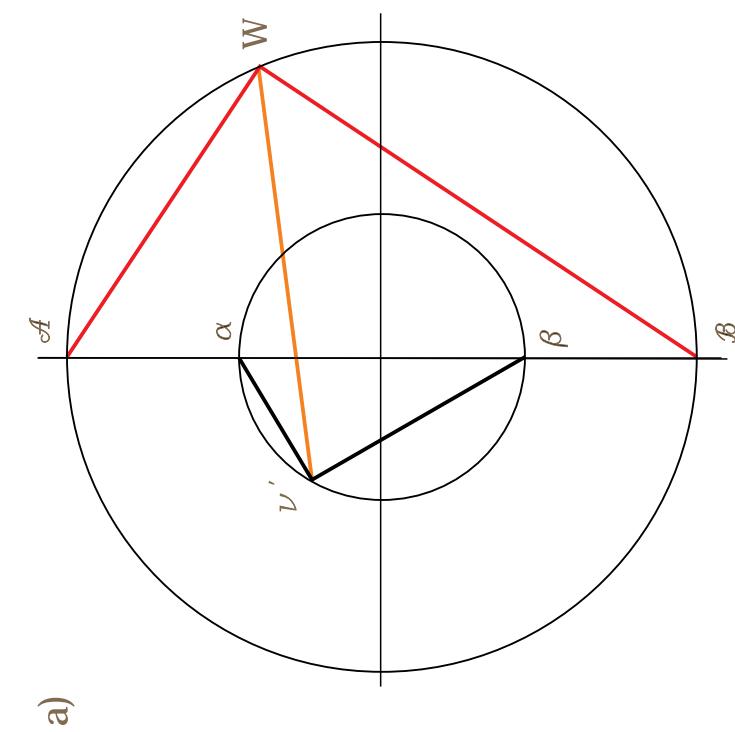
$$\text{или} \quad wV = \sqrt{\frac{3\Phi}{\sqrt{5}}} \mathcal{A}'\mathcal{B}' = \sqrt{\frac{3\Phi}{5\sqrt{5}}} \alpha'\beta'$$

УСП №2. Числа НР и числа ряда θ расположены на разных сферах. Сфера «меняются местами».

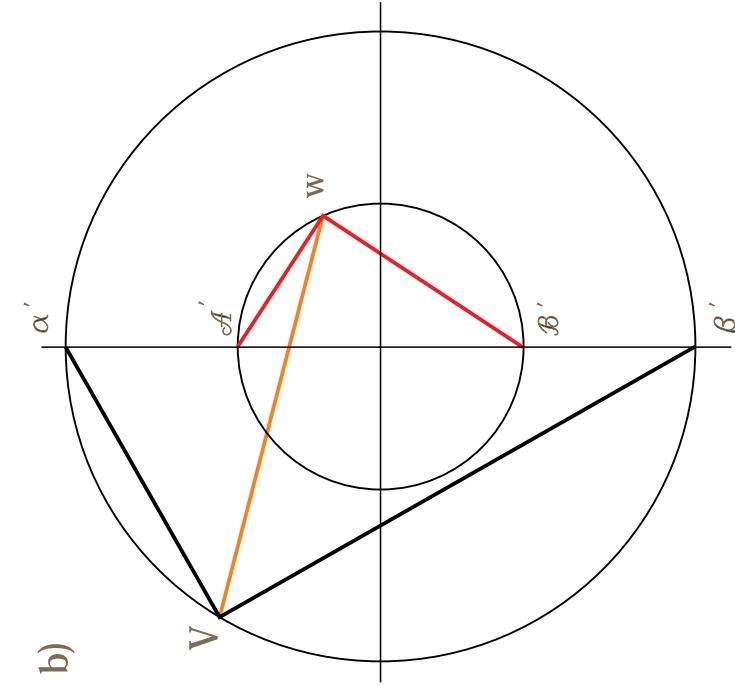
а/ Числа N на сфере $\mathcal{AB} = \sqrt{5}$. б/ Числа N на сфере $\mathcal{AB}' = \sqrt{1}$

SPE 2. Natural integers and θ -series numbers are arranged on different spheres. The spheres "change places".

a/ Numbers N on sphere $\mathcal{AB} = \sqrt{5}$. b/ Numbers N on sphere $\mathcal{AB}' = \sqrt{1}$



а)



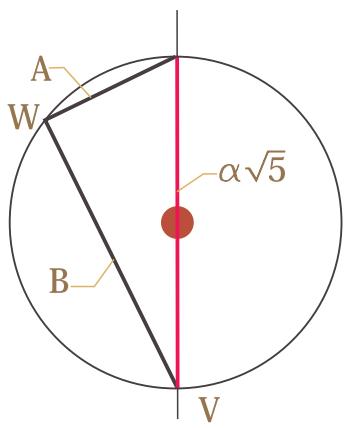
б)

*Рис. 14. Третья константа
Fig. 14. The third invariant*

$$WJ = \sqrt{\frac{3\Phi}{\sqrt{5}}} \alpha\beta = \sqrt{\frac{3\Phi}{5\sqrt{5}}} \mathcal{AB} \quad \text{или} \quad wV = \sqrt{\frac{3\Phi}{\sqrt{5}}} \mathcal{A}'\mathcal{B}' = \sqrt{\frac{3\Phi}{5\sqrt{5}}} \alpha'\beta'$$

$$\text{или} \quad wV = \sqrt{\frac{3\Phi}{\sqrt{5}}} \mathcal{A}'\mathcal{B}' = \sqrt{\frac{3\Phi}{5\sqrt{5}}} \alpha'\beta'$$

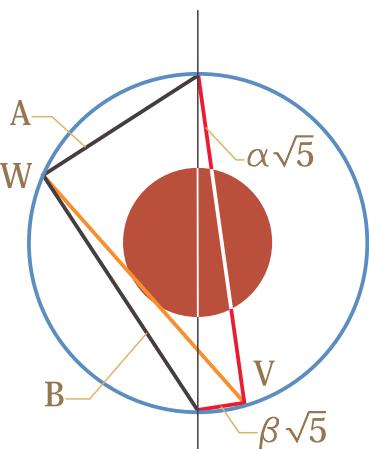
1)



$$1/ \frac{\sqrt{5}+1}{2+0\sqrt{5}} = {}^{(+)}\Phi_{(-)} = \frac{2-0\sqrt{5}}{\sqrt{5}-1}$$

УСП-1/SPE-1						
1.	$\Phi(n+3)$ $\Phi^4 = 6,8541$	$\Phi(n+2)$ $\Phi^3 = 4,2361$	$\Phi(n+1)$ $\Phi^2 = 2,6180$	$\Phi_{(n)}$ $\Phi^1 = 1,6180$	$\Phi(n-1)$ $\Phi^0 = 1,0000$	$\Phi(n-2)$ $\Phi^{-1} = 0,6180$
<i>Модули/Modules</i>	$N=1$	$\theta = \sqrt{5}$				
<i>A = 1; B = 0</i>						
<i>$\alpha = 1; \beta = 1$</i>						
<i>WV = 0</i>						
<i>D = $\sqrt{5}$</i>						
<i>d = 0</i>						

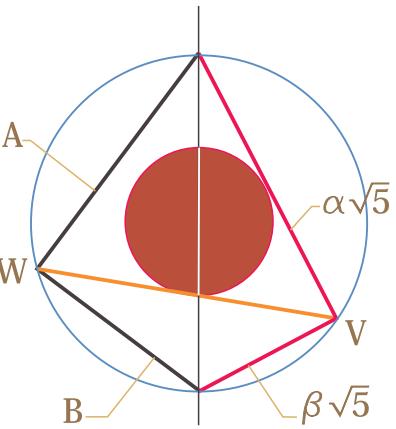
2)



$$2/ \frac{10+8\sqrt{5}}{\sqrt{5}+15} = {}^{(+)}\Phi_{(-)} = \frac{\sqrt{5}-15}{10-8\sqrt{5}}$$

УСП-2/SPE-2						
2.	$\Phi(n+3)$ $N=1$	$\Phi(n+2)$ $\theta = \sqrt{5}$	$\Phi(n+1)$	$\Phi_{(n)}$	$\Phi(n-1)$	$\Phi(n-2)$
<i>Модули/Modules</i>						
<i>A = 10; B = 15</i>						
<i>$\alpha = 8; \beta = 1$</i>						
<i>WV = $2\sqrt{5} \times 13$</i>						
<i>D = $5\sqrt{13}$</i>						
<i>d = $\sqrt{5 \times 13}$</i>						
<i>D/d = $\sqrt{5}$</i>						

3)



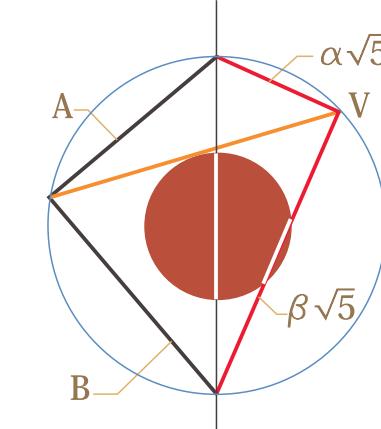
$$3/ \frac{4+2\sqrt{5}}{\sqrt{5}+3} = {}^{(+)}\Phi_{(-)} = \frac{\sqrt{5}-3}{4-2\sqrt{5}}$$

УСП-7/SPE-7						
2.	$\Phi(n+3)$ $N=1$	$\Phi(n+2)$ $\theta = \sqrt{5}$	$\Phi(n+1)$	$\Phi_{(n)}$	$\Phi(n-1)$	$\Phi(n-2)$
<i>Модули/Modules</i>						
<i>A = 4; B = 3</i>						
<i>$\alpha = 2; \beta = 1$</i>						
<i>WV = $2\sqrt{5}$</i>						
<i>D = 5</i>						
<i>d = $\sqrt{5}$</i>						
<i>D/d = $\sqrt{5}$</i>						

$\Phi(n+3)$ $\Phi^4 = 6,8541$	$\Phi(n+2)$ $\Phi^3 = 4,2361$	$\Phi(n+1)$ $\Phi^2 = 2,6180$	$\Phi_{(n)}$ $\Phi^1 = 1,6180$	$\Phi(n-1)$ $\Phi^0 = 1,0000$	$\Phi(n-2)$ $\Phi^{-1} = 0,6180$	$\Phi(n-3)$ $\Phi^2 = 0,3820$
<i>Ф</i>	$\Phi_{n+1} + \Phi_n$	$\Phi_{n-1} + \Phi_n$	$\Phi_{n-1} + \Phi_{n-2}$	$\Phi_{n-2} + \Phi_{n-3}$	$\Phi_{n-3} + \Phi_{n-4}$	<i>Аддитивность</i> Additivity
	$\Phi_{n+4} - \Phi_{n+3}$	$\Phi_{n+3} - \Phi_{n+2}$	$\Phi_{n+2} - \Phi_{n+1}$	$\Phi_{n+1} - \Phi_n$	$\Phi_n - \Phi_{n-1}$	
	$\Phi_{n+3} \times \Phi_{n-1}$	$\Phi_{n+2} \times \Phi_{n-2}$	$\Phi_n \times \Phi_{n-2}$	$\Phi_n \times \Phi_{n-2}$	$\Phi_n \times \Phi_{n-3}$	<i>Мультипликативность</i> Multiplicativity
	$\Phi_{n+4} : \Phi_{n+3}$	$\Phi_{n+3} : \Phi_{n+2}$	$\Phi_{n+2} : \Phi_{n+1}$	—	$\Phi_{n-1} : \Phi_n$	

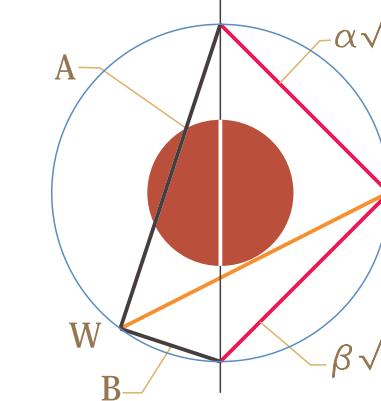
$$\frac{1}{\sqrt{5}}, \quad \frac{1}{\sqrt{5}}, \quad \frac{1}{\sqrt{5}}, \quad \frac{1}{\sqrt{5}}, \quad \frac{1}{\sqrt{5}}$$

4)



$$4/ \frac{6+4\sqrt{5}}{\sqrt{5}+7} = {}^{(+)}\Phi_{(-)} = \frac{\sqrt{5}-7}{6-4\sqrt{5}}$$

5)

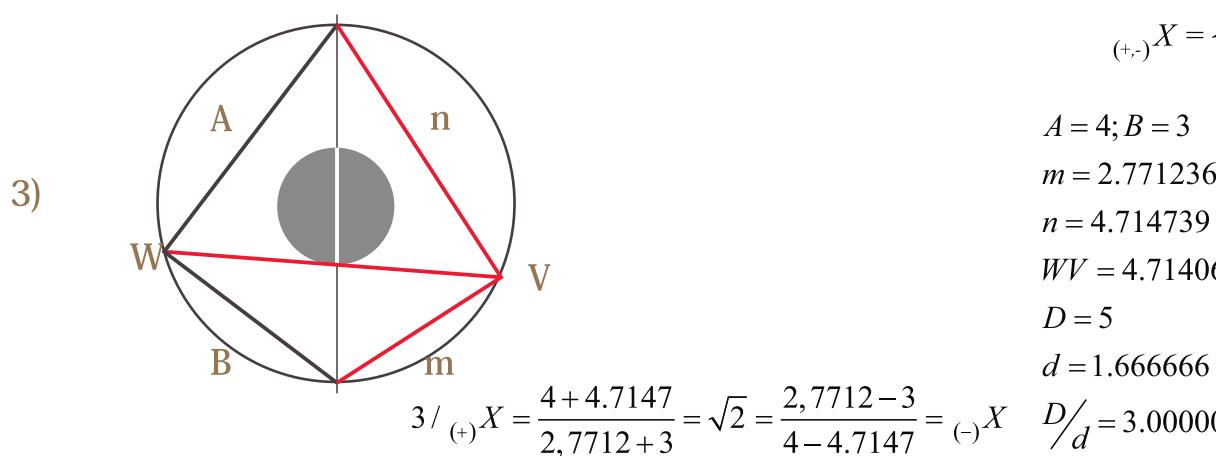
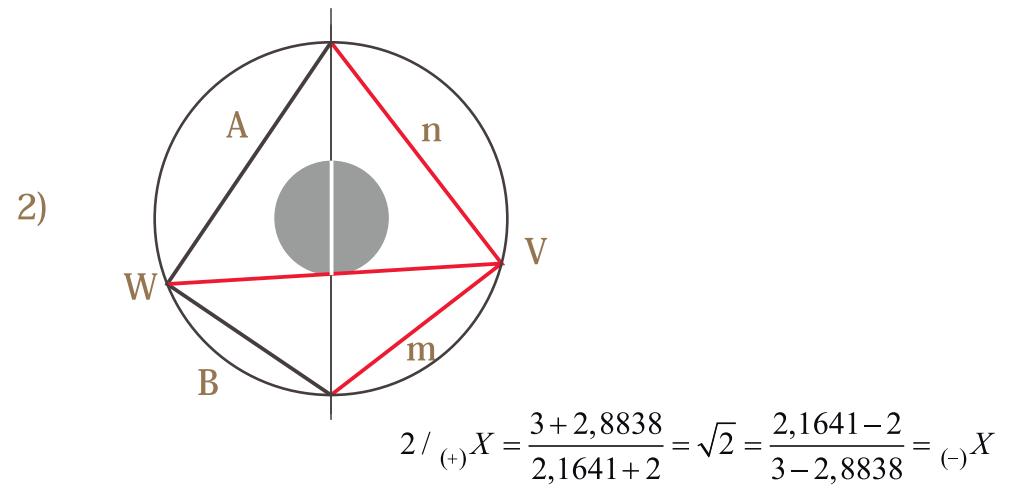
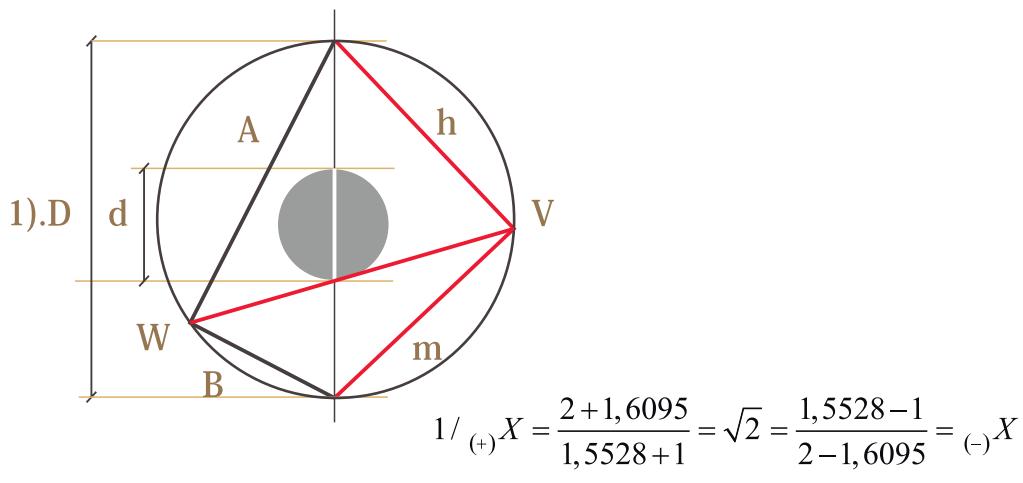


$$5/ \frac{3+\sqrt{5}}{\sqrt{5}+1} = {}^{(+)}\Phi_{(-)} = \frac{\sqrt{5}-1}{3-\sqrt{5}}$$

УСП-4/SPE-4						
2.	$\Phi(n+3)$ $N=1$	$\Phi(n+2)$ $\theta = \sqrt{5}$	$\Phi(n+1)$	$\Phi_{(n)}$	$\Phi(n-1)$	$\Phi(n-2)$
<i>Модули/Modules</i>						
<i>A = 6; B = 7</i>						
<i>$\alpha = 4; \beta = 1$</i>						
<i>WV = $2\sqrt{17}$</i>						
<i>D = $\sqrt{5 \times 17}$</i>						
<i>d = $\sqrt{17}$</i>						
<i>D/d = $\sqrt{5}$</i>						

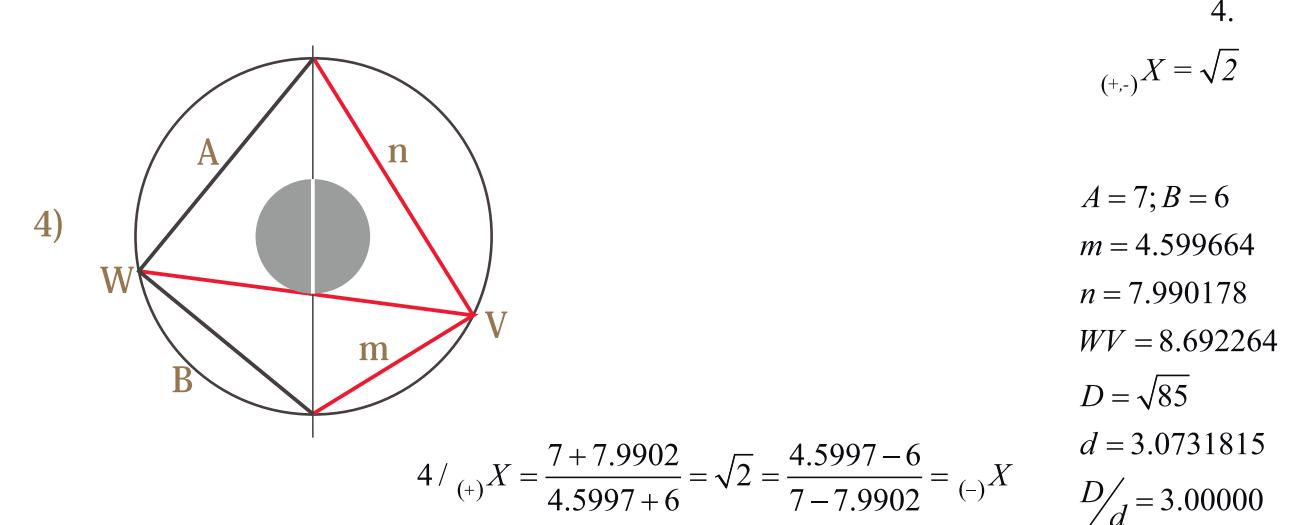
УСП-11/SPE-11						
5.	$\Phi(n+3)$ $N=1$	$\Phi(n+2)$ $\theta = \sqrt{5}$	$\Phi(n+1)$	$\Phi_{(n)}$	$\Phi(n-1)$	$\Phi(n-2)$
<i>Модули/Modules</i>						
<i>A = 3; B = 1</i>						
<i>$\alpha = 1; \beta = 1$</i>						
<i>WV = $2\sqrt{2}$</i>						
<i>D = $\sqrt{5 \times 2}$</i>						
<i>d = $\sqrt{2}$</i>						
<i>D/d = $\sqrt{5}$</i>						

Рис. 15. 1-5. Золотое сечение сферы; d и D несопоставимы.Fig. 15. 1-5. Golden section of sphere; d and D are incommensurable.

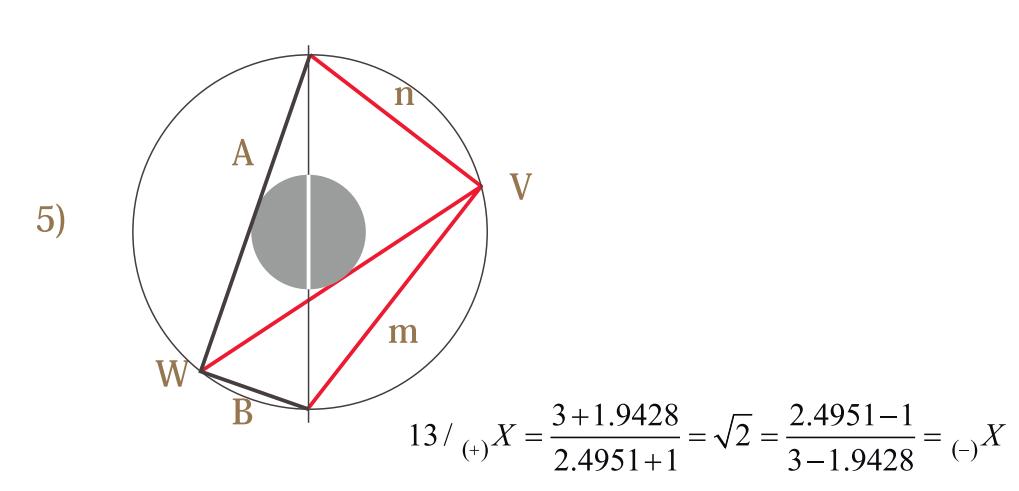


1.
 $(+,-)X = \sqrt{2}$
 $A = 2; B = 1$
 $m = 1.55280$
 $n = 1.60947$
 $WV = 2.10864$
 $D = \sqrt{5}$
 $d = 0.745356$
 $D/d = 3.00000$

$\sqrt{2}_{(n+3)}$	$\sqrt{2}_{(n+2)}$	$\sqrt{2}_{(n+1)}$	$\sqrt{2}_{(n)}$	$\sqrt{2}_{(n-1)}$	$\sqrt{2}_{(n-2)}$	$\sqrt{2}_{(n-3)}$
$\sqrt{2}^4 = 4.0000$	$\sqrt{2}^3 = 2.8284$	$\sqrt{2}^2 = 2.0000$	$\sqrt{2} = 1.4142$	$\sqrt{2}^0 = 1.0000$	$\sqrt{2}^{-1} = 0.7071$	$\sqrt{2}^{-2} = 0.5000$
$\sqrt{2}$	—	—	—	—	—	Аддитивность Additivity
—	—	—	—	—	—	Мультипликативность Multiplicativity
$\sqrt{2}_n \times \sqrt{2}_{n+1}$	$\sqrt{2}_{n+2} \times \sqrt{2}_{n-2}$	$\sqrt{2}_{n+1} \times \sqrt{2}_{n-2}$	$\sqrt{2}_n \times \sqrt{2}_{n-2}$	$\sqrt{2}_{n-1} \times \sqrt{2}_{n-2}$	$\sqrt{2}_n : \sqrt{2}_{n+1}$	
$\sqrt{2}_{n+3} : \sqrt{2}_n$	$\sqrt{2}_{n+2} : \sqrt{2}_n$	$\sqrt{2}_{n+1} : \sqrt{2}_n$	$\sqrt{2}_n : \sqrt{2}_{n-2}$	$\sqrt{2}_n : \sqrt{2}_{n+1}$		



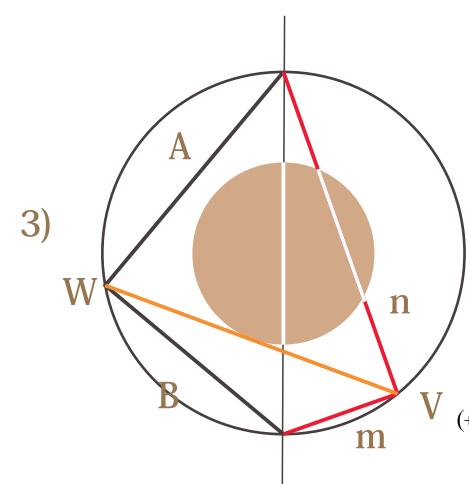
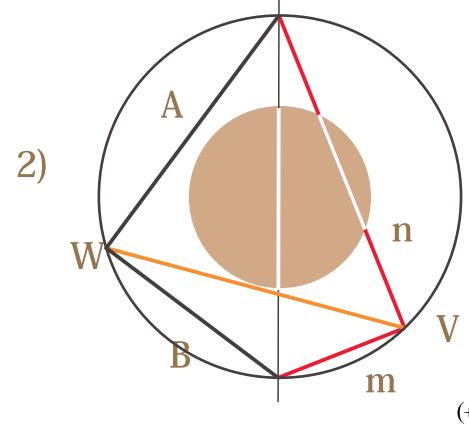
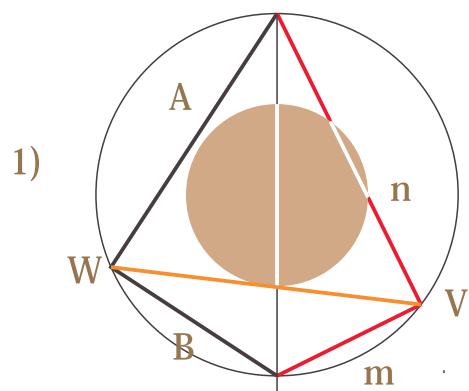
4.
 $(+,-)X = \sqrt{2}$
 $A = 7; B = 6$
 $m = 4.599664$
 $n = 7.990178$
 $WV = 8.692264$
 $D = \sqrt{85}$
 $d = 3.0731815$
 $D/d = 3.00000$



13.
 $(+,-)X = \sqrt{2}$
 $A = 3; B = 1$
 $m = 2.4951029$
 $n = 1.942797$
 $WV = 2.981428$
 $D = \sqrt{10}$
 $d = 1.05408$
 $D/d = 3.00000$

Рис. 16. 1-5. Сечение сферы в отношении $\sqrt{2}$; d/D – отношение целых чисел 3:1.

Fig. 16. 1-5. Sphere section in a ratio $\sqrt{2}$; d/D is a ratio of integers 3:1.



$$\begin{aligned} {}^{(+,-)}X &= \sqrt{3} \\ A &= 3; B = 2 \\ m &= 1.598076 \\ n &= 3 / 232051 \\ WV &= 3.122498 \\ D &= \sqrt{13} \\ d &= 1.802775 \\ D/d &= 2.00000 \\ {}^{(+)}X &= \frac{3+3.2320}{1.5981+2} = \sqrt{3} = \frac{1.5981-2}{3-3.2320} = {}^{(-)}X \end{aligned}$$

$\sqrt{3}_{(n+3)}$	$\sqrt{3}_{(n+2)}$	$\sqrt{3}_{(n+1)}$	$\sqrt{3}_{(n)}$	$\sqrt{3}_{(n-1)}$	$\sqrt{3}_{(n-2)}$	$\sqrt{3}_{(n-3)}$
$\sqrt{3}^4 = 9.0000$	$\sqrt{3}^3 = 5.1962$	$\sqrt{3}^2 = 3.0000$	$\sqrt{3} = 1.7321$	$\sqrt{3}^0 = 1.0000$	$\sqrt{3}^{-1} = 0.5774$	$\sqrt{3}^{-2} = 0.3333$
$\sqrt{3}$	—	—	—	—	—	Аддитивность Additivity
	—	—	—	—	—	Мультипликативность Multiplicativity
	$\sqrt{3}_n \times \sqrt{3}_{n+1}$	$\sqrt{3}_{n+2} \times \sqrt{3}_{n-2}$	$\sqrt{3}_{n+1} \times \sqrt{3}_{n-2}$	$\sqrt{3}_n \times \sqrt{3}_{n-2}$	$\sqrt{3}_{n-1} \times \sqrt{3}_{n-2}$	
	$\sqrt{3}_{n+3} : \sqrt{3}_n$	$\sqrt{3}_{n+2} : \sqrt{3}_n$	$\sqrt{3}_{n+1} : \sqrt{3}_n$	$\sqrt{3}_n : \sqrt{3}_{n-2}$	$\sqrt{3}_n : \sqrt{3}_{n+1}$	

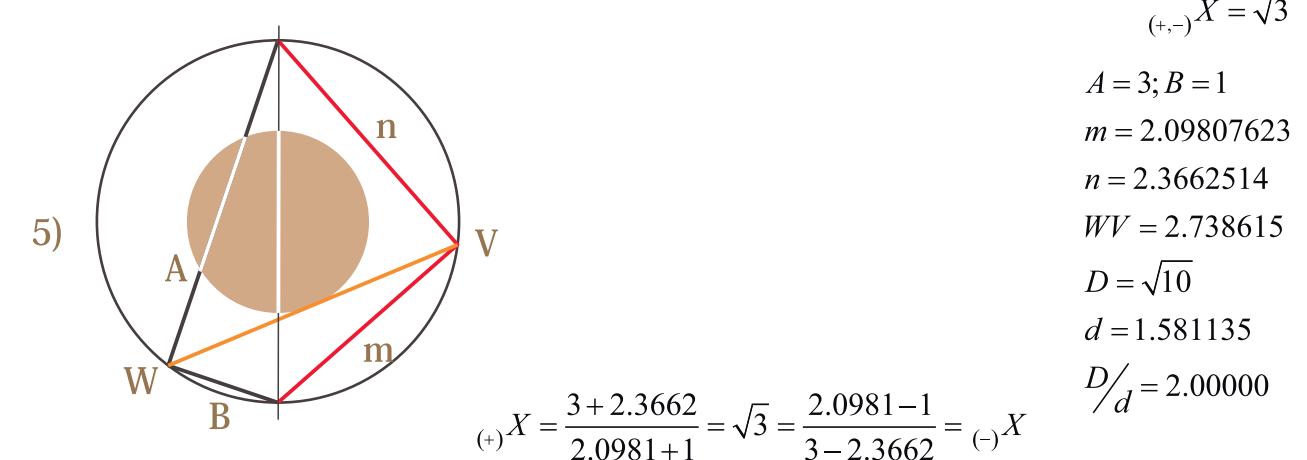
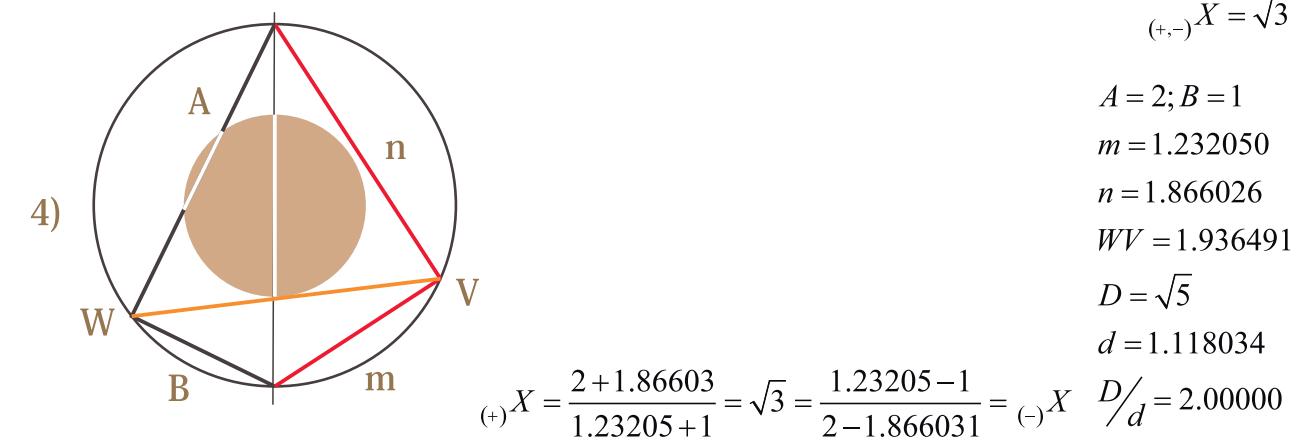
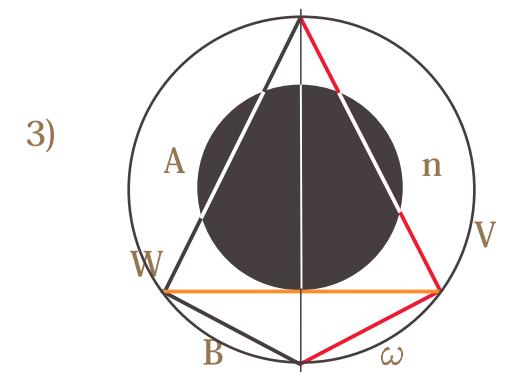
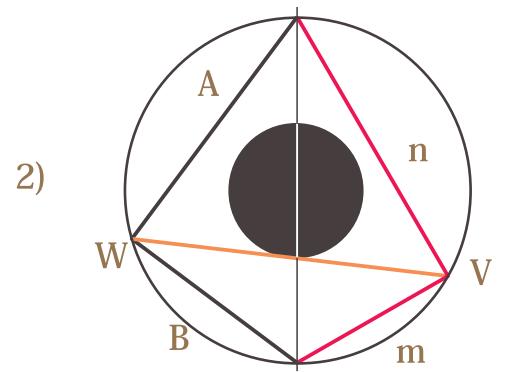
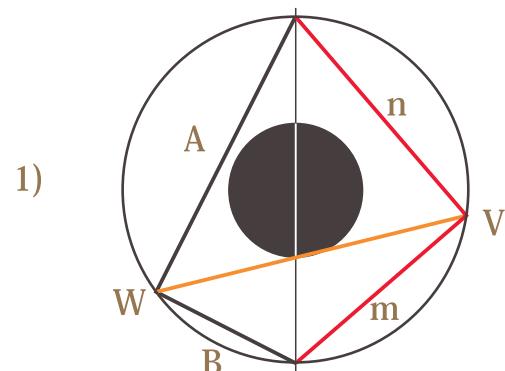


Рис. 17. 1-5. Сечение сферы в отношении $\sqrt{3}$; d/D – отношение целых чисел 2:1.

Fig. 17. 1-5. Sphere section in a ratio $\sqrt{3}$; d/D is a ratio of integers 2:1.



9.
 $(+,-)X = 1.5$
 $A = 2; B = 1$
 $m = 1.4615384$
 $n = 1.6923077$
 $WV = 2.064062$
 $D = \sqrt{5}$
 $d = 0.860027127$
 $D/d = 2.6$

$$(+)^{}X = \frac{2 + 1.6923}{1.4615 + 1} = 1.5 = \frac{1.4615 - 1}{2 - 1.6923} = (-)^{}X$$

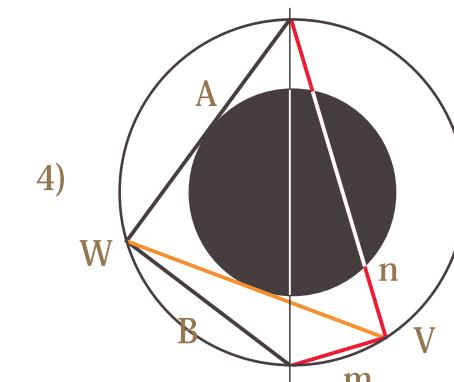
10.
 $(+,-)X = 1.5$
 $A = 4; B = 3$
 $m = 2.5384615$
 $n = 4.3076923$
 $WV = 4.6153845$
 $D = 5$
 $d = 1.923077$
 $D/d = 2.6$

$$(+)^{}X = \frac{4 + 4.3007}{2.5385 + 3} = 1.5 = \frac{2.5385 - 3}{4 - 4.3007} = (-)^{}X$$

11.
 $(+,-)X = 1.5$
 $A = 2; B = 1$
 $m = 1.00000$
 $n = 2.00000$
 $WV = 1.788854$
 $D = \sqrt{5}$
 $d = 1.3416413$
 $D/d = 1.66666$

$$(+)^{}X = \frac{2 + 2.0000}{1.0000 + 1} = 1.5 = \frac{1.0000 - 1}{2 - 2.0000} = (-)^{}X$$

$2_{(n+3)}$	$2_{(n+2)}$	$2_{(n+1)}$	$2_{(n)}$	$2_{(n-1)}$	$2_{(n-2)}$	$2_{(n-3)}$
$2^4 = 16.0000$	$2^3 = 8.0000$	$2^2 = 4.0000$	2.0000	$2^0 = 2.0000$	$2^{-1} = 0.5000$	$2^{-2} = 0.2500$
2	—	—	—	—	—	Аддитивность Additivity
—	—	—	—	—	—	Мультипликативность Multiplicativity
$2_n \times 2_{n+1}$	$2_{n+2} \times 2_{n-2}$	$2_n \times 2_{n-1}$	$2_n \times 2_{n-2}$	$2_{n-1} \times 2_{n-2}$	$2_{n+1} : 2_n$	$2_{n+1} : 2_n$
$2_{n+3} : 2_n$	$2_{n+2} : 2_n$	$2_{n+1} : 2_n$	—	$2_{n+1} : 2_n$	—	—



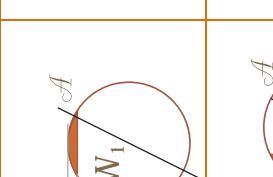
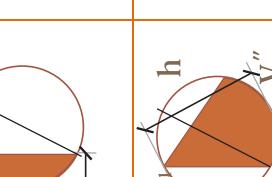
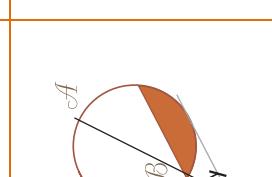
12.
 $(+,-)X = 1.5$
 $A = 4; B = 3$
 $m = 1.40000$
 $n = 4.80000$
 $WV = 4.0000$
 $D = 5.0000$
 $d = 3.0000$
 $D/d = 1.66666$

$$(+)^{}X = \frac{4 + 4.8000}{1.4000 + 3} = 1.5 = \frac{1.4000 - 3}{4 - 4.8000} = (-)^{}X$$

$(+)^{}X_{(-)}$	Раздвоение сферы D на комплементарные части, Сферу D и сферу d				
	1 / $A:B=6:7$ (0.8571)	2 / $A:B=4:3$ (1.3333)	3 / $A:B=3:2$ (1.6666)	4 / $A:B=2:1$ (2.0000)	5 / $A:B=3:1$ (3.0000)
$\sqrt{2}$	Диаметры d и D соизмеримы				
	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$
1.5	Диаметры d и D соизмеримы				
	$\frac{5}{13}$	$\frac{5}{13}$	$\frac{5}{13}$	$\frac{5}{13}$	$\frac{5}{13}$
$\sqrt{3}$	Диаметры d и D соизмеримы				
	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
2.0	Диаметры d и D соизмеримы				
	$\frac{3}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{3}{5}$

Рис. 18. 1,2. Сечение сферы в отношении 3:2; d/D – отношение целых чисел 13:5.
3,4. Сечение сферы в отношении 2:1; d/D – отношение целых чисел 5:3.

Рис. 18. 1,2. Sphere section in a ratio 3:2; d/D is a ratio of integers 13:5.
3,4. Sphere section in a ratio 2:1; d/D is a ratio of integers 5:3.

№	имя name	символ symbol	высота (h) сегмента Segment height (h)	положение сегмента Segment location	вид сечения Section view	поверхность сегмента (в единицах π) Segment area in π units	взаимосвязь поверхностей Interrelation of surfaces
1	сфера Sphere	s	$h = \sqrt{5}$ (2,236068)			$(\Phi^{+1} + \Phi^{-1})^2$ (5,000000)	
2	сегмент segment	a	$h = \frac{1}{2}\Phi^{-3}$ (0,118034)	горизонтальная дихотомия Horizontal dichotomy		$\frac{1}{2}(\Phi^{-2} + \Phi^{+2})$ (0,263932)	$S : a = 2(\Phi^2 + \Phi^{+2})$ (18,944273)
3	сегмент segment	b	$h = \Phi^{-1}$ (0,618034)	вертикальная дихотомия Vertical dichotomy		$\Phi^{+1} - \Phi^{-3}$ (1,381966)	$b : a = 2\Phi^2$ (5,236068)
4	сегмент segment	c	$h = (\Phi^{+1} + \Phi^{-1})$ (2,236068)	трихотомия Trihotomy		$\Phi^{+1} + \Phi^{-1}$ (1,000000)	$c : S = \sqrt{5}(2,236068)$ (0,200000)
5	сегмент segment	d	$h = (\Phi^{+1} + \Phi^{-1})^{-1}$ (0,447213)	косая дихотомия Oblique dichotomy		$\Phi^{+1} - \Phi^{-1}$ (2,236068)	$c : b = \Phi^{-1}(0,618034)$ $d : a = 2(\Phi^{-2} + \Phi^{+2}) = a^{-1}(3,788854)$ $d : S = \sqrt{5}(8,472136)$

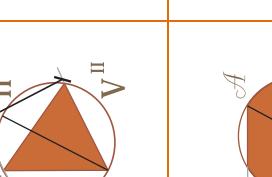
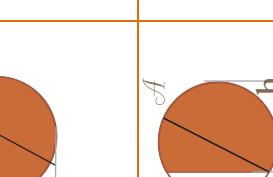
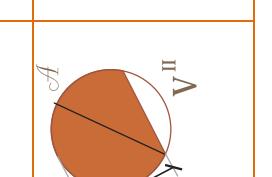
6	сегмент segment	e	$h = \frac{\Phi^{+2} + \Phi^{+1}}{\Phi + 2}$ (1,788854)	деление на пять частей Division into five parts		$\Phi^{-1}(0,618034)$	$e : b = \sqrt{5}^{-1}(0,447213)$ $e : c = \Phi^{-1} : \sqrt{5}(0,276393)$ $e : d = \Phi^{-1}(0,618034)$
7	сегмент segment	f	$h = (\Phi^{-3} : 2) + 2$ (2,118034)	горизонтальная дихотомия Horizontal dichotomy		$\Phi^3 + \frac{1}{2}$ (4,736068)	$f : c = \left(\frac{1}{2}\Phi^{-3}\right) + 2$ (2,118034)
8	сегмент segment	g	$h = \Phi^{+1}$ (1,618034)	вертикальная дихотомия Vertical dichotomy		$\sqrt{5} \times \Phi$ (3,618034)	$f : g = \frac{1}{2}\Phi^2(1,309017)$ $g : b = \Phi^{-2}(0,381966)$
9	сегмент segment	k	$h = \frac{\Phi^{+2} + \Phi^{+1}}{\Phi + 2}$ (1,788854)	косая дихотомия Oblique dichotomy		2^2	$k : c = h$ $h = \frac{\Phi^{+2} + \Phi^{+1}}{\Phi + 2}(1,788854)$ $k : g = 2\Phi^{-1}(1,10558)$

Рис. 19. Таблица № 6. Точка W₁. Членение сферы в модулях Φ.
Fig. 19. Table 6. Point W₁. Decomposition of sphere in Φ-modules.

№	имя name	символ symbol	высота (h) сегмента Segment height (h)	положение сегмента Segment location	вид сечения Section view	поверхность сегмента (в единицах π) Segment area in π units	взаимосвязь поверхности Interrelation of surfaces
1	сфера Sphere	s	$h = \sqrt{5}$			$(\Phi^{+1} + \Phi^{-1})^2$ (5,000000)	 \mathcal{A} α V \mathcal{B} Φ^{+1} Φ^{-1}
2	сегмент segment	b	$h = \Phi^{-1}$ (0,118034)	горизонтальная дихотомия Horizontal dichotomy		$\Phi^{+1} - \Phi^{-3}$ (1,381966)	$B : S = \Phi^{-1} : \sqrt{5}$ (0,276393)
3	сегмент segment	g	$h = \Phi^{+1}$ (1,618034)	горизонтальная дихотомия Horizontal dichotomy		$\Phi^{+1} + 2$ (3,618034)	$g : S = \Phi : \sqrt{5}$ (0,723607) $g : b = \Phi^2$ (2,618034)
4	ядро core	c	$h = 1$ (1,000000)	горизонтальная трихотомия Horizontal trihotomy		$\Phi^{+1} - \Phi^{-1}$ (1,000000)	$c : S = 1 : 5$ $c : b = \Phi : \sqrt{5}$ $c : g = \Phi^{-1} : \sqrt{5}$
5	сегмент segment	c'	$h = 1$ (1,000000)	трихотомия Trihotomy		$\Phi^{+1} + \Phi^{-1}$ (2,236068)	$c' : c = \sqrt{5}$ $c' : e = \sqrt{5}$ $c' : b = \Phi^{+1}$ $c' : S = \sqrt{5}^{-1}$
6	сегмент segment	d	$h = \Phi^{+1} + \Phi^{-1}$ (2,236068)	косая трихотомия Oblique trihotomy		$\Phi^{+1} + \Phi^{-1}$ (2,236068)	$d : c' = 1$ $d : c = \sqrt{5}$ $d : g = \Phi^{-1}$ $d : b = \Phi : \sqrt{5}$ $d : S = (\sqrt{5})^{-1}$
7	сегмент segment	e	$h = \sqrt{5}^{-1}$ (0,447213)	косая дихотомия Oblique dichotomy		$\Phi^{+1} - \Phi^{-1}$ (1,000000)	$e : c' = \sqrt{5}^{-1}$ $e : g = \Phi^{-1} : \sqrt{5}$ $e : b = \Phi : \sqrt{5}$ $e : S = 1 : 5$
8	сегмент segment	a	$h = \sqrt{5} - \sqrt{5}^{-1}$ (1,788854)	деление на пять частей Division into five parts		Φ^{-1} (0,618034)	$a : e = a : c = \Phi^{-1}$ $a : d = a : c' = \Phi^{-1} : \sqrt{5}$ $a : g = (\Phi^2 \times \sqrt{5})^{-1}$ $a : S = (5\Phi)^{-1}$
9	сегмент segment	k	$h = \sqrt{5} - \sqrt{5}^{-1}$ (1,788854)	косая дихотомия Oblique dichotomy		2^2 $k : a = 4\Phi$ $k : d = k : c'$ $k : S = 4 : 5$	

Рис. 20. Таблица № 7. Точка W_ϕ . Модули Φ . Симметрия пар не «квантована». Числа α, β не являются целыми числами натурального ряда N.

Fig. 20. Table 7. Point W_ϕ . Φ -modules. The symmetry-of-pairs is not “quantized”. Numbers α, β are not integers of natural scale N.

№	имя name	символ symbol	высота (h) segmenta Segment height (h)	положение segmenta Segment location	вид сечения Section view	поверхность segmenta π S-Segment area in π units	взаимосвязь поверхности Interrelation of surfaces
1	Сфера Sphere	s	$h = \sqrt{5}$			$(\Phi^{+1} + \Phi^{-1})^2$ (5,000000)	
2	Слой Layer	τ	$h = \frac{\Phi^{+1} + \Phi^{-1}}{\Phi^{+2} + \Phi^{+1}}$ (0,527864)	Горизонтальная трихотомия Horizontal trihotomy		$5(\Phi^2 + \Phi)^{-1}$ (1,18034)	$S : \tau = \Phi^3$
3	Сфера Sphere	τ^*		Horizontal trihotomy		$(h - 1/2) \times 10$ (0,27863)	$S : \tau^* = \Phi^6$
4	сегмент segment	a	$h = \Phi^{-1} + \Phi^{-3}$ (0,8541)	Горизонтальная дихотомия Horizontal dichotomy		$1,909825$	$S : a = \Phi^2$ $a : \tau = \Phi$
5	сегмент segment	b	$k(2,111438)$	Трихотомия Trihotomy		$S_b = S_s - 2S_a$ $5\Phi^{-3}$ (1,18034)	$S : b = \Phi^3$ $b : a = \Phi$ $b = \tau$

6	сегмент segment	c	$h(1,381966)$	Горизонтальная дихотомия Horizontal dichotomy		$(3,090175)$	$S : c = \Phi$ $c : \tau = \Phi^2$
7	сегмент segment	d	$h(0,12463)$	Вторая дихотомия Second dichotomy		$(0,27863)$	$S : d = \Phi^7$ $a : d = \Phi^4$ $b : d = \Phi^3$ $e : d = \Phi^5$
8	сегмент segment	e	$k(2,118034)$	Косая дихотомия Oblique dichotomy		$S_e = (S_b - S_d) : 2$ $(0,450855)$	$S : e = \Phi^5$ $a : e = \Phi^3$ $b : e = \Phi^2$ $c : e = \Phi^4$ $e : d = \Phi$

Рис. 21. Таблица № 8. Точка $W_{\sqrt{5}}$. Модули Φ . Симметрия пар не «квантована». Числа α, β не являются целыми числами натурального ряда N.
Fig. 21. Table 8. Point $W_{\sqrt{5}}$. Φ -modules. The symmetry-of-pairs is not “quantized”. Numbers α, β are not integers of natural scale N.

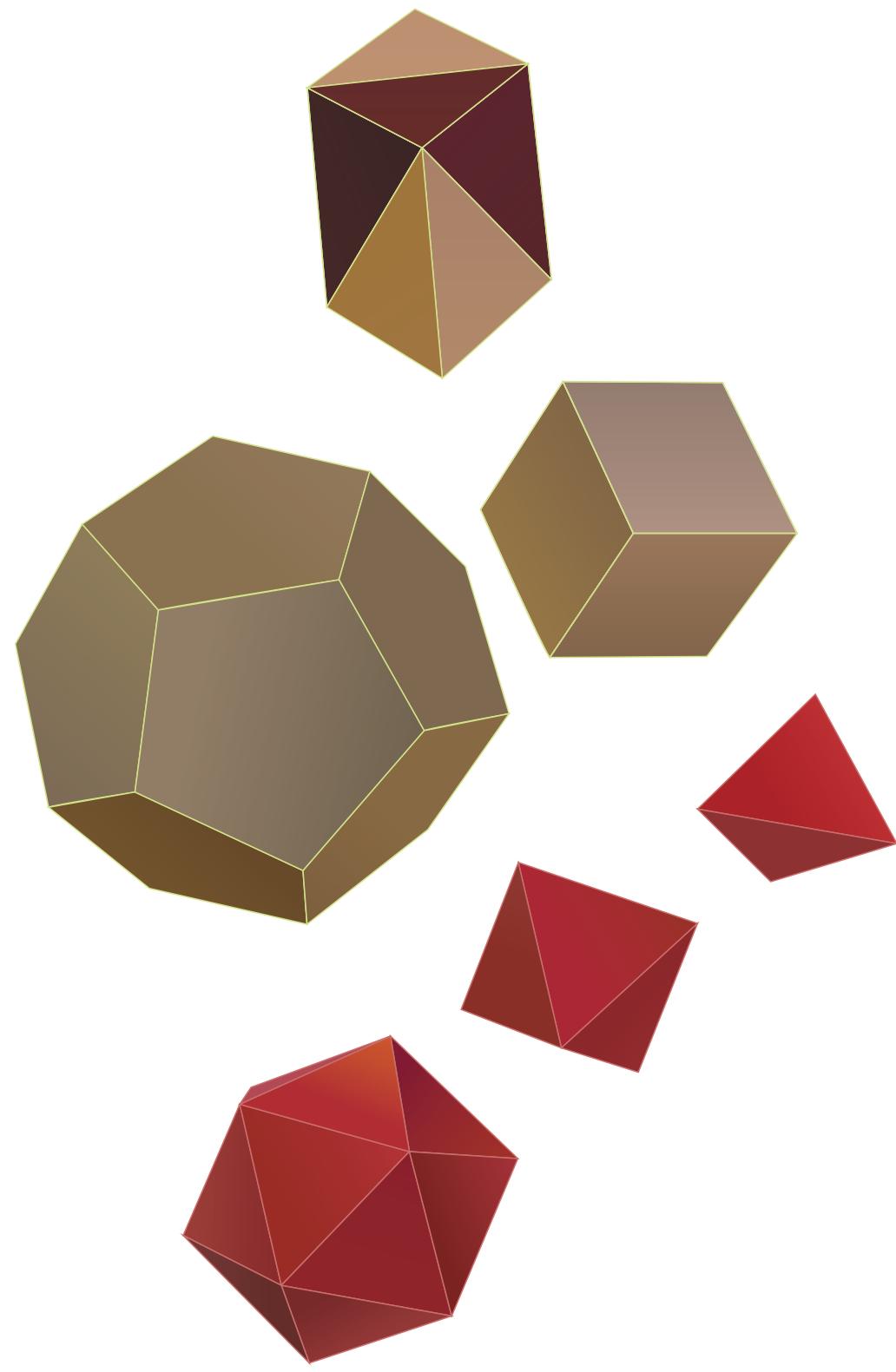
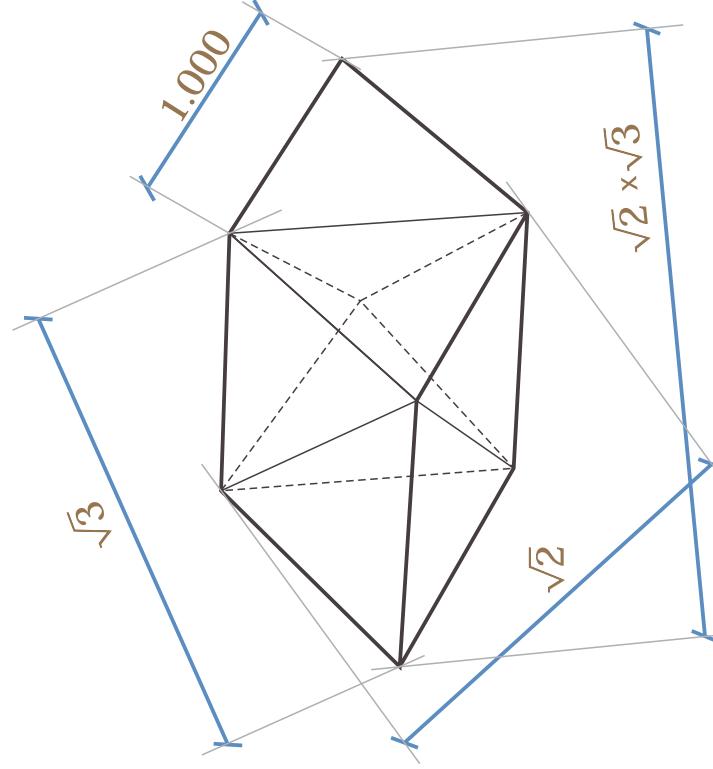


Рис. 22. Пять Платоновых тел и кубооктаэдр

Fig. 22. Five Platonic solids and cuboctahedron



*Рис. 23. Кубооктаэдр
геометрическое тело, восемь вершин которого соединены тремя несопоставимыми ребра (1)
расстояниями: $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ и $(\sqrt{2} \times \sqrt{3})$*

*Fig. 23. Cuboctahedron:
a geometrical body with eight apexes interconnected by edges $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ and $(\sqrt{2} \times \sqrt{3})$, all of which
are incommensurable with edge 1.*

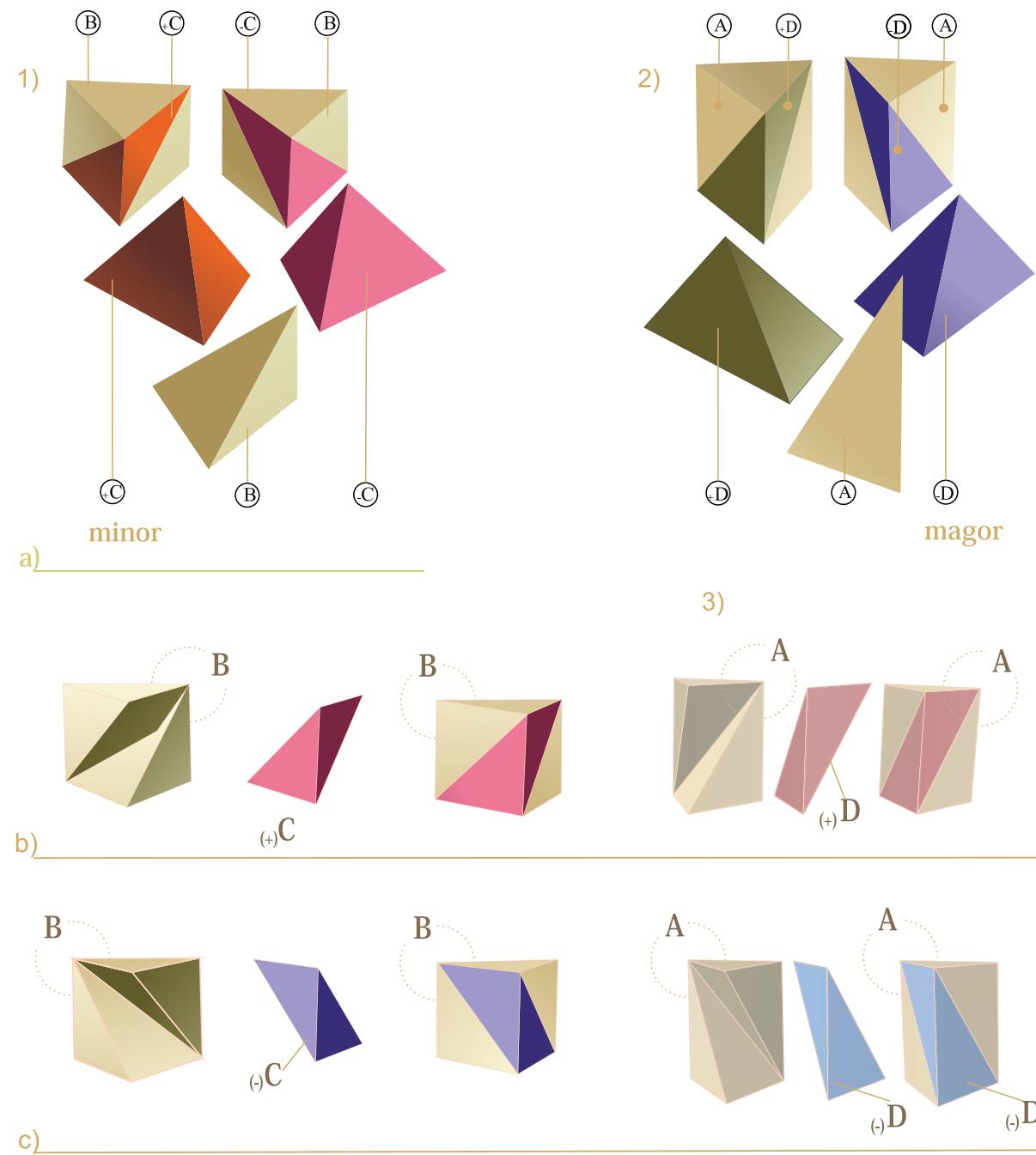


Рис. 24. Трехгранный призма и составляющие ее тетраэдры $B, {}_{(+)}C, {}_{(-)}C$ (1, minor) и $A, {}_{(+)}D, {}_{(-)}D$, (2, major)
а/ Общий вид и составляющие элементы.
б/ два тетраэдра В и один ${}_{(+)}C$, или два тетраэдра А и один ${}_{(+)}D$ – правовращающая структура.
в/ два тетраэдра В и один ${}_{(-)}C$, или два тетраэдры А и один ${}_{(-)}D$ – левовращающая структура

Fig. 24. A trihedron prism and its constituent tetrahedrons $B, {}_{(+)}C, {}_{(-)}C$ (1, the minor one) and $A, {}_{(+)}D, {}_{(-)}D$, (2, the major one)
a/ General view and constituents.
b/ Two tetrahedrons B and one ${}_{(+)}C$, or two tetrahedrons A and one ${}_{(+)}D$: a dextro-rotary structure.
c/ Two tetrahedrons B and one ${}_{(-)}C$, or two tetrahedrons A and one ${}_{(-)}D$: a laevorotary structure.

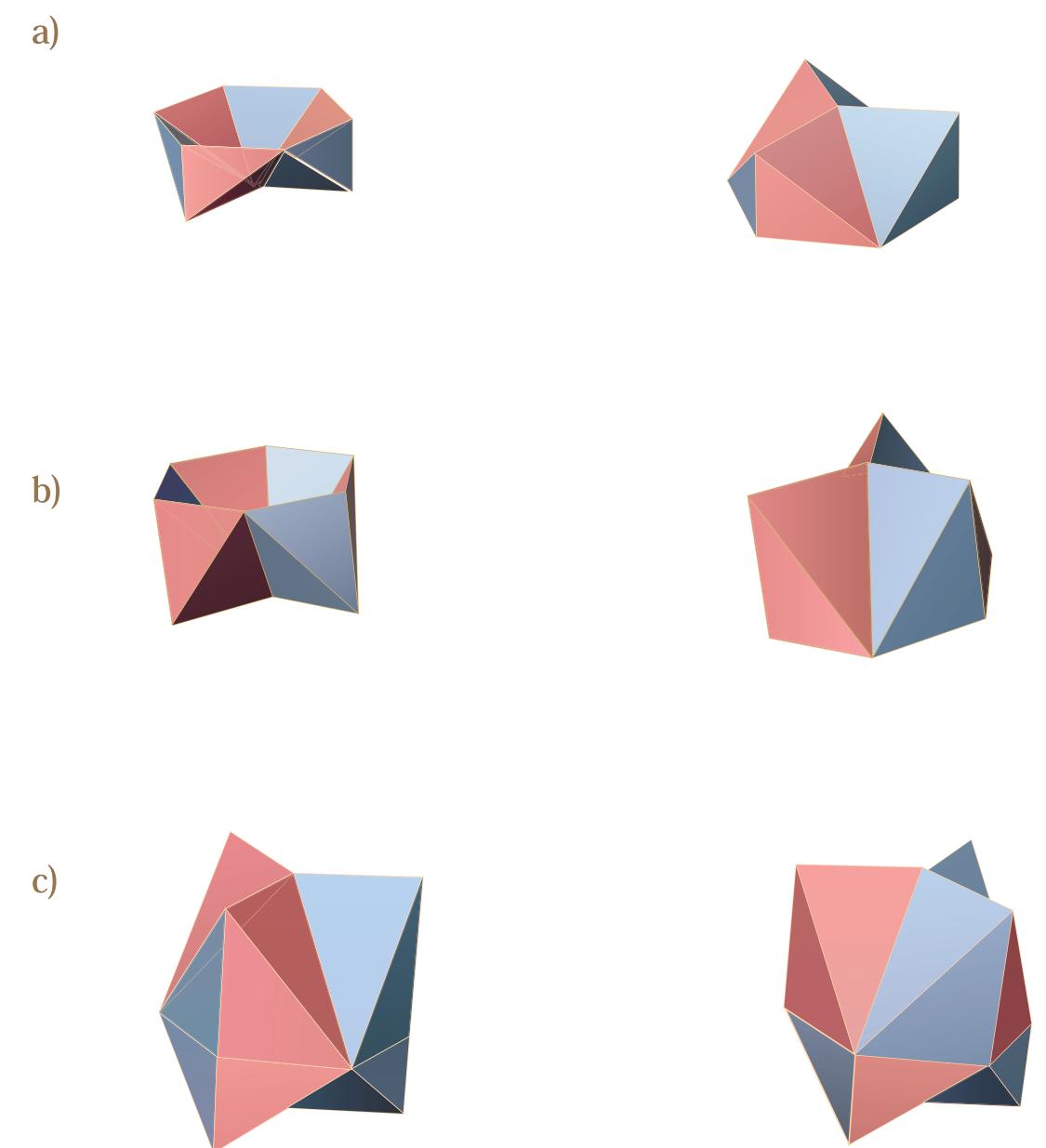


Рис. 25. Горизонтальный слой. Двойные тройники
а/ minor, прямые и перевернутые.
б/ major , прямые и перевернутые
в/ двухслойный двойной тройник.

Fig. 25. A horizontal layer. Double triplets
a/ Minor type, in direct and turned over positions
b/ Major type, in direct and turned over positions
c/ Two-layer double triplet

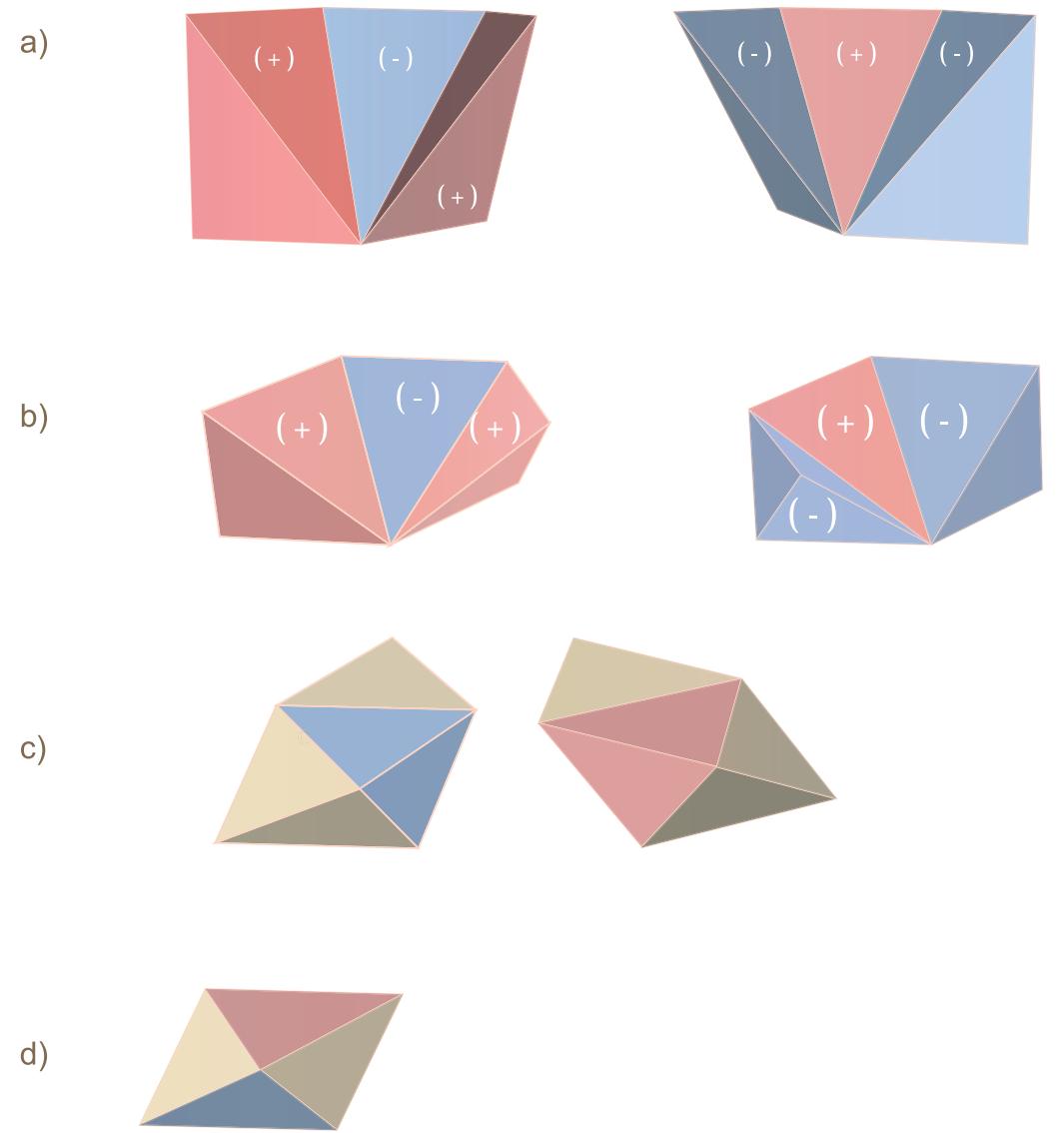


Рис. 26. Блоки горизонтального слоя, тройники и бинар

- а/ Тетраэдры **D-major**: $(+D, -D, +D)$ и $(-D, +D, -D)$.
 - б/ Тетраэдры **C-minor**: $(+C, -C, +C)$ и $(-C, +C, -C)$.
 - в/ Тройники из пяти тетраэдров **minor**, правовращающий $B, (-C, B, (+C, B)$ и левовращающий $B, (+C, B, (-C, B)$.
 - г/ Бинар из двух пар тетраэдров: $B, B, (+C, (-C)$, право и левовращающий.
- Fig. 26. Horizontal interconnection blocks, triplets and a binary*
- a/ **D-major type** tetrahedrons: $(+D, -D, +D)$ and $(-D, +D, -D)$
 - b/ **C-minor type** tetrahedrons: $(+C, -C, +C)$ and $(-C, +C, -C)$
 - c/ Triplets consisting of five **minor type** tetrahedrons: dextro-rotary $B, (-C, B, (+C, B)$ and laevorotary $B, (+C, B, (-C, B)$
 - d/ A binary consisting of two pair of tetrahedrons: $B, B, (+C, (-C)$, dextro-rotary and laevorotary

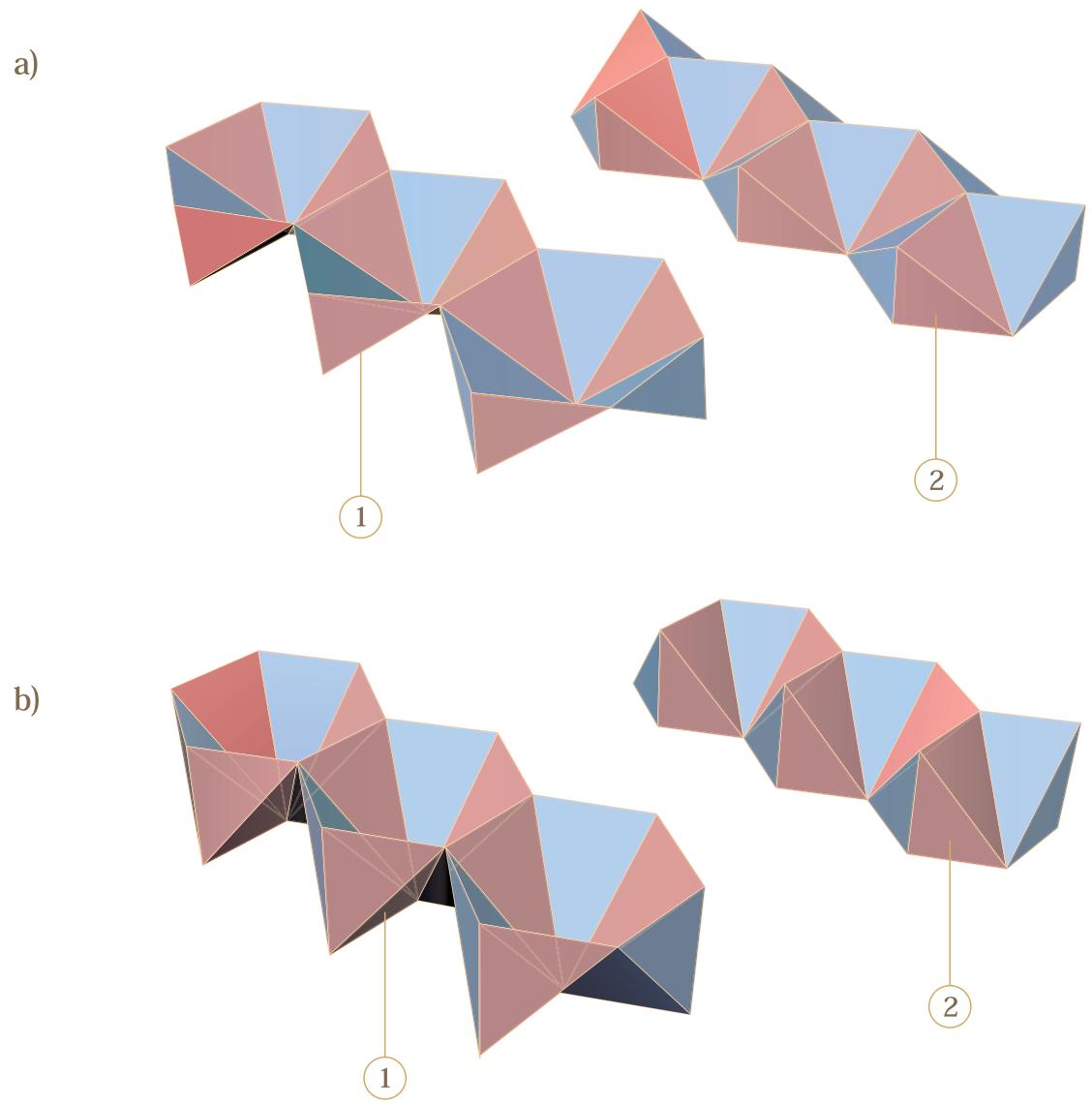


Рис. 27. Линейные блоки двойных тройников, прямые и перевернутые

- а/ minor, структуры $(+C, -C,$
- б/ major, структуры $(+D, -D)$.

- Fig. 27. Linear blocks of double triplets, in direct and turned over positions*
- a/ The minor type structures $(+C, -C,$
 - b/ The major type structures $(+D, -D)$

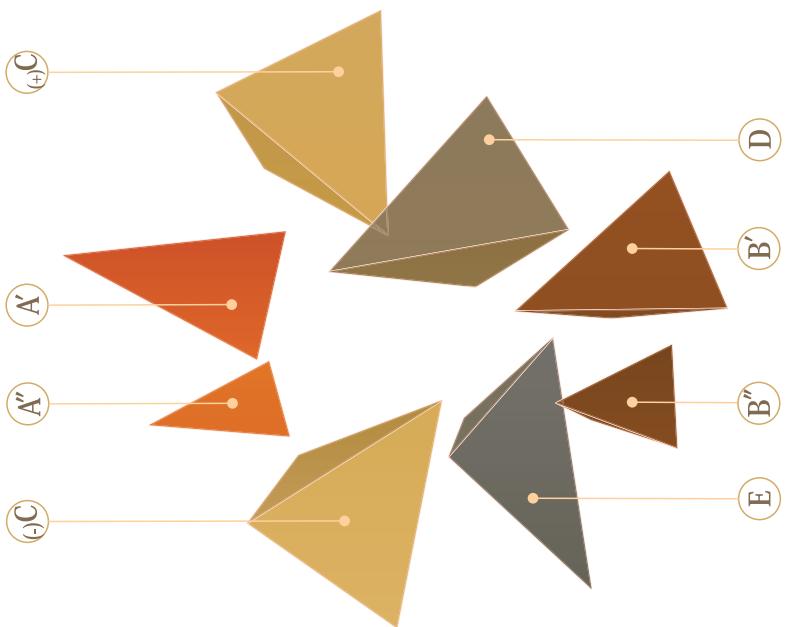
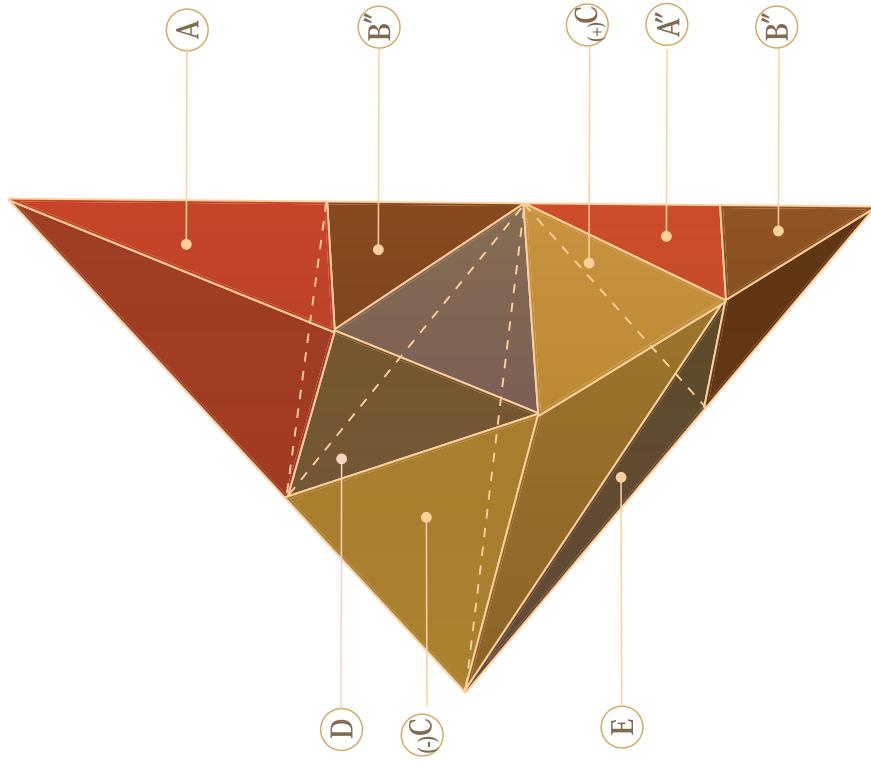


Рис. 28. Модуль пространства симметрии подобий, А-ромб

а/ Тетраэдр А. Погружение в глубину в ритме $\sqrt{\phi}$.

б/ Элементы А-ромба: тетраэдры А, В, С, Д, Е.

Fig. 28. A module of the symmetry-of-similarities space, A-type rhomb

а/ Tetrahedron A. Downsinking in the rhythm of $\sqrt{\phi}$.

б/ A-romb elements: tetrahedrons A, B, C, D, E

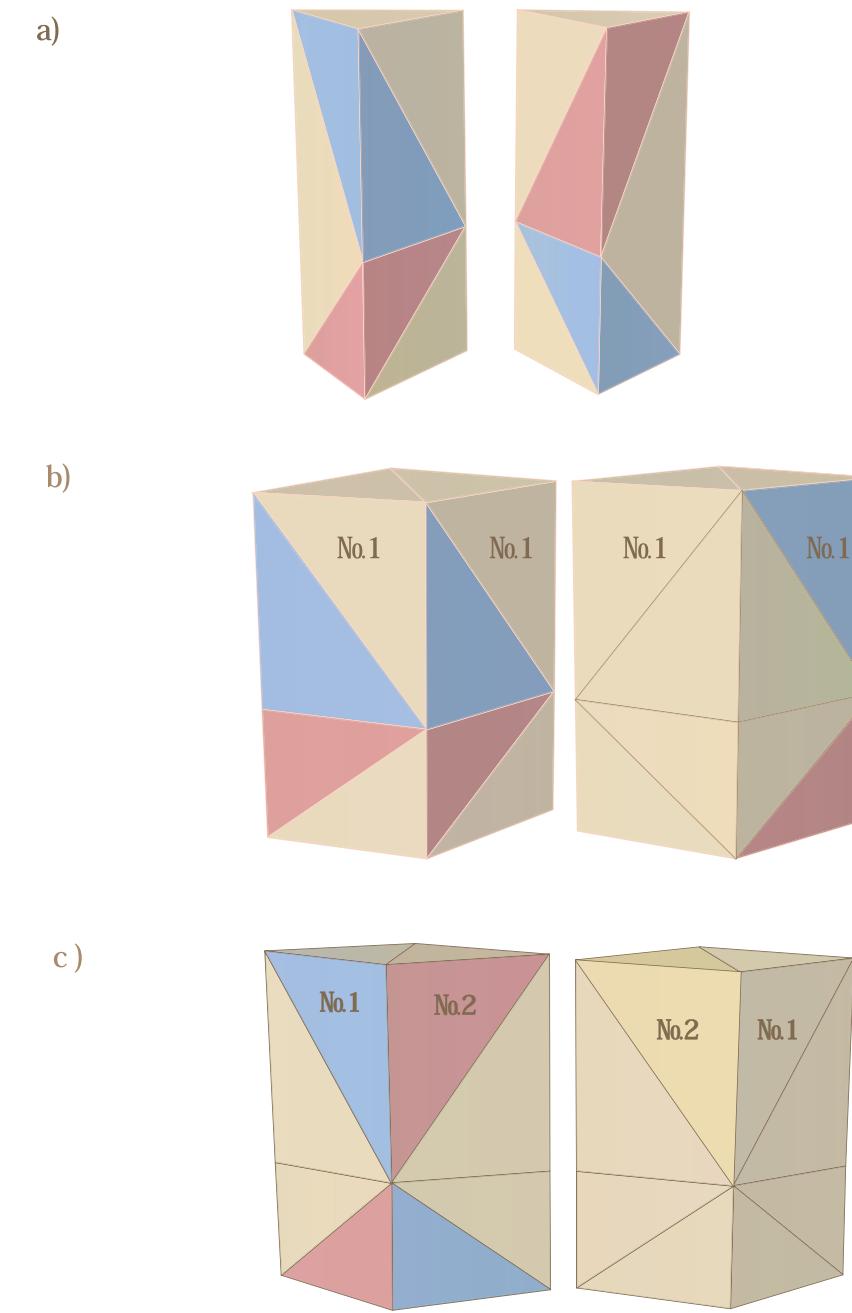


Рис. 29. Блокировка по вертикали

а/ двухслойная призма minor-major . Структуры №1 и №2 зеркальны.

б/ двухслойная спаренная призма № 1 - № 1.

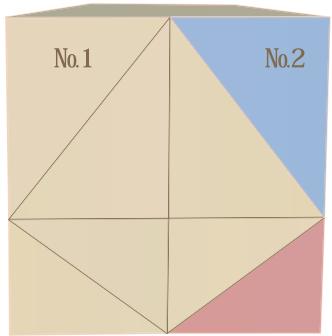
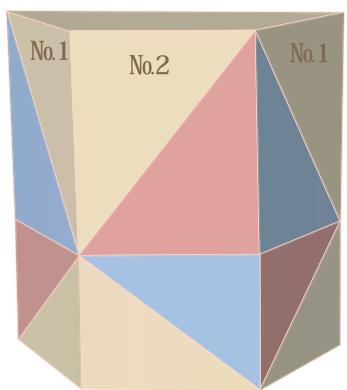
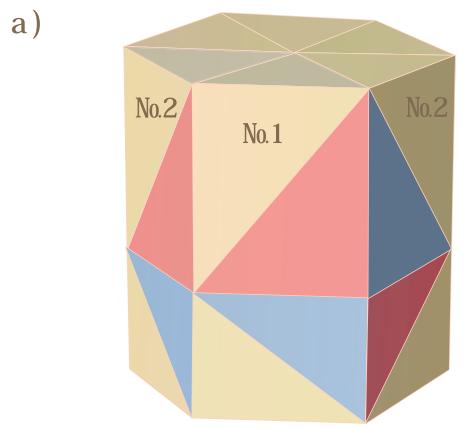
в/ двухслойная спаренная призма № 1 - № 2.

Fig. 29. Vertical interconnection

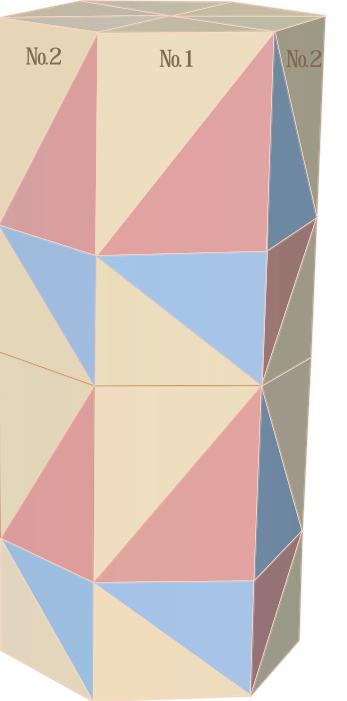
а/ A two-layer minor/major type prisms. Mirrored structures 1 and 2.

б/ A two-layer duplex type prism 1-1

в/ A two-layer duplex type prism 1-2



b)



c)

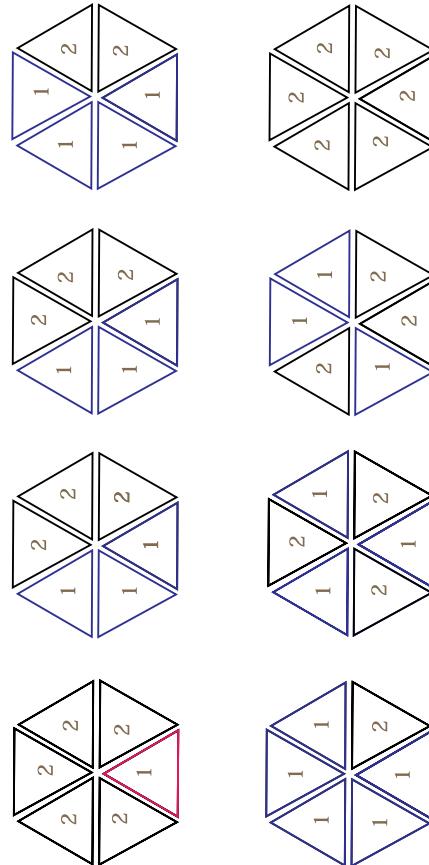


Рис.30. Блокировка по вертикали

Шестигранная призма minor-major составлена из трехгранных призм №1 и №2

a/ Двухслойная структура.

b/ Четырехслойная структура.

Fig. 30. Vertical interconnection

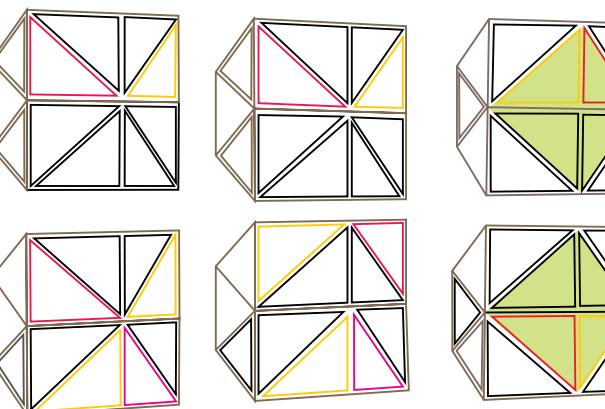
A hexahedral minor/major type prism composed of trihedrons 1 and 2

a/ Two-layer structure

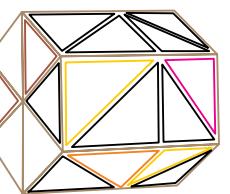
b/ Four-layer structure.

Рис. 31. Шестигранная призма minor-major (Пространство симметрии подобий)
Вмещает А-ромб (выделен цветом). Показаны 8 варианты блокировки.

Fig. 31. The hexahedral minor/major type prism (symmetry-of-similarities space) accommodates an A-type rhomb (highlighted). Eight options of interconnecting are shown.



a)



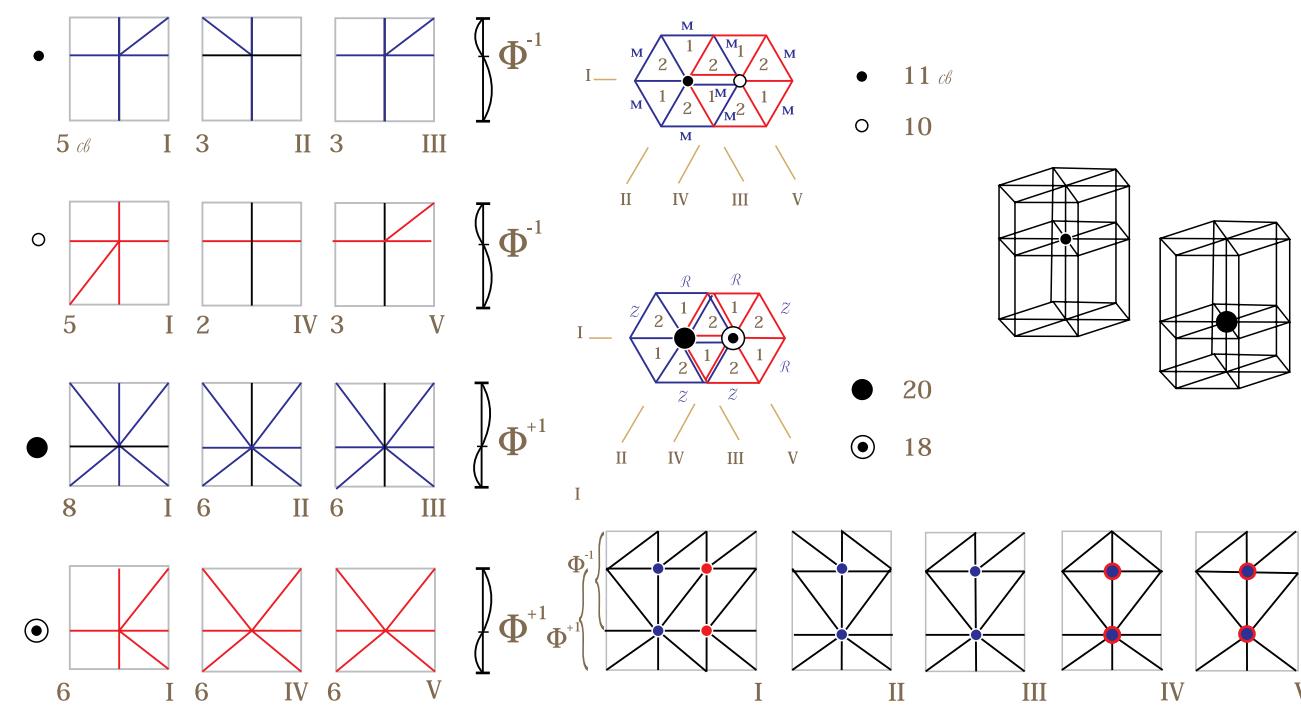
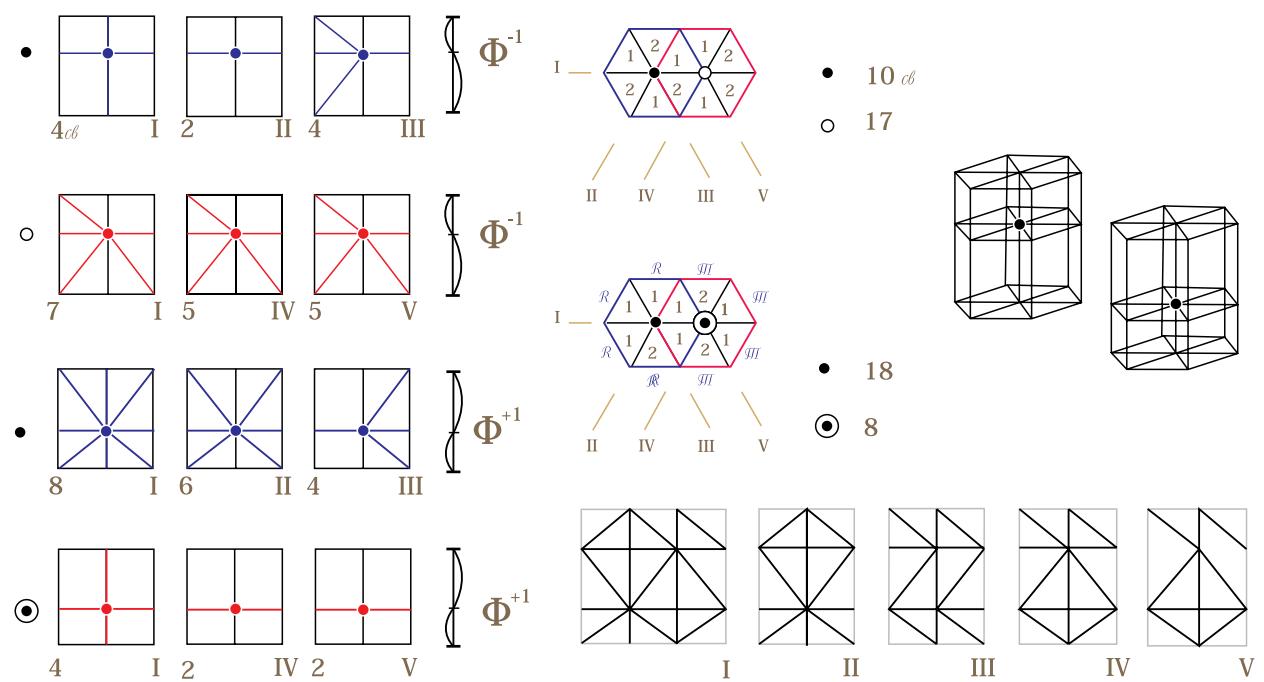
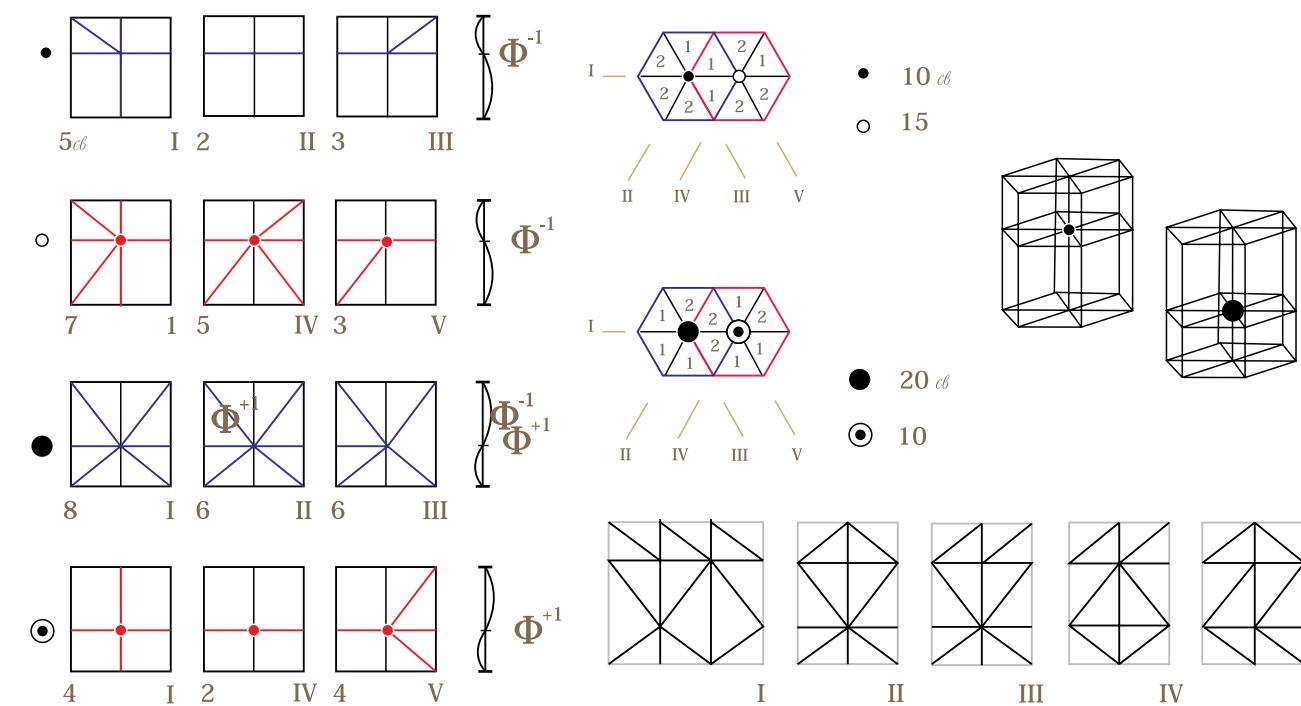
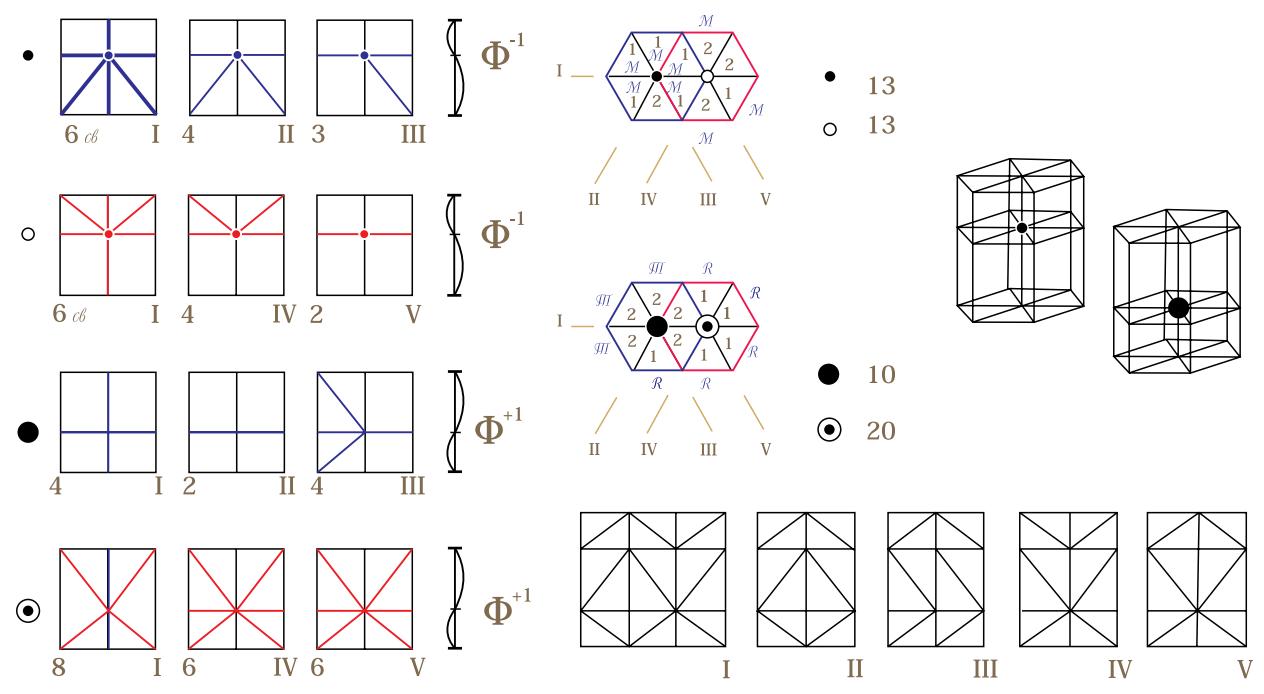


Рис. 32. Блокировка шестигранных призм в призму из 60 тетраэдров позволяет наблюдать все варианты связи смежных вершин. Блокировка показывает, что максимальное число таких связей в пространстве симметрии подобий равно 20.

Fig. 32. Integration of hexahedral prisms into a 60-tetrahedrons prism visualizes all varieties of interconnection between adjacent vertices. It is easily seen that maximum possible number of such links in the symmetry-of-similarities space is 20.

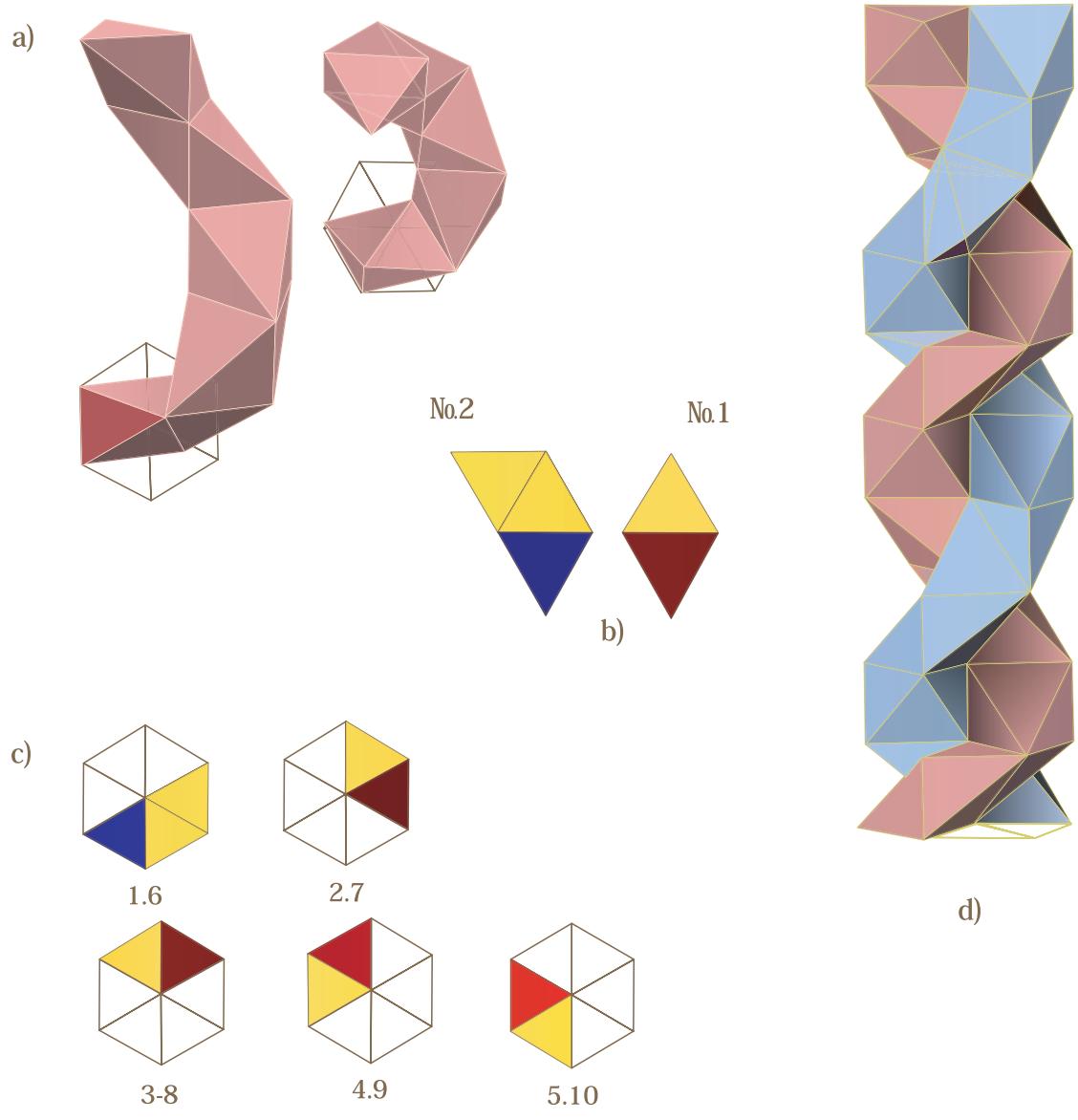


Рис. 33. *Minor. Спираль двойная плотно сомкнутая правая*

a/ общий вид пятивитковой спирали.
b/ планы: № 1 - «бинар» из четырех тетраэдров , № 2 -«триплет» из пяти тетраэдров ,
c/ план десяти витков,
d/ двойная правовращающая плотная спираль в 10 витков

Fig. 33. The minor-type spirals. A double dense-packed dextro-rotary spiral.

a/ General view of a 5-turn spiral.
b/ Plan views: a “binary 1” consisting of 4 tetrahedrons and a “triplet 2” consisting of 5 tetrahedrons.
c/ Layer-by-layer arrangement of 10 turns.
d/ A double 10-turn dense-packed dextro-rotary spiral.

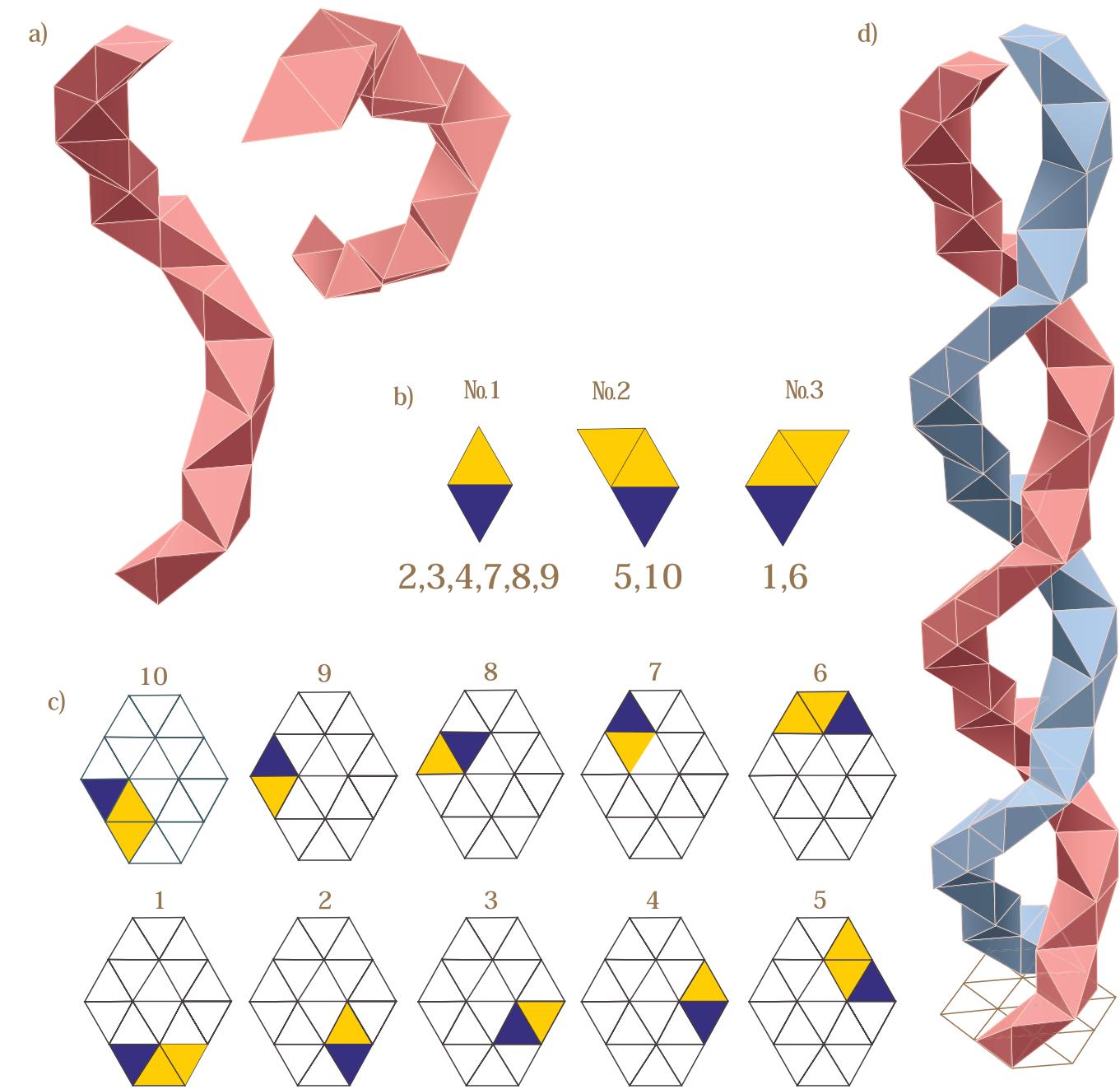


Рис. 34. *Minor. Спираль двойная овальная правая*

a/ Общий вид спирали в 5 и 10 витков.
b/ № 1 - блок «бинар» и № 2 блок - «триплет»
c/ планы десяти витков.
d/ Фрагмент двойной спирали.

Fig. 34. The minor-type spirals. A double “oval” dextro-rotary spiral.

a/ General view of 5- and 10-turn spirals.
b/ The “binary 1” and “triplet 2” structural modules.
c/ Layer-by-layer arrangements of 10 turns.
d/ A fragment of the double spiral.

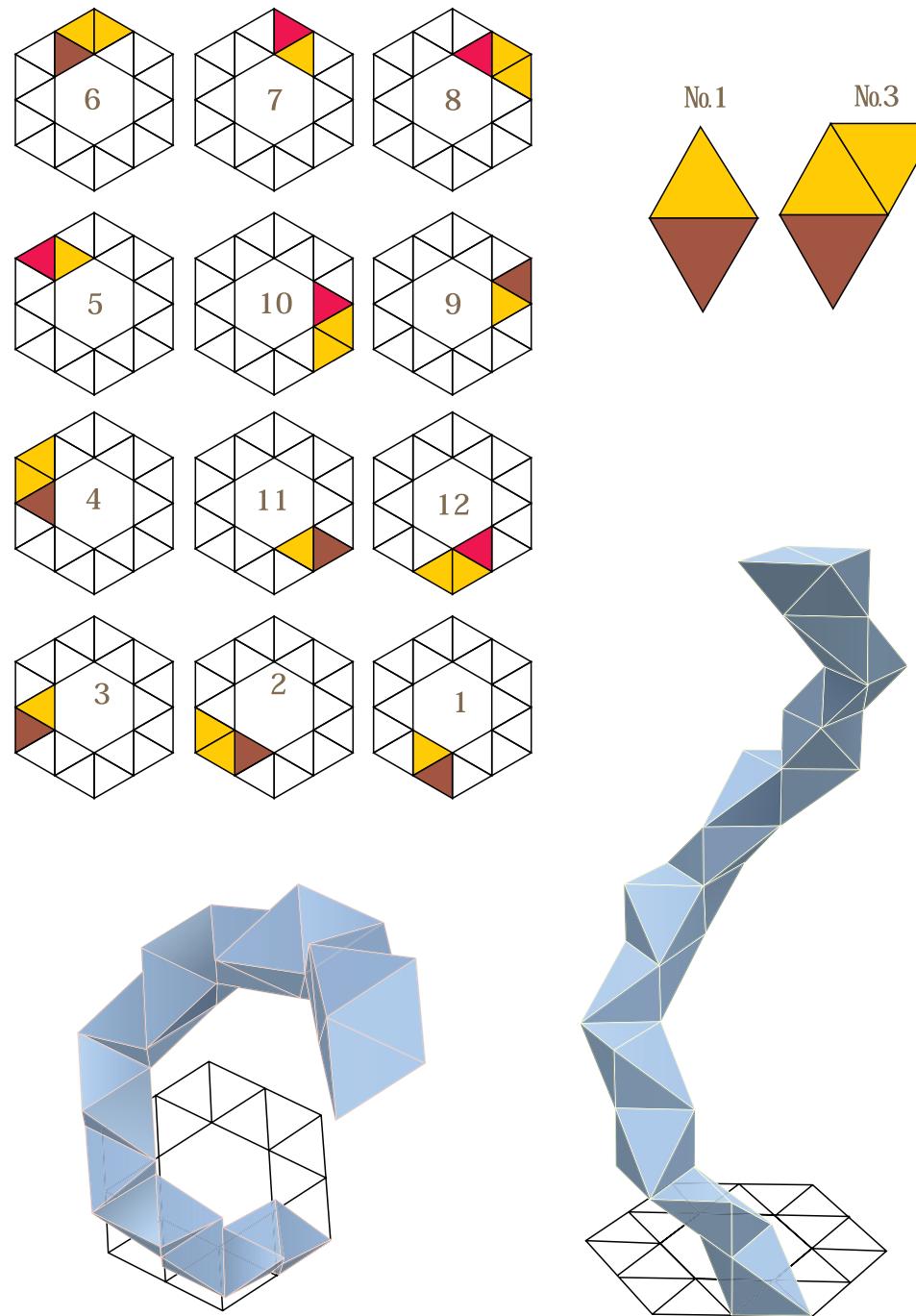


Рис. 35. Minor. Спираль двойная правильная левая, двенадцати витковая

Структурный аналог Z-спирали Рича (молекула ДНК).

Элементы блокировки: «бинар» № 1 и «триплет» № 3. План сечений. Общий вид и фрагмент двойной спирали.

Fig. 35. The minor-type spirals. A regular 12-turn double laevorotary spiral

A structural analogue of the Z-type Rich' spiral (DNA molecule).

Interconnection elements:

the “binary 1” and laevorotary “triplet 3”. The layer-by-layer arrangement of tetrahedrons. General view of the double helix.

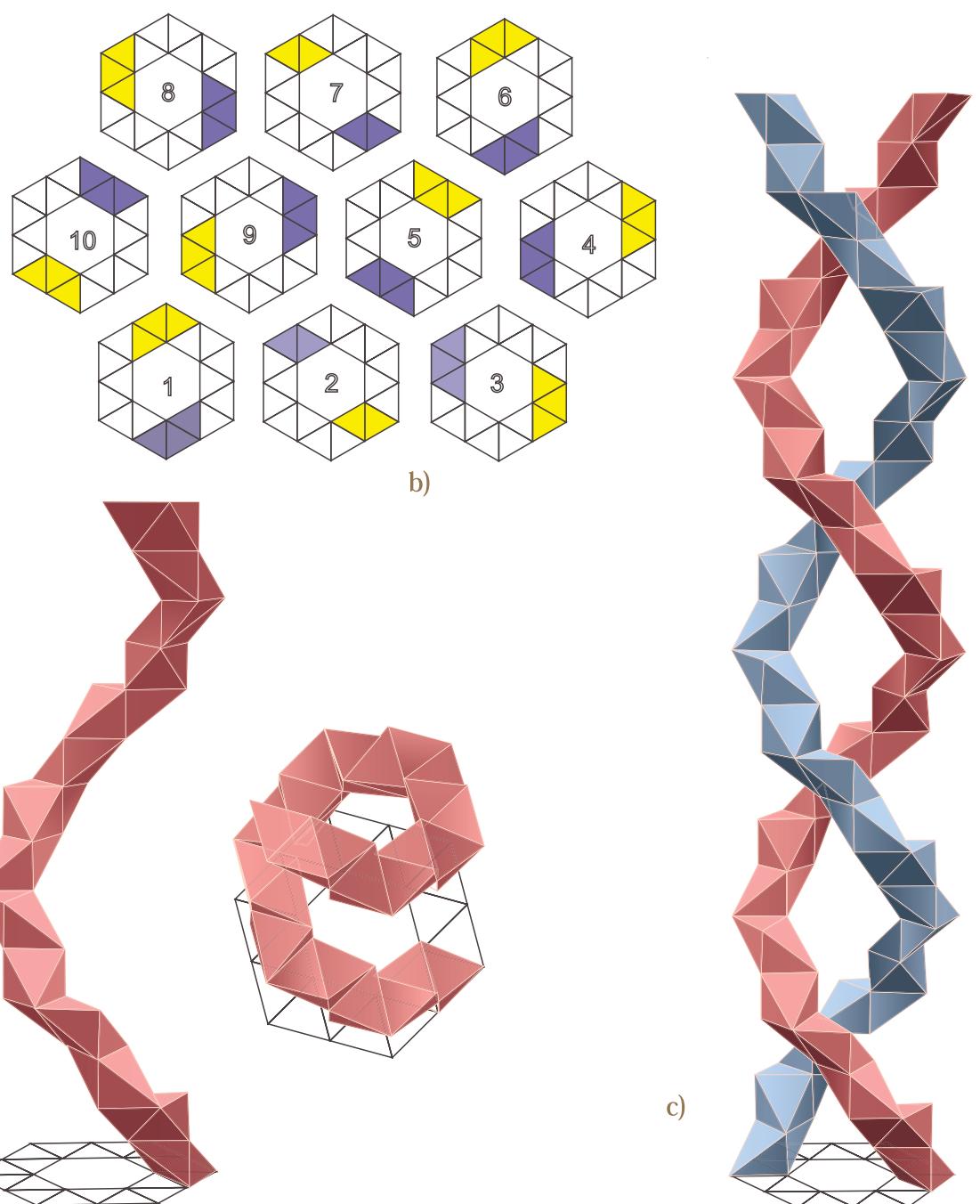


Рис. 36. Minor. Спираль двойная правильная правая, десяти витковая

Структурный аналог В-спирали Крика-Уотсона (молекула ДНК).

а/ Общий вид спирали. б/ План расположения по слоям элементов блокировки: это «бинар» и «триплеты», левовращающие и правовращающие. с/ Общий вид двойной спирали.

Fig. 36. The minor-type spirals. A regular 10-turn double spiral

A structural analogue of the B-type Watson-Crick helix (DNA molecule).

a/ General view of spiral. b/ The layer-by-layer arrangement of interconnection elements: a “binary” plus laevorotary and dextro-rotary “triplets”. c/ General view of the *double helix*.

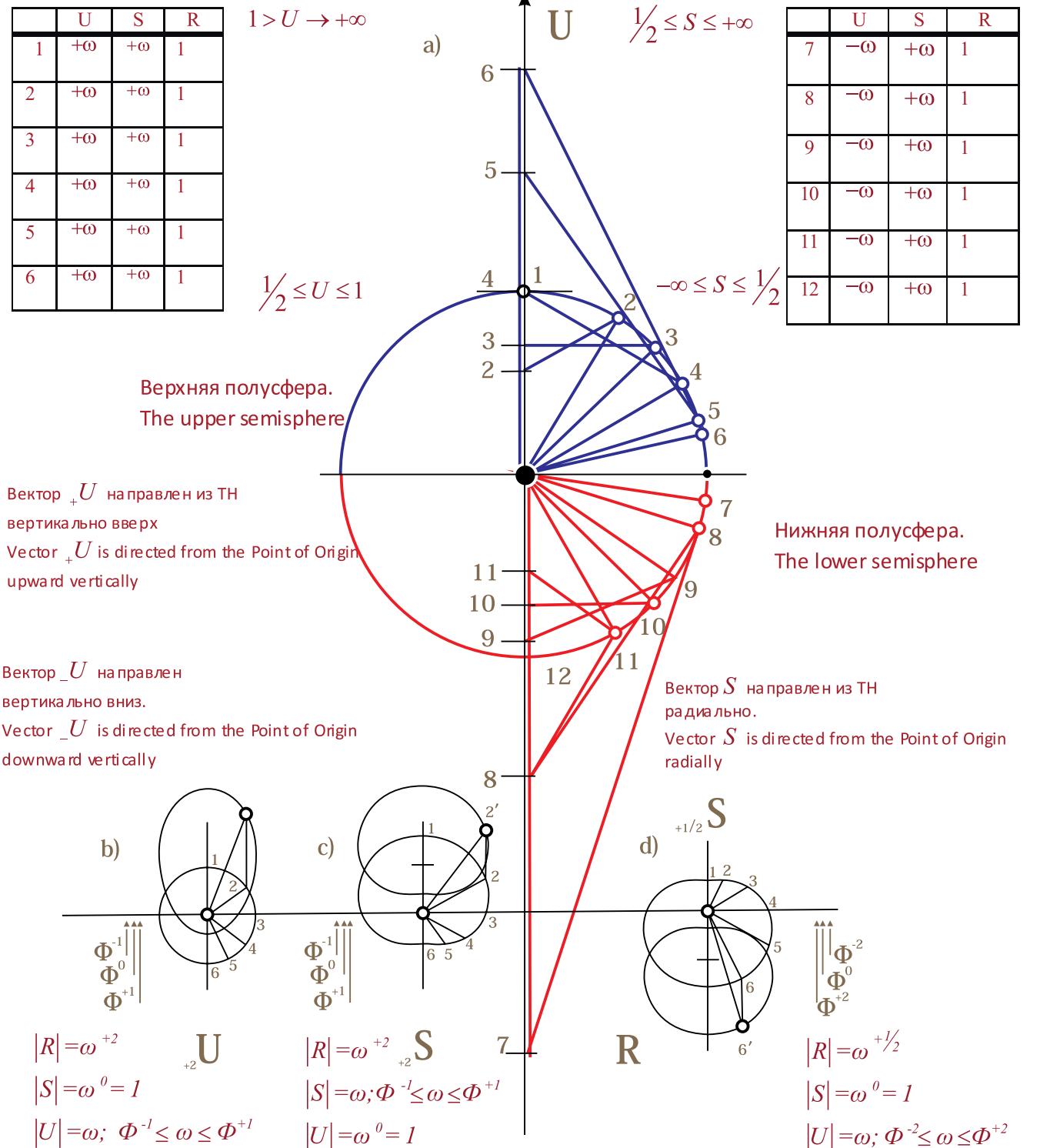


Рис. 37. Построение бионических замкнутых кривых векторным уравнением Золотого сечения

a/ соединение двух полусфер уравнением $\vec{S} + \vec{U} = \vec{R}$
b, c, d/ трансформация сферы в бионические формы.

Fig. 37. Building of closed bionic curves by vectorial equation of Golden section

a/ Integration of two hemispheres by equation $\vec{S} + \vec{U} = \vec{R}$
b, c, d/ Transformation of sphere into bionic forms.

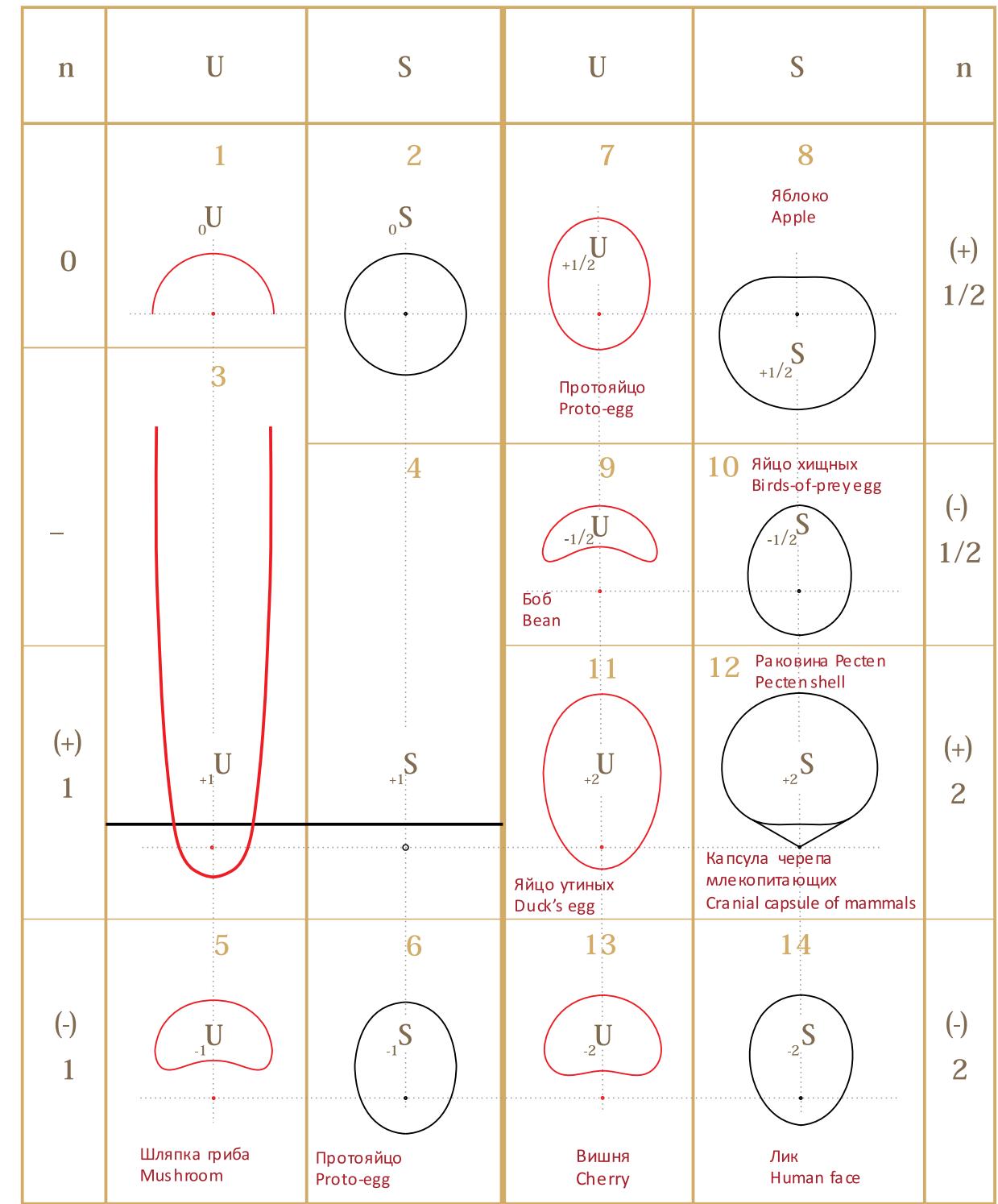


Рис. 38. Векторный треугольник $\vec{S}, \vec{U}, \vec{R}$ и вероятные модели U -, S -пространства

Слева : 1, 3, 4/ пред бытие: $n = 0; n = +1$; 5, 6/ первообразы замкнутого пространства: $n = -1$.

Справа: 7 – 14/ Биосимметрии \pm (U , S), воспроизводящие образы, адекватные основополагающим формам живой природы: $n = \pm 2^{\pm 1}$.

Fig. 38. Vector triangle, $\vec{S}, \vec{U}, \vec{R}$, and possible models of the U -, S -space.

At left: 1, 3, 4/ preexistence: $n = 0; n = +1$; 5, 6/ the prototypes of closed space: $n = -1$.

At right: 7 to 14/ the generative images adequate to basic forms of wildlife. $n = \pm 2^{\pm 1}$.

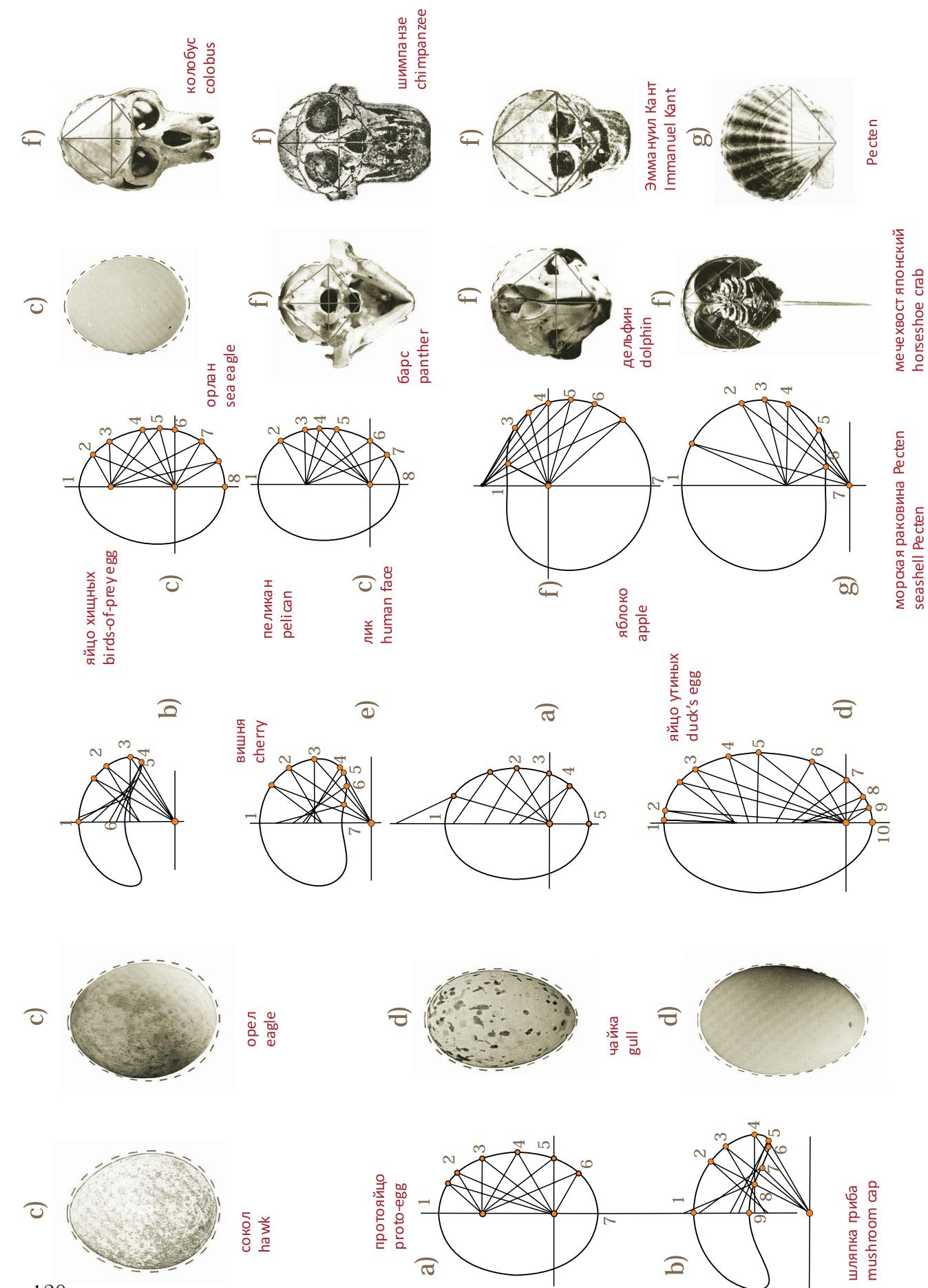


Рис. 39. Векторное уравнение $\bar{S}, \bar{U}, \bar{R}$ и формы живой природы

Fig. 39. Vector equation $\bar{S}, \bar{U}, \bar{R}$ and the wildlife forms

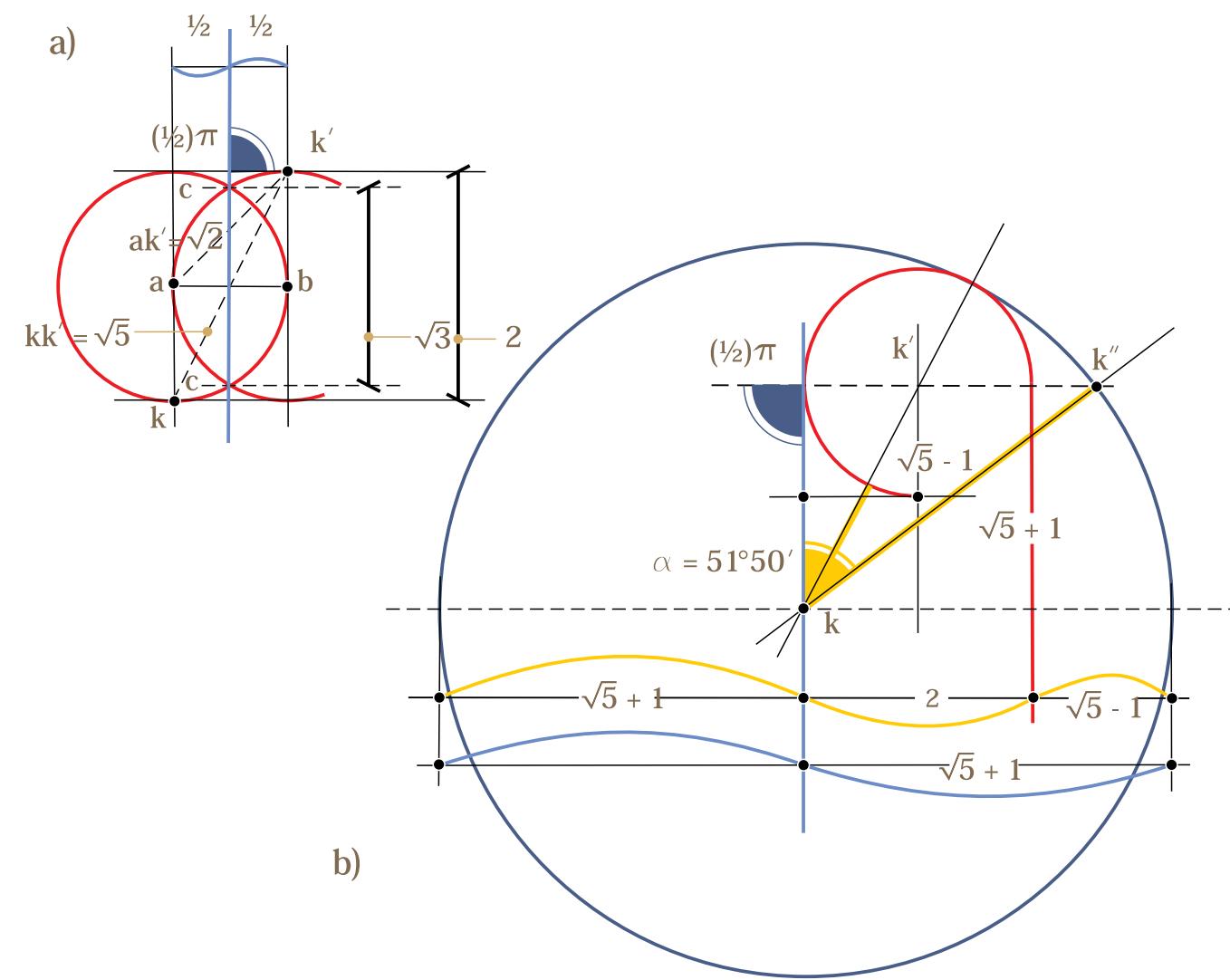


Рис. 40. Построение квадрата колышком и веревкой

a)Первая дихотомия. Две засечки, радиусом ab делят отрезок ab пополам и удваивают его. Построены квадрат и постоянные величины – угол $\frac{\pi}{2}$, отрезки $\sqrt{2}, \sqrt{3}$ и $\sqrt{5}$.

b)Вторая дихотомия. Две засечки, радиусом ab и радиусом $(kk''+ab)=\sqrt{5}+1$, строят: «бинар» $(\sqrt{5}+1)+(\sqrt{5}+1)$, это «триплет» – триада Золотого сечения $(\sqrt{5}+1)\leftrightarrow 2 \leftrightarrow (\sqrt{5}-1)$, и угол $\alpha = 51^{\circ}50'$. Угол 2α есть угол связи атомов водорода и кислорода в молекуле воды.

Fig. 40. Right angle construction using a stake and cord

a)First dichotomy. Two intersection marks made with ab radius divide in two and reduplicate line segment ab . A square is built and invariables ($\text{angle } \frac{\pi}{2}$, line segments $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}$) established.

b)Second dichotomy. Two intersection marks made with ab radius and $(kk''+ab)=\sqrt{5}+1$ radius determine a “binary” $(\sqrt{5}+1)+(\sqrt{5}+1)$ a triplet $(\sqrt{5}+1)\leftrightarrow 2 \leftrightarrow (\sqrt{5}-1)$ which represents the Golden section triad, and angle $\alpha = 51^{\circ}50'$. Angle 2α is the bond angle between hydrogen and oxygen atoms in a water molecule.

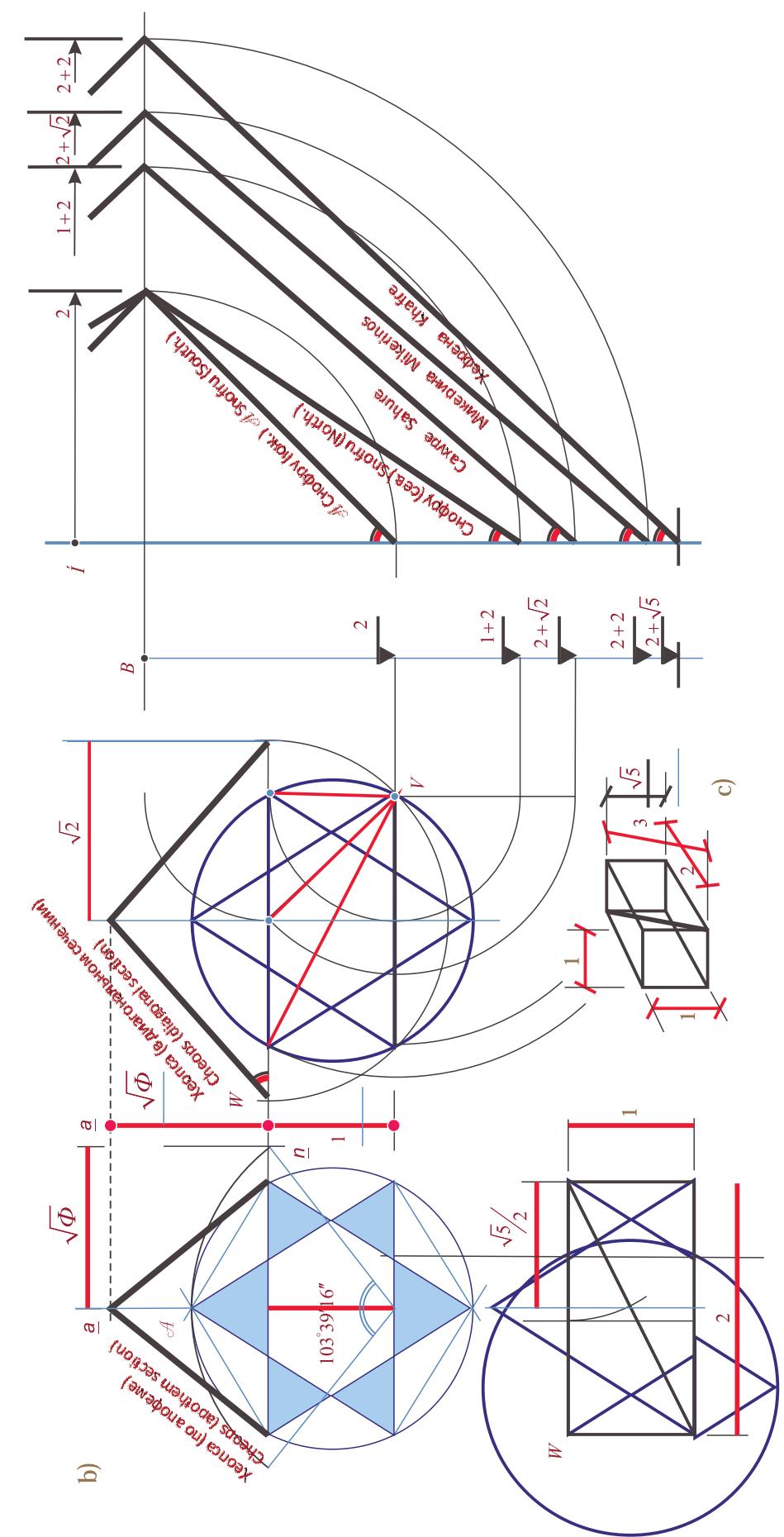
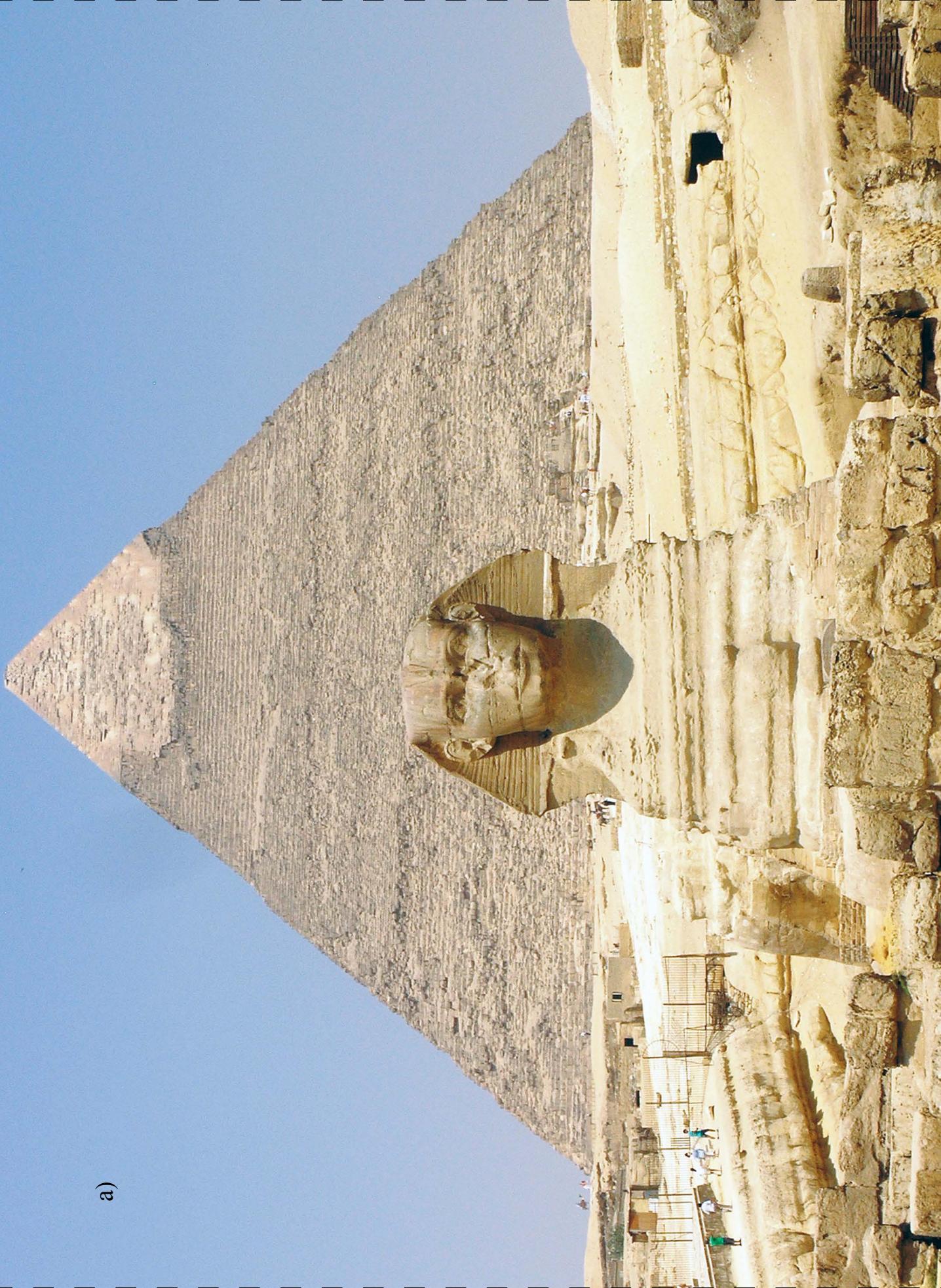
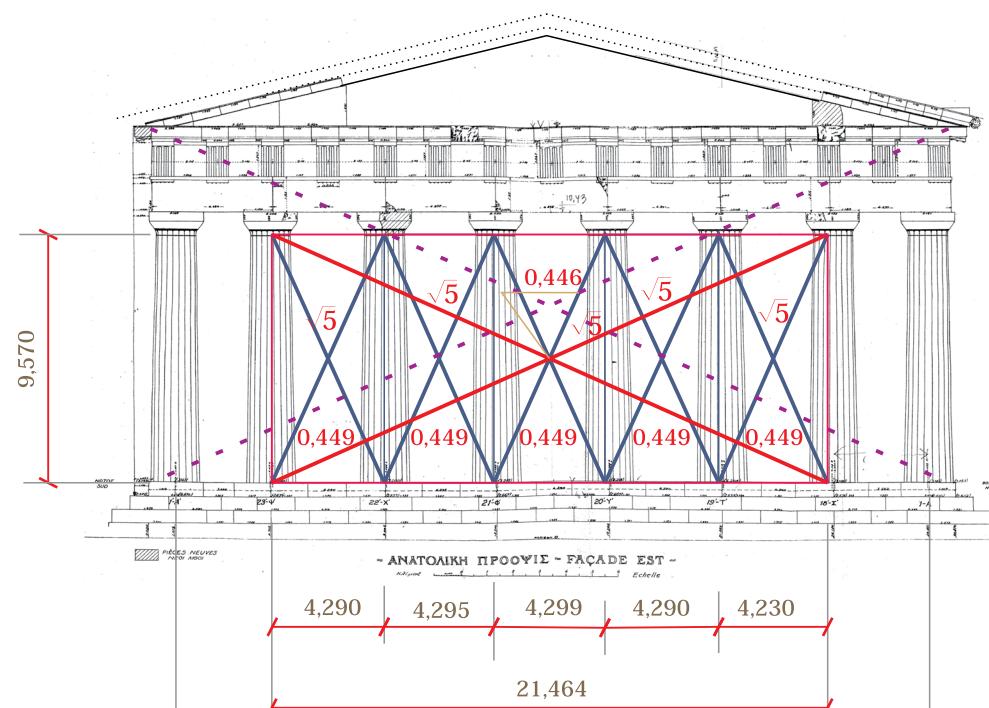


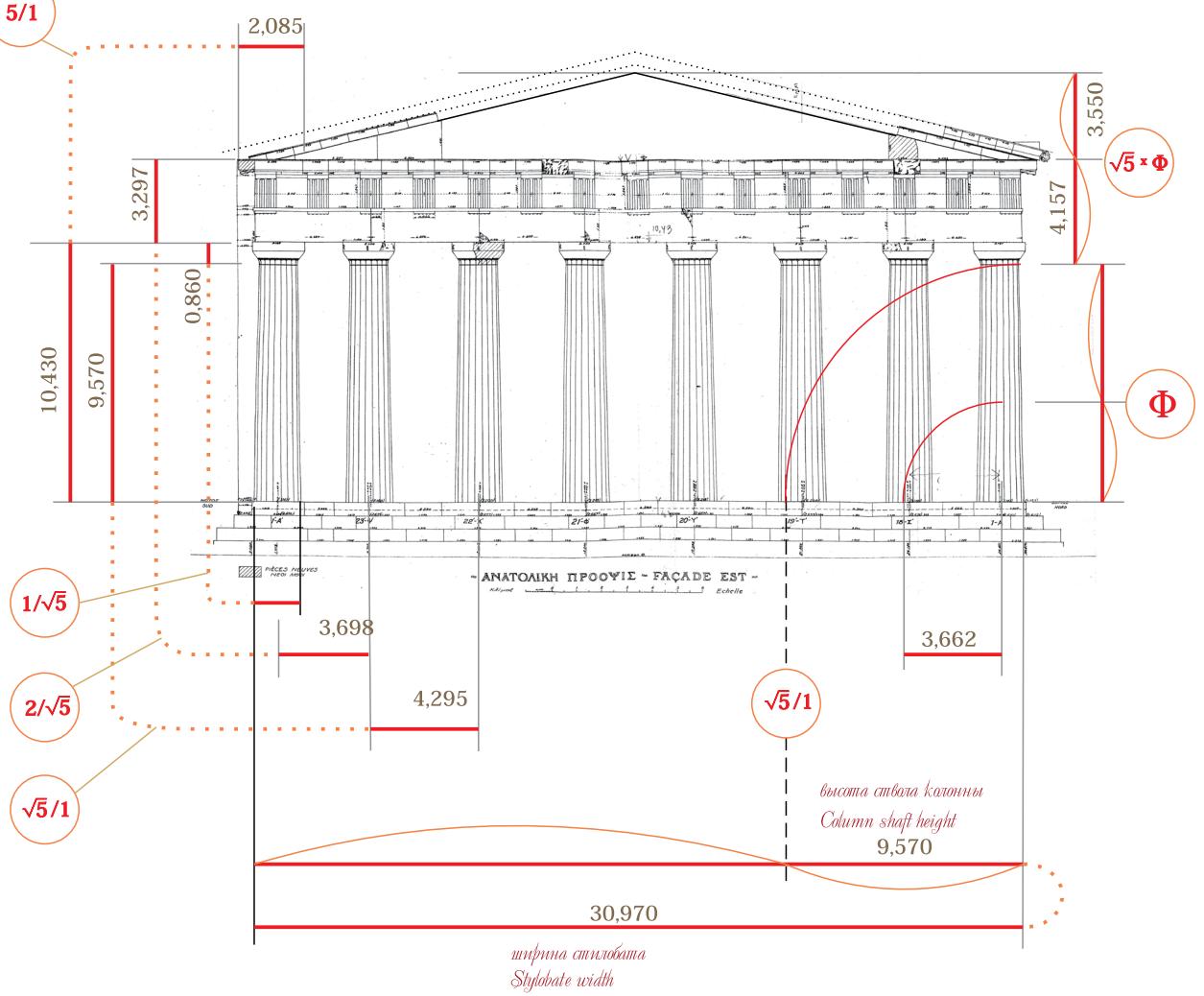
Рис. 41. а) Сфинкс b) Золотая звезда Давида и двойной квадрат. с) Погребальная камера пирамиды Хеопса – ключ к наклонам облицовки Великих пирамид Древнего Царства.

Fig. 41. a/ Sphynx b/ The Golden Star of David and double square. c/ The pharaoh chamber of the Cheops Pyramid as a key to facing slopes of the Great Old Kingdom pyramids.

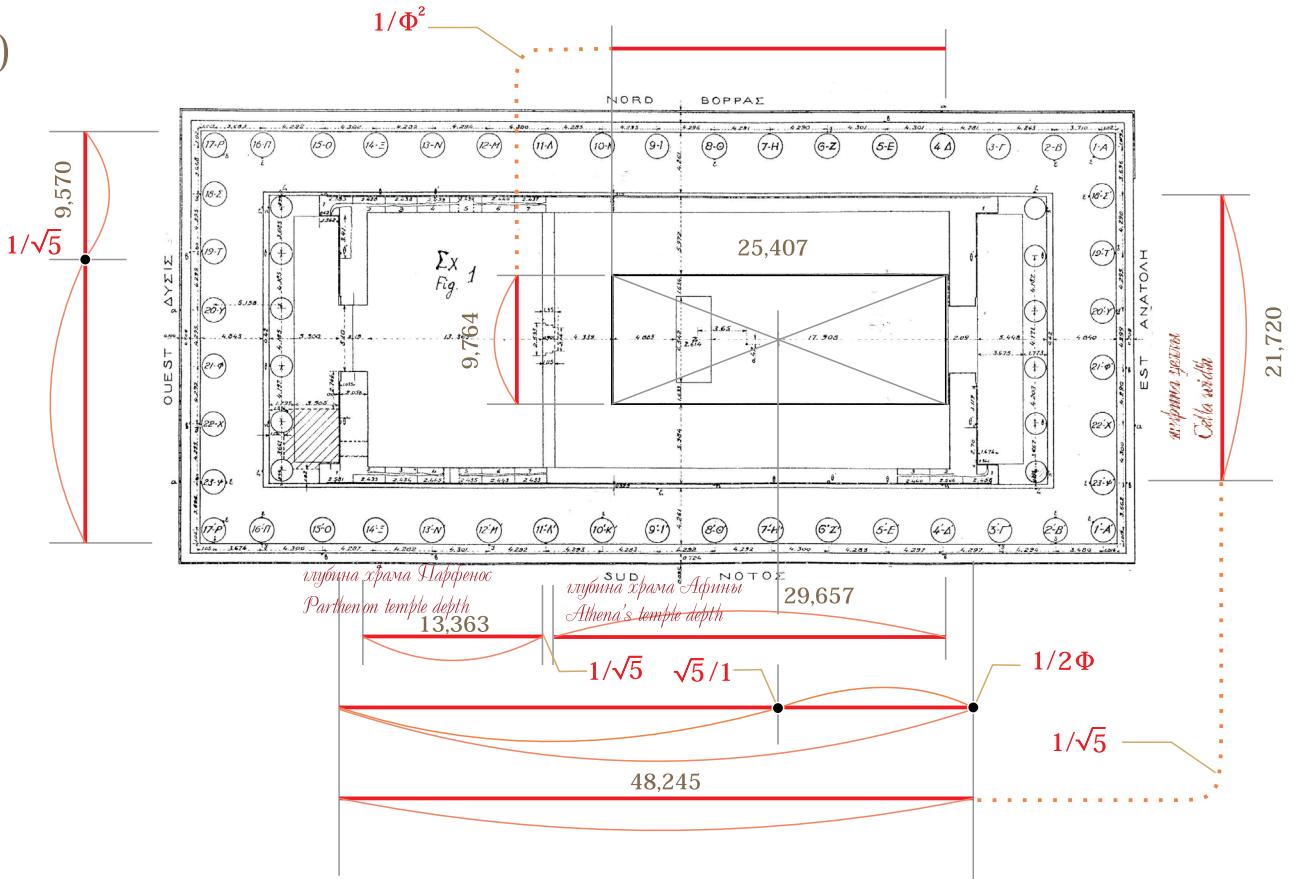
a)



b)



c)



d)

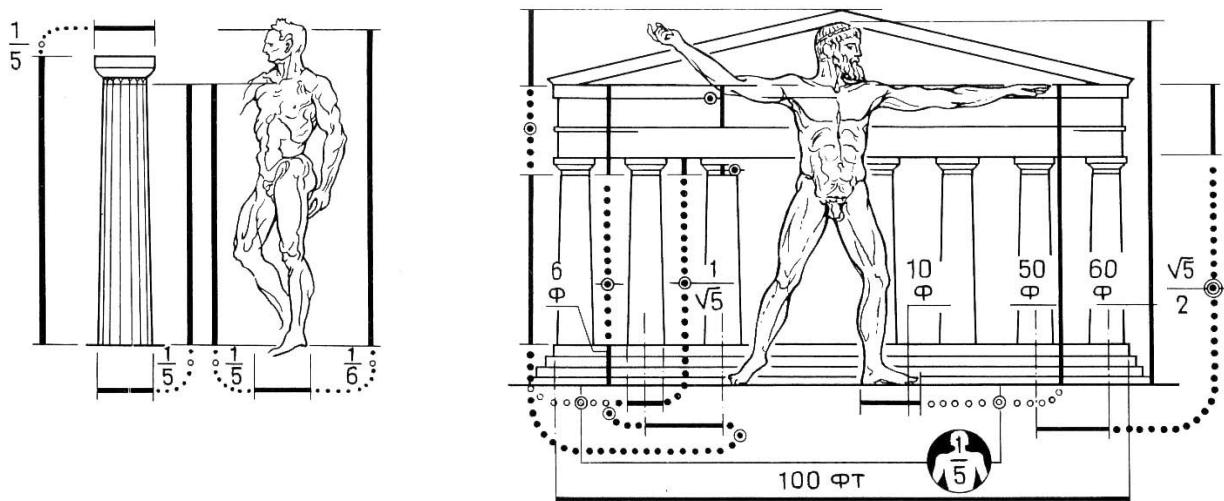


Рис. 42. Пропорции Парфенона афинского Акрополя.

- a) Шаг рядовых колонн восточного портика . Расстановка колонн и интерколумни.
- b) Стилобат и высота ствола колонны. Шаг угловых колонн . Вертикальные членения портика.
- c) План. Определение высоты ствола колонны . Целла . Храмы Парфенос и храм Афины.
- d) Портик Парфенона и человек.

Fig. 42. Proportions of the Doric Parthenon temple of the Athenian Acropolis.

- a) Spacing of east portico regular columns. Columns and intercolumniation arrangement.
- b) Stylobate and column shaft height. Spacing of corner columns . Vertical divisions of portico.
- c) Plan. Determining the column shaft height. Cella . The Parthenon temples and Athena's temple . The Parthenon portico vs. human body scale.

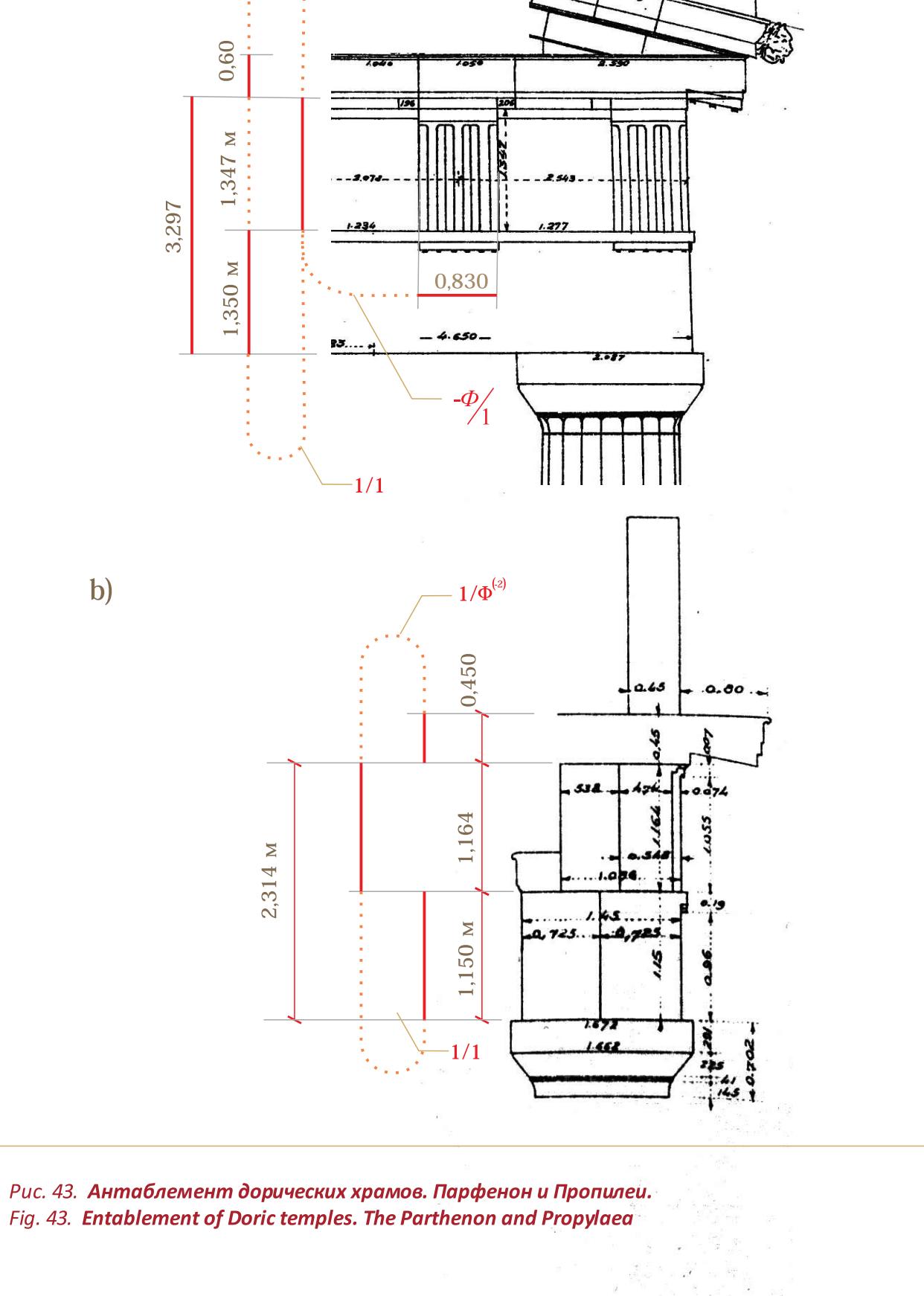


Рис. 43. Антаблемент дорических храмов. Парфенон и Пропилеи.
Fig. 43. Entablement of Doric temples. The Parthenon and Propylaea

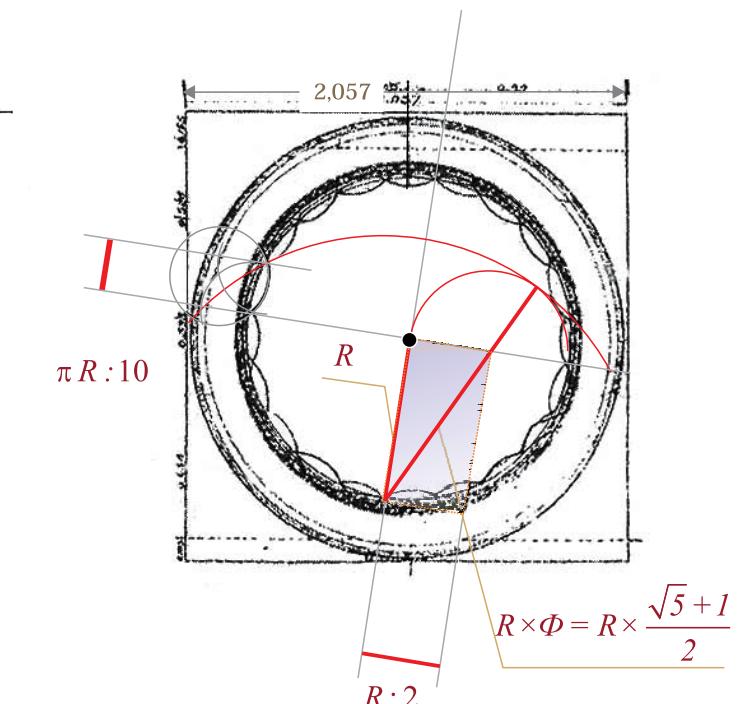
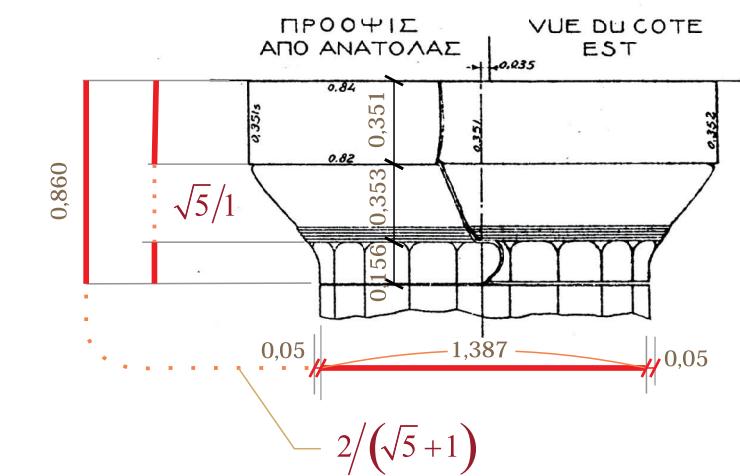


Рис. 44. Парфенон. Членение капители и построение каннелюр.
а) капитель, б) деление окружности на 20 частей на основе золотого сечения

Fig. 44. The Parthenon. Divisions of capital and geometry of flutes:
a) capital, b) division of a circle into 20 parts on the basis of Golden Section

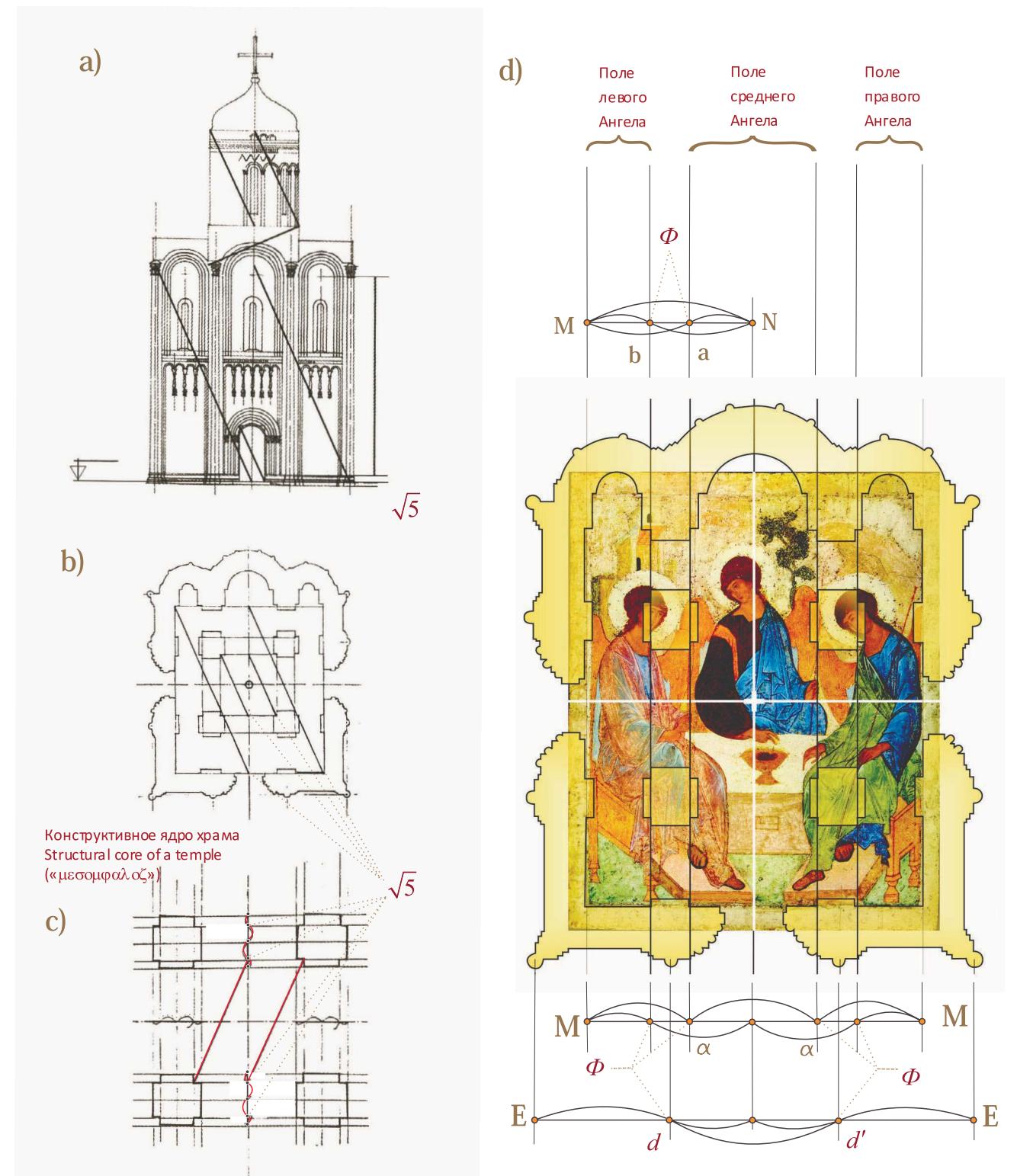


Рис. 45. Пропорции храма Покрова на реке Нерль и икона Андрея Рублева «Троица»

Пространство храма и членения иконы установлены одним и тем же приемом: Великой Золотой триадой, (рис. d). Соразмерности плана и фасадов – удвоенный прямоугольник Φ (рис. a, b, c). Аналогичный метод использован при начертании фигур и предметов на иконе Андрея Рублева «Троица» (рис. e, f). Расчленив доску иконы три раза в отношении Φ : 1/ полную высоту; 2/ ширину ковчега; 3/ половину ширины ковчега, мастер нашел восемь квадратов, определивших все композиционные центры картины и все членения. Приему аналогий пропорции отвечает аналогия контурных линий, плавно охватывающих фигуры ангелов и чашу завета (рис. g).



Fig. 45. The temple of intercession of the Holy Virgin on the Nerl' River and Andrey Rublev's "Trinity" icon. The temple space and icon partitioning are established by one and the same technique: the use of the Great Golden triad, Fig. d). Doubled rectangle Φ defines harmonies of the plan and a facade, Fig. a, b, c). A similar method is used at tracing of contours of persons and things on Andrey Rublev's icon "Trinity", Fig. e, f). Having divided the icon board in the Φ -ratio three times, i.e.: 1/ through full height, 2/ through full width of cut-back centre portion of the icon panel, and 3/ through half width of cut-back centre portion of the icon panel, the master had found eight squares, which defined seven composite centers of the picture and all its parts. The applied technique of analogies (adhering to the Φ -proportions) is reflected in similarity of contour lines, which smoothly circumvent the shapes of angels and Cup of the Covenant (Fig. g).

ПРИЛОЖЕНИЕ

SUPPLEMENT

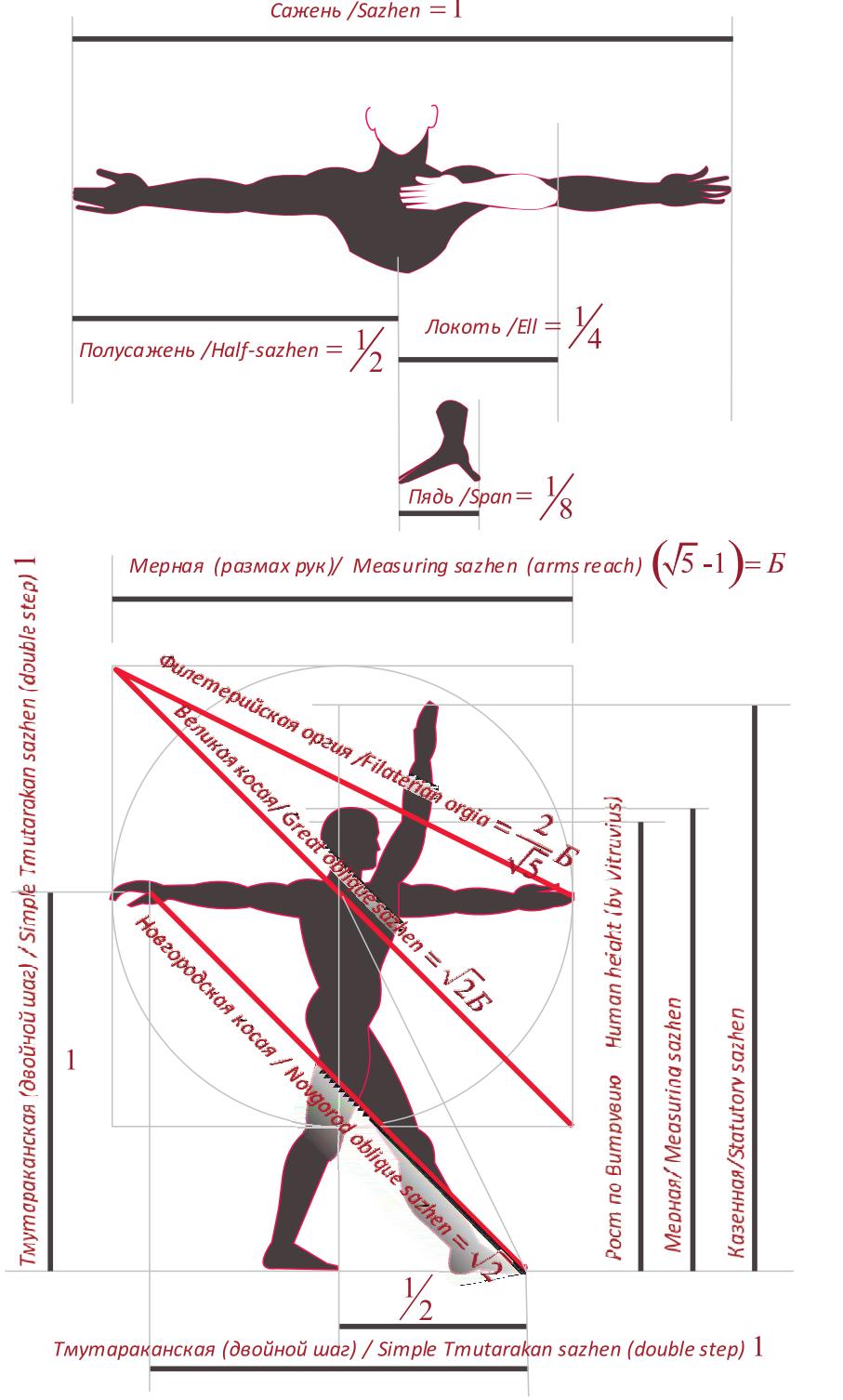


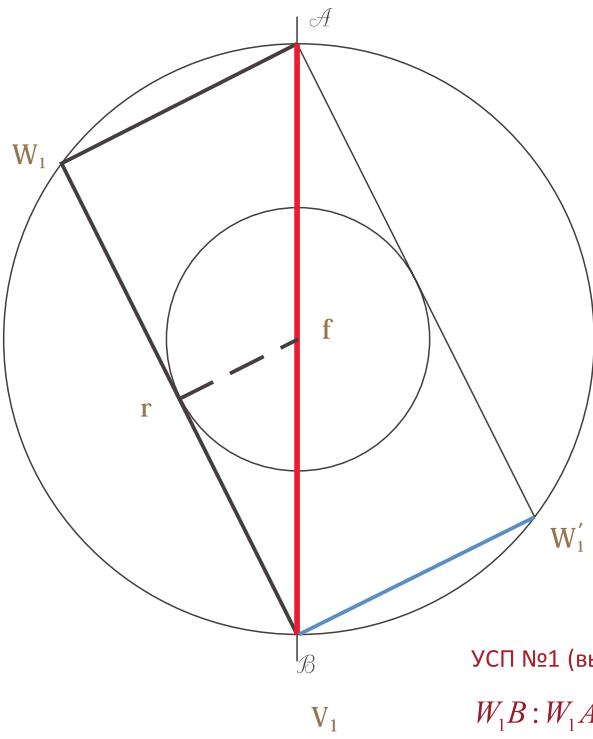
Рис. 46. Меры Древней Руси

Пядь, локоть, мерная сажень (размах рук) соответствуют «ручным» мерам древних египтян: пальма, локоть. Греческому футу (след стопы на земле) созвучна землемерная (строительная) сажень «двойной шаг» (сажень Тмутараканская и др.).

Fig. 46. Ancient Russian measures.

Span, ell, measuring sazhen (lateral reach of arms) correspond to the “arm-like” measures of Ancient Egyptians: palm, ell. A simple Tmutarakan sazhen (“double step”) corresponds to the Greek foot (footstep).

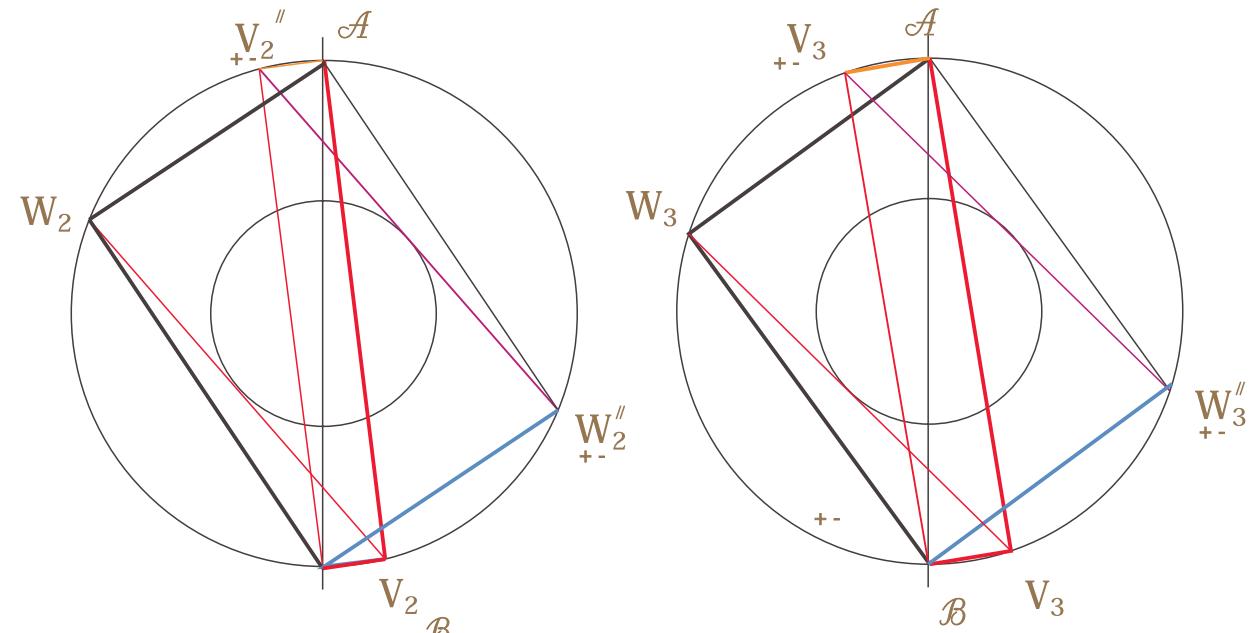
УСП SPE		$\sqrt{A^2 + B^2}$	мм / mm 111,8 : \bar{AD}	A	$\alpha\sqrt{5}$	B	$\beta\sqrt{5}$
1 B/A	2	3	4	5	6	7	8
$A < B$ 1 $2,0$	$\frac{\sqrt{5}+1}{2+0\sqrt{5}} = \frac{2-0\sqrt{5}}{\sqrt{5}-1}$	$\sqrt{5}$ 2,236	50	111,80	100	0	



УСП №1 (вырождено)/ SPE №1 (degenerate form): $W_1B = 0$
 $W_1B : W_1A = 2 : 1$ $rf = \frac{1}{2}$

Рис./Fig. 47

2	$\frac{8\sqrt{5}+10}{15+\sqrt{5}} = \frac{15-\sqrt{5}}{8\sqrt{5}-10}$	$\sqrt{325}$	6,202	62,02
---	---	--------------	-------	-------



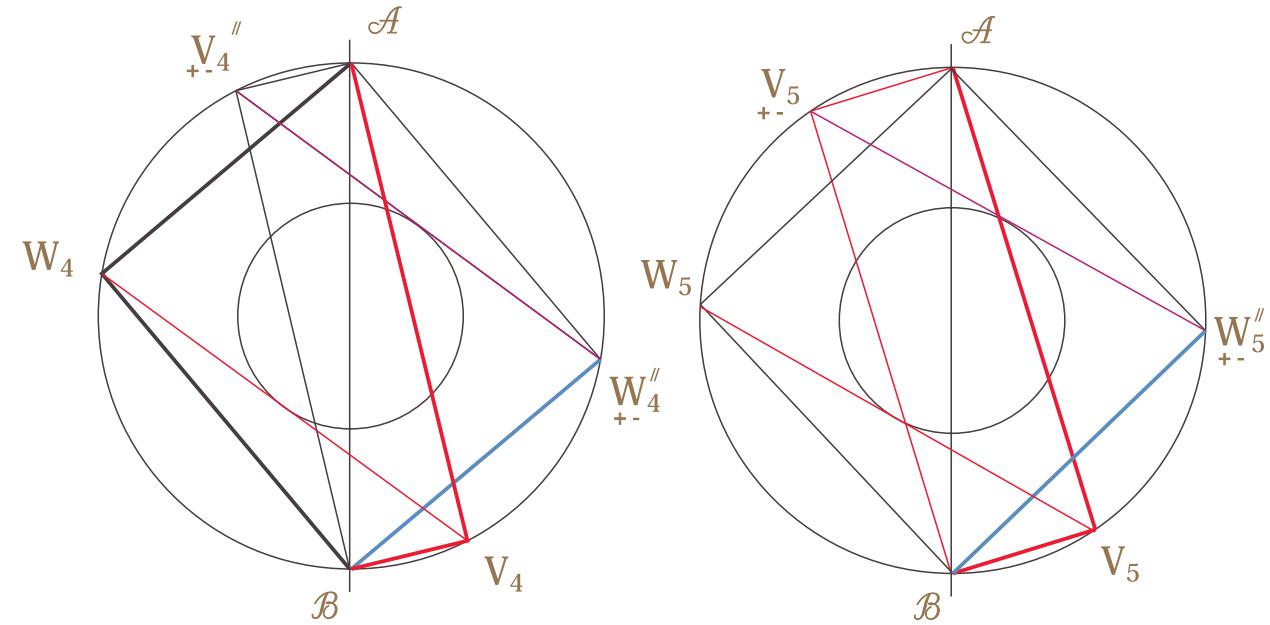
УСП №2,3/ SPE №2,3

3	$\frac{6\sqrt{5}+8}{11+\sqrt{5}} = \frac{11-\sqrt{5}}{6\sqrt{5}-8}$	$\sqrt{185}$	8,22	65,76
---	---	--------------	------	-------

Рис. 47 – 51. Примеры решений Второй теоремы Пифагора – Золотого уравнения симметрии пар
 $\frac{A+\alpha\sqrt{5}}{\beta\sqrt{5}+B} = {}^{(+)}\Phi_{(-)} = \frac{\beta\sqrt{5}-B}{A-\alpha\sqrt{5}}$ для различных пар чисел θ , целых по основанию $\sqrt{5}$ и пар
натуральных чисел N .

Figs. 47 to 51. Examples of solutions for the Second Pythagorean Theorem, i.e. the Golden symmetry-of-pairs equation $\frac{A+\alpha\sqrt{5}}{\beta\sqrt{5}+B} = {}^{(+)}\Phi_{(-)} = \frac{\beta\sqrt{5}-B}{A-\alpha\sqrt{5}}$ with different pairs of natural integers N and pairs of numbers θ – integers to base $\sqrt{5}$.

4	$\frac{4\sqrt{5}+6}{7+\sqrt{5}} = \frac{7-\sqrt{5}}{4\sqrt{5}-6}$	$\sqrt{85}$	12,127	72,76
---	---	-------------	--------	-------

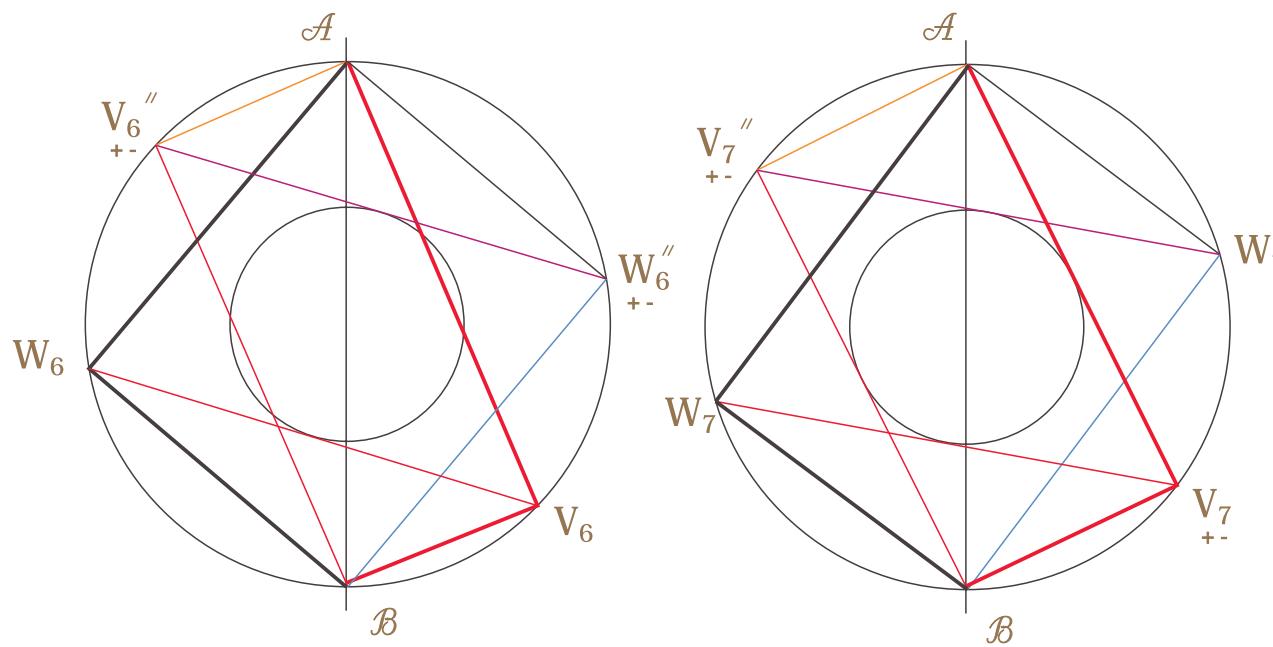


УСП №4,5/ SPE №4,5

5	$\frac{13\sqrt{5}+21}{22+4\sqrt{5}} = \frac{22-4\sqrt{5}}{13\sqrt{5}-21}$	$\sqrt{985}$	3,676	77,2
---	---	--------------	-------	------

$A > B$	$\frac{7\sqrt{5}+13}{11+3\sqrt{5}} = \frac{11-3\sqrt{5}}{7\sqrt{5}-13}$	$\sqrt{290}$	6,565	86,125
---------	---	--------------	-------	--------

Puc./Fig. 49

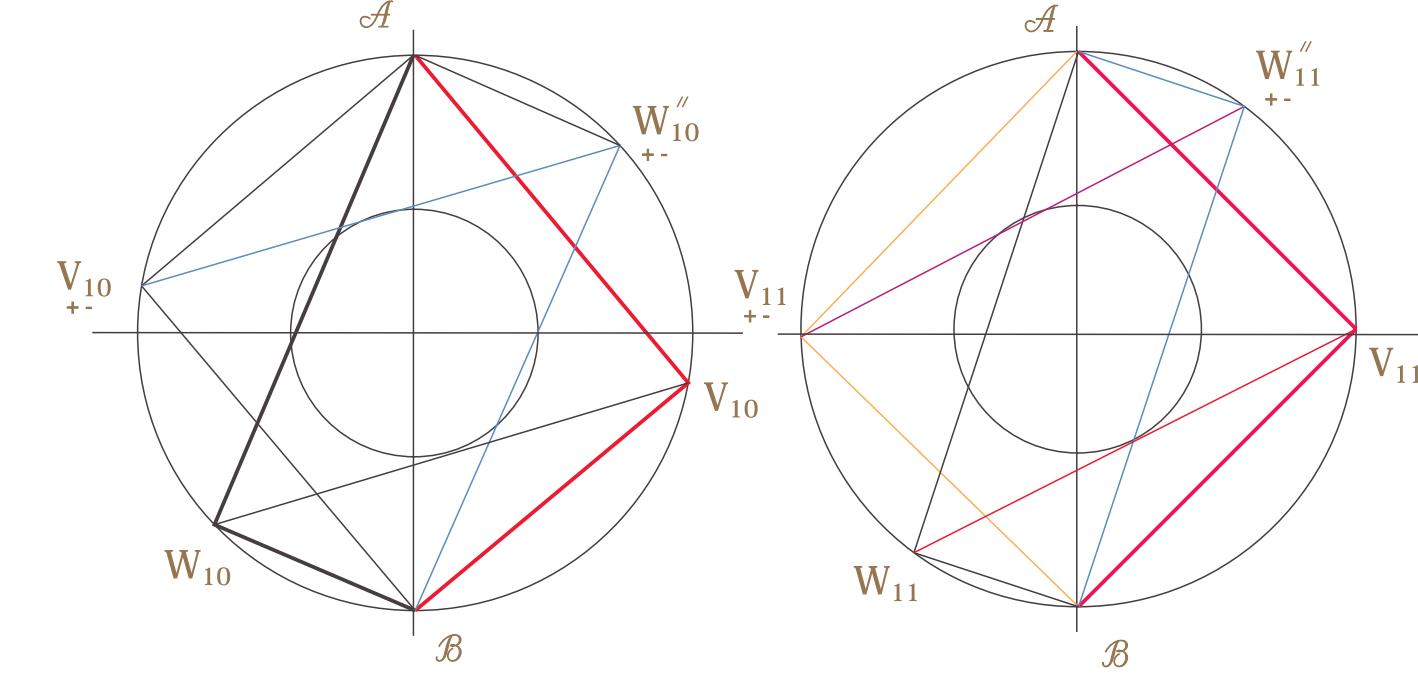


УСП №6,7 / SPE №6,7

7	$\frac{2\sqrt{5}+4}{3+\sqrt{5}} = \frac{3-\sqrt{5}}{2\sqrt{5}-4}$	$\sqrt{290}$	22,361	89,44
---	---	--------------	--------	-------

10	$\frac{6\sqrt{5}+16}{7+5\sqrt{5}} = \frac{7-5\sqrt{5}}{6\sqrt{5}-16}$	$\sqrt{170}$	6,402	102,43
----	---	--------------	-------	--------

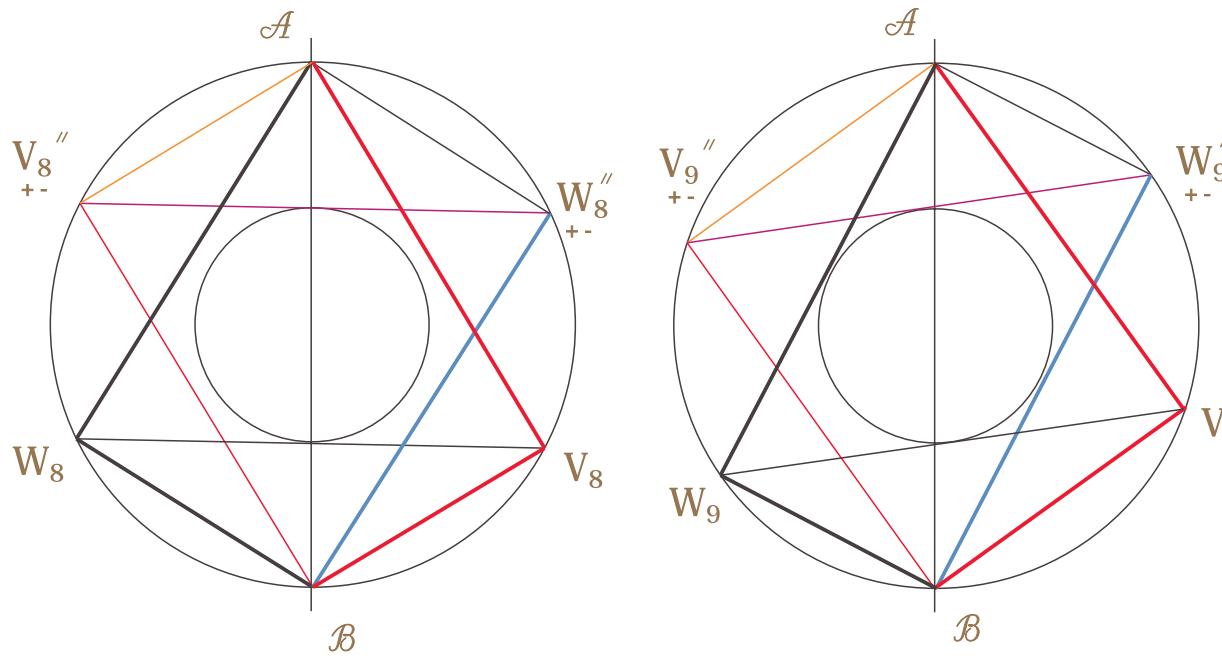
Puc./Fig. 50



УСП №10,11 / SPE №10,11

11	$\frac{\sqrt{5}+3}{1+\sqrt{5}} = \frac{1-5\sqrt{5}}{\sqrt{5}-3}$	$\sqrt{10}$	35,35	106,07
----	--	-------------	-------	--------

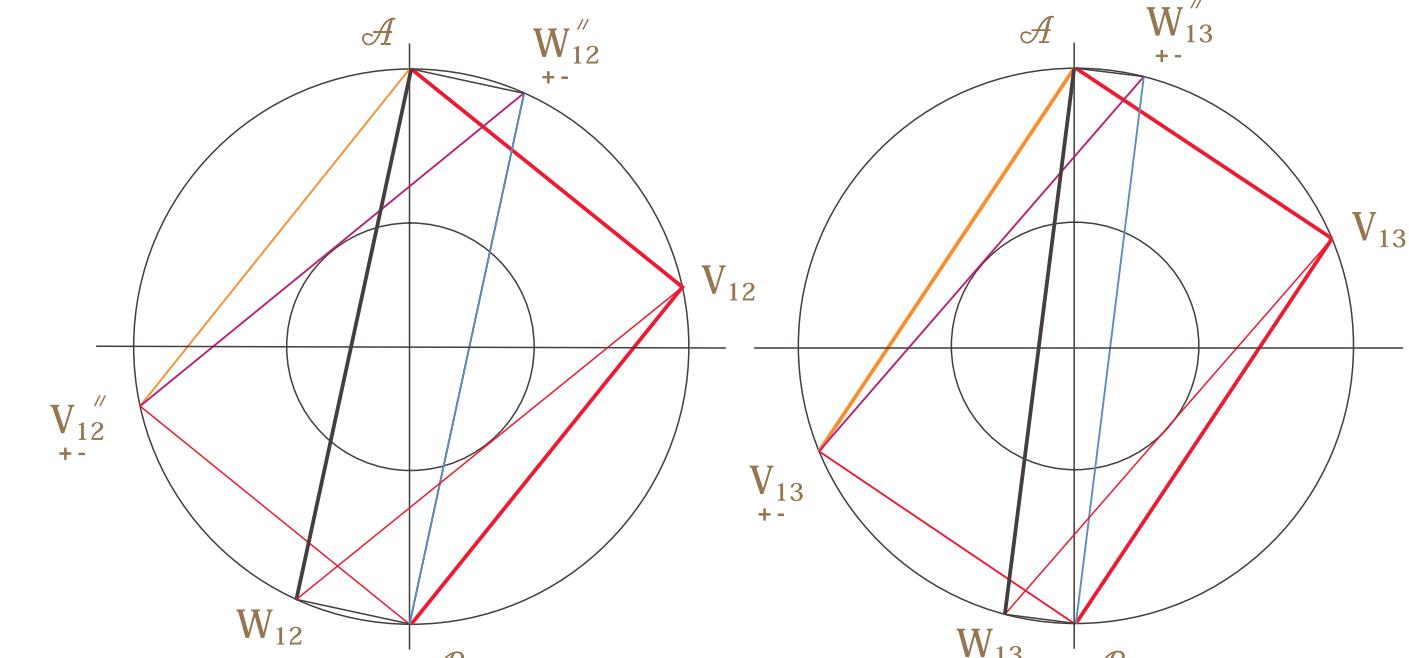
8	$\frac{5\sqrt{5}+11}{7+3\sqrt{5}} = \frac{7-\sqrt{5}}{5\sqrt{5}-11}$	$\sqrt{170}$	8,574	94,3
---	--	--------------	-------	------



УСП №8,9 / SPE №8,9

9	$\frac{7\sqrt{5}+17}{9+5\sqrt{5}} = \frac{9-5\sqrt{5}}{7\sqrt{5}-17}$	$\sqrt{370}$	5,8124	98,81
---	---	--------------	--------	-------

12	$\frac{4\sqrt{5}+14}{3+5\sqrt{5}} = \frac{3-5\sqrt{5}}{4\sqrt{5}-14}$	$\sqrt{205}$	7,808	109,3
----	---	--------------	-------	-------

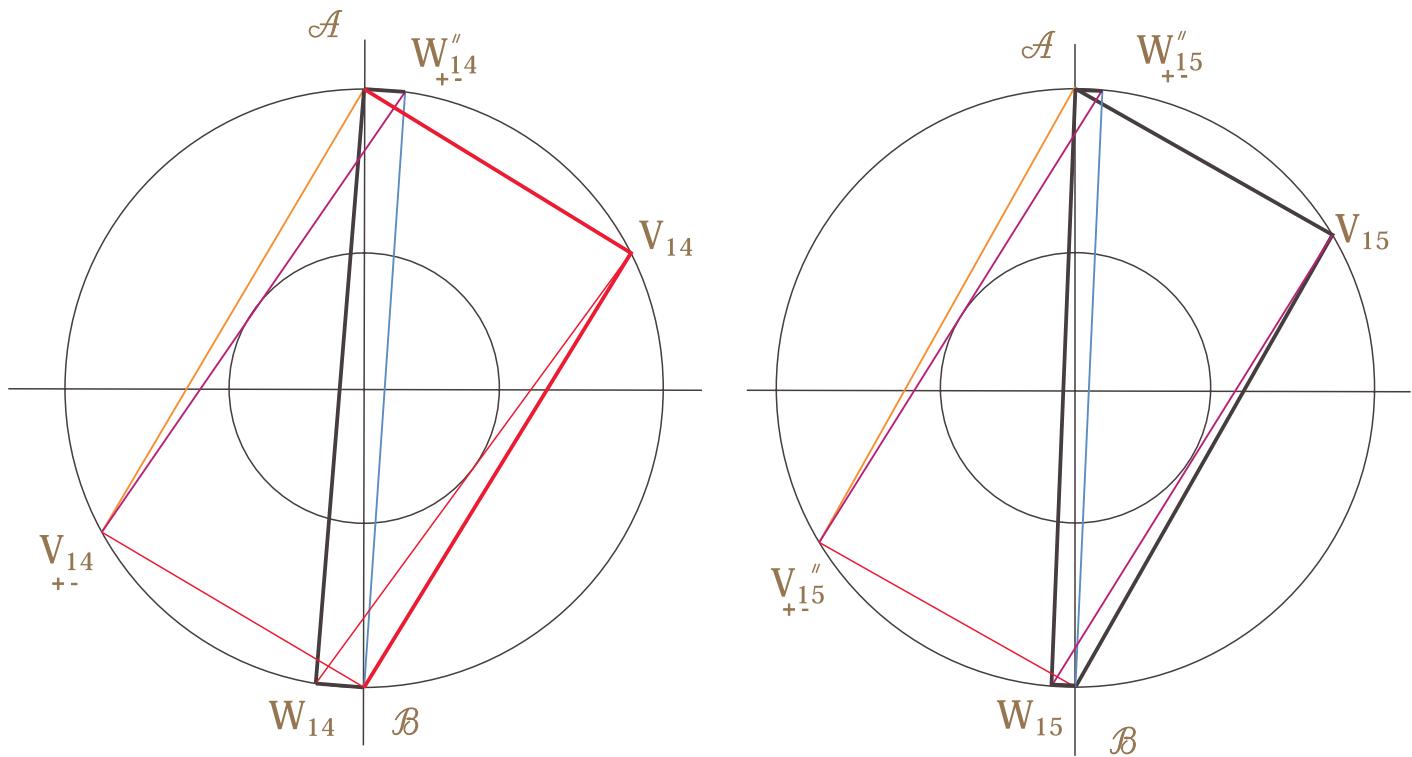


УСП №12,13 / SPE №12,13

13	$\frac{2\sqrt{5}+8}{1+3\sqrt{5}} = \frac{1-3\sqrt{5}}{2\sqrt{5}-8}$	$\sqrt{65}$	13,876	110,93
----	---	-------------	--------	--------

14	$\frac{3\sqrt{5}+13}{1+5\sqrt{5}} = \frac{1-5\sqrt{5}}{3\sqrt{5}-13}$	$\sqrt{170}$	8,575	111,47
----	---	--------------	-------	--------

Puc./Fig. 51



УСП №14,15 / SPE №14,15

15	$\frac{5\sqrt{5}+23}{1+9\sqrt{5}} = \frac{1-9\sqrt{5}}{5\sqrt{5}-23}$	$\sqrt{530}$	4,856	111,8
----	---	--------------	-------	-------

JOSEPH SHEVELEV

THE HARMONY IN A MIRROR OF GEOMETRY

KOSTROMA
2013

Grateful acknowledgement is made for a support of this work to institute NIITAG RAASN, and personally Igor A. Bondarenko, to Administration of Kostroma area, and personally Sergey K. Sitnikov. And to those who helped: Maria J. Shevelev, Alexey A. Kulay, Sergey V. Kurbatov, Nadia Bytkolov.

○ You asked me, what the Golden Section is. Whether you are ready to listen?

■ Yes, I am ready. But keep in mind, I heard about it time and again, but have not formed a clear notion. Sometimes it is for me the mysticism of numbers bewitching by the beauty, sometimes – a way to deep knowledge of the real world. If it is possible to answer this principal question simply and convincingly I should be glad to listen to your reasoning.

○ Your erudition makes easier the task. Undoubtedly, you have heard that if a person not deprived of aesthetic feeling is asked to divide a segment into two parts in an unequal ratio, restful for the eyes, he intuitively will choose the mean proportional. Philosophers since Leonardo da Vinci's time call this division of a segment the Golden Section (GS). The major part of a segment is connected with its minor part just like the whole is connected with the major part. Innumerable is the number of instances proving that division in the GS ratio ($c : b = b : a = 1.618 \dots$) is peculiar to structures of animal and vegetal life. It is inherent in the nature.

■ The GS admirers associate this ratio with the harmony of the Universe problem. But the physics denies harmony. Who is right?

○ Negation of fundamental role of GS in natural sciences comes, mainly, from a wide spread notion that the Golden Section is only a linear ratio, i.e. division of a segment in the mean ratio. Yes, the physicists investigating the microcosm do not deal with division of a line segment in the GS ratio. But the picture changes, if the prototype of geometry – the Point as a sphere of disappearing small size – to be compared to the great discovery of 20th century – an image of the Expanding Universe, the space changing in time. The description of expanding sphere in terms of binary geometry finds out the constants modeling the Golden section of a sphere. The model goes back to a duality principle as to a unique reality: to dichotomy (from one – two) and doubling (from two – one). In language of numbers, the Golden section is the symmetry-of-pairs equation of. In language of geometry, it is a continuous $\sqrt{\Phi}$ space, the symmetry-of-similarities space. $\sqrt{\Phi}$ -structure connected the orthogonal and hexagonal symmetries ($\frac{\pi}{2}$ и $\frac{\pi}{3}$) with the $\frac{\pi}{5}$ symmetry (symmetry of crystals and symmetry of forms of wildlife). Vector interpretation of the Golden section equation has made it possible to model the forms adequate to forms of basic Units of wildlife. Number Φ (symmetry-of-pairs structure) has uncountable set of interpretations. The art history is connected with manifestations of the golden section. We shall begin our discussion with a duality principle.

■ Yes, certainly. I really like such simplicity – bisection and compiling a whole from two parts – as a basis of all judgments. If on the basis of this sole premise you convince me of all the rest, I shall accept your point of view. But you have begun with too difficult arguments. Is it impossible to speak in the simplest terms? We should agree on the language to understand each other. Whether serious mathematical knowledge is necessary?

○ No, practically the problem is simple: it is necessary to compare three theorems of elementary geometry and to look at them in the light of idea of symmetry. It is easy, the theorems

are borrowed from a middle-grade school textbook. But it is also difficult from the view point of perception of sense. Why? It's all about the neural structure of brain. The thought is similar to a thousand of stars flaring up one after another in a certain sequence. These astral ways are chains of the involved neurons which form stereotypes of notions. A neural impulse on its way from neuron to neuron behaves as an adept skier: it chooses a smooth ski track. It is transferred from cell a cell by formula «yes or not». Signal transmission, when repeated many times, changes chemical composition of intercellular liquid filling a void between neurons, thus essentially raising its conductivity. Therefore a deeply assimilated system of concepts is an almost insuperable physiological barrier impeding to see the things in a new light.

It is told about us in the Bible: "Though seeing, they do not see; though hearing, they do not hear or understand": it is told in The New Testament (Matth. 13:13).

The notion of integers is generally known. The integers, i.e. natural numbers, make the foundation of knowledge. But the word natural relates to the nature. A number sequence gained by consecutive addition of 1 is wrongfully named the natural sequence. The science uses a language wherein harmony is not audible. To speak about harmony means to speak about space and a measure, from the first to last word. It is impossible to build with a rule and compasses a square which side is 1 not having preliminarily halved or doubled a segment. Enumeration of numbers 3, 7, 29, 197 etc. would be senseless if we did not know about an existing measure of numbers – unit 1. Hence, a single number as such does not exist. The number originates when there are two numbers and when these two numbers are compared with each other, i.e. interconnected. All things existent in the nature are structures; the unit is created by the two; elementary unit is an essential structure. The Unit is a unique, unrepeatable case of linking two parts in such a manner that they together constitute something third (tertium quid). An altogether, a Whole is Trinity.

■ Have I understood you aright, our purpose is to find out in the Unit the mathematical background of stability of structures emerging in the nature?

○ You are right. The natural sciences suggest that the phenomenon of Being can be formalized in a language of mathematical symbols. Let's try to present the laws of the nature describing formation and development of individual forms of a life goes back to primary Something, on a number-Unit existing in two hypostases (in two kinds). Such Primary Structure (Unit) generates subsequent Units, when being halved and doubled. If you agree to accept this model as an initial reality, there is enough evidence that this model connects, in mathematical sense of the word, much of what presents itself as existing separately in science, art, philosophy and religion. The duality principle allows seeing all conceivable integers as points of one expanding spherical surface, and space – as a structure of units closed in a unified ring of metamorphoses. The key to this surprising model is given by a theorem named after Pythagoras: "The square of hypotenuse is equal to the sum of squares of catheti". It is a theorem of division of a whole in two parts. If we link together the theorems of Pythagoras and Ptolemy presented in integers of two incommensurable bases, this operation transforms them into a symmetry-of-pairs algorithm, actually the GS law, which integrates all fundamental groups of symmetry within a geometrical model.

■ You have excited my curiosity. And I have recollected: the Egyptologists say that faces of the Cheops Pyramid make angle 51°50' – the Golden Section angle – with a horizontal platform, upon which facing blocks are based. But they do not agree that just the "golden" slope angle predetermines the slope of this Pyramid faces.

○ To be exact, the ratio of the Pyramid height (H) to projection of its apothem on the platform horizontal plane (b) is not the Golden section, but the *square root* of the GS number.

$H:b = \sqrt{\Phi} = \sqrt{1,618} = 1.272$ Why just $\sqrt{\Phi}$? I'm sure, you yourself will answer this question at the close of our conversation. Possibly, the Golden section is just that "unit" you seek for?

■ The TV often retails a thought that a pyramid can have a certain form capable to concentrate and direct the cosmic energy. Is it possible?

○ Researchers confirm that the pyramid form can influence vital processes, the facts corroborate this statement. But these facts may find some other explanations.

Irrespective of their relevance, there are two important problems. Why during the Ancient Kingdom epoch, from century to century, a talented people spent many hundred thousand human lives to create carefully fulfilled pyramids – geometric objects with triangular sides built of heavy (twenty to thirty ton), thoroughly elaborated stone blocks? How does a geometrical symbol – a triangular silhouette of the pyramid – tie in with the form of its funeral chamber? The huge massif of a pyramid is a sign of the power given to the Pharaoh by Gods, or the tomb is a tribute to idea of immortality? May be, it is the Great knowledge bequeathed to mankind, well kept in stone? If yes, what knowledge is incorporated in this monument?

And one more problem: If there is a form allotting the space with unique cosmogonic properties, and this form is a "golden" triangular pyramid, whence could know it the Egyptians 5.5 thousand years ago, having never built similar pyramids before? Whence this knowledge? And, the main thing, why creators of pyramids considered it necessary to make this knowledge immortal?

THE PRINCIPLES OF NATURAL GEOMETRY

1 To judge, whether there is in the nature a harmony or not, and, especially, to speak about harmony laws, it is necessary to specify the sense which we put in the "harmony" concept. One must choose the most capacious, profound and exact definition capable to set off the word *harmony* from many other words of a synonymic row (unity, integrity, stability, beauty, etc.) The definition known from times of antiquity is such:

Harmony is correspondence of a whole and all its parts with each other.

It is necessary to define as well a field of knowledge to which the subsequent deductions and reasoning pertain. This area encompasses ***geometry and numbers***. The choice of mathematical language for the utmost wide spanning of infinitely manifold natural phenomena and modeling of structurization and morphogenesis processes, as well as for search of optimum structures and forms in art, is not casual. The elementary geometry is a science dealing with three-dimensional space. It investigates forms of geometric objects. Everything deprived of three spatial dimensions is not a geometric object, it does not exist physically, is neither a structure nor an object of harmony. Numbers constitute a language capable to disclose content of geometry. Numbers precisely express the links between all parts of a geometric object and those with this object as a whole. In abstractions of geometry only can hide for thousands of years the secret of harmony – the general principle of structural organization of the real world. Presentiment of a single source of all things existent is the higher incentive to attainment of truth throughout all cultural history. The mankind searches for a universal key to laws of unity and integrity of the nature, to harmony of lines, colors, sounds in the nature and in art. It is logical to think that the rules observed at the most different levels of structurization in the nature have a general source. And, hence, it is necessary to search for this source in mathematical *structure* of continuous and unbounded space.

2 Together with other arguments, the strongest of them allows us to think in a similar way and model on this basis the theory of harmony. It was not known by philosophers of the past centuries. The astrophysics of the 20th century has discovered: the real space is an extending Universe. From this premise there emerges an abstract geometrical image of reality. Expanding Universe potentially is a sphere. The sphere is ***the whole***. The image of a sphere uniquely responds to a question of what is a ***part of the whole***. Parts of the whole "*sphere*" are all the points of a spherical surface. The number of such points is infinitude, and nothing more is present on a sphere. Thus we have a key to the problem. It is necessary to find a measure by which the whole is defined and points of a spherical surface join with each other and with whole. To discover a rule by which these parts join with each other and whole. The general measure of parts and whole is a module of space, «a brick of the universe», «a primary member» making together all whirligigs of movements of this «spherical world».

Secondly, there is a need to formulate in language of numbers and algebra the law of connection of a part with a part and with whole based on this general measure. If the obtained result will be in line with conclusions of modern natural sciences, then it is the harmony law, i.e. the law of connection of all with everything, defined in the terms of geometry instead of physics. A «unified field» of numbers and figures, i.e. the field of Units of Being.

3 The Key is in idea of the duality tested and confirmed by thousand-year experience of knowledge. The physics knows two forms of existence of matter; mass and energy can be transformed into each other. Life of electric and magnetic fields is synchronized. Elementary particles also are complementary and opposite; antiparticles are opposed to particles. There are the inanimate nature and the live nature. The life builds itself by cells divarication and junctions. In male and female gametal cells, pair sets of chromosomes of a different sort dichotomize to generate a new life. To present a metaphysical reality – algorithm of transformations dominating in wildlife: duplications and divarications, acts of origination of two from one ($1 \rightarrow 2$) and one from two ($2 \rightarrow 1$), in images of geometry and in language of numbers – would mean to express *the integrity law*, the law of form building.

It is believed that elementary unit of measure of space is a line segment, distance between two points. But it would be naive to think that a line segment might be a "primary element" of space. The challenge is to deduct from a universal way of connecting points of a spherical surface to sphere poles – an ***algorithm*** of building crystal lattices as it takes place in crystals, creating plastic forms peculiar to wildlife, reproducing rhythms of divisions inherent to bodies of live organisms.

4 In Euclidean geometry there are three theorems dealing with triangles inscribed into a circle. These theorems are as follows: 1) *The theorem of chords*: "The arc contains an angle of a certain magnitude; the semicircle contains angle 90° "; 2) *the Ptolemy Theorem*: "In a convex quadrilateral inscribed in a circle, the product of diagonals is equal to sum of products of opposite rectangle sides"; 3) *the Pythagorean Theorem*: "In any right-angled triangle, the area of the square whose side is the hypotenuse is equal to the sum of the areas of the squares whose sides are the two catheti".

The Pythagorean Theorem represents the law of dichotomy: ***two*** squares constructed on catheti of a rectangular triangle incorporate ***in one*** square; ***one*** square constructed on a hypotenuse, dichotomizes ***in two*** squares built on legs of a triangle. The Ptolemy theorem – the theorem of a quadrangle inscribed in a circle, has integrated in a single whole four triangles inscribed in sphere. Two pairs of triangles are imposed crosswise, pair on pair. Combining the Pythagorean and Ptolemy theorems reveals a deep essence of sphere: the law of integrity embodied by a spherical surface. A particular, especially important case has given the key: a circle dichotomy. The dichotomy has opened potential of the future metamorphoses, a source of an unbounded variety of natural forms. Please see Figs. 1.b, c, f and the Supplement. One of two diagonals of a quadrangle is diameter of a circle. The Ptolemy theorem Pythagorean theorem are combined. The circle is divided into the right and left halves. Position of any point of the sphere, which poles are designated \mathcal{A} , \mathcal{B} , is defined by the rectangular triangle $\mathcal{A}W\mathcal{B}$, which hypotenuse is diameter of sphere. Point W is set by the relation of legs of a triangle $W\mathcal{A}$: $W\mathcal{B}$. Point W slides on a circle from pole \mathcal{A} to pole \mathcal{B} ; angle $W = \pi/2$ is invariable (Figs. 10 to 21 and 47 to 50). The harmony theory begins from a rectangular triangle: its base is the Pythagorean Theorem. Now there are two rectangular triangles: *the symmetry-of-pairs algorithm* is born. Let us see this event in detail.

5 The Pythagorean Theorem is represented by the drawing of Ptolemy ***twice***. On the left and right halves of circle there are two rectangular triangles. They possess a general hypotenuse. We shall designate the left catheti as ***A***, ***B***, and the right ones as ***a***, ***b***. And also we shall transform equality of the sums of squares to the symmetry-of-pairs algorithm.

It is given: $A^2 + B^2 = a^2 + b^2$. Whence: $A^2 - a^2 = b^2 - B^2$; $(A+a) \times (A-a) = (b+B) \times (b-B)$.

It also is the symmetry-of-pairs equation: $\frac{A+a}{b+B} = \frac{b-B}{A-a}$.

To transform the symmetry-of-pairs into *algorithm of integrity*, it will suffice to represent the module of the left half of drawing (N) and the module of the right half of drawing (θ) as complementary opposite numbers. Mutually irrational numbers are opposite (incommensurable). We shall accept as *the left* module the number laying in basis of natural scale, $N = 1$. The *right* module we shall equate to number $\theta = \sqrt{5}$ (the quinary symmetry $5' \phi m$ represents wildlife). The told means that $a = \alpha\sqrt{5}$, $b = \beta\sqrt{5}$. Thereby a condition "the structure is **quantized**" by model is fulfilled. Only in this case there emerges a set of equations, in which natural (integer) numbers A, B have as a correlate natural (integer) numbers α and β . The symmetry-of-pairs algorithm is transformed to algorithm of integrity.

$$\frac{A+\alpha\sqrt{5}}{\beta\sqrt{5}+B} = \Phi = \frac{\beta\sqrt{5}-B}{A-\alpha\sqrt{5}} \quad (4)$$

Integrity is the most important property of life.

It is easy to present a circle as a double line, to bring together two Pythagorean Theorems. But who ever would have thought it? And to "revive" it with symmetry $5' \phi m$, to transform into Golden section? If domination of dichotomy in the nature is not deeply realized? Great Kepler had not noticed Golden section in the Pythagorean Theorem though admired both of them. He had compared the Pythagorean Theorem to gold, and Golden section – with a jewel. Sixteen years ago I saw this unity reflected in a mirror. In algorithm 4 (Golden section) I have read the double-square Pythagorean theorem.

6 We shall interpret a circle executed on a plane as a figure in three-dimensional space. Division of a circle into the right and left halves on a plane, as it looks on the drawing, will be presented in space by sphere having a closed surface. It is **one**, but is composed of two combined spheres (we name them spheres N and θ). And they can be combined only in the event that points N and θ **do not coincide at juxtaposition of spheres** (Fig. 1.g). This condition is met by "the double sphere", weaved by numbers of natural scale N and numbers of θ series, if numbers N and θ **are mutually irrational**. Such a double-envelope sphere comprised of complementary-opposite elements (points N and θ) is ready to the subsequent divarications and junctions. Its division in two $(\frac{1}{2})$ is identical to its doubling $(\frac{2}{1})$, i.e. to a birth of a new sphere. This model offers the possibility to treat philosophical idea of harmony with the use of mathematical language. In this case The Pythagorean theorem represents the triangles, which catheti are integers **whole to bases 1 and $\sqrt{5}$** .

Sphere is a continuous and *closed* surface, similar to a soap bubble amusing children. Closedness is an indispensable condition and sign of integrity. Without any closed boundaries there is no being (units, living creatures, objects, whole, parts of whole), there is no nature. To connect a part with whole, there should be present both parts and whole, i.e. a structure. A whole **closed in itself** is as well **closed in themselves** and in whole parts of the whole. If dichotomy is the essence of integrity, then each point of sphere and each point of the surface disjointing whole into parts should strictly represent dichotomy. In my opinion, this basic thought of the harmony theory is clearly shown through interpretation of the Dao "Yin-Yang" symbol given in Fig. 1, h. The lines that represent surfaces delineate three "spaces" – three **complete** (closed) units. Closedness demands continuity of boundaries of each unit. The circle, which represents a sphere, and four semicircles delineating two parts of the symbol, Yin and Yang, inscribed in

the circle, **cannot be broken off anywhere**. The line delimiting the contour of any three-dimensional geometrical object shall be closed one. Just so are arranged in the nature a cell of a live substance (biology), such are crystals (the inorganic world). *Parts are similar to whole in their integrity*. The form of egg, for example, is contoured twice. The form of eggshell is doubled from within by a film embracing albumen. The yolk is closed in its own shell. Such is a condition of any structure. Closedness of space is a key to the future metamorphoses. Hence it follows that in the harmony theory it is necessary to see **duality** in the fundamental drawing of a circle and its division in two. Dichotomy is essence of integrity. Dichotomy of a sphere is accomplished by its doubling ("two in one", Fig. 1, g). A single sphere is conceivable as a double spherical surface (Fig. 1. g). It is a geometrical image of the potency of movement. This image graphically expresses the ability to build hierarchies of geometric objects by means of doubling.

7 Combinatorics is the essence of production of structures and forms in the nature. It is regulated by the **law of complementarity**. Niels Bohr has formulated the essence of structurization of microcosmos in such words: "**the complementary is opposite**". Thid definition given by the great physicist allows us to notice that the hierarchy of cold numbers is capable to code **qualitative difference**. Numbers are allotted by a singularity of a live substance. They repeat what already exists. When ramifying, they are multiplied. Being united under a sign of complementarity (ancillarity and incommensurability, + and -), they create new or annihilate each other.

Occurrence of irrationality is inevitable in a system of rectangular triangles with integer-valued catheti. If $AW : WB = 1:1$, then $AB = \sqrt{2}$. If $AW : WB = 1:2$, then $AB = \sqrt{5}$, etc. (Fig. 2,a). It means that *the structure comprising incommensurable bases can serve as a module of natural geometry (the module of spherical space)*. It is natural to assume that "the brick of universe" is composed by a unique, flexible, comprehensive means of two numbers: the positive integers N and irrational number θ . Considering that position of points on a sphere is set by pairs of numbers $(AW : WB)$, the *pairs of numbers* become comparison elements in the equations.

In this research geometrical and numerical models of a sphere serve to analyze the combinatorics based on junction of two units in a third one, a "unit-whole", and division of a whole in two parts. Uniqueness of these transformations is in the fact that either of three "unit-parts" is a structure built by inverse forms of the "unit-whole". The whole is a part of its own parts; there emerged trinity, a closed ring of causes and effects. Each part of a whole, numbers N, θ , consists of reciprocal form of the whole ($\theta = \Phi^{+1} + \Phi^{-1}; N = \Phi^{+1} - \Phi^{-1}$). By the same token, the whole, $\Phi^{\pm 1}$, constructed from two halves ($\Phi^{+1} = \frac{1}{2}N + \frac{1}{2}\theta$ and $\Phi^{-1} = \frac{1}{2}\theta - \frac{1}{2}N$), is a part of its own parts.

The statement "opposites are complementary" signifies *incommensurability*. Complementarity means ability to create a *whole* from incommensurable parts by *joining them together*. This duality has imparts to The Pythagorean Theorem an *ontologic* sense.

8 The SPT has compared to each pair of integers of natural series N (link $A \leftrightarrow B$) a pair of numbers θ incommensurable with numbers N (link $\alpha\sqrt{N} \leftrightarrow \beta\sqrt{N}$). Here A, B, α, β, N – the natural integers, symbol (\leftrightarrow) denotes interaction.

The equation of commensurating the areas is transformed to algorithm ***of becoming the things existent*** by cancellation of a link connecting in pairs the congeneric numbers. In the Pythagorean equation all numbers A and B are connected in points W_n ; all numbers α and β also are connected in points W_n (Figs. 1, 3, 5; $N \leftrightarrow N, \theta \leftrightarrow \theta$). In the SPT equation these ***congeneric pairs – cease to be pairs. The link dictated*** not by points W, V, but by ***sphere poles*** \mathcal{A}, \mathcal{B} ***comes into force. Heterogenous numbers are being now combined In pairs.*** The structure is defined by interaction of pairs $A \pm a$, $b \pm B$, or otherwise $A \pm \alpha\sqrt{N}$ and $\beta\sqrt{N} \pm B$. Language of numbers and geometry have created an image of fantastic concentration of energy. Incalculable points of sphere W, V, which can be interpreted as centers of power interactions inherent in any and each point of sphere, have given all their potential to two poles \mathcal{A}, \mathcal{B} . This metamorphosis is grandiose. As we shall see further, under certain conditions link $(A \pm \alpha\sqrt{N})(\beta\sqrt{N} \pm B)$ becomes a constant equal to Φ . It is precisely number Φ which, as a ***unit of measure,*** connects parts (sphere points) and whole (sphere).

Let's pay attention to Fig. 10. It shows how the sphere representing SPT gives rise to a new sphere. The mathematical model contains a subtlety. The physics of a microcosm asserts that interaction of particles is governed by the law "***opposites are complementary***". Figs. 15 to 18 show how the symmetry-of-pairs equation describes the event of birth of sphere $\alpha\beta$ by sphere $\mathcal{A}\mathcal{B}$. We observe that at various variants of rational or irrational links between modules N and θ , the link between diameters of parental and affiliated spheres $\mathcal{A}\mathcal{B}: \alpha\beta$ keeps rationality. The principle "***opposites are complementary***" (incommensurability of $\mathcal{A}\mathcal{B}$ and $\alpha\beta$) is broken and thus, in creative sense, the Symmetry-of-pairs turned out to be potentially empty. No new properties and qualities do occur.

To speak in images, in "empty" cases "from Adam's rib" there will be Adam. And only in a unique case, when number $N = \sqrt{1}$ is compared number $\theta = \sqrt{5}$ (duality and the 5-m symmetry go together), the condition "***opposites are complementary***" works (Fig. 15). In this case sphere $\mathcal{A}\mathcal{B} = \sqrt{5}$ gives rise to sphere $\alpha\beta = 1$ and, then, at repeated dichotomy, puts in sphere $\alpha\beta = 1$ sphere $mn = (\sqrt{2})^{-1}$ (the world of crystals) and, also, sphere $tw = (\sqrt{5})^{-1}$ (the world of wildlife). See Figs. 5 and 10. "From Adam's rib there was Eve". "Divine unit" Φ – the number of Golden section – becomes the law of expansion of sphere.

PART ONE

THE SECOND PYTHAGOREAN THEOREM GOLDEN SECTION OF A SPHERE

Chapter 1

TRINITY

1 Johann Kepler said surprising words: "The Geometry owns two treasures. One of them is the Pythagorean Theorem, and another – division of a line segment in mean and extreme ratios. The first ratio may be compared to a measure of gold, the second one reminds a jewel".¹ But now we will see, that the Golden section, if read in three-dimensional representation, together with the Pythagorean Theorem form an integral treasure, and it is not a phantom imagined by anybody. The jewel is put into a gold frame by the nature itself. The second Pythagorean Theorem converts the classical Pythagorean Theorem into the Golden section equation.² Number $\Phi^{\pm 1}$ is an image of sphere. It is incomparable with the image of division of a line segment in mean and extreme ratios. Instead of three points belonging to a straight line, there emerge four points belonging to a spherical surface. A boundless set of metamorphoses is open for the Golden section number.

2 The initial simple and easy-to-interpret visual representation of number Φ (the Second Pythagorean Theorem) is given by Fig. 2 and photos of experimental models (Fig. 3). Algorithm of symmetry-of-pairs, identical to the Second Pythagorean Theorem in geometrical representation, is mapped with two centrically symmetric pair of truncated cones inscribed in sphere, with a common apex coincident with center of sphere. The number of such doubled pairs inscribed in sphere is unlimited, their form is variable. Four apexes of two rectangular triangles with general hypotenuse $\mathcal{A}\mathcal{B}$ are arranged on a spherical surface. Two apexes are motionless: these are poles of the sphere, points \mathcal{A}, \mathcal{B} . Two other apexes, points W and V , are in synchronous motion, the first from pole \mathcal{A} to pole \mathcal{B} , the second from pole \mathcal{B} to pole \mathcal{A} . Point W represents all solutions of the Pythagorean Theorem for numbers N , which are the sums of squares of positive integers ($A^2 + B^2$). Point V represents all sums of squares of integers that are multiples of module θ *incommensurable* with number $N = 1$ ($\alpha^2\sqrt{N} + \beta^2\sqrt{N}$). Points W and V together represent Ptolemy tetragon inscribed in a circle and changing its form by a specified algorithm. One triangle inscribed in a circle (Pythagorean Theorem) is substituted by four triangles. Two of them are rectangular triangles having a general hypotenuse, whereas two other ones are oblique triangles of the same area, with a common side (the Ptolemy Theorem, Fig. 1.b,c).

The classical Pythagorean Theorem

$$N_1^2 + N_2^2 = z^2. \quad (1)$$

when taken separately, is visually perceived as a bird who had lost a wing.

The duplicated Pythagorean Theorem reconstitutes the second wing and creates an equilibrium form:

$$N_1^2 + N_2^2 = z^2 = \theta_2^2 + \theta_1^2. \quad (2)$$

3 The synchronous movement of paired points W and V is predetermined with the law of complementarity. Quantity $(WV)_n$ is invariable, ratio $N : \theta = \text{Const}$.

The foregoing statement follows from the Ptolemy Theorem and the Chord Theorem: all inscribed angles subtended by chord are equal. Greatest of chords is diameter of sphere. If a chord is the diameter of sphere $\mathcal{A}\mathcal{B}$, then $\mathcal{A}\mathcal{B}$ is a common hypotenuse of two rectangular triangles, namely of a triangle with sides N and of a triangle with sides θ (Fig. 1 c, e, f). Line segment WV has connected two right angles $\angle W = \angle V = \frac{1}{2}\pi$ (two pairs of paired numbers) in a remarkable manner.

Circle $\mathcal{A}\mathcal{B}$ (meridian section of sphere) is divided in two equal parts (half disks) twice. Firstly, in a **static** ratio. This division corresponds to equality of paired squares where numbers **of one type** are connected in pairs:

$$(N_1^2 + N_2^2 = z^2 = \theta_2^2 + \theta_1^2).$$

$$\mathcal{A}W^2 + \mathcal{B}W^2 = \mathcal{A}\mathcal{B}^2 = \mathcal{A}V^2 + \mathcal{B}V^2$$

And secondly – in a **dynamic** manner. Numbers **of opposite kinds** are connected pairwise:

$$(N_1 + \theta_1) : (N_2 + \theta_2) = \text{Const}.$$

$$(\mathcal{A}W + \mathcal{A}V) : (\mathcal{B}V + \mathcal{B}W) = (\mathcal{B}V - \mathcal{B}W) : (\mathcal{A}W - \mathcal{A}V) = \text{Const}$$

Now it becomes a **dynamic** key to transformations. Number $\omega = N : \theta$ (complementarity factor) imposes a rhythmus of metamorphoses. Depending on ω , line segment $WV = \text{const}$ changes its value.³

Position of point W may present any conceivable pair of natural integers (Fig. 4). But invariable WV can only build the pairs of **complementary integers** θ (i.e. to allocate points V , complementary to points W and aliquot to irrational module θ) when $\omega = \Phi$. In this sole case

$$WV = 2 \times \sqrt{5}^{-1} z, \quad (3)$$

where z is diameter of sphere. The N -series integers are correlated with those of structure θ , which is "quantified". In that event only, all parts of whole are interconnected and united with the whole both multiplicatively and additively. The operations of doubling and halving, which represent the principal algorithms of structurization, manifested themselves as indispensable basis of unity and integrity, and also as a key to combinatorics of forms and structures perpetually observed in metamorphoses of wildlife.

4 Thus, the SPT is a structure of symmetry-of-pairs (Table 1), a space of symmetry of similarities (Figs. 6 and 7b) and a reduced space of integers. It is a space of right angles, an image of propagating electromagnetic and gravity waves (i.e., of an energy flow) and, most notably, it is a space of closed Units. The SPT operates with integers, which corresponds to atomistic essence of the material world. The case of point W_1 is of prime importance. The Ptolemy tetragon degenerates into a triangle ($W\mathcal{B} = 0$, Fig. 2a). Now it is the Pythagorean triangle ($\mathcal{A}W = 1; W\mathcal{B} = 2; \mathcal{A}\mathcal{B} = \sqrt{5}$). Point $W_{\sqrt{\Phi}}$ divides F-sphere in Golden section by a horizontal plane. *Symmetry of similarities* joins symmetry of pairs (Fig. 8). In the "Space of symmetry of similarities" structure, parts of a whole are similar to each other and to the whole. As this takes place, all distances between nodal points of the structure (the sides of triangles) are expressed by the same module $\sqrt{\Phi}^{\pm n}$.

The duality-dichotomy acts as a basis of self-organizing, as a givenness, as manifestation of the Higher reason. The Golden symmetry-of-pairs (GSP) is algorithm of a duality-dichotomy. It represents

movement. In structure of equation (4) numerator and a denominator are change places; the signs connecting numbers N and θ in pair alternate. During these changes the Whole, number Φ symbolizing the Primary Entity remains invariable. We shall consider, in images of geometry, two main scenarios of number Φ transformations.

Scenario 1

5 The numbers in geometry represent distances between points. Number Φ is conceived both as a point and a sphere. Diameter of the Φ -sphere can exceed or be less than any beforehand set size. The values in this research are conditional; their ratios only are of importance. Hence the sphere/point can be fathomed also as a structure made of spheres nested into each other.

Fig. 4 shows a circle. It is an image of circle divided in two equal parts by plane $\mathcal{A}\mathcal{B}$, a normal plane of the drawing. We shall continue a chain of dichotomies. Semicircle $\mathcal{A}\mathcal{B}$ will be divided by point W_1 in two parts so that line segments $\mathcal{A}W_1$ and $W_1\mathcal{B}$ will be connected by means of *doubling*: $W_1\mathcal{A} = 1$, $W_1\mathcal{B} = 2$. In this case, according to the Pythagorean Theorem $(1^2 + 2^2 = (\sqrt{5})^2)$, line segment $\mathcal{A}\mathcal{B} = \sqrt{5}$. From similarity of triangles $\mathcal{A}W_1\mathcal{B}$ and $\varphi\mathcal{B}$ it is obvious that the distance from sphere center φ to line segment $\mathcal{A}\mathcal{B}$ is equal to half of initial length of line segment $r\varphi = 1/2$. In point r line segment $W_1\mathcal{B} = 2$ is divided in two.

There emerged a chain of dichotomies; leg of a triangle $W\mathcal{B}$ is equal to two legs of a triangle $W\mathcal{A}$, leg of a triangle WB is halved in a point r . The number of spheres has doubled: $\sqrt{5}$ the second sphere is entered in sphere $\mathcal{A}\mathcal{B} = \sqrt{5}$ by diameter $ab = 1$. Also there occurred two remarkable events. The first: **the dichotomy** executed by point r ($W_1\mathcal{B} : 2 = 1$) has led **trichotomy** of a triangle leg $W_{11}\mathcal{B}$. It is divided by a circle ab into three equal parts ($W_{11}r = rm = m\mathcal{A}$); ($rm : \mathcal{A} W_{11} = 1 : 3$). The second: there emerged number. Diameters of three spheres nested into each other correspond as numbers

$$\mathcal{A}\mathcal{B} : ab : mn = \sqrt{5} : 1 : (\sqrt{2})^{-1}. \quad (5)$$

A central core of this ternary structure is sphere $rm = 2^{-\frac{1}{2}}$. Number $\sqrt{2}$ plays an exceptional role in the world of inorganic forms of the nature (crystals) and in the art. This structure is built by the Pythagorean Theorem *in its classical form*.

Scenario 2

6 The wildlife is built from the same physical and chemical elements as the lifeless nature. The logic of dichotomy requires that the chain of metamorphoses in a model of form building was executed in two scenarios. Modeling of the "sphere-in-sphere" principle shall bring about, besides $\sqrt{2}$ as a fundamental constant in crystallography, also a fundamental number in wildlife.

The Pythagorean Theorem (equation 3) generated an "inorganic" triad of spheres:

$\sqrt{5} \leftrightarrow 1 \leftrightarrow \sqrt{2}^{-1}$. The Second Pythagorean Theorem differs from the classical (first) one in that it takes into account, apart from integers A and B belonging to natural series N, also irrational numbers $\alpha\sqrt{5}$,

$\beta\sqrt{5}$ belonging to series θ and incommensurable with the preceding ones. The numbers making pairs and doubled pairs are the subject of commensuration as well. The dichotomy principle is exhibited in this case with a duplicate power. There are involved: the symmetry-of-pairs algorithm descending from the Ptolemy equation (1); the classical Pythagorean Theorem as per equation (2); the principle of geometrical similarity. The subjects of transformation are direct (Φ^{+n}) and inverse (Φ^{-n}) golden numbers multiplied by themselves.

7 Synchronous movement of points W and V along circle $\mathcal{A}\mathcal{B}$ created the Second constant of natural geometry, which is line segment $WV = 2 \times \sqrt{5}^{-1} z$. It is reasonable to consider Φ as the First constant. The logic of dichotomy suggests the next step. Points W and V on circle $\mathcal{A}\mathcal{B}$ shall be separated in space. One of them will remain in exterior circle $\mathcal{A}\mathcal{B}$, the second one will be transferred on the *central* circle ab (Figs. 5.c, 9.b, 13, 14). When numbers N and θ are segregated, a point to be transferred onto the minor circle will be marked out not with direct capital letters (W, V), but with small italics (w, ϑ). It is of no consequence, which point remained on circle $\mathcal{A}\mathcal{B} = \sqrt{5}$ and which one passed to circle $ab = 1$. In both cases line segment $W\vartheta$ retains the same value (for any combinations of pairs of integers N with pairs of integers θ). Let us examine this scenario.

In the first scenario the radii of interior spheres ab and mn are defined by location of points W_1 and W_{11} representing relations 1:2 and 1:3. In the second scenario the radii of the second and third spheres are governed, firstly, by location of point W_1 (the initial dichotomy, relation 1:2) and, secondly, by the fact that **point V, having passed from a circle of diameter $\sqrt{5}$ onto a circle of diameter 1, appeared as point ϑ** . The structures reproduced by the second scenario are arithmetically analogous to structures of the first scenario. But conceptually they are different. Spatial separation of numbers N and θ (Fig. 5.c) has created a triad

$$\mathcal{A}\mathcal{B} : ab : \tau\omega = \sqrt{5} : 1 : \Phi^{-1}. \quad (6)$$

A central core of this new structure is sphere $\tau\omega = \Phi^{-1}$. Number $\sqrt{2}$ has given way to number Φ , which plays the most important role in the world of natural organic forms and in art. This structure is built by the Second Pythagorean Theorem.

8 I must emphasize that structure Φ represents a unique trinity in which reasons are consequences, and consequences are reasons: the parts and whole are derived from each other.

$$\Phi = \frac{1}{2} \sqrt{5} + \frac{1}{2} \sqrt{2} \quad (7)$$

$$1.618 = 1.118 + 0.500$$

$$\sqrt{5} = +\Phi^{+1} + \Phi^{-1} \quad (8)$$

$$2.236 = 1.618 + 0.618$$

$$1 = +\Phi^{+1} - \Phi^{-1} \quad (9)$$

$$1.000 = 1.618 - 0.618$$

From One there emerged everything, and from All – One. All is twofold. Integrity in structure of number ϕ , as in the nature, is caused by duality and a fine interpenetrating link between the complementary and opposite.⁴

Chapter 2

THE INTEGERS AND SYMMETRY OF A SPHERE

9 The word Mathematics descends from a Greek *mathēma* which means *knowledge, science*. In its base are laid *integers*. "God created natural integers. All the rest is creation of man". In these words well-known mathematician Leopold Kronecker has defined a stable foundation of scientific knowledge.⁵

But what is remarkable here. Mathematics is held to be an abstract science. But the *integers* are called *natural* (the numbers of natural sequence). The essence of numbers wizardry is that in especially lucky circumstances the rhythms of abstract mathematical constructions adequately model fundamental rhythms of the nature. For a long time mathematicians and art have noticed a sui generis "unit" – square root of 5, which simultaneously is complementary and opposite to number 1. Taking into account the requirements of symmetry, one must admit that $\sqrt{5}$ is unique in that together with number 1 it creates an immense abundance of combinatorial possibilities.

Recognizing equal status of numbers 1 and $\sqrt{5}$ in the realm of symmetry may establish an essential benchmark in convergence of mathematics and nature. The validity of this supposition is based on the fact that integration of these complementary, incommensurable, mutually irrational numbers creates a number in which *symmetry laws* are contracted. Uncovering a potential of symmetry contracted in the Golden section (Unit ϕ) brings together the abstraction *number* and physical/biological essence of units of being, brings together the philosophy, natural sciences and art.

10 In quest for a "brick" of the physical world the natural sciences split and multiply the supposed image of atom and give new names to its fragments. Geometry and numbers possess a key to understanding the nature. The mathematics in search for a multidimensional image searches (and finds) it where work of thought (logic) and work of feelings (language of arts) get together. And these

complementary languages of knowledge of the world speak with one voice: the Unit (a basic integer) should be understood as structure.

The Second Pythagorean theorem (equations 4, 7 to 9) has created a versatile elementary geometric structure, in which the Whole is a part of its own parts, whereas each of its parts, in turn, may be conceived a whole combined of the same parts to which the whole is transformed. The solution of this paradox is the aim of our search. It shall uncover the meaning of concept "Unit" in terms of the true-life, *natural* geometry. This The Unit is a symbol of *Trinity*. It is the *connection* of two principles, which creates "all from one, one from all". The picture has cleared up, when the conditional boundary between art and science became fuzzy, and two «geometry treasures» – the Golden section and Pythagorean Theorem – have merged. The architects of classical antiquity had come to this junction long ago. Today this problem becomes clear to research community studying the proportions of architectural monuments. But it is more likely that this knowledge came to people of Earth from some other, more ancient civilization.

11 A square features equality of four sides and four right apex angles. The architecture would not originate without a stone and square. Plotting the right angle by means of a stake and rope is the act of dichotomy. Two simple intersection marks establishing a right angle divide in two the reference value. The advent of numerical relation 1:2 at the same time introduces relations $1:\sqrt{3}$ and $1:\sqrt{2}$.

The next step of dichotomy (division in halves or *doubling of square*, which essentially is the same) generates relation 1:1. Increasing or reducing the diagonal of a double square (the choice makes no difference) signifies connecting by the Golden section ratio the line segment obtained by dichotomy and greater cathetus of triangle cut off by the diagonal.

The trivial number

$$0,618034 = \Phi^{-1} = \frac{2}{\sqrt{5}-1} = \frac{\sqrt{5}+1}{2} \text{ or } \Phi^{+1} = \frac{\sqrt{5}+1}{2+0\sqrt{5}} = \frac{2+0\sqrt{5}}{\sqrt{5}-1} \quad (10)$$

is a degenerate form of the universal symmetry-of-pairs algorithm (4.b) at $\beta = \delta = 0$.

$$\Phi^{+1} = \frac{\alpha\sqrt{5}+A}{B+\beta\sqrt{5}} = \frac{B-\beta\sqrt{5}}{\alpha\sqrt{5}-A} = \dots = \frac{y\sqrt{5}+C}{D+\delta\sqrt{5}} = \frac{D-\delta\sqrt{5}}{y\sqrt{5}-C} = \dots \text{ etc.} \rightarrow \infty \quad (4.b)$$

Number Φ has infinitely many images.

It is obvious from the theorem of chords, by virtue of the fact that all entered corners bearing on diameter of a circle are straight lines, and because there is infinite set of right angles bearing on diameter.⁶ Believing that multiples of $\sqrt{5}$ are *integer numbers* (the number $\sqrt{5}$ plays in the nature the

same role of a unit as number 1), we shall designate numbers θ by symbols $\beta\sqrt{5}$, $\gamma\sqrt{5}$, $\alpha\sqrt{5}$, etc. Numbers A, B, C, D... α , β , γ , δ ... are natural integers. This permits in the symmetry-of-pairs equations to compare numbers θ to numbers N of natural series and to observe properties of the "golden" combinatory symmetry.

12 The circle embracing all natural **integers** N and, also, all "integers" of series θ are symbolically represented by one circle \mathcal{AB} (Figures 1, 2, 11, 14). This image contains all solutions of the symmetry-of-pairs equation. It implicates the principles active in quantum mechanics and genetics. The algorithm of birth and annihilation of the electron-positron pairs is similar to algorithm of metamorphoses of this geometric structure. The junction of incommensurable integers without a common measure correlates with following two principles of quantum physics: 1) "*The complementary is opposite*" (junction of fundamental particles) and 2) *The identity principle* (it declares that only those quantum states are implemented only in the nature which do not change at permutation of equal particles, i.e. at their swapping).⁷ The symmetry-of-pairs algorithm completely realizes this rule. Initially separate numbers N, θ , while being paired in points W and V, became incorporated in poles of sphere and change their places in structure of the whole. The structure keeps formal characteristics, but becomes qualitatively different.

A role of number N in standard form of the symmetry-of-pairs equation (11), which represents a circle, can fulfill different numbers.

$$\frac{\alpha\sqrt{N}+A}{B+\beta\sqrt{N}} = \frac{B-\beta\sqrt{N}}{\alpha\sqrt{N}-A} = \text{Const.} \quad (11)$$

In a particular case (N=5), this equations becomes a "golden structure", Const = Φ . The structure is now "quantized" and offers a limitless potential of combinatorial transformations of symmetry. Its "quanta" are numbers N = 1 and $\theta = \sqrt{5}$.

Having marked the structures – pairs of numbers of the same sign with index "+" and those opposite in sign with index "-", we shall write down the equation

$$\frac{\alpha\sqrt{5}+A}{B+\beta\sqrt{5}} = {}^{(+)}\Phi^{+1} = \frac{B-\beta\sqrt{5}}{\alpha\sqrt{5}-A}. \quad (12)$$

This structure is simultaneously multiplicative and additive. Metamorphosis presented by equation (12) meets the Pauli-Fermi principle: "The solution of the same equations describing wave functions of particles can take on both multiplicative appearance (as a product of populations of variables) and additive appearance (featuring their addition)".⁸

13 The symmetry-of-pairs algorithm was developed a quarter of a century ago in the train of detailed professional research covering dimensional structure of classical Greece masterpieces of architecture,

temple architecture of Ancient Russia and structural composition of the Egyptian pyramids belonging to the Ancient Kingdom⁹. It has arisen at studying of a role, which double square played in architectural practice of the past, and from the fact that doubling of square gives life to the GS. Conviction has come that the Unit as a symbolizing of the Beginning of the all beginnings is of dual nature and forms denotes a structure. It means that, owing to duality of nature, it is necessary to put two sorts of *integer* in the basis of mathematics, which shall adequately map the nature. The golden section specifies: these two numbers, incommensurable and making together a whole, i.e. number Φ , are 1 and $\sqrt{5}$. Natural Unit is a structure capable to metamorphoses. To recognize this unique object in Pythagorean Theorem, to configure it in a double, equilibrium form, to put it as a "jewel" in "golden chase", – the inspiration was required. The idea of reducing equation (4) – the Golden symmetry-of-pairs algorithm – to a common denominator and throwing off the denominator had come as revelation. Thus Golden Section became the **structure-of-pairs**, the double or Second Pythagorean Theorem, SPT (13).

$$\Phi \equiv (\alpha\sqrt{5})^2 + (\beta\sqrt{5})^2 = A^2 + B^2. \quad (13)$$

14 The statement: "The Big Bang occurs everywhere on infinity" leads to a difficult physical picture. One of such up-to-date pictures is the String theory. This theory sees folded structure of cosmic space. The nature "has hardly braided additional dimensions and hidden them in folded structure". I see an analogy in the fact that surfaces of live structures, of a whole and its parts, in either event, are the key to life. They allow live organisms to perceive the world, to look and see, listen and hear, feel the form and warmth, to distinguish images: visual, aural, tactile. We call attention to this fact. The nature has given to active work of perceptual systems the **surface** of closed spaces making live systems: to cells of skin integument – the touch function; to neurons covering the eyeball bottom – the sight function, to eardrum cells – hearing. The cells making a blanket of cerebral gyri fulfill a function of integration and decoding of all arriving information.

The mathematics has given secret of harmony to sphere.

15 The emanation of Being, if presented in language of "The Second Pythagorean Theorem" by numbers and images of geometry, appears paradoxically simple. Is it a minus or plus of a theory which deals not with a physical worldview, but with Divine idea of interconnection of all to everything, with images arising and disappearing, with form building? The idea of integration of physical and geometrical structures exists long since. The theories strive for ultimate mathematical simplicity. Other-wordly concentration of energy which has created the Universe is an incredibly simple, appalling image. Let's listen to physicists. According to S. Hawking, the size of the Universe at the moment of its coming into existence (the Big Bang), was equaled to "a sugar cube". Brian Greene in the foreword to «The Elegant

Universe» formulates this more clearly. He speaks: "The Universe can be extreme. In the centers of black holes monstrous masses are compressed to microscopic volumes. At the moment of the Big Bang ***all Universe has been extorted from a microscopic kernel, in comparison with which a grain of sand weighing a fraction of gram looks like a giant***".

A similar geometrical model is considered by me. In actuality the only subject of my study is a single number and its structure. It is structure of number Φ and its geometrical images. Number Φ has two hypostases, Φ^{+1} and Φ^{-1} . Concurrent scrutiny of duality and the sphere representing the higher form of symmetry furnishes the clue to a boundless stream of metamorphoses of spatial images, to combined Fibonacci-Lucas series (two series well-known in biology) and many other structures and biorhythms. The made observations allow the author to maintain: harmony laws exist. A polar model is necessary for understanding the nature of harmony. Firstly, it is simple, and, secondly, and this main thing, connects the most different kinds of symmetry, opening *the structural unity* of the physical and biological phenomena not noticed before. A polar model is precisely the tool necessary for understanding the nature of harmony. Firstly, this model is simple. Secondly, and that's the main point, it connects all kinds of symmetry by disclosing structural unity of physical and biological phenomena not noticed before.

16 The principle of "*διχοτομία-duality*" has changed my understanding of words "integer numbers". It is well known that mathematics is based on the notion of integers. The principle of duality demands to speak about the nature in the language of binary golden geometry and binary golden numbers 1 and $\sqrt{5}$. It is a sphere of ideas, but it opens the way to creativity – in architecture above all. References to physics and biology in the text are necessary to reveal legitimacy of the metaphysical, geometrical approach to a problem of origin of forms and structures both in art and in the nature and to find (and possibly to recreate the earlier known) ways of their useful application (not only in art, I believe).

Integration of Pythagorean Theorem and Ptolemy Theorem (considering especially important case, when a chord divides the circle in two equal parts), with symmetry-of-pairs algorithm (especially important case: five-axia5-ml symmetry, i.e. the wildlife, Golden section) allows to unite two major geometrical images. On the one hand, sphere, a zero section surface, an image of "soap bubble" amusing children. On the other hand, geometrical bodies constructed with a single type tetrahedron: a "flat" infinite space, which joins different kinds of symmetry in a single whole. Both spaces are constructed by number $\sqrt{\Phi}$! The "expanding sphere" and $\sqrt{\Phi}$ -space of tetrahedrons have a general source. It is the "Point of origin" containing the law of division of a whole into parts, and,

symmetrically, the law of joining parts together in a whole – in infinite number of alternatives and permutations.

17 The rules are simple. They are similar to those used by ancient Greeks in 5th century BC to divide space, while discovering five Platonic solids. But essentially we establish *other* rules. Duality, quinarity, and deterministic logic combined to form a closed ring, where the "time arrow" can change its direction. Causes and effects may be interchanged. The "*διχοτομία*", "duality» accomplish this action. ***The Golden section, number Φ (in geometry and in arithmetic) is a quasidoublet and triplet structure.***

Number Φ built on two bases, 1 and $\sqrt{5}$, represents both the symmetry-of-pairs (Table 1, equations 5, 10, 11) and triplet of numbers $\Phi, 1, \sqrt{5}$ (equations 7, 8, 9 and Fig. 40).

The square is composed of two rectangles Φ and a square; rectangle Φ is composed of a square and rectangle Φ or of two squares and rectangle Φ ; the rectangle $\sqrt{5}$ is composed of either a square and two rectangles Φ , or of two rectangles Φ .¹⁰

In terms of algebra, the act of dichotomy (bisection of each of two bases of number Φ) makes these three numbers ($\Phi, 1$ и $\sqrt{5}$) mutually consisting from each other. We see all-in-one structure, where (a) Φ is comprised of 1 and $\sqrt{5}$, (b) $\sqrt{5}$ is composed of Φ , (c) 1 is composed of Φ .

$$\Phi = \frac{1}{2} \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot \sqrt{5}; \quad 1 = \Phi^{+1} - \Phi^{-1}; \quad \sqrt{5} = \Phi^{+1} + \Phi^{-1}$$

Turn of the time arrow changes places of causes and effects:

direct relationship

$$\Phi = f(1, \sqrt{5})$$

becomes its opposite:

$$1 = f(\Phi); \quad \sqrt{5} = f(\Phi).$$

INTEGERS AND THE PYTHAGOREAN THEOREM NUMBERS

18 The symmetry-of-pairs equation has unique properties. Let us trace dynamics of its birth. It is important, as the Golden section is not a number, but a ratio of numbers. It is a proportion, mathematical law of continuous transformation of structure of abstract space ordained by expansion of a sphere. The "golden" symmetry-of-pairs equation (SPE) is an algorithm of *event*, the equation of movement: a symbol by which the principle of formation and becoming of forms in wildlife is expressed.

Statement 1. Numbers 3, 7, 9, 157 or any others are senseless symbols so long as they are not compared with number 1. **Comparison of two numbers only creates a category "number".** It immediately exposes fundamental nature of "inverse numbers": each number exists in two hypostases, as number $\frac{N}{1}$ and as number $\frac{1}{N}$. Visual image of the "inverse number" comprises both mirror and rotary symmetries.

19 A sphere is simultaneously "*geometric locus of points equidistant from a central point*", and "*geometrical locus of right angle vertex of all triangles bearing up against diameter of sphere*". This second definition introduces physical sense in geometry. The duality of structure of sphere makes itpossible to clearly distinguish the invariable and variable values. When modeling sphere metamorphoses, we see in the obtained images the forms genetically predetermined by the structure of space itself.

Statement 2. The physics sees the world basically dual and quantized. The wave-particle duality is inherent to matter. Natural sciences divide natural structures into inorganic and live ones. In the inorganic nature the science distinguishes two worlds: the macrocosm of Newtonian and Galilean mechanics, where the reasons are distinctly separated from consequences (*the deterministic world*), and a microcosm of subnuclear structures, in which the uncertainty principle (*the non-determinate world*) operates. Inorganic matter is divided into *the deterministic world*, where the reasons are distinctly separated from consequences (the macrocosm of Newtonian and Galilean mechanics), and *nondeterministic world* governed by Heisenberg indeterminacy principle (the microcosm of subatomic structures). *The Wildlife* unites these two worlds. It connects causes and effects in a closed ring, where the reasons are consequences and the consequences are reasons.

Niels Bohr, one of path-breakers in investigation of the microcosm structure, states: "opposites are complementary". The words «*Contraria sunt complementa*» are traced on his assumptive arms. It is logical to compare the opposites of fundamental particles in physics to incommensurability of numerical values in mathematics. If such abstraction be true, the basic unit of Θ series of necessity is *irrational* in reference to unit N = 1, the basic number of positive natural series.

Table 1. Fifteen samples of plotting the symmetry-of-pairs equation (SPE) on a sphere Dimensions for building a sphere to scale:
1= 50 mm (see Figs. 47 to 51)

SPE №	Symmetry-of-pairs Equation (SPE)	Sphere dia. $\sqrt{A^2 + B^2}$	Unit of measure mm	Dimensions on drawing, mm					$\frac{\alpha\sqrt{5} + A}{B + \beta\sqrt{5}}$
				A	$\alpha\sqrt{5}$	B	$\beta\sqrt{5}$		
1 B/A	2	3	4	5	6	7	8	9	10 β/α
A<B 1 2,0	$\frac{\sqrt{5} + 1}{2 + 0\sqrt{5}} = \frac{2 - 0\sqrt{5}}{\sqrt{5} - 1}$	$\sqrt{5}$ 2,236	50	50	111,80	100	0	161,8 100,0	0
2 1,5	$\frac{8\sqrt{5} + 10}{15 + \sqrt{5}} = \frac{15 - \sqrt{5}}{8\sqrt{5} - 10}$	$\sqrt{325}$	6,202	62,02	110,94	93,03	13,87	172,9 106,9	0,125
3 1,375	$\frac{6\sqrt{5} + 8}{11 + \sqrt{5}} = \frac{11 - \sqrt{5}}{6\sqrt{5} - 8}$	$\sqrt{185}$	8,22	65,76	110,28	90,42	18,38	176,0 108,8	0,166
4 1,166	$\frac{4\sqrt{5} + 6}{7 + \sqrt{5}} = \frac{7 - \sqrt{5}}{4\sqrt{5} - 6}$	$\sqrt{85}$	12,12 7	72,76	108,47	84,89	27,12	181,23 112,0	0,250
5 1,048	$\frac{13\sqrt{5} + 21}{22 + 4\sqrt{5}} = \frac{22 - 4\sqrt{5}}{13\sqrt{5} - 21}$	$\sqrt{925}$	3,676	77,2	106,86	80,87	32,88	184,1 113,7	0,307
A>B 6 0,846	$\frac{7\sqrt{5} + 13}{11 + 3\sqrt{5}} = \frac{11 - 3\sqrt{5}}{7\sqrt{5} - 13}$	$\sqrt{290}$	6,565	86,12	103,7	72,87	44,44	188,1 110,2	0,428
7 0,75	$\frac{2\sqrt{5} + 4}{3 + \sqrt{5}} = \frac{3 - \sqrt{5}}{2\sqrt{5} - 4}$	$\sqrt{25}$	22,36 1	89,44	100	67,0	50	189,4 117,0	0,500
8 0,636	$\frac{5\sqrt{5} + 11}{7 + 3\sqrt{5}} = \frac{7 - 3\sqrt{5}}{5\sqrt{5} - 11}$	$\sqrt{170}$	8,574	94,3	95,86	60	57,5	190,2 117,5	0,600
9 0,529	$\frac{7\sqrt{5} + 17}{9 + 5\sqrt{5}} = \frac{9 - 5\sqrt{5}}{7\sqrt{5} - 17}$	$\sqrt{370}$	5,812 4	98,81	90,98	52,3	65	189,8 117,3	0,714
10 0,437	$\frac{6\sqrt{5} + 16}{7 + 5\sqrt{5}} = \frac{7 - 5\sqrt{5}}{6\sqrt{5} - 16}$	$\sqrt{305}$	6,402	102,4	85,89	44,81	71,57	188,3 116,4	0,833
11 0,333	$\frac{\sqrt{5} + 3}{1 + \sqrt{5}} = \frac{1 - \sqrt{5}}{\sqrt{5} - 3}$	$\sqrt{10}$	35,35	106,1	79,045	35,35	79,04	185,1 114,3	1,000,
12 0,214	$\frac{4\sqrt{5} + 14}{3 + 5\sqrt{5}} = \frac{3 - 5\sqrt{5}}{4\sqrt{5} - 14}$	$\sqrt{205}$	7,808	109,3	69,83	23,42	87,30	179,1 110,7	1,250
13 0,125	$\frac{2\sqrt{5} + 8}{1 + 3\sqrt{5}} = \frac{1 - 3\sqrt{5}}{2\sqrt{5} - 8}$	$\sqrt{65}$	13,86 7	110,9	62,015	13,87	93,02	172,9 106,9	1,500
14 0,077	$\frac{3\sqrt{5} + 13}{1 + 5\sqrt{5}} = \frac{1 - 5\sqrt{5}}{3\sqrt{5} - 13}$	$\sqrt{170}$	8,575	111,5	57,52	8,575	95,87	169 104,4	1,666
15 0,043	$\frac{5\sqrt{5} + 23}{1 + 9\sqrt{5}} = \frac{1 - 9\sqrt{5}}{5\sqrt{5} - 23}$	$\sqrt{530}$	4,856	111,8	54,3	4,85	97,73	166 102,6	1,800

Statement 3. The definition: "A sphere is geometrical locus of right angle vertex of all triangles bearing up against diameter of sphere" creates a dynamic image of bisecting the sphere. **Invariables:**

- 1/ angle $\pi/2$, moving along the circle from pole \mathcal{A} to pole \mathcal{B} and, synchronously, from pole \mathcal{B} to pole \mathcal{A} ;
- 2/ hypotenuse \mathbf{C} (diameter of sphere); 3/ movement of disk WV, which stably dissects sphere \mathcal{AB} in two parts: one adjacent to pole \mathcal{A} , the second – to pole \mathcal{B} .

$$\mathcal{A} \quad \mathcal{B}$$

$$(\mathbf{N}_1 + \theta_1) : (\theta_2 + \mathbf{N}_2) = \text{Const.}$$

In case $N:\theta = 1:\sqrt{5}$ a disc dissects the sphere in the Golden ratio: $(N_1 + \theta_1) : (N_2 + \theta_2) = \Phi^{\pm 1}$.

Variables:

- 1/ sharp angles rested against **motionless** poles of sphere; 2/ catheti a, b, α, β adjoining the poles; 3/ a set of N-based solutions for Pythagorean Theorem (at movement of point W) correlates with a set of its θ -based solutions (at movement of point V).

An antique tradition puts numbers in correspondence to points on a straight line. Contemporary natural sciences see the Universe as infinitely expanding space with a certain Point of Origin. The natural essence of integers will appear, if we liken them to distances. Let us connect points W, V of the expanding sphere with its two poles. In graphic representation, the numbers should be likened to segments connecting these points to poles \mathcal{A} and \mathcal{B} . We shall agree that diameter \mathcal{AB} is a variable ($1 \leq \mathcal{AB} \rightarrow \infty$). The values in a physical model are usually quantized. Imagine that points W are offset from poles by distances multiple to $N = 1$ (natural integers), and points V are offset from the same poles by distances multiple to $\theta = \sqrt{5}$.

20 Thus the imagined spherical surface is constructed by a duality principle. As consequence, constants 1, Φ and $\sqrt{5}$ gave expression to dynamics of structurization: the law of division of units in parts and the law of merging the units of a lower rank in units of a higher rank. It is obvious from the procedure used to generate Golden section from pairs of complementary integers, W and V (equation 4, b).

Diameter $AB = \sqrt{5}$ is set by condition: location of point W_1 on sphere is defined by the doubling-and-dichotomy operations: $W\mathcal{B} : W\mathcal{A} = 2/1$; $W\mathcal{A} : W\mathcal{B} = 1/2$. In such a way number $\sqrt{5}$ occurred as an alternative to number 1. A system of algorithms combining different kinds of symmetry laws was developed. The duality gained a foothold in the symmetry-of-pairs equation (4), which numerator and denominator are connected by relation Φ , and appearance of a moving disk WV, which divided the space of integers N and the θ -sphere in two subspaces. Dissecting of space by proportion Φ is unique since this operation, having formally divided the parts of a structure, has connected them by laws of symmetry and similarity. The following has come about. The pairs united by kinds (numbers N connected by points W; numbers θ connected by points V) disintegrated causing the liberated numbers (A, B, α, β) to reunite, but in a different way: not in points W, V (by kinds), but pairing in poles, *a number with another number of opposite kind*. The $(A + \alpha\sqrt{5})$ pair is clustered at pole \mathcal{A} , the $(\beta\sqrt{5} + B)$ pair – at

pole \mathcal{B} . Thus an algorithm of amazing beauty and force arose. Thereby the mirror and rotary symmetries, symmetry of similarities, symmetry and antisymmetry of numbers and signs are united (see Tables 2, 3).

Table 2. Symmetry-of-pairs equation.

Symmetry and antisymmetry of numbers and signs

Symmetry type		Φ^{+1}		Φ^{-1}		Legend
a	Symmetry of numbers	● □ □ ●	□ ● ● □	● □ □ ●	□ ● ● □	● number N, Aliquot of 1
b	Antisymmetry of numbers	● □ □ ● □ ● ● □	□ ● ● □ ● □ □ ●	● □ □ ● ● □ □ ●	□ ● ● □ ● □ □ ●	□ number θ , Aliquot of $\sqrt{5}$
c	Symmetry and antisymmetry of signs	+	-	-	+	

Table 3. Symmetry-of-pairs equation. Rotational symmetries

	Two-fold axes of rotational symmetry				Legend
Units	Unit 1	Unit 2	Unit 3	Unit 4	● axis of symmetry
Links	○	○	○	○	○ axis of antisymmetry
2-link structure	○				

The Φ -symmetry of pairs, $\Phi = \frac{\alpha\sqrt{5} + A}{B + \beta\sqrt{5}} = \frac{B - \beta\sqrt{5}}{\alpha\sqrt{5} - A}$, represents two types of structures:

$$\left(\frac{+}{+} = \frac{-}{-} \right) \text{ or } \left(\frac{+}{-} = \frac{-}{+} \right)$$

21 We shall observe how the dichotomy (halving and doubling) will transform The Pythagorean Theorem in SPT (Figs. 4, 5 and Supplement). Let us divide a circle into the left and right halves. Point W moving from pole \mathcal{A} to pole \mathcal{B} on the left semicircle represents pairs of integers N (natural scale numbers) within the limits from $W\mathcal{A} : W\mathcal{B} = 0$ to $W\mathcal{A} : W\mathcal{B} \rightarrow \infty$. Any point W_n represents the relation of two integers B:A with an error not exceeding any arbitrarily assigned value, however small this value might be, irrespective of its order of magnitude.

Following the duality principle, we shall also consider the movement of complementary point V_n on the right semicircle. The duality has transformed The Pythagorean Theorem in the *symmetry-of-pairs* equation. But the analogy of right and left structures, \mathbf{N} and θ , is not reached yet. The secant disk of sphere always is of constant diameter \mathbf{WV} . Such is symmetry of pairs (the Ptolemy Theorem). But complementarity of pairs means that natural **integers** (with respect to module $W=1$) are met with **integers** of the θ series. The symmetry-of-pairs equation (11) becomes integer-valued; The Pythagorean Theorem (1) becomes the second Pythagorean Theorem (2) only if $\theta = \sqrt{5}$.

22 On a surface of sphere the classical Pythagorean Theorem provided a place for numbers A and B, in whatever relation they were with reference to each other ($0 \leq W\beta:W\alpha = B:A \rightarrow \infty$). The Second Pythagorean Theorem has found revealed on this surface a place for all numerical *pairs of pairs*, having in mind combinations of *complementary* integers N and θ , and also has presented the sphere as a structure unifying in collapsed view the fundamental laws of symmetry. The unity, integrity are the purpose reached by the nature as well as the aim of creativity. The physics of microcosm brings an important amendment: «complementary is opposite». A person creates objects, thoughts, things while integrating non-identical entities. It is the reason for occurrence of new, formation of essence not existing before fulfillment of the creative act.

The principle of *complementarity* created by doubling assumes that the whole is built from halves of integers (which are parts of whole): $\Phi = \frac{1}{2}1 + \frac{1}{2}\sqrt{5}$, whereas the parts of whole are at the same time whole in the relation to the "whole": each one consists of whole and its reciprocal ($1 = \Phi^{+1} - \Phi^{-1}$; $\sqrt{5} = \Phi^{+1} + \Phi^{-1}$). This feature (identification of complementarity with the opposite) transforms abstractions into the laws of symmetry active in the nature.

And really, the sphere is being cut in two parts by a plane in any arbitrarily assigned ratio X.

$$\frac{N_1+\theta_1}{\theta_2+N_2} = X = \frac{\theta_2-N_2}{N_1-\theta_1}$$

The sphere is cut in two parts in a randomly chosen ratio X. Number X representing the symmetry-of-pairs can be any natural integer, common fraction or irrational number¹¹ (Figs. 15 to 18). The law of structure *conservation* at *shuffling of pairs and change of signs* connecting numbers in pairs is invariable. It is a general property of the structure created by two dichotomies of sphere. The first dichotomy dissects sphere by a plane in any randomly chosen ratio. The second dichotomy cuts it in two equal parts so that two secants planes were crossed. This unity is mapped by the Ptolemy Theorem.

23 The Second Pythagorean Theorem has entered a condition: both numbers A, B and a, b are integers, but they are integers of different kind. The structure of sphere is quantized and spontaneously becomes golden.

$$\frac{\alpha\sqrt{5}+A}{B+\beta\sqrt{5}} = \Phi = \frac{B-\beta\sqrt{5}}{\alpha\sqrt{5}-A}$$

The Golden section represents a unity of additivity and multiplicativity. Duality and quinarity have merged together. Besides, the Golden section added to former links of the symmetry-of-pairs equation extremely important cross link of pairs: 1) each of numerator numbers (pole \mathcal{A} pair) is formed **from halves** of denominator numbers (pole \mathcal{B} pair); 2) each of denominator numbers (pole \mathcal{B} pair) is formed **from halves** of numerator numbers (pole \mathcal{A} pair).

$$\alpha = \frac{1}{2}\beta + \frac{1}{2}B \quad \beta = \frac{1}{2}A - \frac{1}{2}\alpha \quad (14)$$

$$\left. \begin{array}{l} \mathcal{B} \\ \mathcal{A} \end{array} \right\} \quad \begin{array}{l} A = \frac{1}{2}5\beta + \frac{1}{2}B \\ B = \frac{1}{2}5\alpha - \frac{1}{2}A \end{array} \quad (15)$$

We have presented the number as a structure – a unity of two *integers of different kinds*. Number N and number θ are interconnected in one **triunique** number – **Unit** Φ . Interplay of complementary interpenetrating parts forming a whole has reached the culmination. Dynamic **pentagonal symmetry** has pulled out wildlife from bonds of static symmetry associated with $\sqrt{2}$ and $\sqrt{3}$. A numerical and geometrical model of boundless combinatory transformations is constructed. Φ -symmetry is exclusive in that, connecting $\sqrt{2}$ and $\sqrt{3}$ symmetries with pentagonal symmetry, it gives to doubling and halving the status of a unique and sufficient mathematical reality capable to model forms and structures which are inherent in basic forms and structures of wildlife and masterpieces of art. By the same token, the initial assumption of existence of two hypostases of the Unit has indirectly proved to be true.

Geometrical image of formation of the Universe is an image of expansion. The Universe is an expanding sphere. Formation of Units of life (cells, cellular organisms from protozoa to homo) passes different levels of embodiment of the expansion idea. To be convinced of legitimacy in interpreting number Φ (equation 12) as algorithm of life formation and development, we shall compare to this equation a modern view of genetics on reproductive mechanisms of plants and animals.

24 In the beginning of 13th century Leonardo from Pisa put additive natural sequence in correspondence with a rhythm of rabbits population growth. Biologists have found out subsequently that additive Fibonacci and Lucas series define a rhythm inherent to arrangement of seeds on a sunflower disk, of squames on pine cones, cactuses, pineapples. These sequences express a rhythm of distribution of leaves on stalks of plants (the phyllotaxis law). Additive Fibonacci series (0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, etc.) and Lucas series (2, 1, 3, 4, 7, 11, etc.) have drawn attention of scientists because these series translate the problem of Golden section into area of natural sequence integers. A convenient tool for research of reproductive processes was found. The contemporary literature on Fibonacci series is enormous. The most appreciable pecularity of Fibonacci and Lucas series is that **the ratio of adjacent numbers in both ascending series tends to a limit, which is the number of Golden section $\Phi^{+1} = 1.618\dots$**

Actually number Φ is a "desired limit" and aim **of any** development based on connection of "two in One". For instance, having combined number $A = 11$ made of Units with other pack of Units, number $B = 57$, we shall receive number $C = A+B = 11+57 = 68$. If we continue this additive model of evolution –

connection of the previous with the subsequent, it will be found that $C_n:C_{n+1} = C_{n+1}:C_{n+2}$ etc. $\rightarrow \Phi$. The ratio of two sufficiently great adjacent numbers of additive sequence practically does not differ from number Φ . Additive Φ -series merges with the multiplicative one. The following number of a series can be received by multiplying the previous number by Φ .

numbers with a cross-diagonal course. As a consequence, one of two components – ***N-series – proved to be the Lucas series***, and the second component – ***θ-series – appeared as Fibonacci series***.

Numbers $(+)\Phi^{2n}$ (even degree) and numbers $(+)\Phi^{2n-1}$ (odd degree) turned out to be natural integers **N**. Numbers $(-)Φ^{2n-1}$ (odd degree) and numbers $(-)Φ^{2n}$ (even degree) have appeared as numbers $θ$, multiples of $\sqrt{5}$.

COMPLEX FIBONACCI-LUCAS SERIES AND DNA MOLECULE

25 If apart from terrestrial civilization there existed (or exists) a civilization of a higher level (in view of UFO and other numerous facts), thanthen, probably, there is in history a point where science had chosen a way for which the True is placed on “the Moon underside”. The word “*mathematics*” comes from Greek *mathēma: knowledge, a science*. Numbers and geometry cover everything; Landau named mathematics a supernatural science, as opposed to natural sciences. The natural sequence is put in the base of this science, in which basis is **one** number, namely, number **1**. Having accepted for Unit of *natural mathematics* number Φ , which is of dual structure

$(\Phi^{+1} = +\frac{1}{2}1 + \frac{1}{2}\sqrt{5}; \Phi^{-1} = +\frac{1}{2}\sqrt{5} - \frac{1}{2}1)$, we shall notice that numbers **1** and $\sqrt{5}$ likewise are structures consisting, everyone, from two parts. Number Φ is formed by junction of two halves: half of number **N** and half of number $θ$; numbers **N** and number $θ$, in turn, arose from junction of two forms (direct and reciprocal) of number **1** = $+Φ^{+1} - Φ^{-1}$; $\sqrt{5} = +Φ^{+1} + Φ^{-1}$. The aphorism of ancients “The world is number” gains a new life. The triune origin is formalized. There emerged a possibility to model integrity of wildlife structures and the form in art. **The binary essence of Being is exposed.**

The Divine unit $\Phi = f(1, \sqrt{5})$ and $f(2); 1 = f(\Phi); \sqrt{5} = f(\Phi)$

The logic of duality demands doing the next natural step: to integrate the reciprocal golden numbers. Let us present Golden section in the form of structure. Two images of golden number, $Φ^{+1}$ and $Φ^{-1}$, are united in an indivisible whole capable to further connections, as it occurs to objects of being in wildlife. We shall consider both alternatives. A case of addition $(+)\Phi$, and subtraction $(-)Φ$ (see Table 4).

26 It will be recalled: the double Pythagorean equation disclosed the proposition **sphere division in Golden section = symmetry-of-pairs algorithm** when junction of numerical pairs by points of sphere W, V has given way to junction of the same numbers by sphere poles \mathcal{A} and \mathcal{B} ¹². And now, at change of a way of connecting numbers, **double Golden series $(+, -)\Phi^n$ proved to be a double spiral** from nested into each other, complementarily pairwise integrated numbers. We replaced a linear course of adjacent

Table 4. The complex Fibonacci-Lucas series

	$\downarrow \text{Lucas series } (L^{\times 1}) \quad \uparrow \text{Fibonacci series } (F)$									
	0, 1, $\rightarrow 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, \dots$ (right branch)									
	(left branch) 76, 47, 29, 18, 11, 7, 4, 3, 1, 2 \leftarrow									
n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$(+)\Phi^n = +\Phi^{+n} + \Phi^{-n}$	2.000 N	$1\sqrt{5}.$ θ	3.000 N	$2\sqrt{5}$ θ	7.000 N	$5\sqrt{5}$ θ	18.000 N	$13\sqrt{5}$ θ	47.000 N	$34\sqrt{5}$ θ
$(-)Φ^n = +\Phi^{+n} - \Phi^{-n}$	θ 0\sqrt{5}	1.000 N	$1\sqrt{5}$ N	4.000 N	$3\sqrt{5}$ θ	11.000 N	$8\sqrt{5}$ θ	29.000 N	$21\sqrt{5}$ θ	76.000 N

The top line (numbers $(+)\Phi^n$) shows the result of junction of the like-sign numbers:

$$(+) \Phi^n = +\Phi^{+n} + \Phi^{-n}$$

The baseline (numbers $(-)Φ^n$) shows the result of junction of the opposite-sign numbers:

$$(-) \Phi^n = +\Phi^{+n} - \Phi^{-n}$$

The meaning and significance of a closed cause & effect ring made visible in the complex Fibonachchi-Lucas algorithm¹³ lies in the fact that the nature of algorithm has essentially changed.

Traditional series **F**, **L** show that **ratios** of adjacent integers **approach number Φ** . The complex series shows **absolute coincidence of integers and F-structures (Fibonacci series) and L-structure (Lucas series) with number Φ** with an accuracy to any decimal. All components of a series are connected by a bunch of intertwining, interpenetrating interrelations. Amazing beauty of this algorithm has manifested itself in its affinity to biological structure of immense importance in genetics.

Let's consider interrelation of Fibonacci and Lucas series (Table 4). We see **a double spiral** in which links of chains **F** $\times \sqrt{5}$ and **L** $\times 1$ are connected in such a way that against number **N** always is θ , and against number θ always is **N**. In structure $\Phi = \frac{A+\alpha\sqrt{5}}{\beta\sqrt{5}+B} = \frac{\beta\sqrt{5}-B}{A-\alpha\sqrt{5}}$ are always and only paired **A** with $\alpha\sqrt{5}$ and $\alpha\sqrt{5}$ with **A**, or $\beta\sqrt{5}$ with **B** and **B** with $\beta\sqrt{5}$. In the double spiral of DNA molecule are always and only paired adenine with thymine and thymine with adenine (T-A, A-T), and also guanine with cytosine and cytosine with guanine (G-C and C-G). The SPT is a mathematical image of the DNA molecule structure.

In chapter 5 we shall find new geometrical confirmations to the observed analogies and to the fact that both the Golden space and DNA molecule are built by the same unique algorithm, from module-blocks, which are **pairs** and **triplets** simultaneously.

The combined Fibonacci-Lucas series, in which the ratio of adjacent members at infinity approaches Φ , should be seen not only as *obvious gravitation to Golden section*, but as *the Golden section itself*. All members of the Fibonacci-Lucas series are numbers Φ with absolute accuracy: the golden binary $[\Phi^{+1} \pm \Phi^{-1}]$ generates natural numbers: the integers of series N (Lucas series) and those of series $\theta = N \cdot (5^{1/2})$. It is Fibonacci series. See Table 4 and Fig. 11. Golden section has proved itself to be an algorithm of life.

Chapter 4

LANGUAGE OF NATURAL GEOMETRY

THE THIRD INVARIABLE OF NATURAL GEOMETRY – AN ALGORITHM OF LOVE

27 The logic of dichotomy (change of halving and doubling) suggests that numbers of various kinds located on circle $\mathcal{A}W\mathcal{B}V\mathcal{A}$, N-pairs and θ -pairs, can settle down **on two different circles** (Figs. 13, 14 to 17). The surface incorporating numbers N and numbers θ splits. Numbers N spatially separate from numbers θ . We shall consider this metamorphosis presented earlier in chapter 1 (section 7).

Points W that unite in pairs N-series numbers (i.e. numbers A, B) can be kept on sphere AB , and points V that unite in pairs θ -series numbers (i.e. numbers α, β) be transferred onto sphere ab . Though this step might be done conversely, the result would be substantially same. Such is symmetry of sphere! Alternative choice (which points, W or V, have to be moved on sphere ab) changes inclination of line segment WV in space, but *this has no effect on length of line segment WV*¹⁴.

The points moved on sphere ab we have agreed to italicize:

$$W \rightarrow w, V \rightarrow v. \text{ We see that } W_v = wV = \text{Const} = WV = 2/\sqrt{5} \mathcal{A}\mathcal{B}.$$

Separation of natural sequence numbers N from numbers θ is an act of division of essences. Scenario one (Fig. 5,b) leaves this division of essences unfinished. Though the sphere has divaricated (sphere $ab = 1$ emerged within sphere $\mathcal{A}\mathcal{B} = \sqrt{5}$), numbers N (whole to module 1) and θ (whole to module $\sqrt{5}$) still remained on a common (external) surface (Chapter 1, section 6, eq. 5). This "semiseparation" procedure has embedded in the "sphere-in-sphere" triad an *inorganic* core with sphere $mn = (\sqrt{2})^{-1}$ in the center:

$$\mathcal{A}\mathcal{B} : ab : mn = \sqrt{5} : 1 : (\sqrt{2})^{-1}.$$

Scenario 2 (Fig. 5,b) carries the procedure of dichotomies to logic end. Splitting of sphere and special separation of numbers by their kinds ($N=1$ and $\theta = \sqrt{5}$) produced the third constant W_g – a constant which connects complementary numerical pairs divided by spheres. This action (a complete

dichotomy) encapsulates an *organic* "golden core", sphere $\tau\omega = \Phi^{-1}$ (Fig. 5,c, Figs. 9, 10,b) in a triad "sphere-in-sphere":

$$\mathcal{A}\mathcal{B} : ab : \tau\omega = \sqrt{5} : 1 : (\sqrt{\Phi})^{-1}.$$

Number $\tau\omega = \Phi^{-1}$ is fundamental in wildlife structures.

28 Let's define value of the Third constant of Natural geometry.

At diameter $\mathcal{A}\mathcal{B} = \sqrt{5}$ and, hence, at $ab = 1$:

$$w\theta = wW = \sqrt{\frac{3\Phi}{\sqrt{5}}} = \sqrt{\Phi} \times (\sqrt{5})^{-1/2} \times \sqrt{3} = 1.47337042\dots$$

In the language of "golden pairs",

$$w\theta = wW \equiv \Phi^{+1} \times [(\Phi^{+1} + \Phi^{-1})^{-1} \times (\Phi^{+2} + \Phi^{-2})]^{1/2} = 1.47337042\dots \quad (16).$$

Number $w\theta = 1.47337$ close coincides with product of two fundamental physical constants: fine-structure constant $\alpha^2 = 137.03598\dots$ and "close packed spheres" module of crystal lattice,

$$\sqrt{\frac{2}{\sqrt{3}}} = 1.0745699\dots \quad 137.03598 \times 1.0745699\dots = 1.476\dots \quad w\theta = 1.473\dots \quad (\Delta = -0.0026)$$

Occurrence of Third constant $\left[\frac{3\Phi}{(5)^{1/2}}\right]^{1/2} \mathcal{A}\mathcal{B} = w\theta = \left[\frac{3\Phi}{(5)^{1/2}}\right]^{1/2}$ has finished a cycle of transformations. Spatially divided numbers N and θ are connected again, their link is duplicated, it is reliable and graceful. It echoes the complex Fibonacci-Lucas series, which has connected equally strong, reliable and beautiful pairs of complementary (reciprocal) golden numbers:

$${}^{(+)}\Phi^n = +\Phi^{+n} + \Phi^{-n} \leftrightarrow {}^{(-)}\Phi^n = +\Phi^{+n} - \Phi^{-n}.$$

Genetic unity of the F-structure is revealed. Occurrence of "three whales" in the SPT system (the second constant WV of the FL series and third constant $w\theta = wW$) gives, in my opinion, a spirit inherent in life and a sense of universal intercommunication, too deep for words. That which is impossible to catch while observing interaction of physical particles or chemical reactions. The divine beauty of life opened by transformations of numbers and figures in natural geometry.

An algorithm of transition from the primary not differentiated forms of life (prokaryotes) to the form based on sexuality (eukaryotes) is built. Dichotomization of different kind numbers sharing common sphere $\mathcal{A}\mathcal{B}$ (one space in the beginning!) with numbers N and θ belonging to two closed spheres of various kinds at the output is an analogy to *Eve's creation from Adam's ribs* described in the Bible (Gen. 2, 21).

Outside the idea of dichotomy – the idea of spatial division of complementary essences – there would not exist living beings, ego, individuality. There would be no distinction of sexes, passions, love, discrete and continuous life, births and death. In the structure of discrete F-space the idea of life is laid. The third constant of natural geometry, when generating number Φ , creates algorithm of life essence. Numbers N and θ are isolated, closed, integrated and **complementary** (i.e. necessary) to each other, as

noumens and physical bodies. They generate from one Point of Origin. The Golden symmetry-of-pairs is algorithm of love.

29 A verse arisen in memory – “the wing of the madness have covered a *half of soul*” from “Requiem” by Akhmatova – was a key to graphically clear image which has elicited for me the operation philosophy of the symmetry-of-pairs algorithm. “Madness” is revelation. “Half of soul” correlates with half of circle. If essence of being is that halving and doubling *generate each other*, than the advent of dichotomy requires that the circle (sphere) *be initially weaved* from two kinds of numbers. The sphere initially is *one*: but it also is two spheres put one into another (Fig. 1, g). Not *hemispheres* (half-circles on a plane), but sphere in sphere, *merged or doubled* (in space). The reduced sphere of $\mathcal{A}\mathcal{B} = \sqrt{5}$ diameter (shown in figures 1 to 5 as a circle) should be read as a single surface of zero section represented by a line. It is built up from infinite number of points W and, in the same way, from infinite number of points V which *do not coincide in space, owing to their mutual irrationality*. This sphere consists of two closed peer-to-peer surfaces of zero section nested into each other. Equal status of points W, V is a corner stone of structure SPT \equiv Golden section. Equal significance of two bases is a key to all metamorphoses which have built the SPT structure, a key to boundless combinatorics of forms. The double sphere (Fig. 1.f, g) expresses structural principle of material world. The Unit is structured. It is geometrical image of the primary source, singularity, Point of Origin. *Dichotomy furnishes an integrity basis; complementary is opposite; alternate halving and doubling generate holistic structures.*

The postulate of duality applied to the geometry of sphere has revealed the constants of geometry: the first (Φ , Golden section), second ($WV = 2/\sqrt{5}$) and third ($W\theta = (3\Phi/\sqrt{5})^{1/2}$). Graphically, the SPT is commensuration of distances between poles of sphere $\mathcal{A}\mathcal{B}$ and points (W and V) synchronously moving along a meridian from \mathcal{A} to \mathcal{B} and from \mathcal{B} to \mathcal{A} . Metamorphoses of forms and structure, when they are subordinated to rhythm $\sqrt{\Phi}$, bring to light the fact that derivative geometrical bodies exhibit properties of mirror, translational, rotational symmetry, antisymmetry and symmetry-of-similarities. The harmony law is formalized. In numbers and images of geometry the code of becoming is presented. Number-noumen $\sqrt{\Phi}$ is developed, as we shall see further (Chapter 6), in a program of building forms of polyhedral structures and curvilinear closed surfaces. Metamorphoses of forms and structure, if they are subordinated to rhythm $\sqrt{\Phi}$, endow the derivative geometrical bodies with properties of mirror, translational, rotational symmetries, and with properties of antisymmetry and symmetry of similarities as well. The harmony law is formalized.

TWINS

30 In Figs. 1, 3-5, 10, 15-18, integers N and θ lie on one circle. They are divided by kinds: points W_n (which connect numbers A, B) are *at the left hand side* of figures, and points V_n (which connect numbers $\alpha\sqrt{5}, \beta\sqrt{5}$) are *at the right*. For any pairs, in whatever relation were homogeneous numbers among themselves: $(0 \leq B : A \rightarrow \infty)$ or $(0 \leq \alpha : \beta \rightarrow \infty)$, the ratio of WV to diameter $\mathcal{A}\mathcal{B}$ is *constant*. For a sphere of diameter $\mathcal{A}\mathcal{B} = \sqrt{5}$, invariable WV = 2. The ends of line segment WV = 2 slide along a circle of diameter $\mathcal{A}\mathcal{B} = \sqrt{5}$, whereby this line segment inscribes by tangency the second, internal circle with

diameter $\alpha\beta = 1$ (Figs. 10,a, 14.a). And because from any point W belonging to circle $\sqrt{5}$ it is possible to draw two tangents to circle 1, the WV^n acquires twin Wv^n (Figs. 11.b, 12.b). The *symmetry-of-pairs* equation specified by points W, V stably creates a complementary pair. But twin pairs specified by points W, v, as a rule, *do not represent symmetry-of-pairs*. The symmetry-of-pairs equation (SPE) does not work.

But there are two interesting cases when the twins observe the law of symmetry-of-pairs. The first, when $W\mathcal{B} : W\mathcal{A} = B : A = 2:1$, and the second, when $W\mathcal{B} : W\mathcal{A} = B : A = 3:2$ (SPE-1 and SPE-2, *Table 1*). These two curious cases may be understood through the analogy between the stream of time and expansion of sphere (boundless increasing of numbers N and θ asymptotically approaching infinity).

31 Case One. The SPE-1 is predetermined by point W_1 (Fig. 4.a). A pair of natural integers is formed by doubling, $W_1\mathcal{B} : W_1\mathcal{A} = 2:1$; $\mathcal{A}\mathcal{B} = \sqrt{5}$ (by the Pythagorean Theorem, $1^2 + 2^2 = 5$). Here, $W_1V = W_1\mathcal{B} = 2$, and consequently point V has coincided with pole \mathcal{B} . The symmetry-of-pairs equation is degenerated. $B = \mathcal{B}V = 0$. Number Φ has lost its representative image of symmetry-of-pairs

$$\Phi = \frac{+A + \alpha\sqrt{5}}{+\beta\sqrt{5} + B}.$$

The four-letter code transforms into a three-letter code:

$$\Phi = \frac{+A + \alpha\sqrt{5}}{B}.$$

Combinatory properties of symmetry-of-pairs are hidden. But twin W_1V restores them. Line segment $WV = 2$ has returned to structure Φ an image of the symmetry-of-pairs structure having displaced it on the “time scale”. Expansion is carried out; the sphere has fivefold expanded ($\mathcal{A}\mathcal{B} = 5\sqrt{5}$, $B:A = 10:5 \equiv B:A = 2:1$). The integer θ -pair ($\mathcal{B}\theta : \mathcal{A} = 4:3$) is now juxtaposed with the integer N-pair ($B:A = 2:1$). The symmetry-of-pairs is manifested in full volume (Fig. 11). Point W_1 is determined by two solutions: degenerated $\Phi^{+1} = \frac{\sqrt{5}+1}{2+0\sqrt{5}} = 1.618034$, and full $\Phi^{-1} = \frac{3\sqrt{5}+5}{10+4\sqrt{5}} = 0.618034$. Both solutions represent Φ in its direct and reciprocal forms ($\Phi^{+1} \rightarrow \Phi^{-1}$).

32 Case Two. The SPE-2 represents pair $W_2\mathcal{B} : W_2\mathcal{A} = 3:2$. But there was a change, diameter of sphere has increased (Fig. 12), $\mathcal{A}\mathcal{B} = \sqrt{5} \times \sqrt{65}$. The second tangent is line segment $W_2V = W_2V'$. A twin, $\Phi^{-1} = \frac{4\sqrt{5}+10}{15+7\sqrt{5}}$, is juxtaposed with equation SPE-2, $\Phi^{+1} = \frac{8\sqrt{5}+10}{15+4\sqrt{5}}$. Symmetry-of-pairs, as in the previous case, is presented as Φ^{+1} and Φ^{-1} . Two numerical θ -pairs, namely $1\sqrt{5} : 8\sqrt{5}$ and $7\sqrt{5} : 4\sqrt{5}$, are complementary to numerical N-pair ($B:A = 3:2$). The relationship of twins SPE-1 and SPE-2 is attested also by such detail. Numbers Φ^{+1} and Φ^{-1} differ by 1 ($1.618 = 0.618 + 1$), and also reciprocal pairs of twins SPE-1 and SPE-2, in similar fashion, differ by $(\beta : \alpha)_2 = (\alpha : \beta)_1 + 1$.

Really, $(\alpha : \beta)_1 = 3 : 4$; $(\beta : \alpha)_2 = 7 : 4$; $0.75 + 1 = 1.75$.

Combining the images of paired integers created by the Pythagorean Theorem in one image, in one sphere has returned the expanding “Universe of integers” in the initial Point of origin. The SPT model has reference points.

POINTS $W_n - V_n$, $W_\Phi - V_\Phi$, $W_{\sqrt{\Phi}} - V_{\sqrt{\Phi}}$

33 W_1 and V_1 . Table 1, Figs. 2 and 3 (a mockup) and Supplement make it possible to see and even touch the symmetry-of-pairs: the metamorphoses of protean “crystal Φ ” embedded into sphere. Mobile invariable WV – the second invariable of natural geometry – divides sphere in the Golden section ratio by symmetry-of-pairs algorithm. The inclination angle of disk WV to axis $\mathcal{A}\mathcal{B}$ changes, but the ratio of its diameter to diameter of sphere, WV: $\mathcal{A}\mathcal{B} = 2/\sqrt{5}$, remains the same. Turning plane WV dissects Φ -sphere in two parts in the Golden section ratio, $(B + \beta\sqrt{5}) : (\alpha\sqrt{5} + A) = \Phi$. The third similar pair dividing sphere in the Golden section ratio is cut into two pairs of conic surfaces embedded in sphere. Not only pairs of numbers of different kinds connected by poles and divided by points W, V, are in the golden ratio. Link Φ has connected middle ordinates and surfaces of spherical segments made by a series of flat sections presented here.

Let's consider point W_1 (Fig. 19, Table 6). Point W_1 is unique in that it is a duality symbol ($A:B = 1/2$) and that a degenerate three-letter code of the Golden section is its counterpart. Triad $\Phi = (\sqrt{5} \pm 1)/2$ representing the dichotomy of line segment W_1B (number B, Fig. 4) has doubled number of spheres by dividing line segment W_1A (number A) into three equal parts. And separation of number θ from numbers N, as shown above, has embedded a sphere with diameter Φ^1 in two spheres with diameters 1 and $\sqrt{5}$ (Fig. 5,c).

Aside from point W_1 , the surface of sphere $\mathcal{A}\mathcal{B}$ has two unique points, W_Φ and $W_{\sqrt{\Phi}}$. The Second Pythagorean Theorem (SPT) defines position of points W_n on sphere by distances from poles, which are multiple integers of natural series N. A formal indication of natural forms is broken symmetry. Existence of points W_Φ and $W_{\sqrt{\Phi}}$ on a surface of sphere removes symmetry infringement. The sphere axis is dissected into Golden triads Φ and $\sqrt{\Phi}$. Symmetry is created by horizontal position of a disk: in the first case it is disk $(WW')_\Phi$, in the second case –disk $(WW')_{\sqrt{\Phi}}$. Enrichment of duality by mirror symmetry imparts a transparency to harmony. Thus Golden triads, the minor and the major, are being born (Figs. 6, 7,c)¹⁵.

34 W_Φ . Position of point W_Φ on sphere correlates with division of axis $\mathcal{A}\mathcal{B}$ by the Minor golden triad, $\Phi^1: 1:\Phi^{-1}$. Thereby double square $WW'WW'$, the basic tool of form harmonization in architecture of past ages, is entered in the $WW'WW'$ Φ -sphere drawing¹⁶ (Figs. 7 and 40).

The following general picture emerged.

$$\mathcal{A}W_\Phi: W_\Phi\mathcal{B} = \Phi; \quad \mathcal{A}\mathcal{B} = \Phi^{+1} + \Phi^{-1}. \quad \Phi = \frac{1}{2}1 + \frac{1}{2}\sqrt{5};$$

Fig. 18 shows three-dimensional fragments of the Φ -sphere.

1/ **Segment a.** Disk of diameter $WW' = 2$ (the second invariable of natural geometry) cuts off segment **a** from sphere. The surface of segment $S_a = \sqrt{5}: 2\Phi^3$.

$$2/ \text{ Segment b.} \quad S_b = \sqrt{5}:\Phi.$$

$$3/ \text{ Segment c.} \quad S_c = \sqrt{5}.$$

$$4/ \text{ Segment d.} \quad S_d = 1$$

5/ Segment **c** is divided into three parts: segment **d** and two identical segments **e**, $S_e = \Phi^{-1}$.

6/ Disk WV divided sphere **S** into segments **g, b**.

$$S_g = \sqrt{5} \times \Phi$$

7/ Disk VV' of diameter Φ^{-1} divided sphere **S** into segments **k** and **e**.

$$S_k = 2^2$$

Surface fragments are interconnected. The connection of a whole with its parts:

$$S_s: S_a = 2\Phi^3; \quad S_s: S_b = \sqrt{5} \times \Phi; \quad S_s: S_g = \sqrt{5}:\Phi; \quad S_s: S_c = \sqrt{5}; \quad S_s: S_d = 5^2;$$

$$S_s: S_b = 5^2 : \Phi; \quad S_s: S_k = (\sqrt{5} : 2)^2$$

Connections between parts:

$$S_d: S_e = S_b: S_c = 1; \quad S_b: S_e = \sqrt{5}; \quad S_k: S_d = 2^2; \quad S_b: S_a = \Phi^2 \times 2; \quad S_f: S_g = \Phi^2:2;$$

$$S_c: S_a = \Phi^3 \times 2; \quad S_f: S_c = \Phi^3: (\Phi^3 + \Phi^{-3}).$$

35 $W_{\sqrt{\Phi}}$. From point W_Φ set by condition $\mathcal{A}W_\Phi: \mathcal{A}W_\Phi = \Phi$, we shall pass to point $W_{\sqrt{\Phi}}$ set by condition $\mathcal{A}W_{\sqrt{\Phi}}: \mathcal{A}W_{\sqrt{\Phi}} = \sqrt{\Phi}$ (Figs. 6, 7, 21; Table 8). Line segment WW' represents a value not encountered earlier in the SPE symmetry-of-pairs equations (see Appendix). Diameter $(WW')_{\sqrt{\Phi}}$ and sphere $\mathcal{A}\mathcal{B}$ are connected with a link more complicated than it occurred in point W_Φ . $(WW')_{\sqrt{\Phi}} \neq (WV)_n$

$$(WW')_{\sqrt{\Phi}} = 2\sqrt{5}/\Phi^{3/2}\mathcal{A}\mathcal{B}.$$

Position of point $W_{\sqrt{\Phi}}$ on sphere correlates with division of axis AB relative to the Great golden triad $\Phi^0:\Phi^{-1}:\Phi^0$. From core $\tau\omega = \Phi^{-1}$ generated by separation of numbers N from numbers θ (scenario two), a step is made to a core hidden within core $\alpha\beta = 1$. Transition from rhythm Φ to rhythm $\sqrt{\Phi}$ is accomplished. A space of symmetry-of-similarities came to being. Fig. 21 and Table 8 testify that surfaces of segments set by this rhythm are equal (in π units) to modules $\sqrt{5}/2$ (t, b); $(\Phi - \Phi^3)^2$ (a) and to other binary Φ -structures much too intricate for designation. But links, not numbers, are of importance! And all these surfaces are interconnected quite simply, by number Φ^n .

$$(a: \tau = b:a = S:c = e:d = \Phi); \quad (S:a = c:b = c:\tau = b:e = \Phi^2);$$

$$(S: \tau = S:b = c:e = b:d = a:e = \Phi^3); \quad (a:d = c:e = \Phi^4);$$

$$(S: e = \Phi^5); \quad (S: \tau^* = \Phi^6); \quad (S: d = \Phi^7).$$

The surface of sphere $\mathcal{A}\mathcal{B} S_s = 5$. This fact draws attention. Please recollect Table 4, the Fibonacci-Lucas series. Doubling of pair $(\pm)\Phi$, at first additive-multiplicative $(\Phi^{+1} + \Phi^{-1})^2$ and then again additive, has created module 10:

2 $(\Phi^{+1} + \Phi^{-1})^2 \times 2 = 10$. The presence of Golden section indicates that the decimal numeration system is an optimum tool for description of natural structures.

ARE INTEGERS THE WORK OF GOD?

36 Let's return to a unique case when point W has taken place of W_Φ . Point W_Φ is located relative to sphere poles at distances, which are linked by mean proportional ratio. Diameter of horizontal disk $(WW')_\Phi$ is equal to the second invariable $(WW')_\Phi = (WV)_n = 2/\sqrt{5} \mathcal{A}\mathcal{B}$, and position of disks $(WW')_\Phi$ is *horizontal*. Axis $\mathcal{A}\mathcal{B}$ is divided in the ratio of the Minor golden triad: a double square *is embedded* in sphere $\mathcal{A}\mathcal{B}$. The point of the *Second Pythagorean Theorem* is that it connects *integers N and θ* by symmetry of pairs. We see that division of F-sphere into parts, which are multiples of integers, is basically impossible in ideal sections (points $W_\Phi, W_{\sqrt{\Phi}}$). It is paradoxical, but no contradiction is present therein. On the contrary, clearness comes. A general measure of whole and parts is established. But it has two hypostases. It is both phenomenon and noumenon. In the nature it opens by integers N and θ, but in the world of ideas – by number Φ that embraces natural numbers N and θ from the outside:

$$(\Phi^{+1} = +\frac{1}{2}1 - \frac{1}{2}\sqrt{5}; \Phi^{-1} = -\frac{1}{2}1 + \frac{1}{2}\sqrt{5})$$

and enters into dual structure of each of two these natural numbers,

$$1 = +\Phi^{+1} - \Phi^{-1}; \sqrt{5} = +\Phi^{+1} + \Phi^{-1} = \Phi,$$

as the spirit bestowing life.

PART TWO

THE GOLDEN SPACE

Chapter 5 REGULAR DIVISION OF SPACE

NUMBER $\sqrt{\Phi}$ AND SPACE STRUCTURE

37 Number Φ represents the idea of trinity. It is a structure, a pair of numerical pairs (at the same time, a triad) united in a single whole (Φ) by the dichotomy principle. And at the same time it is the symmetry-of-pairs equation, a mathematical image of dynamic balance of varying form. In this and following chapters we shall consider how two quadratic forms of the Golden section equation, namely

$$\Phi^{+2} = \Phi + \Phi^0 \text{ and } \Phi^{-2} = \Phi^0 - \Phi^{-1},$$

have opened a way to the primary source of basic biological forms – to the vector equation of expansion

$\vec{R} = \vec{S} + \vec{U}$. Extension of the Golden section law to each and all directions of radial expansion of sphere made it possible to reproduce the forms adequate to basic forms of wildlife. These forms are presented indicatrices outlined by resultant vector \vec{R} . Thus genetic predeterminacy of natural forms is theoretically established. They are programmed by space structure. But at first it is necessary to imagine structure of unbounded space.

The idea of harmony renders untenable simultaneous existence of many spaces "specialized" as structures of different type symmetries (orthogonal, hexagonal, rotational types of symmetry, and particularly spiral symmetry, where symmetry-of-similarities runs the show). The space, undoubtedly, is **one**; but its structure is such that it really possesses the qualities all kinds of symmetry. In this case all those symmetries are potentially realizable since they **are nested into each other** and basically **interpenetrate each other** owing to the structure of space itself. Just such super-universal **golden space** creates Golden section. It is constructed by a single type tetrahedron $\sqrt{\Phi}$. All levels of its hierarchies are defined by the principle of duality/dichotomy.

38 A figure set by three points (triangle) belongs to a plane. Modeling the 3D-space begins with placing the fourth point out of the triangle plane. The triangle gives way to a tetrahedron. The logic prompts: the elementary tetrahedron shall be constructed from elementary triangles. It was the thought of Ancient Greeks. They adjoined three equilateral triangles to each side of the basis (also an equilateral triangle) and closed three lateral faces in the fourth point (the vertex). **The regular** tetrahedron of Greeks is a solid with four vertices, six identical edges and four identical faces. But it turned out that most simple of five Platonic **regular** solids cannot per se complete infinite and continuous mathematical space. What is "regular" from the point of view of linear human logic appears wrong in the light of Divine reason. Why?

Faces of a Platonic tetrahedron form angles $\pi/3$; intercrossing of faces does not create a right angle. But the reality is movement. The space and matter are indivisible. It is manifested as streams of light, electromagnetic, gravitational and other waves. Any kind of energy is transferred by a wave. The lines of electromagnetic force always are, theoretically, in a plane perpendicular to direction of wave propagation¹⁷. Elementary Unit of space (tetrahedron) should comprise, aside from angle $\pi/3$, also angle $\pi/2$. The assumed space module, apparently, is not Platon's tetrahedron, but some other solid capable to develop a field of power events. In this field arise and decay the forms created by the nature by the laws of symmetry. **A regular** tetrahedron should represent the Universe by a space meeting any requirements of symmetry. Such tetrahedron – a mathematical symbol of physical, biological, philosophical and religious significance – does exist.

39 A geometrical solid capable to complete continuous and unbounded mathematical space is the **regular** tetrahedron $\sqrt{\Phi}$, "the live crystal". Its advent opens a door to boundless transformations of structures and forms (Figs. 24 to 32). Algorithms of its transformations are recognized in activities of live

systems and credenda of world religions. Its formation rule differs from that of Platonic solids. Extreme simplicity is the same, the outset is similar. But it is not a tetrahedron edge determining the structure of the form, but a rhythm of its metamorphoses, the movement of dimensions. The tetrahedron $\sqrt{\Phi}$ is **regular** because, when **changing the length of edges and form**, it **keeps invariable volume, and, per se, can pave continuous and unbounded space**. The faces of tetrahedron $\sqrt{\Phi}$ contain both the angles inherent in symmetry of crystals ($\pi/2, \pi/3$) and angles, characteristic and necessary in live organisms: $\pi/5$ and the angle of intramolecular bond in a water molecule ($2\alpha \approx 104^\circ/2$), playing a dominant role in generation and development of life.

The continuous, unbounded mathematical space can be filled in with a single type of tetrahedron $\sqrt{\Phi}$ in two ways:

1/ using only the $\sqrt{\Phi}$ -minor "Golden" tetrahedron;

2/ using only the $\sqrt{\Phi}$ -major "Golden" tetrahedron. These two types of space are interrelated and built by the same rule. They differ in that B-type (minor) tetrahedron expresses domination of horizontal direction, whereas A-type (major) tetrahedron favors preference to vertical direction. At first we shall consider the minor space.

40 The **minor** layer is formed with tetrahedrons B и C.

Tetrahedron B possesses a plane of mirror symmetry. The four faces of tetrahedron B are:

- one equilateral triangle (faces Φ^0, Φ^0, Φ^0),
- one isosceles triangle (faces $\Phi^{+1/2}, \Phi^0, \Phi^{+1/2}$),
- two right triangles (faces $\Phi^0, \Phi^{-1/2}, \Phi^{+1/2}$),

which all are mirror images of each other.

Tetrahedron C, on the contrary, has neither axes nor planes of symmetry. From its four faces,

- two faces are isosceles triangles (sides $\Phi^{1/2}, \Phi^0, \Phi^{1/2}$);
- two faces are right triangles (sides $\Phi^{-1/2}, \Phi^0, \Phi^{+1/2}$).

The major layer is comprised of tetrahedrons A and D. All properties of the minor structure are repeated by the major structure. The four faces of tetrahedron A are:

- one equilateral triangle (faces Φ^0, Φ^0, Φ^0 , angles $\pi/3$). This is the basis of tetrahedron;
- one isosceles triangle (faces Φ^0, Φ^0, Φ , angles $\pi/5$ and $\pi/5 \times 2$);
- two right triangles (faces $\Phi^0, \Phi^{+1/2}, \Phi^{+1}$) which, like those in the minor type right triangle, are mirror images of each other.

Tetrahedron D has neither axes nor symmetry planes. The four faces of tetrahedron D are:

- two faces are isosceles triangles (faces Φ, Φ^0, Φ);
- two faces are right triangles (faces $\Phi^0, \Phi^{+1/2}, \Phi^{+1}$).

All rectangular faces of tetrahedrons A, B, C, D are similar: the right angle ($1/2\pi$) is supplemented therein by a sharp golden angle $\alpha = \arctg \Phi^{1/2} = 51.83^\circ$.

The golden angle builds, at first, the symmetry-of-similarities space;

secondly, it defines mutual arrangement of atom of oxygen and two atoms of hydrogen in the water molecule ($2\alpha \approx 104^\circ$). The biologists associate the water molecule structure with the **memory of matter** phenomenon;¹⁸

in the third place, lateral faces of the Cheops pyramid are inclined $51^\circ 50' = 51.83^\circ$ with respect to horizon.

Thus, both layers – the minor and major, each of them – are created by a pair of tetrahedrons. The minor ones are composed of tetrahedrons B and C, the major ones – of tetrahedrons A and D. But these binars are at the same time trenars, because tetrahedrons C and D, either of the two, are included into the structure **in two images**. Tetrahedrons **minor** $C_{(+)}$ and $C_{(-)}$ are mirror symmetric in space. Tetrahedron $C_{(+)}$ enters into a trenar playing a role of dextro-rotary structure, tetrahedron $C_{(-)}$ enters in

a laevorotary trenar structure. So it will also be in the **major** space (Figs. 24 and 28). Tetrahedron D is presented by two mirror symmetric images, $D_{(+)}$ and $D_{(-)}$. Tetrahedron $D_{(+)}$, upon entering into trenar B, $C_{(+)} B$, renders its structure dextro-rotary; tetrahedron $D_{(-)}$, upon entering into trenar B, $C_{(+)} B$, renders its structure laevorotary.

Geometrical solids described above are united by following rule. All solids of the space minor have identical volume. And also the bodies entering into the space major have identical volume.¹⁹ But distances between adjacent vertices of tetrahedrons change. The rhythm of changes is defined by number $\sqrt{\Phi}$ multiplied by itself. Edges of a tetrahedron of space minor (or major) obtain one of three values $(\sqrt{\Phi})^n$. In two-layer minor-major space there are four such values.

TETRAHEDRON BLOCKS.

SYMMETRY-OF-SIMILARITIES SPACE AND SPIRALS

41 Three equal-sized densely packed tetrahedrons $\sqrt{\Phi}$ make a regular trihedral prism; the minor prism contains tetrahedrons B, C, B, the major prism contains tetrahedrons A, D, A. The twins ($B\uparrow, B\downarrow$ and $A\uparrow, A\downarrow$) are identical, but occupy different positions in the prism structure. The base of one of them is turned downwards, that of second one – upwards. A space between two identical tetrahedrons makes the third tetrahedron of prism. The connecting face always is equilateral triangle (Figs. 24, 27 to 30). In any case there are two versions of interface between three tetrahedrons constituting one regular trihedral prism.

1/ If contact lines of twins are the *left* edges of equilateral faces, the tetrahedron between them is **laevorotary** (in space minor it is tetrahedron $C_{(-)}$, in space major – tetrahedron $D_{(-)}$). 2/ If contact lines of twins are the *right* edges of equilateral faces, the tetrahedron between twin tetrahedrons is **dextro-rotary** (minor $C_{(+)}$ or major $D_{(+)}$). (Figs. 24.1, b, c and 28).

Thus, the regular trihedral prism is composed **of three equal-volume solids** and, at the same time, **of two different forms**. One form possesses a plane of mirror symmetry (tetrahedrons A, B), the second (C, D) does not possess mirror symmetry.

Of special interest is the two-layer minor/major space. It can be divided into two subspaces²⁰. The first is made solely by tetrahedrons A and B. This subspace is constructed by the law of mirror symmetry. It is the SSP space (the space of "A-rhombs"). The second is made by tetrahedrons C and D, which do not possess mirror symmetry. They build dextro-rotary and laevorotary structures, and by virtue of this fact play a significant role in form building.

42 Number Φ represents simultaneously symmetry-of-pairs and trinity:

$$\Phi = \frac{A + \alpha\sqrt{5}}{\beta\sqrt{5} + B} = \frac{\beta\sqrt{5} - B}{A - \alpha\sqrt{5}}.$$

Numbers A, B and α, β are natural integers, whole to module 1; numbers $\sqrt{\Phi}, \Phi$ and 1 are incommensurable, but strongly interconnected. They are closed in a ring, inasmuch as they form each other. This essence of Golden section is distinctly shown in geometrical structure of space. The structures made up from binars that are as well trenars make it possible to build simply and conveniently diverse structures of the complex minor/major space. Algorithms of structures potentially contained in the $\sqrt{\Phi}$ -space are amazingly similar to those of wildlife form structurization with the use of complementary pairs and triplets of the double DNA helix.

Let's consider an elementary structural block "binar". It is composed of two pairs of tetrahedrons: B, $C_{(+)}$ and $C_{(-)}$, B. In plane view they form two cells (two equilateral triangles). The block-binar has a symmetry plane, it can build both right and left spirals.

The following block is called "trenar". It contains one more tetrahedron, consists of five tetrahedrons and exists in two mirror symmetric images. In the form of structure B, $C_{(+)}, C_{(-)}, B$ it is dextro-rotary, in the form of structure B, $C_{(-)}, C_{(+)}, B$, B – laevorotary. In plane view it occupies three cells, three equilateral triangles (Figs. 27. c, d, f).

Everything concerning composition of the minor layer is also true for the major layer. To pass from a minor layer to a major layer, it is enough to change symbol B for A, C for D and to change exponent n of number $(\sqrt{\Phi})^n$.

The problem of nonintersecting edges of tetrahedrons, which has been told about earlier, is solved by mirror symmetry of tetrahedrons $C_{(+)}, C_{(-)}$ (in the major layers) and tetrahedrons $D_{(+)}$ and $D_{(-)}$ (in the minor layers), (Figs. 32, 33).²¹

43 Thus, regularly completed $\sqrt{\Phi}$ -space is a structure of consecutive doublings, which are at the same time divisions in two parts. In a complex space of alternating minor and major layers it is possible to allocate a hexahedral prism. It is a block of thirty six tetrahedrons. Twelve of them (six tetrahedrons minor and six tetrahedrons major) constitute the core of this block – the module of symmetry-of-similarities space (SSS), "A-rhomb" (Figs. 6, 30.b, below). Each of twelve tetrahedrons of the "A-rhomb" can be broken into two tetrahedrons, A and B. This partition might be infinitely continued. The space of each tetrahedron plunges into its own depth (Fig. 31). It is the a chain of hierarchies united by $\sqrt{\Phi}$ rhythm. It is directed to both infinitesimal and infinitely great quantities. In general, the "A-rhomb" structure contains two densely packed interleaved spaces. The symmetry-of-similarities space holds no other numbers except $(\sqrt{\Phi})^n$.

Blocks of four tetrahedrons (binar B, $C_{(+)}, C_{(-)}, B$) and those of five tetrahedrons (trenar B, C(+), C(-), B) build various kinds of symmetry in a straightforward manner without breaking continuity and integrity of the tetrahedrons space. The symmetry-of-similarity space (SSS), horizontal "threads" of B and C (or A and D) type tetrahedrons, spirals of interleaved "threads"; horizontal layers of tetrahedrons C or B; faceted prisms of different filling; right or left spirals, with different number of links (layers) in one turn, and also double spirals with 10 pairs of blocks in each turn, are presented in four-tetrahedral blocks. The structure of V-form right-hand Watson-Creek helix (DNA molecule) is basically organized in a similar manner. It is possible to embed into $\sqrt{\Phi}$ -space also double helixes with 12 pairs of blocks in each turn as it takes place in structure of Z-form laevorotary Rich helix (Figs. 33 to 36)²². Some other surprising coincidences may also be noted.

44 1/ Let us imagine the boundless Golden space $(\sqrt{\Phi})^n$ made of the minor-major type **hexahedral prisms**. In each of prisms there are thirty six tetrahedrons, provided that the number of links of various points with adjacent points of space can vary. We shall consider number of links connecting each point of a prism with adjacent points (Figs. 28 to 31).

Total number of points of one prism is 21. The central point is connected to adjacent points using the greatest number of links in the event that the prism center coincides with the A-rhomb center (Space of symmetry of similarities, SSP). It is notable that:

1/ The centre is connected to adjacent points twenty communications, and from set of existing versions of amino acids "the wildlife uses only 20 well defined amino acids, ... and this set is absolutely identical, universal for all wildlife on the Earth. ... the chromosomes storing genetic information consist in half of DNA and in half of proteins. And a cell possesses the dictionary translating the four-letter text of DNA in 20-letter text of proteins".²³

2/ In structure $F = \frac{A+\alpha\sqrt{5}}{\beta\sqrt{5}+B} = \frac{\beta\sqrt{5}-B}{A-\alpha\sqrt{5}}$ are always and exclusively jointed the complementary pairs:

numbers A and $\alpha\sqrt{5}$, $\alpha\sqrt{5}$ and A, or $\beta\sqrt{5}$ and B, B and $\beta\sqrt{5}$. In structure of the DNA molecule are always and only connected complementarity pairs: adenine with thymine and thymine with adenine (T-A, A-T), and also guanine with cytosine and cytosine with guanine (G-C and C-G).

3/ The golden space, as well as DNA molecule, consists of units which are binars (pairs) and trenars (triplets). The same is observed at level of tetrahedrons (geometry) and at level of numbers. The Golden space integrated divisions in two equal parts and trichotomy. In the Golden triad "a, b, c", where $c:b = b:a = \Phi$, the whole ($a + b + c$) is bisected: $c = a + b$ (Fig. 40).

4/ Global basis of the "Golden space" structure, 2/3 of which A-rhombuses can make, is constituted by ***the principle of geometrical similarity and dichotomy***. The nature solves the problem of life preservation by the exclusively and only ***dichotomy method, by doubling and halving***, i.e. in the same fashion as the golden space is constructed. Chromosomes reduplicate and dichotomize. The cell dichotomizes. Two gamets join together to form a single cell. The nature does not know any other method of building live organisms. Hence it follows that the laws of formation and development of life are predetermined by space structure. In search of advantageous steady combinations from all possible methods of structurization concealed in combinatory structure of space, the life has chosen one most flexible, simple and developable.

Chapter 6 ALGORITHMS OF INTEGRITY

CONTINUITY AND INTEGRITY

45 The ancient philosophy has presented to the world an aphorism: "From one – all, from all – one". According to legend, this saying belongs to Heraclites. We shall put this great knowledge into shape of equation. Let us designate this mysterious "one" by number ω , the beginning of beginnings from which all has arisen. We recognize that something that continuously varies and at the same time remains for ever oneself is unsolved mystery for human reason. But we shall try to clear its sense, at least in language of numbers.

"From **one**": we shall denote this "one" with number ω_1 . "From one": something another, new is being born. "From one all" means that number ω_1 , being added to itself, as well as multiplied by itself, forms numbers ω_n , the elements of things existent: $\omega_n = \omega^n$. And these elements join in variety of ways.

Structures $\Sigma\omega_n$, "the units of being", are encountered in the nature infinitely often: $1 \leq n \rightarrow \infty$. Numbers ω bisect and join together in different combinations forming separate structures $\Sigma\omega^{\pm n}$, which all are being consolidated into "**one**". There are hierarchies of Units of different ranks. So it is possible to conceive the smallest and the World as whole.²⁴ The duality assumes two alternate solutions of the integrity equation $\Sigma\omega_n = 1$ for exponents «+n» and «-n»:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \omega^{(+n)} = 1, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \omega^{(-n)} = 1 \quad (17)$$

Investigating Golden section in geometry language, we observed the dichotomy principle in action. In incommensurable numbers (N and θ) which are integers to bases 1 and $\sqrt{5}$, we saw essences of different kinds; for this reason we gave orbit \mathcal{AB} to points W and orbit ab to points V (or vice versa). We shall now compare the findings observed in the F-sphere geometry with solutions of integrity equation $\Sigma\omega^{\pm n} = 1$. The idea of integrity necessarily generates dichotomy, number $2^{\pm 1}$. Such are the roots of this equation.

$$\text{При } \sum_{n=1}^{\infty} \omega^{(+n)} = 1 \quad \omega = \frac{1}{2}. \quad (18)$$

$$\text{При } \sum_{n=1}^{\infty} \omega^{(-n)} = 1 \quad \omega = 2. \quad (19)$$

Let's further follow the dichotomy principle. We shall divide set $\omega^{\pm n}$ into two subsets and separate the numbers occupying even places in equations 18 and 19 from those with odd places. We have:

a) in case of even places:

$$\text{at } \sum_{n=1}^{\infty} \omega^{+2n} = 1 \quad \omega = \sqrt{2}^{-1}, \quad (20)$$

$$\text{at } \sum_{n=1}^{\infty} \omega^{-2n} = 1 \quad \omega = \sqrt{2} : \quad (21)$$

a module of these structures is number $\sqrt{2}^{\pm 1}$ (the world of crystals);

b) in case of odd places:

$$\text{at } \sum_{n=1}^{\infty} \omega^{+(2n-1)} = 1 \quad \omega = \Phi^{-1}, \quad (22)$$

$$\text{at } \sum_{n=1}^{\infty} \omega^{-(2n-1)} = 1 \quad \omega = \Phi^{+1}; \quad (23)$$

a module of these structures is the Golden section number $\Phi^{\pm 1}$, invariably present in structures, rhythms and forms of wildlife.

46 Thus, the integrity algorithm has confirmed from new positions the concept of mathematical harmony of numbers and figures, emerged at research of the F-sphere structure as it is in the Second Pythagorean Theorem. The results of two different approaches to integrity problem coincided.

The Second Pythagorean Theorem involves the idea of dichotomy, right angle (the law of squares, electromagnetic and gravitational waves angle) and golden angle ($\tg \alpha = \sqrt{\Phi}$) identical to the valence angle connecting an atom of oxygen with two atoms of hydrogen in a water molecule.

Point $W_{\sqrt{\Phi}}$ has exposed a $\sqrt{\Phi}$ -rhythm hidden in the F-sphere space structure, otherwise, the symmetry-of-similarities space. It is the space of $\sqrt{\Phi}$ triangles (on a plane) and $\sqrt{\Phi}$ tetrahedrons (3D-space). Either of $\sqrt{\Phi}$ tetrahedron faces can be named $\sqrt{\Phi}$ triangle for the sides of triangles (the tetrahedron edges) because there is something more than their interconnection by numbers $(\sqrt{\Phi})^0$, $(\sqrt{\Phi})^1$, $(\sqrt{\Phi})^2$. Tetrahedron $\sqrt{\Phi}$ is a "live" geometrical solid. It **keeps invariable volume while changing the form**. Tetrahedron $\sqrt{\Phi}$ is a module filling in the unbounded space in boundless set of patterns.²⁵

Neither classical geometry of Antique Greece, nor modern crystallography, despite the fact that it pays a major preoccupation to the problem of regular division of space, overlooked this treasure of geometry – the golden quantum of space, “a regular tetrahedron”, which integrates angles $\pi/2$, $\pi/3$, $\pi/5$ and angle of intramolecular bond of a water molecule $2\alpha \approx 104^\circ$. It is possible to present The symmetry-of-similarities $\sqrt{\Phi}$ -space may be presented as a hierarchy of structures. Tetrahedrons of different levels, being split up, move off to their own infinitely or, uniting, stretch away knowing no borders.²⁶

NUMBER Φ AND THE FORM IN WILDLIFE

47 In biosystems responsible for transfer of information about properties of external world there are no special receptors perceiving proportions. "Mail box" of proportions is absent. The images given in perception are integrated at a high integrated level of consciousness. At the level of reason, the dimensional-spatial structure (the form of objects) is rhythm and number, at the intuition level it is a sense of harmony. Form building – a deeply concealed side of life formation – is area of mathematical abstraction. The theory of harmony investigates distances between space points, which are moving in our subconscious along different paths. Only numbers can give an exact and clear form to this virtual world. The thousand years old problem of form generation, occupying religion, philosophy, natural sciences and art, belongs first of all to geometry.

The idea of harmony is deeply expressed by Heraclites' aphorism “From one – all, from all – one”. Expanding sphere dissected in Golden ratio by moving disk is image of expansion of the “Point of origin”. By the same token it is the symmetry-of-pairs algorithm, an image of unity and duality. **The Golden section is movement** (expansion), **duality, junctions and divarications** ($2^{\pm 1}$), and **quantized space**. A boundless variety of forms of wildlife correlates with a variety of combinatorics inherent in the Golden space. Structures of live objects, binary in their essence, may be symbolically presented by number $\Phi^{\pm n}$, i.e. by numbers 1, 2 and $\sqrt{5}$. Structures of crystals are characterized by numbers 1, $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$.

The potential drive “to seize space” is essential feature of each and everyone of uncountable live units. “Property of continuous similarity is the most striking symbol of the form and growth unity”, – had noticed botanist A.Cherch. Continuous consecutive division of a line segment in the Golden section ratio creates a linear image of similarity. The Second Pythagorean Theorem transfers Golden section structures into 3D-space. Point $W_{\sqrt{\Phi}}$ correlates with division of sphere by a plane normal to its diameter (axis $\mathcal{A}\mathcal{B}$) in Golden section. Such section of a sphere sets a rhythm of partitionings of space by module $\sqrt{\Phi}$: the symmetry-of-similarities space, “A-rhombus” is built into sphere (Figs. 7, 8). The sides of the $\sqrt{\Phi}$ -tetrahedron, “Golden quantum” of Euclidean space, are the $\sqrt{\Phi}$ -triangles. These $\sqrt{\Phi}$ -triangles will give evidence of events occurring in the nature if they are **vector triangles**. In that case these structures may be understood as images of dynamically balanced interactions of energies and forces.

48 A possibility to model the form of natural objects on the basis of the Golden section triad $\Phi^2 = \Phi^0 + \Phi^1$ was established by me 25 years ago²⁷.

The idea is simple. The proportion of Golden section is typical for commensurability and structural decomposition of live beings bodies because all different forms of life are created by the universal law of bioenergetic interactions. Any individual life belongs to the life as whole. Unfolding (expansion) of the singular Point of origin into sphere occurs in a biofield of life, to which the individual life undividedly belongs. The thought of interaction between two potentialities, **S** (a singular potentiality) and **U** (biofield), offers a possibility to model elementary biological forms. Inasmuch procreation is the main algorithm of life, we shall focus upon the symmetry-of-similarities space, SSS (Fig. 6, 7b).

Let's assume point O_1 (intersection point of the A-rhomb axes) to be the Point of origin and center of polar coordinates. Vector **S** represents the potentiality of a single life imposed at Point O_1 . Isotropy of space gives unequivocal evidence that potentiality **S** is radially directed and equal in all directions.

The potentiality of Universum **U** (biofield) also has size and direction. The potentiality **U** action line will be spoken of as “the biological vertical”. Let's agree to denote the direction of potentiality **U** action line as *upward direction*.

From Fig. 6 it is obvious that the axis of symmetry-of-similarities space, line segment O_0N , is a **vector triangle** folded in line. Three vectors: \overline{U} , \overline{S} and \overline{R} are the three sides of a triangle connected so that each side is number $\sqrt{\Phi}$ multiplied by itself n times. There are three basic variants of interpreting a triangle:

- 1/ if $|U| = O_1N$, then $|S| = N O_0$ and $|R| = O_1 O_0$
- 2/ if $|U| = O_1 O_0$, then $|S| = N O_0$ and $|R| = N O_1$
- 3/ if $|U| = O_0 O_1$, then $|S| = O_1 N$ and $|R| = N O_0$.

Triangles graphically represent composition of vectors interacting in point O_1 . It is required to define the link connecting modules of vectors \overline{U} , \overline{S} , \overline{R} . To solve this problem, we accept numbers ω^n representing SSS as **modules of vectors S, U, R**. In that case, if vector triangles for all directions of expansion will be mapped in polar coordinates, indicatrix **R** will outline the limits of space of expansion from the Point of origin O_1 :

$$\vec{R} = \vec{S} + \vec{U}, \quad (24)$$

whereupon indicatrix **R** will present the forms **genetically predetermined** by structure of the $\sqrt{\Phi}$ -space.

49 The forms programmed by eq. (24) representing a triad of numbers, ω^0 , $\omega^{\pm 2^{\pm 1}}$, $\omega^{\pm 1}$ are shown in Figs. 37 to 39. They are obtained by nonmechanical addition of forces. This is apparent from the fact that interaction of homogeneous potentialities ($\textbf{U} \leftrightarrow \textbf{U}$, $\textbf{S} \leftrightarrow \textbf{S}$) is *forbidden* in model. In the Point of origin dissimilar vectors can only interact ($\textbf{S} \leftrightarrow \textbf{U}$). Let's recollect: the symmetry-of-pairs law is a tool for **switching** interaction: the *congeneric* pairs break up and become *heterogenous* pairs. It is main principle of modeling forms of natural structures. The algorithm of form building admits possible addition of *heterogenous* potentialities only, i.e. of mutually *incommensurable* modules **N** and **θ**.

Thus three vectors are applied to the Point of origin O_1 .

Fig. 37.a,b,c shows how numbers ω_n exchange the roles and create images of two types:
U-dominant forms,
S-dominant forms.

Vector acting along the vertical in an *upward* direction will be denoted by symbol $(+)\vec{U}$, vector of the opposite (*downward*) direction – by symbol $(-) \vec{U}$.

Radius-vector, which is always directed *from the Point of Origin*, will be denoted by symbol $(+)\vec{S}$.

Vector \vec{R} outlines the form.

Metamorphoses of the Point of origin (transformations of sphere) are determined by equation of expansion (24). Those transformations dictate: 1/ value changes of n ($n = 0; 1; \frac{1}{2}; 2$) and 2/ change of the exponent sign: $(+n \rightarrow -n)$. Modules of these vectors are interconnected by a condition of dynamic

balance. Here, number ω is appearing as a module in one of its values: ω^0 , or $\omega^{(\pm 1)}$, or $\omega^{(\pm 2^{\pm 1})}$. In *orthogonal* directions the role of number ω always and exclusively plays one of three forms of the Golden section number: Φ , or Φ_l , or Φ_g .²⁸

Graphical output of the vector model is presented in Figs. 37 to 39. It is a door to the Country of miracles where miracles are scientifically graspable. The algorithm of metamorphoses of sphere appears as a logically closed ring originating from postulate of **dichotomy** and obtaining accomplishment likewise in **the dichotomy** (Fig. 37,a).

50 The equation of expansion (24) features four levels.

Level One: $n = 0$, (Pre-being).

1/ A non-closed space is constructed: the "top" hemisphere, $(+)\vec{U}$, Figs. 37a; 38.1.

2/ The principle of duality: complementarity (+ and -), combining potentialities $(+)\vec{U}$ and $(-)\vec{U}$ creates a *closed space*. A **sphere** is constructed by combining **two hemispheres** (Figs. 37a, 38.2); ideal symmetry of $(0)\vec{U}$ and $(0)\vec{S}$ is reached.

The Point of origin is located in center, $R = 1$. The idea of *the primary form* may be recognized in the World space images, in prokaryotes saved in rocks reckoned to be billions of years old, in forms of planets, the sun, the moon, a pea.

Level Two: $n = +1$. The Idea of two essences of being, symmetries $(+1)\vec{U}$ and $(+1)\vec{S}$. The **Sense** of this dichotomy lies in the fact that two images of nonclosed space are generated. These images anticipate emergence of corporal life, since the corporal is closed (Fig. 38.3).

1/ $(+1)\vec{U}$ symmetry. It is a pseudoparaboloid embracing the Point of origin at a distance $|R| = \Phi^{-\frac{1}{2}}$ and approaches infinity, where it is broken **in zenith** with a "window" of diameter 2.

2/ $(+1)\vec{S}$ symmetry. It is a Euclidean plane spread infinitely and dividing boundless space in two parts: it cuts away a part containing the Point of origin from the "otherworldly" part (Fig. 38.4). The Euclidean plane is located at a distance of $|R| = \frac{1}{2}$ from the Point of origin.

Level Three: $n = -1$ (the idea of two rules of formation of corporal forms).

1/ A sphere is transformed into a **closed space** $(-1)\vec{U}$ torn off from the Point of origin in the direction of action of vector U. We name conditionally this image "a mushroom hat". Its parameters: the vertical (along axis U) = 1; the horizontal = 2. Distances from the Point of origin (separation): at perigee $|R| = \Phi^{-1} = 0.618$; at apogee $|R| = \Phi^{+1} = 1.618$ (Fig. 38.5).

2/ A Sphere is transformed into a **closed space** $(-1)\vec{S}$ embracing the Point of origin: an image of "protoegg" (recollect the saying: "Omne vivum ex ovo"). Parameters: the vertical (along axis U) = $\sqrt{5}$; the horizontal = $\sqrt{3}$. Distances from the Point of origin: at perigee $|R| = \Phi^{(-1)} = -0.618$; at apogee: $|R| = \Phi^{(+1)} = +1.618$ (Fig. 38.6).

51 Level four: $n = \pm 2^{\pm 1}$. (The forms of nature genetically predetermined by structure of space). The forms created by expansion equations are similar to basic forms of wildlife shown in Figs. 38.7-14 and 39. Special features of these forms are determined by variable $\omega^{\pm 2^{\pm 1}}$. Let us examine these forms.

7/ $_{+2}\vec{U}$. **Protoegg:** Includes the Point of origin. Repeats the protoegg presented at Level Three. $n = \pm \frac{1}{2}$. "Omne vivum ex ovo", it is well-known.

8/ $_{+2}\vec{S}$. **Apple:** $n = +\frac{1}{2}$; $(\omega_1) = \omega^{+\frac{1}{2}}$ Includes the Point of origin. Includes the Point of origin. Parameters: the vertical (along axis U) = $\sqrt{5}$. Distances from the Point of origin along the biological vertical: close-range $\Phi^{+1} = +0.618$; long-range $\Phi^{+1} = -1.618$. When the indicatrix and apple profile coincide, the apple ovary center and Point of origin coincide as well. The apple is often identified with a forbidden fruit of the Tree of Knowledge in Paradise, which the God has forbidden to touch; or with a fruit of the Tree of Life, for a mortal having partaken this fruit "would become immortal and equal to the God".

9/ $_{-2}\vec{U}$. **A bean:** $n = -\frac{1}{2}$; $(\omega_1) = \omega^{-\frac{1}{2}}$. Does not include the Point of origin.²⁹ The close-range point is located at a distance of $\Phi_l = +0.7549$ from the Point of origin, the long-range point – at a distance of $\Phi_u = +1.4656$.

10/ $_{-2}\vec{S}$. **The egg of birds of pray:** $n = -\frac{1}{2}$; $(\omega_1) = \omega^{-\frac{1}{2}}$ Includes the Point of origin. The close-range point is located at a distance of $\Phi_l = +0.7549$, the long-range point – at a distance of $\Phi_u = +1.4656$.

11/ $_{+2}\vec{U}$. **Duck's egg:** $n = +2$; $(\omega_1) = \omega^{+2}$. Includes the Point of origin. Parameters: the vertical (along axis U) = 3.0. The distances from the Point of origin along the biological vertical: close-range $\Phi^{-2} = -0.382$; long-range $\Phi^{+2} = +2.618$.

12/ $_{+2}\vec{S}$. **Pecten:** The indicatrix does not include the Point of origin. A sea shell dated back to Silurian period. **Armor of the horseshoe crab.** Parameters: the vertical (along axis U) = Φ^{+2} . **Cranial capsule of mammals.** Parameters: the vertical (along axis U) = $\sqrt{5}$. The distances of indicatrix from the Point of origin along the biological vertical: close-range $\Phi^{-2} = +0.382$; long-range $\Phi^{+2} = +2.618$

13/ $_{(-2)}\vec{U}$. **Cherry:** $n = -2$; $(\omega_1) = \omega^{(-2)}$. Does not include the Point of origin. The distances of indicatrix from the Point of origin along the biological vertical: close-range $\Phi_u^{-2} = +0.466$; long-range $\Phi_l^{-2} = +1.755$

14/ $_{(-2)}\vec{S}$. **Human face:** $n = +2$; $(\omega_1) = \omega^{+2}$. Includes the Point of origin. The distances from the Point of origin along the biological vertical: close-range $\Phi_u^{-2} = -0.466$; long-range $\Phi_l^{-2} = +1.755$.

The U-dominant form has an expressed development axis (the "masculine" forms).

The S-dominant form is well-rounded (the "female" forms). Change of the exponent sign in turn subdivides these curvilinear forms into "plus-symmetry" and "minus-symmetry" groups. For this reason there are not 4, but 8 basic (square-law) bionic forms in the model:

$$_{+1/2}\vec{U}, \quad _{+2}\vec{U}, \quad _{-1/2}\vec{U}, \quad _{-2}\vec{U}, \quad _{+1/2}\vec{S}, \quad _{+2}\vec{S}, \quad _{-1/2}\vec{S}, \quad _{-2}\vec{S}.$$

52 The Golden section integrates additivity and multipl C.

Linear additivity:

$$\Phi^0 = -\Phi^{-1} + \Phi^{+1}, \quad 1 = -0.618 + 1.618;$$

Linear multiplicativity:

$$\Phi^0 = \Phi^{-1} \times \Phi^{+1}, \quad 1 = 0.618 \times 1.618.$$

Quadratic additivity:

$$\Phi^2 = \Phi^{+1} + \Phi^0, \quad 2.618 = 1.618 + 1.000;$$

Quadratic multiplicativity:

$$\Phi^2 = \Phi^{+1} \times \Phi^{+1}, \quad 1 = 1.618 \times 1.618.$$

Vectorial triangle $\sqrt{\Phi}$ retains both these properties: **additivity** is inherent to any vector triangle for, by definition, the resultant vector is equal to the sum of constituent vectors.

$$\vec{1} + \vec{1.618} = \vec{2.618};$$

$$\vec{0.618} + \vec{0.786} = \vec{1}$$

$$\vec{1.000} + \vec{1.272} = \vec{1.618}$$

$$1 + 1.618 = 2.618 \text{ even though } 0.786 + 0.618 \neq 1 \text{ and } 1000 + 1.272 \neq 1.618$$

$$\Phi^0 + \Phi^{+1} = \Phi^2$$

$$\Phi^0, \quad \Phi^{1/2}, \quad \Phi^{+1}$$

Multiplicativity is inherent to the $\sqrt{\Phi}$ -triangle by definition: any successive number of Φ -series is equal to its predecessor multiplied by initial number of this series.

The meaning of unity of **additivity and multiplicativity** is **continuity of tracing the hereditary numbers to "parental" ones**. A successive number comes about as the sum of two predecessors and also as the product of the previous number by the first. In general, algorithm Φ represents **genetics**; the form stores in its parameters the background of formation.

53 As can be seen from the above, the SPT has interpreted **Golden section** as expanding space of integers. On return to the initial Point of origin, number Φ takes the form of "Phi-crystal" embedded into sphere (Fig. 3). A sphere may be conceived as infinitesimal and as infinitely great as well. In the SPT 3D-

space, the Golden section has the appearance of two biconjugate intersecting cones. Two of them represent numbers N, whole to base 1, and two – numbers θ , whole to base $\sqrt{5}$. Their link (invariable $WV = (2/\sqrt{5})AB$) embedded in sphere the third geometrical solid. Two cones are biconjugated in such a way as to form a common generatrix WV. Its movement dissects whole (sphere) in the Golden section ratio. A triune N- θ crystal emerges capable to uncountable number of metamorphoses (Figs. 2, 3).

As a prerequisite for the N- θ crystal to represent symmetry laws in full measure, number θ should necessarily be $\sqrt{5}$, whereby the sums of squares $A^2 + B^2$ and $a^2 + \beta^2$ should differ by a factor of five:

$$A^2 + B^2 = 5(a^2 + \beta^2). \quad (25)$$

In this case the protean “live crystal” will unite functions of the duality principle and quinary symmetry. The duality and quinary symmetry, taken together, define geometrical model of a contracted space, i.e. the Point of origin and golden sphere with diameter $\mathcal{A}\mathcal{B} = \sqrt{5}$. The second constant of natural geometry, a mobile disk with diameter $WV = 2\sqrt{5}$ $\mathcal{A}\mathcal{B}$, bisects the sphere in Golden section in countless ways.

When disk WV settles down at a right angle to polar axis $\mathcal{A}\mathcal{B}$ (Figs. 8, 9), the numerical card of structure changes. Sphere as whole, all its complementary fragments, links combining all to all, can be described in this case by numbers $\Phi^{\pm n/2}$. One of **two such probable models** is the structure defined by point W_ϕ . The second model is defined by point $W_{\sqrt{\phi}}$. It is the symmetry-of-similarities space. On a plane it is represented by a six-pointed star (Fig. 41). Natural integers in points $W_\phi, W_{\sqrt{\phi}}$ are unnecessary. Thus mathematics set a boundary separating idea of perfect harmony (number Φ) from its realization in material forms (numbers N, θ). The equation of expansion $\vec{R} = \vec{S} + \vec{U}$ brings into focus – the Point of origin – a picture of uprising the structures and forms of the real world.

PART THREE

ARCHITECTURE AS WORLD VIEW, ART AND GEOMETRY

Chapter 7

NUMBER AND THE FORM

This chapter is the abstract of ideas presented three years ago in the book "The Principles of Harmony". There are new facts observed, and the above would sound less convincingly without a short story about the Egyptian pyramids, Parthenon, the Church of the Intercession of the Holy Virgin on the Nerl River. The question on essence of harmony has arisen for me at studying proportions of outstanding architectural landmarks. Masterpieces of material culture and art conserve harmony laws. I find the minor Golden Triad and double square in silhouettes of pyramids of the Old Kingdom and royal chamber of Cheops pyramid. Each stone of the Parthenon colonnade all through 2½ thousand years keeps Proportion N: $\theta = 1:\sqrt{5}$ featuring "the double square", from which the Golden section has come to building practice. The major Golden triad lives exactly one thousand years as internal space of the Nerl River Church of the Intercession and also ruling of Rublyov's "Trinity" icon. In this chapter the key points of detailed exploration into these masterpieces of world architecture are presented in a laconic manner³¹.

EGYPTIAN PYRAMIDS

54 In wildlife all things existent (units of being) occur inseparably, the form and flesh are a single whole. In art, in architecture, the form and material join together by creative action. The idea (image) becomes flesh, building material becomes geometry.

The triangular silhouette of Egyptian pyramid transformed vast weight of separate stones to one stone with one point of the top directed skyward. The form, sizes, weight of a triangle: a symbol of huge concentration of energy, force and power, a symbol of eternity.

The image of pyramid, its triangular silhouette reigning over all around, is alive. In comparison with An image that could be created by the conic form would appear as fallen asleep. In the opinion of a person moving to the pyramid, its silhouette changes on the strength of its square plan. From the form answering to a triangle of diagonal section, it passes to the form answering to a triangle of the apothem section. From long distances, when the eye is capable to capture a pyramid as a whole, the silhouette gravitates to the form of a triangle with a right angle in top. The edges outlying a pyramid against the sky seem to be equally inclined towards zenith and horizon. The pyramid is unshakable, kingly, it is inviolable. Its geometrical structure is simple. It is square in plan. Are hidden, but **real** four right angles of the plan; is hidden, but real the triangle which sides show the relationships $\Phi^0 = 1$; $\Phi\sqrt{\Phi} = 1.272$; $\Phi = 1.618$ (the apothem section). The base angle of triangle $\alpha = 51^\circ 50'$. This angle builds the symmetry-of-similarities space and is equal to a half of the angle of intramolecular bond in a water molecule. As for the diagonal section, here the pyramid silhouette is set by a triangle which legs are $\sqrt{\Phi}$ and $\sqrt{2}$. Link 1: $\sqrt{\Phi}$ creates dynamics of the Golden section. It is a life symbol³¹. Numerical link 1: $\sqrt{2}$ is a symbol of inorganic nature.

55 The space of the royal chamber of Cheops pyramid is defined so that the height and width of its face wall match up as numbers $\sqrt{5}$ and **2**. It is the second constant of natural geometry, $WV = 2:\sqrt{5}$. The plan of the Pyramid of Cheops is a square; the plan of its royal chamber is a double square, 1:2. It is extremely remarkable and important that the royal chamber built out of granite plates represents a space which dimensional structure comprises slope inclinations of further Great Pyramids of Old Kingdom. In Fig. 40, the summary drawing of diagonal sections of ten main pyramids is shown. All of them are generated by a double square of the Pharaoh burial chamber plan (1, 2) and its end wall, a rectangle with sides $2, \sqrt{5}$. We shall denote pyramid height by H and semi diagonal of its base – by B.

High-accuracy measurements data for H:B ratios in the Great Pyramids:

- H:B = 1:1 – rhomboid Snofru pyramid (south), base portion.
- H:B = 2:3 – rhomboid Snofru pyramid (south), top portion.
- H:B = $\sqrt{\Phi}:\sqrt{2}$ – Khuni, Cheops, Neuser-re pyramids

H:B = $(2+2):\sqrt{5+2}$ – Khafer, Nefer-ir-Kare and Pepi II pyramids,

H:B = $(1+2):(2+2)$ – Mykerinos pyramid

H:B = $(\sqrt{2}+2):(2+2)$ – Sahure pyramid

H:B = $(\sqrt{5}+2):(2+2)$ – Unas pyramid

The Giza pyramid complex, the Great Sphinx are metaphysical images. For us they keep silence, but they speak in language of a high culture of numbers and geometry, and in language of plastic arts. The Sphinx uniting the pyramid complex is **a symbol of duality**. The body **of a lion**, a regal animal, is a symbol of potency and power; the head **of a human** is a symbol of Divine reason.

Physical sciences will never explain neither existence of energy in its two forms, potential and active, nor its enormous concentration in the Point of Big Bang, an original cause of its sudden transition from one form in another, nor the ultimate cause of its sudden change from one form to other. But raising such questions as "Whether other civilization preceded our civilization? Did it realize the meaning of geometrical harmony as a higher value of being?" is well justified. It helps to understand the reason of huge intellectual and physical work put in by ancient Egyptians in building of pyramids.

56 Leaving Egypt for the land of promise, Jews bore gold: "...let every man ask from his neighbor and every woman from her neighbor, articles of silver and articles of gold" (Ex.: 11.2); "... Now the children of Israel had done according to the word of Moses, and they had asked from the Egyptians articles of silver, articles of gold, and clothing. ... Thus they plundered the Egyptians" (Ex.: 12. 35,36). But it would be possible also to take out from the Egyptian captivity jewelry of overwhelmingly greater value: **knowledge**. The knowledge has been stamped in stone of pyramids, thousand years before arrival and exodus of Jews. It is useful to recollect that the immediate ancestor of the prophet who has led the exodus from Egypt, there was Joseph, the first adviser and a vizir of Pharaoh Amenhotep. Undeniable, he knew religious practices, and as the authorized representative of the divine Pharaoh, has been devoted in the secret knowledge of Supreme priests immortalized by Egyptians, first, in silhouettes of Great triangular pyramids constructed of *limestone*, and, secondly, in commensurability of the royal chamber of the Pyramid of Cheops built from *granite* plates.

The Jews, which predominant feature is thirst for knowledge and ability to be quick on the uptake, have taken out from the Egyptian captivity, apparently, jewelry more valuable than ware from gold and silver, – *mystical understanding of a life and immortality*. The Judaism fully preserves honoring of symbols, belief in mystical value of hieroglyphs (letters) which are simultaneously numbers and ideas, combinatorics of numbers, belief in meaning of names and words. The classical book of Jewish Kabbalah, Sefer-Yetzira (the Book of Creation, Maas-Bereshit), going back to the oral legend, is a chain of analogies. "The God of Israel, *God Live and King Eternal*, – speaks it, –created the world by **three notations (Sepharims)**". The *sepharim* means: the book, numbers, "*a narration numbers*", in other words: *combinatorics, displacements*.

Each Jewish letter conveys *three* concepts: 1/ a letter, i.e. an hieroglyph; 2/ number, depending on the location; 3/ idea. In the Jewish alphabet, the God has 10 letterings; all 22 letters of the Hebrew alphabet originate from one letter "Yod", a hieroglyph-Point, the sign of potentiality and eternity. "The Point is the be-all and end-all", – says Sefer-Yetzira. "The first of names of God, YHWH, is written by hieroglyph Yod, • , 10, I . The letter "Yod" originates Three Mother Letters: Aleph, Mem, Shin.

"*The Yod forming all letters by itself ... was an image of Unit-Beginning ...*"³². The Jews, who saw in Unit the "be-all and end-all" of all things existent, allegorized this idea as a point in the circle center (Fig. 39.2). The be-all is represented by a point; a circle – the line without beginning and end – represents eternity. The second name of God connects *Yod* and *Khof: khokma* is wisdom. Eternity and wisdom taken together constitute a whole. "*The law governing creation of language of Jews*, – is noticed by the translator of the original, – *was the same which governed creation of the Universe*". And, at last, during millennia existed (and exists at present as well) a symbol of Judaism: the Star of David within a circle. I see in it the Minor Golden triad (the W_Φ-structure) – two specularly reflected 45° right triangles, a symbol of the $\sqrt{\Phi}$ -symmetry, i.e. the symmetry-of-similarities space modeled by the Second Pythagorean Theorem (Fig. 41).

57 The shade of universal Φ -symmetry, its geometrical and numerical interpretation falls on all terrestrial civilization. India is one of its brightest centers. The Vedas – epos dating back to the 5th millennium B.C. – have been fixed by ceremonies. Thousand years later it became texts. The historians especially honor the Rigveda cycle narrating about creation of the world and revealing the idea of arche. The Tenth Cosmogonic hymn of Rigveda may be read as a comment to the table of forms built by the equation of expansion (eq. 24, Fig. 39). The hymn begins as follows:

... "Then was not non-existent nor existent: there was no realm of air, no sky beyond it ... Death was not then, nor was there aught immortal: no sign was there, the day's and night's divider.

That One Thing, breathless, breathed by its own nature: apart from it was nothing whatsoever (tr. by Ralph T.H. Griffith [1896]).³³

A dawning consciousness thinks by analogy. Catching mysterious rhythms of the nature, a man envisages them as Gods with hands, feet and a head, as huge men doing miracles. The mythological images created by imagination are quite real; they get in line with people's cultural tradition, place and time. But their significance is more than that. And their number appears to be different.

"... Prajapati expressed a desire: I wish to become more, I wish to breed. He *has created waters* ... He expressed a desire: "*I wish to be born from these waters*". With this **triple knowledge** he entered waters. From waters "**appeared an egg**. He touched it. ... from this has been created Brahman – **a triple knowledge – first-begotten by this Universe**"! (Shatapatha Brahmana, VI.1). A poeticized algorithm of the golden section opened before us: it is the protoegg, and the form (the first and twice created by the equation of expansion) (Fig. 39,6,7, $-\frac{1}{2}\mathbf{S}$, $+\frac{1}{2}\mathbf{U}$), and trinity see *items 36, 8*, equation $1 = \Phi^{+1} \pm \Phi^{-1} = \sqrt{5}$.

In the Vedas, notation system of Hindus has connected numbers 1 and 5 as strong as these numbers are connected to the reality and by its symbol, the Golden section. "Wise is the one who knows Atman as a quinary song from which there is all. The Earth, wind, air, heavenly bodies – all that is Atman, the quinary song. All arises from it. All comes to the end in it". "Air consists of five parts: *prana, apana, vyana, samana, udana*"³⁴. "From Aditi has arisen Daksha, from Daksha – Aditi". "... That which is named by word Brahman is identical to space exterior to the person, to space inside the person, to space in heart".

At the beginning of spiritual life the reason perceived (and perceives even now) the unfathomable as miracles. And on the contrary, it tends to identify the Divine **force-energy**, basically inconceivable in its source under the great scenario of nature ("the opposites are complementary"), with habitual and seemingly understandable things.

58 The Old Testament treats cosmology in a similar way. The **first** tetrastich of the **first** verse of **first** book of the **Pentateuch** says:

"In the beginning, God created the heavens and the earth. The earth was without form and void, and darkness was over the face of the deep. And the Spirit of God was hovering over the face of the waters. And God said, "Let there be light," and there was light. And God saw that the light was good. And God separated the light from the darkness. God called the light Day, and the darkness he called Night. (Gen.1: 1-5).³⁵ And God said, "Let there be an expanse in the midst of the waters, and let it separate the waters from the waters." And God made the expanse and separated the waters that were under the expanse from the waters that were above the expanse." (Gen.1: 6,7).³⁶

The main doctrine of Christianity is the Trinity canon. God the Father, God the Son and the Holy Spirit are canonically called as the Creator non-mergeable and inseparable, the beginning of all things existent. The F-sphere is a symbolic image of space as Whole in full consent with Christian conception of the God. ***The St. Spirit (Φ) is conjoint, indivisible essence of the Father (1) and the Son ($\sqrt{5}$), for $\Phi = \frac{1}{2}\sqrt{5} \pm \frac{1}{2}\sqrt{1}$, while both the Father (1) and the Son ($\sqrt{5}$) are two Divine forms of Consubstantial indivisible essence of St. Spirit.*** $1 = \Phi^{+1} \pm \Phi^{-1} = \sqrt{5}$. Accuracy of this analogy amazes. The F, 1, $\sqrt{5}$ structure **is inseparable** (as it is presented in Fig. 1,g): ***these two spheres are contained in one; such is***

the main essence of the Universe. Integrity and indivisibility of electric and magnetic fields is a main feature of the electromagnetic field.

59 Taoism has arisen in VI century BC, concurrent with development of classic antique philosophy. The main symbol of taoism Dao (Tao) is commonly treated as a duality. Dao is a symbol of junction of feminine and masculine principles (Yin and Yang). But, in effect, it is trinity. Two identical and opposite figures are connected by rotational symmetry, black and white, the female Yin (–) and masculine Yang (+), generating each other, are inscribed into the third entity – a circle. The Dao is a laconic and exact geometrical symbol of mutual penetration, harmony.

Let's finish these historic-philosophical analogies with a reference to Brian Greene, the physicist and brilliant popularizer of the front-edge theories of the macro- and microcosms structure³⁷. We shall compare present-day ideas on elementary basis of the physical structure of the world to the SPT model and to the most ancient religious-philosophical concepts. The physicists maintain:

Atomic nucleus consists of three types of particles: protons, neutrons and electrons.

Protons and neutrons (both of them) consist from three particles of the smaller size, named quarks. As this takes place:

The proton consists of two u-quarks and one d-quark.

The neutron consists of two d-quarks and one u-quark.

Cosmic rays bear also streams of particles, (muons, neutrinos etc.), which are strictly subdivided into three families by their properties.

Besides, each of particles in the microcosm has a corresponding counterpart (antiparticle): the world of particles correlates with the second world, the world of antiparticles.

Thus, the binary structure of physical hierarchies traced at different levels ($3 \leftrightarrow 2+1$) is similar to the algorithm of golden section structure $\Phi = (1 \pm \sqrt{5}):2$ (Fig. 40).

Hence, did the Egyptian priests own the "treefold knowledge"?

That's quite possible, to the extent to which the arising culture is capable to apprehend wisdom of an advanced civilization. In that case the knowledge of high truth had influenced Pythagorus who studied three years under the tutelage of the Egyptian priests; thereby his followers confirming that "all things are numbers" might also be under the influence of oriental thought.

If this is the case, the Pythagorean and Ptolemy's Theorems appear as precious fragments of one indivisible truth.

PARTHENON ON THE ATHENIAN ACROPOLIS

60 The renowned Roman architect Vitruvius had good fortune to read the treatise "**About commensurability of a Dorian temple on the Acropolis**", which authors might be Phydios or Iktyne, and other excellent writings which have saved up rich stocks of knowledge. This enabled him "as though scooping water from a source, ... to write *more eloquently and more freely, and to deliver new guidance*".³⁸ He writes:

"The composition of temples is based on the commensurability, which rules should be carefully observe by architects. It arises from proportion which is named in Greek αναλογία. The proportion is correspondence between members of a work and its whole in relation to a part accepted as initial one".

"The point is that any temple without commensurability and proportion cannot have a proper composition, if it will not be articulated precisely as a well-knit person... , writes Vitruvius. – The nature has built human body in such a manner that the face from chin up to the upper line of the forehead makes the tenth part of the body... the head together with neck, from its base at top of breast up to the roots of hair, makes its sixth part". And further: "...Wishing to make so that columns were suitable to maintain the gravity and had a correct and beautiful appearance, (Greeks) have measured man's footprint in relation to human body height and, having found that the foot makes its sixth part, have applied this ratio to a column. In compliance with thickness of its shaft have increased its height six

times, the capital ***including*** ... Thus Dorian column has become capable to reproduce in buildings the proportion buildings, firmness and beauty of man's body".

61 Giving new guidance, Vitruvius aspires to decipher platitudes behind which the deep secret of architecture is hidden. He brings concreteness: "The column height (***including*** a capital) is **six times** more than thickness of its trunk",³⁹ but is mistaken. There is quite another case in point in the ancient treatise. The capital shall be **excluded**. Historians of architecture tried but in no case have found in the Greek and Roman temples a column which would meet relation 1:6. From analogy "temple – human body" explicitly follows that height of a column trunk is **five times more than its thickness!** This commensurability is deprived of any artistic, associative and constructive sense. **The master** capable to visual instead of discursive thinking wished to reproduce **power and beauty of a man's body**. In a well-knit man's body the dimension of footstep is contained six times: five footsteps fall to body height, as measured from a sole of foot to sternal notch (the neck shoulder point), and one – to head and neck heights. Commensurability 1:5 is given to a column **trunk**. The Greeks not casually named the trunk as **σῶμα** which means literally "a body". The column trunk is a symbol of symmetry, beauty, force, durability; it bears the weight of entablement and roof in the same way as people bear weights on hands held up, as atlantes bear the entablement of the Hermitage portico in St.-Petersburg.

The law of harmony demands from the master to extend all **over** the whole **the main link, which accounts for analogy**. The **mean proportional link**, number $\sqrt{5}$, connects numbers 1 and 5. "The mean ratios serve as the best links": it is a free translation of words of other great Greek, Socrates, a son of sculptor quoted by Plato in "Timaeus"⁴⁰. The mean of 1 and 5, number $\sqrt{5}$ is proportion of the Parthenon:

$$1 : \sqrt{5} = \sqrt{5} : 5$$

Many architects, after Vitruvius, mean that commensurability means the law of **multiple proportions** of different parts of construction to a size accepted as reference value. For architects and sculptors of Phidias epoch, the builders of the Propylaeum, Parthenon and Erechtheum, the proportion was nonseparable **movement** from one principal size to sizes of all parts of a whole, which is set by two geometrical conjugate values representing links of the double square. The proportion is created by a **conjugate measure**.

62 The history has kept the tool embodying this ingenious idea. Four antique proportional compasses are known. All of them represent interrelation between numbers 1, 2 and $\sqrt{5}$, and sense of this interrelation is purely geometrical: it shows ratios between sides and diagonal of a double square. Two compasses (reposed in the German Museum in Munich) are set to ratio $1:2 = 0.5$. The third compasses (reposed in National Roman Museum alle Terme) are set to ratio $(\sqrt{5}-1):\sqrt{5} = 0.5528$. The fourth (the compasses of the Neapolitan Museum) are discovered in a sculptor workshop. They are set to the Golden section, which correlates sides 1 & 2 and diagonal $\sqrt{5}$ of double square. Link $(\sqrt{5}-1):2 = 0.618$ organically enters into the 5-m structure of symmetry which governs the structure of human body. Working with compasses set to ratio $1:\sqrt{5}$, the master deliberately or spontaneously calls forth the ratios of the Golden section. He works with two staffs of architect Khesi-Ra, the builder of Pyramid of Djoser!⁴¹

As to compasses of Parthenon set to ratio $1:\sqrt{5} = 0.4472$, their existence in the past is beyond doubt. It is proved by Compasses of the Museum alle Terme in Rome. Both of them divide a line segment (1) in two parts in the same ratio.

$$0.4472 + 0.5528 = 1.0000.$$

Architect's idea: to endow a column shaft with **commensurability** of human body 1: 5 and to extend **proportion** $\sqrt{5}:1$ (a mean of numbers 1 and 5) to a temple as a whole. It is realized in Parthenon consistently and strictly. It will be convincingly demonstrated. Consider the plan and east facade of a temple (Figs. 42 - 43). For this purpose we shall take advantage of N.Balanosa's fine measurements⁴². The indexation established by this author will be retained.

There are eight columns in each portico: six regular columns (Nos. 23, 22, 21, 20, 19, 18) and two corner columns (1'-A', 1-A). The spacing of regular columns is 4.295 m, whereas that of corner columns is noticeably shorter (3.696 m and 3.662 m).

Column numbers	23	22	21	20	19	18
Column spacing, m	4.290	4.290	4.299	4.295	4.290	
Column height, m	9.564	9.585	9.585	9.570	9.573	
Commensurability of intercolumnars	0.4485	0.4475	0.4490	0.4488	0.4480	

Commensurability of intercolumnar 0.449 is **more contrasting** than $1 : \sqrt{5}$, ($\Delta = +0.0012$). Commensurability of all regular columns, i.e. five intercolumnars together, is 9.570 m : 21.464 m = 0.4459, on the contrary, is **less contrasting**, while having about the same value ($\Delta = -0.0013$).

The same picture is shown by a part of northern façade, where original columns have remained.

Column numbers	4-A A	5-E	6-Z	7-B; 9-I,	10-K	11-
Column spacing, m	4,301	4,301	4,290	4,295	4,285	
Column height, m	9,572	9,5685	9,5645	9,566	9,569	
Commensurability of intercolumnars	0.4493	0.4495	0.4485	0.4490	0.4478	

63 Let us see the plan. Overall dimensions of stylobate (a basis for Parthenon) in plan view are 30.87 m x 69.516 m. Commensurability $30.870 : 69.516 = 0.4441$ is little different from $1 : \sqrt{5} = 0.4472$. But this difference is basic! Number 0.4444 is the ratio of integers 4: 9. **We see an intention and its embodiment**.

To create an imaginative association "temple – human body", the master uses all available means. At first, a material. Column shafts, capitals, entablement, stereobate steps, a sculptural frieze are hewed from pentelic marble of a warm color creating golden patina under solar rays. The marble surface disperses light, giving breath to the colonnade. The same purpose is pursued by proportion. Stylobate is used for delineation. The plane, where the architect draws axes of colonnades and walls, defines the centers of columns, apertures, predetermining thereby all vertical sizes of a building. Intention and embodiment are not the same! In the beginning there was a Word. Irrational link $1 : \sqrt{5}$ stands for two integer-valued approximations. Square power of 2, number 4, and square power of 3, number 9 (both of them being numbers of the first order), create link $4 : 9 = 0.4441$. The contrast is here in excess of $1 : \sqrt{5} = 0.4472$; $\Delta = + 0.0031$. Integers of the second order, $31 : 69 = 0.4493$, create contrast more below estimated mean value: $\Delta = - 0.0021$.

Splitting of number 0.447 into numbers 0.444 and 0.449 gives breath of life to the geometrical scheme, makes the form live. The variation of link is necessary: to principal "note", number $1 : \sqrt{5} =$

0.447, which is a leitmotif of the Parthenon proportion, echo "sharp" 4:9 = 0.444 and "flat" 31:69 = 0.449.

$$0.4444 \leftrightarrow 0.4472 \leftrightarrow 0.4490.$$

The master excellent uses this tool in his pursuit of spiritualizing construction. He enters correctives dictated by specificity of visual perception. And one more important note. Parthenon – a temple 100 feet high, the height of its column shaft is equal to 31 ft; ⁴³ 31 + 69 = 100 (Fig. 42). Here is a key to the Parthenon harmony secret.

64 Here is development of dimensional structure of Parthenon, the calculation and reality.

Stylobate width equal to 100 ft or 30.87 m is a reference value. It determined stylobate length (the key "0.444") and column shaft height (the key "0.449").

$$\text{Step 1/ } 30.87 : 0.444 = 69.527.$$

$$\text{Stylobate length equals } 69.516 \text{ m}$$

Step 2/ $30.87 - (30.87 : 1.449) = 9.567$ – bisection of stylobate width in two parts interconnected as numbers 1 and $\sqrt{5}$, where "1" is column shaft height

$$\text{Column shaft height equals } 9.570 \text{ m}$$

Column shaft height generates a chain of values: shaft height – spacing of columns – shaft diameter – capital height.

$$\text{Step 3/ } 9.570 \times 0.449 = 4.297.$$

$$\text{Spacing of regular columns: } 4.295 \text{ m}$$

Calculated column diameter $9.570 \times 0.447^2 = 1.914$ m is by necessity split in two. The regular columns are more slender, the corner columns – more heavy than calculated ones.

$$\text{Step 4/ Link "sharp" 0.444. } 9.570 \times 0.444^2 = 1.887.$$

$$\text{Diameter of a regular column: } 1.892 \text{ m}$$

$$\text{Step 5/ Link "flat" 0.449. } 9.570 \times 0.449^2 = 1.929$$

$$\text{Diameter of a regular column: } 1.930 \text{ m}$$

$$\text{Step 6/ } 1.914 \text{ m} \times 0.449 = 0.859. \quad \text{Capital height: } 0.860 \text{ m}$$

Column construction is almost finished. Column height, *capital including*, is determined: $9.570 + 0.860 = 10.430$ m. It is necessary to define capital width. It is set by the total column height, much as its diameter is set by the column shaft height.

$$\text{Step 7/ } 10.430 \times 0.444^2 = 2.056 \quad \text{Capital width: } 2.055 \text{ m} - 2.059 \text{ m} \quad \text{Step 8/}$$

$9.570 \times 0.618^2 = 3.656$ It is bisection of column shaft height in the Golden section ratio 1 : Φ ; here "1" is spacing of corner columns.

$$\text{Spacing of corner columns: } 3.660 \text{ m}$$

$$\text{Step 9/ } 3.660 \times (0.449 \times 2) = 3.286 \text{ m} \quad \text{Entablement height: } 3.297 \text{ m}$$

65 Let's pay attention to such detail. *Division into two parts* of the 100-ft stylobate width was the first and basic operation of the master constructing a colonnade, the operation which has generated all cascade of facade divisions. In crucial cases the master repeats this technique, *avoiding mechanical monotony*. So, to define the column shaft height, the master *has divided in two* the stylobate width *in ratio* $1 : \sqrt{5}$;

to define the corner columns spacing he *has divided in two* the column shaft height *in ratio* $1 : \Phi$. And, at last, step tenth:

Step 10/ Height of a colonnade closing pediment equal to 3.550 m The master has harmonized the height of a colonnade closing pediment (3.550 m) with a belt of horizontally laid plates, i.e. with loads on column shafts (entablement + capital, $3.297 \text{ m} + 0.860 \text{ m} = 4.157 \text{ m}$). $3.550 \text{ m} : 4.157 \text{ m} = 0.8541$

A link integrating *two principal proportions* of the double square, numbers Φ and $\sqrt{5}$, is used here. Ratio $1 : (1 + \Phi)$ equal to ratio $\sqrt{5} : \Phi^2 = 0.8541$ creates the symmetry-of-similarities space. Number 0.8541 imposes the Great golden triad (see Fig. 7, Chapter 1).

The master consistently follows through the analogy techniques covering the slightest details up to the end (Figs. 43 to 45).

Steps 11, 12/ Link $\sqrt{5} : \sqrt{5} : 1$ defines partitioning of entablement into architrave, frieze and eaves; and, in inverted manner, it splits the capital into abacus, echinus and neck (Figs. 43 to 44).

Step 13/ Link $1 : (\sqrt{5} + 1)$ determines both the column shaft commensurability and size of flutes decorating the shaft (Fig. 43).

Step 14/ Link $1:\Phi$ determines the triglyph commensurability.

The compasses set to ratio 0.447: 1.000 makes possible any ramifying of the fine tree of Parthenon proportions **by a single aperture of compasses**: $1 : \sqrt{5} = 0.447$; $1 : (\sqrt{5} + 1) = 0.691$. The Golden section creates **doubling** of sizes: two pricks of small legs of compasses and a double prick of the small and big legs. $(0.447 + 0.447) : (0.447 + 1.000) = 0.618$; $(1 - 0.447) : (1 + 0.447) = 0.382$. Since the compasses of the Museum alle Terme in Rome are set to the ratios $0.528 : 1$, whilst $0.528 + 0.447 = 1$, the proportion of Parthenon can be constructed with the compasses of the Museum alle Terme in Rome as well! All Roman proportional compasses known to historians (1: 2, 0.528: 1 and 0.618: 1) originate from the double square.

THE ART OF ANCIENT RUSSIA

66 Temples of Ancient Novgorod and Pskov are much like to sculptures. They appear as though they were molded by hands. The width of church on the Western facade can differ from width on the East by the whole elbow. But what is here remarkable. The check of dimensions along the laying-out axes with the reference point at the temple center (intersection point of the West-East and North-South axes) shows that the interior space of each aisle is precisely calculated. Temples of the Kiev and Vladimir Russia are closer to the Byzantine tradition, and because of this accuracy of proportions in their divisions is unmistakably more precise. The commensuration of parts was carried out by **Twin measuring staffs**. Simple rules of their application (the method of analogies) let masters to "stitch" the architectural form with rhythms serving the purpose of creating one or other visual image. Columns, their pilaster sides, spans between walls and columns (naves), heights and widths of structural elements were defined as biconjugate multiples of sazhens and ells. Interrelation of measuring standards was established by the double square drawing. Its second side was set by the measuring sazhen (lateral reach of arms or a double step of a man). The temple is penetrated by "golden" links not only because the lengths of measuring standards of anthropometrical origin (the ell, the span) are interconnected by this means, but also because the nature itself interconnects the members of human body by golden links (Fig. 46).

Temple laying out began with a choice of building ground. A peg hammered into the earth designated axes crossing place. In the morning of laying out the temple two axes were layed across this peg. One of them (the West-East axe) was directed at rising sun and the second (the South-North axe) – orthogonal to the first. A cross invisible to the world was drawn on the earth. The center of cross was a point of origin from which the dimensions were measured in the four cardinal directions. The sizes of subcupola rectangle, thicknesses of posts and their crippling, width of side (longitudinal) and cross aisles, depths of apses were consistently measured on marking axes relative to this center⁴⁴. At the close of construction activities a gold cross, crowning the onion dome and visible from everywhere, flared up high over the crossing point of the terrestrial cross.

67 The Great golden triad is embodied by art of Medieval Russia in its immortal masterpieces, in stone and in painting. Great it is because it connects parts of whole against each other and with whole by ratio Φ *eight times*, instead of *four*, as in a usual triad (Fig. 45.d, line MM').

In the Church of the Intercession on the Nerl River near Vladimir the construction begins from the width of temple measured along internal walls. From the center, heading north and south, half of width of a temple (line segment MN) is laid off heading due north and south, and each branch is divided in three parts to the rhythm $\Phi^0:\Phi^1:\Phi^0$. Thereby the width of the whole temple is divided into five parts distinguishing three longitudinal aisles and the width of northern and southern posts. These parts are linearly connected by doubling (1:2), by the Golden section ratio ($\Phi:1$) and by the "double gold" ($\Phi:2$). The "double gold", which connected a lateral shaded space and main light aisle, is *voluntary* (!) repeated by a semicolumns rhythm on the main face: the axes of posts and semicolumns *do not coincide*. Ratios of depth to width (commensurability of the plan) are defined by rectangle 2: $\sqrt{5}$. Construction is reduced to division of square half-and-half and to two notches determining vertical position of the semisquare diagonal. So there appeared three rectangles 2: $\sqrt{5}$ inscribed into each other.⁴⁵ The *external* rectangle outlined quadrangle along the internal perimeter of walls; the *middle* rectangle outlined four central posts bearing weight of vaults, $\mu\epsilon\sigma\mu\rho\alpha\lambda\zeta$, the structural core of temple; the *internal* rectangle distinguished the central area: the light space of subcupola.

All subsequent in-depth (westward and eastward) partitionings of the plan observe the rhythm of Golden section and dichotomy (halving); as to partitionings of faces and height sections, they are already contained in the drawing of plan.

68 An amazing fact: the drawings of the Intercession Church plan (XII century) and the "Trinity" icon – the work of venerable Andrey Rublyov (the middle of XV century), graphically reproduced in a due scale, are superimposable and precisely coincide both in outline and in partitionings.⁴⁶ The great Golden triad divides the width of the cut-back central portion of the icon panel into five bands. Three of them contain a figure of the middle angel and figures of the side angels, two other located between them – their wings. In the same manner is divided the width of internal space of the Intercession Church. There are distinguished tree longitudinal, the middle and the side aisles, and, between them, the northern and southern posts of structural core. The rectangular cut-back central portion of the icon panel and rectangular plan of quadrangle along the internal perimeter of walls represent the same rectangle 2: $\sqrt{5}$. Two most poetical masterpieces, one of them representing the art of building, the second – art of painting of Ancient Russia, the temple and the icon executed in the same spirit, are divided by eight generations. Icon partitionings, as well as temple space, are established by one technique using the Great *Golden triad*. The master has defined all necessary dimensions following the most economical and simple procedure. Having divided an icon board **three times** into **two unequal parts** in the ratio of **Golden section $\Phi:1$** (in the beginning – full height of a board, then – width of its cut-back center portion, then – half of width of the latter), there and then he had **many times** reproduced the obtained dimensions. The horizontal dimensions were marked off along the vertical, the vertical ones along the horizontal. So emerged eight squares which defined places of figures of three angels, the centers and diameters of aureoles, the center and place of a chalice, the boundaries of the lighted tabletop plane with chalice, the place of trunk and crown of the Mamre Oak (Fig. 45.e, f). Two most poetical masterpieces, one of architecture, the second – a painting of Ancient Russia, a temple and an icon executed in one key, are divided by eight generations. Icon divisions, as well as those of the temple space, are set by one technique based on the Great *Golden triad*.

The intuition and knowledge of two genial artists are equally great. Invisibly and visibly, intentionally or unwitting, Andrey Rublyov by a rhythm of the Great Golden triad, the consort of holy faces of angels, plastic contours, similarity of outlines of their figures and wings to the chalice, fine color scale has created an immortal symbol of life, eternity and harmony – an image of the Sacred Trinity.

Chapter 8 SYMBOLS

THE FRONTIER OF EMPIRICAL KNOWLEDGE

69 A person realizes harmony as absence of any internal anxiety and discomfort, as pleasure and sensation of merging with objectively existing external world to which his soul and a body undividedly belong at the moment of this merge.

The archeologist has today a possibility to touch and measure the bed of oceans, to see the hidden side of Moon, to date the many billion years old rocks arrived from outer space. Achievements of contemporary science and engineering, archeological evidence, artefacts and phenomena of extraterrestrial origin (UFO) suggest that there was (and is) a civilization which understands the world deeper and better than we. This civilization left traces in our culture, and now this assumption has received further support.

The information distinguishes live from the lifeless. The biology, studying transfer of information in live systems, investigates transfer of energy. Electric impulses of nervous systems and chemical reactions are quite real things. The objects accessible to perception are vanishingly small points of the boundless world; the knowledge of connection of all with everything is a realm of natural sciences: physics, chemistry, biology. Harmony is quite often considered as something mystical. On a great way of natural sciences, in a chain of bright findings (the science knows the arrangement of things), there occurred no place for harmony. There was also no answer to a question: "why the world is arranged in this way and not in some other?"

Influence of rhythms and proportional framework on a mental and physical condition of a live system is beyond question. Everyone concerned with creativity has first-hand knowledge of the power of art and, especially, of ingeniously executed music. Harmony is a structure of space of symbols, their certain combination. Change places of two syllables, and a word, capable to cause delight, after a shift of phonemes will literally kill. Isn't the question about structure and scrambling of space structure elements one of the main problems of science? It may be that here is the answer to a question occupying us: "why?"

70 Paradox lies in the fact that the thesis about necessity of experimental proof of the theory contradicts the main philosophical generalization of physics of micro- and macrocosm: **the world bases are dual**. The principle "opposites are complementary" is confirmed by experience. Hence it inevitably follows that there is an alternative to the experimentally cognizable (material particles, bodies, energy): the incognizable by experience. The nature is wider than a science. The knowledge deprived of completeness is basically false. The true, as experience testifies, is a union of truths feeding and rejecting each other, the trinity and antisymmetry. The paradigm "That which is confirmed by experiment is true" is rejected by modern natural sciences in favor of a wider paradigm: "True is that which is mathematically proved and does not contradict scientific knowledge". In the physics of elementary particles and cosmology, the boundary between *the known* and *unknown* is thought to be

the horizon of events. In natural geometry there is something similar. There are two ways mutually supplementing each other. One leads to the physically *known* (the material nature), the second – to the *unknown* (harmony). Here the symbols holding information represent not physical objects, but abstractions. It is the natural geometry: numerical images and figures with the readable structure of the mathematical space behind.

71 The author calls reader's attention to a special feature of the "Golden space" structure. Its two-layer structure contains six geometrical bodies: three equal-sized $\sqrt{\Phi}$ -minor tetrahedrons: $B\downarrow$, $B\uparrow$ and $C_{(+)}$ (or $B\downarrow$, $B\uparrow$ and $C_{(-)}$) make up the minor type layer and three equal-sized $\sqrt{\Phi}$ -major tetrahedrons: $A\downarrow$, $A\uparrow$ and $D_{(+)}$ (or $A\downarrow$, $A\uparrow$ and $D_{(-)}$) make up the major type layer. But the $\sqrt{\Phi}$ -minor space, as well as the $\sqrt{\Phi}$ -major space, both of them, represent not three, but two *different* forms. The major one incorporates a pair "A and D"; the minor – a pair "B and C". The forms C and D, both of them, appear in two enantiomorphous images, have both the right (+), and left (-) forms. Tetrahedrons A, B, C, D can occupy *different* position in space, they *change* orientation. They are created by four numbers, $(\sqrt{\Phi})^{\pm 1}$, $(\sqrt{\Phi})^0$, $(\sqrt{\Phi})^2$, which values are genetically conjugated. The faces of tetrahedrons contain angles $\pi/2$, $\pi/3$, $\pi/5$ and also angle α (inherent in the water molecule). Having been set abut, these *different* tetrahedrons form *different* geometrical structures representing diverse kinds of symmetry, including symmetry of similarities. The peculiarity of this space built from mathematical $\sqrt{\Phi}$ -solids, with a boundless potential of symmetry transformations, lies in the fact that all tetrahedrons are densely packed into triangular prisms – the modules of a minor-major space. Algorithms of future metamorphoses are traced by vertices of these figures. These vertices **are located only and exclusively** on faces normal to the bases of tetrahedrons. For that reason the secret of boundless combinatorial transformations of symmetry is inaccessible to an remote observer who sees the boundary surface, whereas the $\sqrt{\Phi}$ -structure manifold created by the laws of symmetry and properties of the $\sqrt{\Phi}$ -space are out of his reach. A triangular lattice, all cells of which are number $(\sqrt{\Phi})^0 = 1$ is in view (Fig.32).

Apparently, triangular silhouettes of the Egyptian pyramids speak of a law of harmony hidden in the triangle. It is encoded in the slope angle of Pyramid facing. And the heart of the Pyramid, the Faraoh's chamber, conceals a key to this code. Through millennia the space of the pharaoh Cheops chamber enclosed by granite plates stores in full the structure of Golden proportions.

72 Division of mathematical space into visible and invisible structures is not only an image. Mechanisms of perception of live beings: sight, hearing, sense of smell, taste, tactile sensations, are so structured that symbols of the real world arise in the system of ego on a boundary surface which is a "perception horizon" of live organisms. The real external world is on one side of this surface, the images arising in consciousness and the intuition – the unknown, an inner world abiding the laws of harmony, – on the other.

The eye perceives light and color images of the external world and projects them by means of crystalline lens on the retina, i.e. on a surface it is a neurons layer bearing against eyeground. **The**

hearing accepts sound waves falling on the eardrum surface. **Senses of smell and taste** perceive signals from sensors, neuron-dendrites covering surfaces of nasal cavities (sense of smell) and oral cavity (taste). **The touch** is effect of contacts of skin covering and, first of all, fingertips with surface of the external world objects. **Integrated decoding** and processing of information received from all kinds of detectors occurs in the cerebral cortex riddled with crinkled folds, i.e. in *surface layers of cortex*.

In such a manner the biostructures responsible for information transfer (functioning as the Golden space) find out the "diaphragm" dividing the world of each "ego" in two paradoxical zones. On one side – the nature organized under laws of harmony, "known", empirically accessible, but substantially inscrutable. On the other side – terra incognita. It is the mysterious world of perception, spirit and intuition. The meeting of these two streams results in **symbols**. At coding of signals, human feelings and reason give a finished form to symbols to be reproduced by human hands. On the "horizon of unknowable" there appear hieroglyphs. Letters, numbers, notes, formulas, pictures and drawings. On surfaces with which the nature divides and connects the internal and external worlds, there emerge images: the surrounding world differentiated by light, texture, color, line, plastic figures and proportion.

CONCLUSION

Basic principles of the numerical and geometrical model, which clear up essence of the Golden section, were:

1. Transition from the image of numbers to the image of the ratios connecting numbers in pairs.
2. Transition from mapping of numbers by points on the line to representation of numbers by distances between points located on a circle.
3. Transition from mapping of numbers on a plane to their representation in the form of spatial bodies enclosed within a sphere.
4. Transition from a linear chain of logical constructions to structures doubled in every next link and integrated in one structure at the source.
5. Transition from linear deterministic logic (the reason → a consequence) to the ring logic (the reason ← a consequence) and construction of mathematical models opening general approach to both physical and biological structures and different kinds of symmetry.

For centuries research of the harmony problem revolves in a vicious circle of outdated Golden section conceptions. A true theory of harmony will be claimed and created when mathematics, biology, genetics and physics will see the space as a binary structure and will look at the problems in the context of harmony. Then "**the World will be rescued by beauty**".

Results of observations provide reasons enough to state:

/ The Golden section is a geometrical and numerical symbol in which the general principles of structural organization of spatial forms, the laws of **movement, symmetry, duality** are packed with fantastic density.

2/ Double square ($\sqrt{5} \pm 1$):2, which is a two-dimensional geometrical interpretation of the Golden section, is a corner stone of architectural composition hiding the secret of form building. Rhythms of transformations connecting the arising with the already existing are dozing here. From one – all, and this all makes one. Three-dimensional images thus born are art masterpieces, and it is demonstrably shown by architecture.

3/ The main output of this research is a cohesive concept of foundation for building of natural geometry.

a/ Natural Units possess binary structure.

b/ The Beginnings of things existent are mutually irrational and, hence, the Creation is triune.

c/ In algorithm of forms evolution, the first postulate and final result are going towards each other and repeatedly change their places. Such is the law of harmony.

What is the sense of natural geometry?

Today the physics has gained an insight into the structure of matter. The biology successfully dismembers integral structures created by Divine algorithms and compiles new ones at its own discretion, not always far-sighted. If the essence of harmony, its bases and purpose, are not understood, such games are not harmless. The binary notation (1,0) introduced by Leibniz is laid in foundation of electronic computational technology and made possible structural analysis of any structures.

Since then the science with fantastic acceleration builds up a new model picture of the Universe. It endeavors to represent the arrangement of all things in the nature. But academic science has no answer to the question: why the Universe is such as it is and not otherwise? Alike, it is not capable to find any reliable criteria for creation of individual forms or three-dimension structures.

We discover the answers in **binary geometry**.

The goal of life is life itself; the base of harmony is the natural geometry which, in language of figures and numbers ($1, \sqrt{5}$) shows, how the units of being emerge from oneness of the metaphysical and material source, how creative activity reaches the consent with Divine idea of beauty and harmony – idea of the Life.

Kostroma.

November 7, 2012 – February 12, 2013 – Yune 28,2013.

BIBLIOGRAPHY

GEOMETRY AND NATURAL SCIENCES

1. Анохин П. К. Теория отражения и современная наука о мозге. М., 1970
2. Бутусов К.П. Свойство симметрии и дискретности гравитационных систем Солнца и планет. Симметрия в природе Л.,1971
3. Вейль Г. Симметрия. М., 1968
4. Вернадский В.И. Философские мысли натуралиста. М., Наука, 1988
5. Вейзэ Д.Л. Листорасположение и числа Фибоначчи. Природа №5, 1996, №5
6. Вили К., Детье В. Биология. М., Мир, 1975
7. Вулдридж Д. Механизмы мозга. М., 1965
8. Выгодский М. Я. Арифметика и алгебра в древнем мире. М., 1967
9. Гейзенберг В. Философские проблемы атомной физики. УРСС, М.
10. Глазер В. Д. Механизмы опознания зрительных образов. М. – Л., 1966
11. Грегори Р. Л. Глаз и мозг. М., 1970
12. Грин Б. Элегантная Вселенная. КомКнига, М., 2007
13. Гут Аллан Г. Стейнхардт П.Дж. Раздувающаяся Вселенная. В мире науки. Scientific American, 1984, №7.
14. Кеплер И. О шестиугольных снежинках. М., Наука, 1982
15. Кулаков Ю., Владимиров Ю., Карнаухов А. Введение в теорию физических структур и бинарную геометрофизику. М. , «Архимед». 1992
16. Канорски Ю. Интегративная деятельность мозга. М., 1970
17. Кольман Э. История математики в древности. М., 1961
18. Кузанский Н. Сочинения в 2 т., М., «Мысль», 1979-1980
19. Курант Р., Робинс Г. Что такое математика. М.-Л., ОГИЗ, 1947
20. Лейбниц Г.В. Сочинения, т.1. АН СССР. М., «Мысль». 1982
21. Малахов В.С. Избранные главы истории математики. Янтарный сказ. ФГУИПП. 2002
22. Нейгебауэр О. Точные науки в древности. М., 1968
23. Происхождение человека. Курьер ЮНЕСКО, август – сентябрь 1972
24. Петухов С.В. Высшие симметрии в механике формообразования. Автореферат УДК 548.12. АН. М.,1974
25. Петухов С.В. Бипериодическая таблица генетического кода и число протонов. Молодежный книжный центр, М., 2001
26. Платон. Тимей. Сочинения. Т. 3. М., 1971
27. Пригожин И. Стендерс И. Время, хаос, квант. Эздиториал, УРСС, М., 2000
28. Рыбин И. Психофизика. Поиск новых подходов. Природа, 1990 , №2
29. Тейяр де Шарден. Феномен человека. М., Прогресс, 1965
30. Урманцев Ю. А. Симметрия природы и природа симметрии. 1974
31. Федоров Е.С. Правильное деление плоскости и пространства. Л., Наука, 1979
32. Физика микромира. Малая энциклопедия С.Э., М. 1980
33. Франк-Каменецкий М. Д. Самая главная молекула. М., Наука, 1983
34. Хокинг С. Стрела времени. Природа , 1990, №1,
35. Shevelev Joseph. The golden numbers and biosymmetry. Biology Forum, vol. 87 - 2/3, Perugia, Italy, 1994
36. Shevelev Joseph. The Number and the Form in Animate Nature. Symmetry of structures. Budapest, Hungary, 1989

PHYSICOLOGY AND THE ART OF ARCHITECTURE

1. Альберти Л.-Б. Десять книг о зодчестве. М., 1937
2. Афанасьев К. Н. Построение архитектурной формы древнерусскими зодчими. М., 1961
3. Афанасьев К. Н. Анализ пропорций храма Покрова на Нерли. Искусство и точные науки. М., Наука, 1979

4. Библия. М., ИМП. 1976
5. Брунов Н. И. Пропорции античной и средневековой архитектуры. М., 1935
6. Брунов Н. И. Очерки по истории архитектуры, т.2., М., 1935
7. Брунов Н. И. Памятники афинского Акрополя. Парфенон и Эрехтейон. М., 1973
8. Виоле де Дюк. Беседы об архитектуре, т.1, М., 1937
9. Витрувий. Десять книг об архитектуре. М., 1936
10. Владимиров Н. Н. Пропорции в египетской архитектуре. ВИА, т.1, М., 1944
11. Волошинов А. В. Троица Андрея Рублева. Геометрия и философия. Саратов. 1997
12. Воронов П. Устькульский погост. Записки ИАО.,VIII, С-Пб., 1856
13. ВИА, т.т.1- 2, М., 1946-48, т.т. 3- 4, М., 1966
14. Геродот. История в девяти книгах. С-Пб., 1885 (Herodotis Halicarnassei, Historiarum libri. IX, Lipsiae, 1928)
15. Гика М. Эстетика пропорций в природе и в искусстве. М., 1936
16. Грабарь И. Э. История русского искусства, т.1, М.,1912
17. Древнеиндийская философия. АН СССР. М., 1963
18. История русского искусства, т.1, М., 1953, т. 3, М., 1955
19. Ле Корбюзье. Модулор, М., 1976
20. Лазарев В. П. Андрей Рублев. М., «Советский художник», 1960
21. Маковельский А. Досократики, ч. 1, Казань, 1914
22. Максимов П. Н. Опыт исследования пропорций в древнерусской архитектуре. Архитектура СССР, 1940, № 1
23. Мессель Э. Пропорции в античности и в средние века. М., 1936
24. Михайлов Б. П. Витрувий и Эллада. М., 1967
25. Нерсесянц В.С. Сократ. М., Наука. 1984
26. Папюс. Каббала. Спб., 1910
27. Патерик Киево-Печерского монастыря. С-Пб., 1911
28. Пильецкий А.А. Системы величин, мер и пропорций. Архитектура СССР. 1980, №10
29. Платон. Сочинения, т. 3, ч. 1, М., 1971
30. Покрышкин П. П. Отчет о капитальном ремонте Спасо-Нередицкой церкви. С-Пб., 1906
31. Раушенбах Б. В. Предстоя святой троице. Пристрастие. М.,2000
32. Рыбаков Б. А. Русские системы мер длины XI–XV вв.. Советская этнография, 1949. №1
33. Рыбаков Б. А. Архитектурная математика древнерусских зодчих. Советская археология, 1957, №1
34. Рыбаков Б. А. Мерило новгородского зодчего. Памятники культуры. Новые открытия. М., 1975
35. Тихонравов Н. Повесть о Китоврасе из полууставной палеи 1477 г., Памятники отечественной русской литературы, т. 1, С-Пб., 1863
36. Тиц А.А. Загадки древнерусского чертежа. М., 1978
37. Флоренский П. А., т.1, (1,2) Столп и утверждение истины. М., 1990
38. Фрагменты ранних греческих философов , ч.1. Наука, М., 1989
39. Хембидж Д. Динамическая симметрия в архитектуре. М., 1936
40. Холостенко Н. Архитектурно-археологическое исследование Успенского собора Елецкого монастыря в Чернигове. Памятники культуры, М., 1961, №3
41. Цейзинг А. Золотое деление как основной морфологический закон в природе и искусстве. М., 1876
42. Цирес А. Искусство архитектуры. М., 1946
43. Шевелев И. Ш. Геометрическая гармония. Кострома, 1963
44. Шевелев И. Ш. Геометрическая гармония в архитектуре. Архитектура СССР, 1965, №3
45. Шевелев И. Ш. Строительная метрология и построение храмов древнего Новгорода конца XII в. Советская археология. 1968, №1
46. Шевелев И. Ш. Пропорции и композиция Успенской Елецкой церкви в Чернигове. Архитектурное наследство, М., 1972, №19
47. Шевелев И. Ш. Принцип пропорции М., «Стройиздат», 1986
48. Шевелев И. Ш., Марутаев М. А., Шмелев И. П. Золотое сечение. М., «Стройиздат», 1990
49. Шевелев И. Ш. Формообразование в природе и в искусстве. Число – форма – искусство – жизнь. Кострома, 1995
50. Шевелев И. Ш. Метаязык живой природы. М., 2000
51. Шевелев И. Ш. Числовой образ реального мира. ООО «Промдизайн-М». 2005
52. Шевелев И. Ш. Золотое пространство. Кострома, 2006
53. Шевелев И. Ш. Основы гармонии. Визуальные и числовые образы реального мира. М., «Луч», 2009
54. Шевелев И. Ш. Другое пространство. Кострома. ООО «Авенир-дизайн», 2010
55. Шевелев И. Ш. Целые числа и симметрия пар. Кострома, «ДиАр», 2011
56. Штендер Г. М. Восстановление Нередицы. Новгородский исторический сборник, 1962
57. Balanos N. Les Monuments de l' Akropol. Relevement et conservation. Paris, 1936
58. Borchardt L. Lagen und Richtungen der Vier Grundkanten der Großen Pyramide bei Gise, Berlin, 1926
59. Borchardt L. Gegen die Zahlenmystiken der Großen Pyramide bei Gise. Berlin, 1922
60. Heisenberg A. Grabeskirche und Apostelkirche. Leipzig, 1908
61. Lauer J. Ph. Observations sur les Piramides. Caire, 1960
62. Lauer J. Ph. Les problemes des Piramides d'Egypt, Paris, 1948. Перевод: Лауэр Ж.Ф. Загадки египетских пирамид, М., 1966
63. Petrie F. W. Piramides and temples of Giseh. London, 1882
64. Quibell I. E. Excavations at Saqqara (1911-1912). Tomb of Hesy. La Caire, imprimerie de l'institut Franse d'Archeologie Oriental, 1913 – New-York, 1977
65. Stevens G. Ph. The Erechtheum. Cambridge, 1927
- Thiersch A. Proportionen in der Architektur. Handbücher der Architektur. 4. Teil, 1. Halbband. Leipzig, 1904

Notes

¹ /ИГИМ, р.19/

² It is essential that the Pythagorean Theorem was applied in Ancient Babylon toward the solution of particular problems 1-2 thousand years ago, before Pythagoras time. A square inscribed into circle by the Ptolemy Theorem transforms the Pythagorean Theorem to Golden section (symmetry-of-pairs algorithm). The number of right triangles became doubled. Hence the name: the Second Pythagorean Theorem (SPT).

³ The ratio $(N_1 + \theta_1) : (N_2 + \theta_2)$ can be basically represented by *any number*, including simple fraction (e.g. $\frac{1}{2}$) and irrational numbers (e.g. $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}$, etc.), such is the symmetry of sphere. But the Golden section of sphere differs from its other probable sections. Those differences are of fundamental nature, which makes it possible to build natural geometry. It is the subject of this work. The binary square form of the Golden section equation with numbers N and θ in a role of integers (eq. 2) correlates with the Great Ferma theorem asserting that the equation $x^n + y^n = z^n$ has a solution in rational integers only at $n = 2$.

⁴ The structure and function of *brain* are dual. Information processing and transfer are effected following two connected and, at the same time, divided paths: at level of feelings and at reason level. The brain of a human has connected two tools of knowledge: mathematics (numbers and geometry) and art (painting, poetry, music). The architecture differs from the above in that it demands in an equal measure art intuition and exact mathematical and engineering knowledge.

⁵ Р. Курант. Г. Роббинс. Что такое математика. М. Просвещение. 1967, p. 24. Authors explain: "If the mathematics were no more than a system of consequences retrieved from definitions and postulates which should be compatible only among themselves, and in the rest it were a product of free imagination of mathematicians, < ... > it would be an occupation unworthy for a thinking man. It were just a game, with certain rules and syllogisms without reasons or purposes... On the strength of severe responsibility before the nature, only following some internal necessity, the free reason can obtain the results of scientific value."

⁶ Equation $\Phi^{+1} = \frac{\sqrt{5} + 1}{2} = \frac{2}{\sqrt{5} - 1}$ represents the Ptolemaic square: it is the case when one of two diagonals of square concurrently is diameter of a circle, and one of its four sides is equal to 0.

⁷ ФМ. СЭ. 1980; p. 64

⁸ ФМ. МЭ, pp. 40-41.

⁹ И. Шевелев. Принцип пропорции. М., Стройиздат, 1984

И. Шевелев. Векторная логика целостности. Кострома, 1997

¹⁰ И. Шевелев. Золотое пространство, стр. 22 – 30. Кострома. 2006

¹¹ The Pythagorean and Ptolemy theorems make it possible to calculate values m and n for any pair A:B

$$\text{at any } X. \quad a = \frac{-2X^2B + 2XB \pm \sqrt{(2AX - 2BX^2)^2 - 4(X^2 + 1)(X^2B^2 + A^2 - D^2 - 2XBA)}}{(2X^2 + 1)}, \quad b = \sqrt{D^2 - b^2}.$$

The Ptolemy theorem $WV \times D = Am + nB$ determines the second invariable of natural geometry

$$-\text{diameter of disk } WV = \frac{Am + nB}{D}.$$

¹² See: Preamble, it. 8.

¹³ Published 23 years ago, but neither understood nor noted:

Joseph Shevelev. The Number and the Form in the animate Nature. Simmtry of structure. Budapest. 1989. Joseph Shevelev. The golden numbers and biosymmetry. Biology Forum, Vol. 87-2/3. 1994.

ANICLA, Roma, Italy; Иосиф Шевелев. Формообразование. ДиАр. Кострома, 1995.

¹⁴ An analogy is pertinent. The Golden section appears in a double square, no matter whether the small side is added to or extracted from its diagonal. Generosity of combinatory symmetry is the main essence of Golden section.

¹⁵ The "pair A:B" structure created by the Pythagorean theorem from pole A is repeated from pole B for reasons of mirror symmetry and duality.

¹⁶ In details: И.Шевелев. Искусство архитектуры. Lib. «Основы гармонии». М., Луч, 2009, pp. 14-220.

¹⁷ А. Эйнштейн. Л. Инфельд. Эволюция физики. М., Наука.,1965, p. 122.

¹⁸ (See: Davenus E., Benvenist J. Human basophil degranulation triggered by very dilute antiserum against Ig E // Nature. 1988. № 6176, 30.06. pp. 816-818).

$$\text{¹⁹ } V_{\text{minor}} = (4\sqrt{3}\Phi)^{-1}; \quad V_{\text{major}} = (4\sqrt{3})^{-1} \times \sqrt{\Phi}; \quad V_{\text{major}} : V_{\text{minor}} = \Phi$$

²⁰ The same structures interpenetration property as in Fibonacci-Lucas series (Table 4).

²¹ И. Шевелев. Другое пространство. ООО Авенир-Дизайн. Кострома,2010. Pages 32, 33, Fig. 10

²² М.Д. Франк – Каменецкий. Самая главная молекула. М. , Наука. 1983, p. 136

²³ Ib., pp. 23-24.

²⁴ I have published the integrity equation $\sum_{n=1}^{\infty} \omega^{\pm n} = 1$ for the first time ever in connection with a problem of complementarity of structures and form building: J.Shewelev – The golden numbers and biosymmetry, Riv. Biol.-B. Forum, vol. 87, (2/3 1994. pp. 351-370, and, together with the symmetry-of-pairs equation, in Chapter "Symmetry of pairs" of the brochure: I. Shevelev. The vector logic of integrity. Kostroma. N.A.Nekrasov KGU, 1997. With surprise I encounter both equations side-by-side at other Golden section researchers without any references, under other irrelevant names.

²⁵ И.Шевелев. Другое пространство. Кострома, ООО Авенир-Дизайн. 2010.

²⁶ Брошюра И.Шевелев «Другое пространство». Авенир-дизайн. Кострома, 2010

²⁷ Shevelev Joseph. The golden numbers and biosymmetry. Biology Forum, vol. 87 - 2/3, Perugia, Italy.

1987

²⁸ И.Шевелев. Понятие «золотое число». Lib.: Формообразование. Кострома, ДиАр, 1995, pp.31-36.

²⁹ About golden numbers Φ_l (the upper golden number) and Φ_g (the lower golden number) see:

И.Шевелев. Формообразование. ДиАр. Кострома 1955, pp.32-36.

³⁰ И. Шевелев. Основы гармонии. Визуальные и числовые образы реального мира. М., «Луч», 2009, pp. 14-213.

³¹ As per geodetic measurements executed independently and at various times by L. Borhardt and F. Petri, the side of the pyramid basement is on the average equal to 230.34 m. Its height over the platform horizon is calculated from the measured inclination angle $51^\circ 50'$ and is equal to 146.5 m.

$146.5 : 115.17 = 1.272033; \sqrt{\Phi} = 1.27202$. A phenomenal accuracy. Weak places of the integer-valued ratio hypothesis unconditionally accepted by egyptologists are shown by me in the book "Основы гармонии", pp. 19-22.

³² Сефер-Иецира (Sefer Yetzira, Book of Creation). Word-for-word translation from a Hebrew original by Н.А. Переферкович. Паплюс. Каббала. СПб., 1910. Reprint, 1992.

³³ Rigveda, X. 129

³⁴ Arinyaki

³⁵ Two dyads constitute a whole: God – space, Sky – Earth; the God and its creation are shown as trinity. The dyad light – darkness symbolizes division of essences by two genetically interfaced different spaces. Space A is separated from space ∞ as Eve from Adam, etc.

³⁶ Water, water – firmament, i.e. a rhythm: $3 = 2+1$; it is a global rhythm Φ (Fig. 40) and a global physical rhythm. Atoms break down into protons, electrons and neutrons; atomic nuclei – into quarks of two types, **u** and **d**. A proton consists of two **u**-quarks and one **d**-quark, a neutron – of two **d**-quarks and one **u**-quark. And this rhythm of positions $3 = 2+1$ stitches structures of elementary particles at different levels of matter.

³⁷ Брайан Грин. Элегантная Вселенная. URSS., М., «КомКнига», 2007.

³⁸ Vitruvius – a Roman architect of the 1st century AD. Read in originals the works of ancient Greek authors, including, apparently, Iktinos' treatise “About commensurabilities of a Dorian temple on the Acropolis”.

³⁹ Same case as that of Michael Barkhin, Dr. Arch., who could gather nothing and noticed in the review of my manuscript: “There are no people without head”.

⁴⁰ В. Нерсесянц. Сократ. М., Наука. 1984

⁴¹ И.Шевелев. Геометрическая гармония в архитектуре. Архитектура СССР. 1965, №3.

⁴² Nicolas Balanos. «Les Monuments de l'Acropol. Relevement et conservation», Paris, 1936.

⁴³ It was noted by Andrew Chernov. A question arose: why 31 and not 30 feet, or 32 feet, etc.?

The answer is at hand: $31:69 = 1:\sqrt{5}$. A key is the double square.

⁴⁴ И.Шевелев. Геометрическая гармония в архитектуре. Архитектура СССР. 1965, №3, pp. 72-103.

⁴⁵ The archeologist and historian B. Rybakov believes that similar drawings executed in X-XII centuries on bricks, tiles and stones, the so-called “babylons”, contain calculations of architectural structures. -- Б. Рыбаков.

Архитектурная математика древнерусских зодчих. Советская археология, 1957, p. 81-93.

⁴⁶ Ib., pp. 110-111, 132-135.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ДИАЛОГ	5
ПРЕАМБУЛА	
ОСНОВАНИЕ ЕСТЕСТВЕННОЙ ГЕОМЕТРИИ	8
ЧАСТЬ ПЕРВАЯ	
ВТОРАЯ ТЕОРЕМА ПИФАГОРА. ЗОЛОТОЕ СЕЧЕНИЕ СФЕРЫ	13
Глава 1	
ТРИЕДИНСТВО	14
Сценарий первый	16
Сценарий второй	17
Глава 2	
ЦЕЛЫЕ ЧИСЛА И СИММЕТРИЯ СФЕРЫ	19
Глава 3	
ЦЕЛЫЕ ЧИСЛА И ТЕОРЕМА ПИФАГОРА	24
Числа	24
Комплексный ряд Фибоначчи-Люка и молекула ДНК	30
Глава 4	
ЯЗЫК ЕСТЕСТВЕННОЙ ГЕОМЕТРИИ	32
Третья константа – алгоритм любви	32
Двойники	34
Точки $W_n, V_n; W_\phi, V_\phi; W_{\sqrt{\phi}}, V_{\sqrt{\phi}}$	36
Создавал ли Бог целые числа?	38
ЧАСТЬ ВТОРАЯ	
ЗОЛОТОЕ ПРОСТРАНСТВО	39
Глава 5	
ПРАВИЛЬНОЕ ДЕЛЕНИЕ ПРОСТРАНСТВА	40
Число $\sqrt{\phi}$ и структура пространства	40
Блоки тетраэдров.	
Пространство симметрии подобий и спирали.....	43
Глава 6	
АЛГОРИТМЫ ЦЕЛОСТНОСТИ	45
Непрерывность и целостность	45
Число Φ и форма в живой природе	47
ЧАСТЬ ТРЕТЬЯ	
АРХИТЕКТУРА КАК МИРОВОЗЗРЕНИЕ, ИСКУССТВО И ГЕОМЕТРИЯ	53
Глава 7	
ЧИСЛО И ФОРМА	54
Египетские пирамиды	54
Парфенон Афинского Акрополя	58
Искусство Древней Руси	63
Глава 8	
СИМВОЛЫ	65
Граница опыта познания	65
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	67
БИБЛИОГРАФИЯ	69
ИЛЛЮСТРАЦИИ	71

CONTENTS

DIALOGUE	139
<i>PREAMBLE</i>	
THE PRINCIPLES OF NATURAL GEOMETRY	142
<i>PART ONE</i>	
THE SECOND PYTHAGOREAN THEOREM. GOLDEN SECTION OF A SPHERE	147
Chapter 1	
TRINITY	148
Scenario 1	150
Scenario 2	150
Chapter 2	
THE INTEGERS AND SYMMETRY OF A SPHERE	152
Chapter 3	
INTEGERS AND THE PYTHAGOREAN THEOREM	158
Numbers	158
Complex Fibonacci-Lucas series and DNA molecule	164
Chapter 4	
LANGUAGE OF NATURAL GEOMETRY	166
The third invariable of Natural Geometry – an Algorithm of Love	166
Twins	168
Points $W_n, V_n; W_\phi, V_\phi; W_{\sqrt{\phi}}, V_{\sqrt{\phi}}$	170
Are integers the work of God?	172
<i>PART TWO</i>	
THE GOLDEN SPACE	179
Chapter 5	
REGULAR DIVISION OF SPACE	174
Number $\sqrt{\Phi}$ and space structure	174
Tetrahedron blocks.	
Symmetry-Of-Similarities space and spirals	176
Chapter 6	
ALGORITHMS OF INTEGRITY	178
Continuity and integrity	178
Number Φ and the form in wildlife	180
<i>PART THREE</i>	
ARCHITECTURE AS WORLD VIEW, ART AND GEOMETRY	185
Chapter 7	
NUMBER AND THE FORM	186
Egyptian pyramids	186
Parthenon on the Athenian Acropolis	189
The art of Ancient Russia	193
Chapter 8	
SYMBOLS	195
The frontier of empirical knowledge	195
CONCLUSION	197
BIBLIOGRAPHY	199
NOTES	202
PICTURES	71

Эта книга посвящена алгоритму формообразования, скрытому в глубине естественных наук и истории цивилизации. Название «Гармония в зеркале геометрии» означает, что принцип симметрии, работающий в структуре кристаллов, в структуре живых молекул, в ритмах, соединяющих части в целое в формах живой природы, в формах великих шедевров искусства и догматы великих религий – можно полагать обусловленными одной данностью: бинарной структурой математического пространства.

Деление отрезка в крайнем и среднем отношении (триада и вместе с тем деление пополам) оказалось уравнением симметрии пар, преобразующим числа Φ и π друг в друга с абсолютной точностью. Возник образ Точки: двойной сферы, исчезающей малой и расширяющейся до бесконечности. Поиск гармонии – поиск ответа на главный вопрос науки, религии и искусства: «Почему мир такой, как он есть, а не иной?» – переведен в сферу геометрии. На язык зрительных образов и чисел, универсальный и общепонятный.

This book is dedicated to algorithm of form building hidden in the heart of natural sciences and history of civilization. Its title "The Harmony in a Mirror of Geometry" means that a principle of symmetry applied to the structure of crystals and manifesting itself in structure of live molecules, in rhythms that connect parts in whole in the forms of wildlife, of great masterpieces of art, and in doctrines of great religions – may be driven from a sole givenness: from binary structure of mathematical space.

Division of a line segment in the extreme-and-mean ratio (a triad and, at the same time, dichotomy) generated a symmetry-of-pairs equation, which transforms numbers Φ and π into each other with absolute accuracy. There emerged an image of the Point: a double sphere, vanishing and extending ad infinitum. Thus a search for Harmony – a search for the answer to the chief problem of science, religion and art: "Why the world is such as it is, instead of other?" – is transferred in the domain of geometry using an universal and easily understood language of visual images and numbers.